

DOI: 10.3901/JME.2015.21.015

弧齿锥齿轮双重螺旋法切齿原理及齿面接触分析研究*

张宇^{1,2} 严宏志^{1,2} 曾韬^{1,2,3}

(1. 中南大学高性能复杂制造国家重点实验室 长沙 410012;

2. 中南大学机电工程学院 长沙 410012;

3. 长沙哈量凯帅精密机械有限公司 长沙 410100)

摘要: 弧齿锥齿轮双重螺旋法具有高效、可实现干切削的特点,是 Gleason 制弧齿锥齿轮的先进加工方法。为揭示双重螺旋法的切齿原理,以大轮成形法加工的弧齿锥齿轮双重螺旋法为研究对象,以啮合原理和微分几何学为基础,根据刀盘、机床、工件之间的运动位置关系,利用矢量法、基于齿面 3 个参考点建立切齿数学模型,推导机床调整参数的计算过程;然后,以齿槽中点作为参考点,修正弧齿锥齿轮副的齿坯几何参数;另外,以小轮产形面方程代替其共轭齿面方程,提出新的齿面失配设计新方法,与传统方法相比简化计算过程。以一对 7×43 的准双曲面齿轮副为例进行设计计算和切齿加工,齿面接触分析与滚动检查结果验证所提出的双重螺旋法切齿原理的正确性,并根据该切齿原理开发弧齿锥齿轮双重螺旋法的设计软件,为该方法在国内的推广提供理论基础与技术支撑。

关键词: 双重螺旋法;弧齿锥齿轮;齿面接触分析;切齿原理;机床调整参数

中图分类号: TH132

Cutting Principle and Tooth Contact Analysis of Spiral Bevel and Hypoid Gears Generated by Duplex Helical Method

ZHANG Yu^{1,2} YAN Hongzhi^{1,2} ZENG Tao^{1,2,3}

(1. State Key Laboratory of High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410012;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410012;

3. Changsha Haliang Kaishuai Precision Machinery Co., Ltd., Changsha 410100)

Abstract: The duplex helical method is an advanced manufacturing method of face milling spiral bevel and hypoid gears for its characteristics of higher machining efficiency and power dry cutting. In order to reveal the generalized theory of the duplex helical method, the cutting mathematical model on three reference points is established and the basic machine settings of the formate spiral bevel and hypoid gears generated by the duplex helical method are determined with the vector method according to principle of gearing and differential geometry and the relative position and motion among head-cutter, machine and workpiece. Then, the hypoid gear dimensions are modified based on the root angle of the pinion obtained by the midpoint of the point width for the pinion as the reference point. In addition, a novel method for calculating ease-off is presented utilizing the pinion generating surface instead of its conjugate surface, which can gain the same simulation results and greatly simplify the process of calculation compared to the traditional methods. Finally, a hypoid gear drive 7×43, designed and manufactured using the duplex helical method, is performed and validated, the results of the tooth contact analysis and rolling tests show that the proposed theory of the duplex helical method is correct, and new spiral bevel and hypoid gear software has been developed using the new approach, which provides the theoretical basis and technical support for the promotion of the duplex helical method at home.

Key words: duplex helical method; spiral bevel and hypoid gear; tooth contact analysis; cutting principle; machine settings

0 前言

在高速高效目标驱动下,国外先进国家早已淘

汰了传统的、我国目前仍普遍采用的“五刀法”,转而广泛应用具有高效、干切削特点的、更加先进的切齿技术——双重螺旋法(用于加工 Gleason 制收缩齿)。“双重螺旋法”即:大、小轮分别用一个刀盘同时切出齿槽的两面,也称“两刀法或全工序法”。大轮可用成形法或展成法,小轮用螺旋法加工。与“五刀法”相比,双重螺旋法具有以下特点:加工效

* 国家重点基础研究发展计划(973 计划, 2011CB706800-G)、国家自然科学基金(51375159)和高等学校博士学科点专项科研基金 (20120162110004) 资助项目。20141129 收到初稿, 20150903 收到修改稿

率高、生产成本低、同批次齿轮几何精度一致性好、齿轮强度高、可高速干切削等。

双重螺旋法^[1]是由美国 Gleason 公司提出并应用于实践, Gleason 的技术完全封锁, 其调整卡具体的计算和切齿理论未对外公开。目前, 有关弧齿锥齿轮双重螺旋法切齿原理的研究很少, 中国台湾学者 TSAY 等^[2-3]分别构建了包含双重螺旋法的弧齿锥齿轮切齿通用数学模型; IGNACIO 等^[4]基于双重螺旋法研究了一种特定的机床调整参数与名义机床调整参数之间的转换关系, 并利用抛物线刀廓的刀具调整了齿轮副的接触区; 王哲等^[5]根据 Gleason 技术资料以大轮用展成法小轮用双重螺旋法加工为研究对象, 推导了该方法的机床调整参数。目前尚少见关于双重螺旋法切齿原理及其加工技术详细完整的研究报道。

本文运用齿轮啮合原理, 以大轮凹面中点、凸面中点和齿顶面中点为 3 个参考点, 建立了半展成的双重螺旋法(大轮用成形法, 小轮用双重螺旋法加工)的切齿数学模型, 推导出了采用该方法切齿的机床调整参数; 并提出了新的齿面接触分析(Tooth contact analysis, TCA)方法。为双重螺旋法加工技术的实现提供了理论基础。

1 弧齿锥齿轮双重螺旋法机床调整参数计算

1.1 建模技术路线

弧齿锥齿轮双重螺旋法机床调整参数的确定关键在于小轮, 其难点是如何利用小轮的一组机床调整参数(五刀法为两组参数), 有效控制齿轮副工作面和非工作面的啮合质量问题。为了彻底解决上述问题, 本文采用 3 个参考点对齿轮副两对接触齿面进行精确控制的方法, 计算小轮凸、凹两面的曲率参数, 从而推导出小轮的机床调整参数。以大轮凸面中点为参考点, 计算小轮凹面参考点处的曲率; 以大轮凹面中点为参考点, 计算小轮凸面参考点处的曲率; 以小轮产形轮齿顶面中点为参考点修正小轮根锥角, 并以此为基础进行齿坯几何尺寸修正(见第 2 节)。其具体路线图如图 1 所示。

1.2 大轮机床调整参数的计算

大轮切齿坐标系的构建如图 2 所示, 坐标系 $S_m \{X_m, Y_m, Z_m\}$ 与机床刚性固连。摇台绕 Y_m 轴转动, 单位矢量 \mathbf{p} 和 \mathbf{g} 分别为小轮和大轮的轴线方向; $X_m O_m Y_m$ 平面为机床平面, O_m 为机床中心, O_0 为刀盘中心, O_2 为大轮交叉点; M 为大轮齿槽中心参

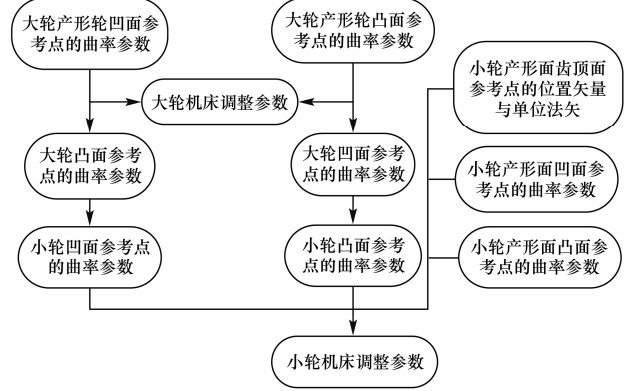


图 1 弧齿锥齿轮双重螺旋法机床调整参数建模技术路线

考点, M_1 为大轮内刀切削刃上的参考点; α_{21} 为大轮刀具齿形角, β_{02} 为大轮参考点 M 处的螺旋角。大轮用成形法加工, 其机床调整参数有: 机床安装角 γ_{m2} 、轴向轮位 X_G 、摇台角 q_2 、径向刀位 S_{r2} 、水平刀位 H 、垂直刀位 V , 这些参数的详细计算过程与“五刀法”相同^[6-11], 在此不再累述。另外, 为了方便本文的叙述, 特做以下说明: 小轮为左旋, 大轮为右旋; 小轮为主动轮, 大轮为被动轮; 工作时小轮顺时针旋转; 小轮外刀和凹面、大轮内刀和凸面为工作面; 相对应的另一面为非工作面。

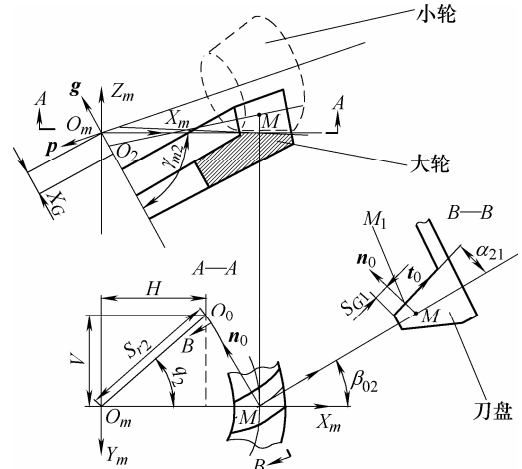


图 2 大轮切齿坐标系

1.3 基于大轮齿面曲率计算小轮齿面曲率

如图 2 所示, 可将单位矢量 Y_m 轴、 \mathbf{p} 和 \mathbf{g} 表示在坐标系 S_m 中, 其表达式为

$$\mathbf{e} = (0 \quad 1 \quad 0) \quad (1)$$

$$\mathbf{g} = (-\cos \gamma_{m2} \quad 0 \quad \sin \gamma_{m2}) \quad (2)$$

$$\mathbf{p} = (-\cos(\Sigma - \gamma_{m2}) \quad 0 \quad -\sin(\Sigma - \gamma_{m2})) \quad (3)$$

式中, Σ 为轴交角。

大轮产形轮工作面的单位法矢 \mathbf{n}_0 、单位切矢 \mathbf{t}_0 及位置矢量 \mathbf{a}_0 表示在坐标系 S_m 中, 其表达式如下

$$\mathbf{n}_0 = (-\cos \alpha_{21} \sin \beta_{02} \quad -\cos \alpha_{21} \cos \beta_{02} \quad -\sin \alpha_{21}) \quad (4)$$

$$\mathbf{t}_0 = (-\sin \alpha_{21} \sin \beta_{02} \quad -\sin \alpha_{21} \cos \beta_{02} \quad \cos \alpha_{21}) \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_0(u) = u\mathbf{t}_0 + \begin{pmatrix} H - X_G \cos \gamma_{m2} + r_{G1} \sin \beta_{02} \\ r_{G1} \cos \beta_{02} - V \\ X_G \sin \gamma_{m2} \end{pmatrix}^T \quad (6)$$

式中, r_{G1} 为内刀刀尖半径; u 是齿面参数, 当 $u = s_{G1}$ 时, 即 M_1 点的位置矢量为 $\mathbf{a}_0(s_{G1})$, 由图 2 可以看出, s_{G1} 为沿切削刃方向, M 点到刀顶的距离。

由于大轮用成形法加工, 大轮的齿面就是大轮产形面的复制, 两者的曲率也完全相同, 因此大轮产形面的矢量 $\mathbf{a}_0(u)$ 、 \mathbf{t}_0 、 \mathbf{n}_0 分别等于与大轮齿面的位置矢量、单位切矢、单位法矢。为了由大轮齿面曲率求得小轮齿面曲率, 必须使大、小轮齿面能正确啮合, 因此将大轮绕其轴线旋转 θ_1 角。小轮交叉点到参考点 M_1 的位置矢量 $\mathbf{r}_{1d}(\theta_1)$ 、单位法矢 $\mathbf{n}_{1d}(\theta_1)$ 、单位切矢 $\mathbf{t}_{1d}(\theta_1)$ 可表示为

$$\mathbf{a}_1(\theta_1) = \mathbf{a}_0(s_{G1}) \cdot \mathbf{R}(\mathbf{g}, \theta_1) \quad (7)$$

$$\mathbf{r}_{1d}(\theta_1) = E\mathbf{e}_2 + \mathbf{a}_1(\theta_1) \quad (8)$$

$$\mathbf{n}_{1d}(\theta_1) = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{R}(\mathbf{g}, \theta_1) \quad (9)$$

$$\mathbf{t}_{1d}(\theta_1) = \mathbf{t}_0 \cdot \mathbf{R}(\mathbf{g}, \theta_1) \quad (10)$$

式中, $\mathbf{R}(\mathbf{g}, \theta_1)$ 表示绕 \mathbf{g} 旋转 θ_1 角的转换矩阵, E 是小轮偏置距, 下标 d 表示工作面。

将矢量 $\mathbf{a}_1(\theta_1)$ 、 \mathbf{e} 、 \mathbf{g} 及 \mathbf{p} 转换到坐标系 $S_2 \{\mathbf{t}_{1d} \times \mathbf{n}_{1d}, \mathbf{t}_{1d}, \mathbf{n}_{1d}\}$ 中为 $\mathbf{a}_2(\theta_1)$ 、 \mathbf{e}_2 、 \mathbf{g}_2 、 \mathbf{p}_2 , 在该坐标系下的啮合方程为

$$f_{12}(\theta_1) = \mathbf{v}_{12}(\theta_1) \cdot \mathbf{n}_{1d} = 0 \quad (11)$$

式中, $\mathbf{v}_{12}(\theta_1)$ 为大、小轮的相对速度, 其值可由矢量 \mathbf{g} 、 $\mathbf{a}_1(\theta_1)$ 、 \mathbf{p} 、 $\mathbf{r}_{1d}(\theta_1)$ 及传动比求得^[12-14]。由啮合方程可求得转角 θ_1 的值。

根据上述矢量, 由推广的 Euler 和 Bertrand 公式^[12]可求得在小轮齿面计算点的曲率参数, 小轮切齿面齿长方向、齿高方向的曲率 A_{1d} 、 C_{1d} 和挠率 B_{1d} 。同理, 可求得小轮非工作面(凸面)上的曲率参数 A_{1c} 、 C_{1c} 、 B_{1c} , 下标 c 表示非工作面。

1.4 基于产形轮曲率计算小轮齿面曲率

小轮切齿坐标的建立如图 3 所示, 该坐标系的建立方法与大轮相似, 机床与坐标系 S_m 固连, O_1 为小轮交叉点, M 为小轮齿槽中心参考点。

当大、小轮的切齿和安装都表示在坐标系 S_m 下时, 考虑到侧隙等其他因素的原因, 为了能使大、小轮在非工作面能正常啮合, 必须使小轮绕矢量 \mathbf{p}

旋转 θ_2 角(θ_2 可由侧隙等参数求得, 为已知量), 转动后的小轮交叉点到参考点 M_2 (非工作面上) 的位置矢量 \mathbf{r}_2 、单位法矢 \mathbf{n}_2 、齿高方向单位矢量 \mathbf{u}_2 。此时, 小轮产形轮轴线并不一定与 Y_m 轴重合, 其单位矢量 \mathbf{G} 可表示如下

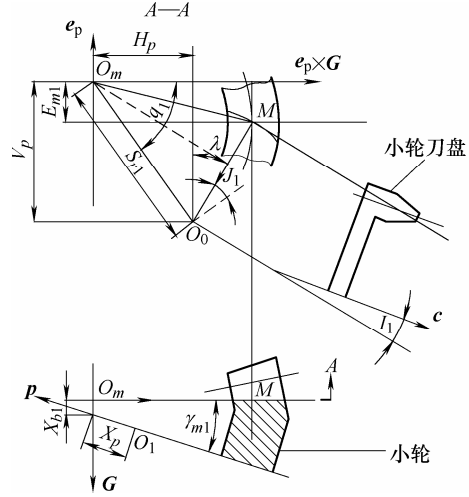


图 3 小轮切齿坐标系

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}) \quad (12)$$

式中, α_{G1} 是小轮产形面工作面上参考点处的压力角; γ_{m1} 是小轮机床安装角。

小轮参考点 M_1 处的位置矢量 \mathbf{a}_{p1} 和小轮垂直轮位方向的单位矢量 \mathbf{e}_p 可表示为

$$\mathbf{a}_{p1}(X_p, E_{m1}) = \mathbf{r}_{1d} + X_p \mathbf{p} + E_{m1} \mathbf{e}_p \quad (13)$$

$$\mathbf{e}_p = \mathbf{e}_p(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}) \quad (14)$$

式中, X_p 为小轮轴向轮位, E_{m1} 为垂直轮位。

产形轮与小轮齿面在参考点 M_1 处的啮合方程为

$$f_{p1}(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}, X_p, E_{m1}, H_l, R_{a1}) = \mathbf{v}_{p1} \cdot \mathbf{n}_{1d} = 0 \quad (15)$$

式中, \mathbf{v}_{p1} 是产形轮与小轮的相对速度, H_l 为螺旋运动系数, R_{a1} 为小轮展成时的滚比。由式(15)可求得 R_{a1} 的表达式为

$$R_{a1} = f_{p1}(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}, X_p, E_{m1}, H_l) \quad (16)$$

为了能使产形轮与小轮齿面能在参考点 M_1 、 M_2 处正确啮合, 小轮绕轴 \mathbf{p} 转过了 θ_3 角, 因此产形轮绕轴 \mathbf{G} 就相应地转过了 θ_3/R_{a1} 角。小轮非工作面上参考点 M_2 处的位置矢量 \mathbf{r}_4 (交叉点 O_1 到参考点)、 \mathbf{a}_4 (坐标原点 O_m 到参考点)、单位法矢 \mathbf{n}_4 、单位矢量 \mathbf{u}_4 可表示如下

$$\mathbf{r}_4 = \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{R}(\mathbf{p}, \theta_3) \quad (17)$$

$$\mathbf{n}_4 = \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{R}(\mathbf{p}, \theta_3) \quad (18)$$

$$\mathbf{u}_4 = \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{R}(\mathbf{p}, \theta_3) \quad (19)$$

$$\mathbf{a}_4 = \mathbf{r}_4 + X_p \mathbf{p} + E_{m1} \mathbf{e}_p \quad (20)$$

式中, $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \theta_3)$ 表示绕 \mathbf{p} 轴转动 θ_3 角的转换矩阵。

由产形面与小轮非工作面在参考点 M_2 的啮合方程 $f_{p1}(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}, X_p, E_{m1}, H_l, \theta_3) = 0$ 可求得 $\theta_3^* = \theta_3^*(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}, X_p, E_{m1}, H_l)$, 同理由产形面与小轮工作面在参考点 M_1 处的啮合方程求得。小轮产形轮转过 θ_3^*/R_{a1} 角后, 其参考点处的位置矢量 \mathbf{a}_6 和单位法矢 \mathbf{n}_6 可表示为

$$\mathbf{a}_6(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}, X_p, E_{m1}, H_l) = H_l \frac{\theta_3^*}{R_{a1}} \mathbf{G} + \mathbf{a}_4 \cdot \mathbf{R}\left(\mathbf{G}, \frac{\theta_3^*}{R_{a1}}\right) \quad (21)$$

$$\mathbf{n}_6(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}, X_p, E_{m1}, H_l) = \mathbf{n}_4 \cdot \mathbf{R}\left(\mathbf{G}, \frac{\theta_3^*}{R_{a1}}\right) \quad (22)$$

由上述矢量, 根据推广的 Euler 公式和 Bertrand 公式可求得在小轮齿面计算点的曲率参数, 小轮工作面齿长方向曲率 A'_{ld} 、齿高方向曲率 C'_{ld} 、挠率 B'_{ld} 和非工作面齿长方向曲率 A'_{lc} 、齿高方向曲率 C'_{lc} 、挠率 B'_{lc} 。

1.5 小轮机床调整参数的确定

小轮刀盘剖面及相应的矢量关系如图 4 所示。由图 4 可求得, 小轮刀盘轴线方向的单位矢量为 $\mathbf{c} = \mathbf{c}(\alpha_{G1}, \gamma_{m1}, X_p, E_{m1}, H_l, r_{n1}, r_{n2})$, 其中, r_{n1} , r_{n2} 分别是小轮外刀和内刀法向曲率半径。

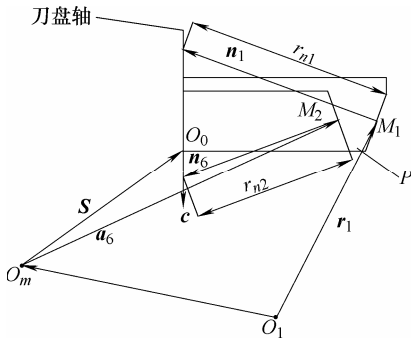


图 4 小轮刀盘剖面及相应的矢量关系图

理论的小轮外刀和内刀压力角 α_{b1} 、 α_{b2} 可由式 (23)、(24) 表示

$$\sin \alpha_{b1} = -\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}_1 \quad (23)$$

$$\sin \alpha_{b2} = -\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}_6 \quad (24)$$

由第 1.3 节和第 1.4 节中两种不同方法求得的小轮齿面两参考点的曲率参数, 理论上应该相等, 另外由式 (23)、(24) 中计算的理论刀具压力角分别与实际选用的刀具压力角也应该相同, 因此可得如下

一个七元方程组

$$\begin{cases} f_b^2 A'_{ld} + A'_{lc} = f_b^2 A_{ld} + A_{lc} \\ B'_{ld} = B_{ld} \\ C'_{ld} = C_{ld} \\ B'_{lc} = B_{lc} \\ C'_{lc} = C_{lc} \\ \alpha_{b1} = \alpha_{11} \\ \alpha_{b2} = \alpha_{12} \end{cases} \quad (25)$$

式中, f_b 是接触平衡系数。由该七元方程组可求得七个未知量 α_{G1} 、 γ_{m1} 、 X_p 、 E_{m1} 、 H_l 、 r_{n1} 、 r_{n2} , 另外, 还可以间接地求出滚比 R_{a1} 。

为了使产形轮和小轮在刀顶宽中点 P 处正确啮合, 必须将小轮产形轮绕轴 \mathbf{G} 转过 θ_4 角, 其值可由该中点处的啮合方程求得, 记为 θ_4^* 。当产形轮转过 θ_4^* 角后, 刀盘中心 O_0 的位置矢量 \mathbf{s}_x 和小轮实际根锥角可表示为

$$\mathbf{s}_x = \mathbf{s} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{G}, \theta_4^*) + H_l \theta_4^* \mathbf{G} \quad (26)$$

$$\mathbf{c}_1 = \mathbf{c} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{G}, \theta_4^*) \quad (27)$$

$$\sin \delta_r = \mathbf{p} \cdot \mathbf{n}_p(\theta_4^*) \quad (28)$$

式中, \mathbf{s} 是产形轮未转 θ_4^* 之间的位置矢量, $\mathbf{R}(\mathbf{G}, \theta_4^*)$ 是绕轴 \mathbf{G} 转过 θ_4^* 的转换矩阵, \mathbf{n}_p 为 P 点单位法矢。

其他机床调整参数, 床位 X_{b1} 、水平刀位 H_p 、垂直刀位 V_p 、角向刀位 q_1 , 刀倾角 I_1 、刀转角 J_1 可以表示如下

$$X_{b1} = -\mathbf{s}_x \cdot \mathbf{G} \quad (29)$$

$$H_p = \mathbf{s}_x \cdot (\mathbf{e}_p \times \mathbf{G}) \quad (30)$$

$$V_p = -\mathbf{s}_x \cdot \mathbf{e}_p \quad (31)$$

$$\tan q_1 = \frac{V_p}{H_p} \quad (32)$$

$$\sin I_1 = |\mathbf{c} \times \mathbf{G}| \quad (33)$$

$$J_1 = q_1 - \arctan \left[\frac{(\mathbf{e}_p \times \mathbf{G}) \cdot \mathbf{c}_1}{\mathbf{e}_p \cdot \mathbf{c}_1} \right] \quad (34)$$

2 齿坯几何尺寸修正计算

由于理论切齿计算时与齿坯几何计算的小轮

根锥角一般是不相等的, 为了啮合时满足齿顶间隙的需求, 因此还必须对有关齿坯几何尺寸参数进行重新计算。由于上述切齿计算所得的准双曲面齿轮节点在空间中的位置, 由大轮中点半径 r_{m2} , 大轮面锥角 δ_{a2} 和锥度系数 Q_f 三个独立的参数所完全确定^[6]

$$Q_f = r_{m2} \tan \delta_{a2} + Z_{m2} \quad (35)$$

$$\tan \psi_1 = \frac{E \cot \Sigma}{Q_f} \quad (36)$$

$$\tan \psi_2 = \frac{E}{Q_f} \tan \delta_{a2} \cos \psi_1 \quad (37)$$

$$\sin \delta_{f1} = -\cos \Sigma \sin \delta_{a2} + \sin \Sigma \cos \delta_{a2} \cos(\psi_1 + \psi_2) \quad (38)$$

式中, Z_{m2} 是大轮交叉点 O_2 沿大轮轴线到节锥顶点的距离, ψ_1 、 ψ_2 是两个附加参数。当 r_{m2} 值不变时, 由方程 $\sin \delta_{f1} = \sin \delta_r$ 可求得新的 δ_{a2} 值。由新的一组 r_{m2} 、 δ_{a2} 、 Q_f 的值, 可对齿坯几何参数进行重新修正计算^[15-17]。

3 齿面失配设计新方法

传统的齿面接触主要包括传动误差和齿面接触区两部分, 目前增加了一种新的分析方法, 即齿面失配。一般来说, 当一对齿面副的宏观几何结构确定以后, 其啮合性能基本上由齿面的微观几何结构确定。齿面失配反映了大、小轮齿面偏离共轭齿面的程度, 包含两啮合齿面的各种修形信息(齿廓修形、纵向修形、齿面扭曲和高阶修形), 相当直观地反映出相配齿面的微观几何结构和啮合特性(特别是, 接触斑点的大小和位置, 接触应力, 运动误差和安装误差敏感度), 因此, 齿面失配已越来越成为齿面接触分析的一个重要组成部分。

齿面失配设计方法^[18-21]有两种方法: 一种是基于小轮齿面的失配设计, 该方法由大轮的共轭齿面与小轮理论齿面相比较; 另一种是基于大轮齿面的失配设计, 是由小轮的共轭齿面与大轮的理论齿面相比较。齿面失配图能直观地反映出小轮齿面形状、失配量等信息, 已成为弧齿锥齿轮齿面接触分析的重要内容之一。由于小轮齿面一般因其齿数较少、螺旋角较大(准双曲面齿轮)等原因, 导致其齿面扭曲严重, 因此大轮的共轭齿面与小轮齿面相比较时较困难; 而大轮齿面比较扁平, 由小轮的共轭齿面与大轮的理论齿面相比较时, 相对容易得多。

第二种齿面失配设计方法的一般求解过程是:

由大轮产形面与大轮齿面相啮合求得大轮齿面方程, 由小轮产形面与小轮齿面相啮合求得小轮齿面方程, 再由小轮齿面方程求得小轮共轭齿面方程, 最后由小轮共轭齿面与大轮齿面相比较计算齿面失配。

本文提出的新方法是基于大轮齿面的失配设计, 其具体计算过程如下。

由大轮的机床调整参数可求出大轮的产形轮方程如下(图 2)

$$\mathbf{r}_{ij}^{Gg} = \mathbf{r}_{ij}^{Gg}(\varphi_2) \quad (39)$$

式中, φ_2 是刀盘转角, 为产形面参数。上标 Gg 表示大轮产形面, 下标 i 、 j 表示齿面网格点行、列号, 当齿面网格划分为 m 行、 n 列时, $i \in (1, m)$, $j \in (1, n)$ 。

当大轮用展成法加工时, 由产形轮与大轮齿面的啮合方程, 可求得大轮齿面方程为

$$\mathbf{r}_{ij}^G = \mathbf{r}_{ij}^{Gg} - \mathbf{t}_{ij}^{Gg} + \mathbf{O}_2 \mathbf{O}_m \quad (40)$$

式中, \mathbf{t}_{ij}^{Gg} 是大轮产形面的单位切矢。

当大轮用成形法加工时, 大轮的齿面方程等于大轮产形面的齿面方程, 即 $\mathbf{r}_{ij}^G = \mathbf{r}_{ij}^{Gg}$ 。

由小轮的机床调整参数可表示出小轮的产形面方程如下(图 3)

$$\mathbf{r}_{ij}^{Pg} = \mathbf{r}_{ij}^{Pg}(\varphi_1, s) \quad (41)$$

式中, 上标 Pg 表示小轮产形面, φ_1 和 s 为小轮齿面参数。因为小轮的产形面是与小轮齿面完全共轭的, 因此用小轮产形面方程与大轮齿面相比较得到齿面失配, 等同于由小轮的共轭齿面与大轮齿面相比较得到的齿面失配。其齿面失配设计结果为

$$\mathbf{r}_{ij}^{EO} = \mathbf{r}_{ij}^G - \mathbf{r}_{ij}^{Pg} \quad (42)$$

式中, 上标 EO 表示齿面失配。

本方法省去了由小轮产形面求得小轮齿面, 再由小轮齿面求得小轮共轭齿面的计算过程, 大大简化了计算量, 又得出了相同的齿面失配设计结果。

4 算例

4.1 齿面接触分析

本文基于上述理论方法, 开发了弧齿锥齿轮全工序法设计软件, 可以进行齿坯几何参数、机床调整参数、齿面啮合分析(传动误差、接触区、齿面失配)等的设计与计算。为了验证该方法和弧齿锥齿轮全工序法设计软件的有效性, 本文以一个 7×43 的准双曲面齿轮副为例进行设计计算, 该齿轮副的基

本设计参数如表 1 所示, 表 2 中列出了该齿轮副的机床调整参数。该齿轮副的齿面接触分析的仿真结果如图 5~7 所示, 其中传动误差曲线图如图 5 所示, 从图中可以看出, 传动误差幅工作面值最大值为 $12''$, 非工作面为 $13''$; 接触区图如图 6 所示, 其形状呈内对角; 齿面失配图如图 7 所示, 可以直观地看出小轮齿面的失配情况。

表 1 基本设计参数

参数	小轮	大轮
齿数 Z	7	43
大端模数 m_e/mm	—	6.861
齿面宽 b/mm	43.82	40.00
小轮偏置距 E/mm	25.40	—
轴交角 $\Sigma/(\circ)$	90	—
中点螺旋角 $\beta_m/(\circ)$	45	33.75
平均压力角 $\alpha/(\circ)$	22.5	22.5
旋向	左旋	右旋
刀盘名义半径 r_0/mm	152.40	151.78

表 2 机床调整参数

参数	小轮	大轮
径向刀位 S_r/mm	132.962 0	135.670 8
刀倾角 $I/(\circ)$	14.197 6	0
刀转角 $J/(\circ)$	-14.960 3	0
垂直轮位 E_m/mm	24.210 1	0
机床安装角 $\gamma_m/(\circ)$	-8.488 3	69.971 6
轴向轮位 X/mm	-0.952 2	10.497 6
床位 X_b/mm	17.965 6	0
滚比 R_a	5.885 7	0
角向刀位 $q/(\circ)$	81.959 4	85.334 5
螺旋运动系数 $H_f/(\text{mm}/\text{rad})$	10.381 9	0

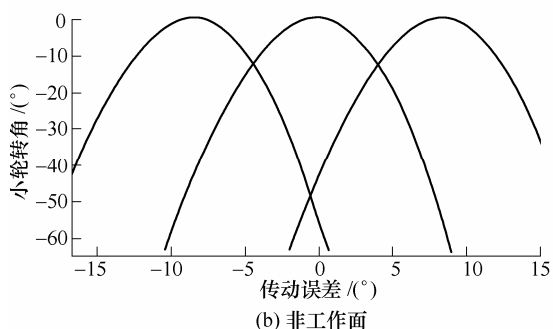
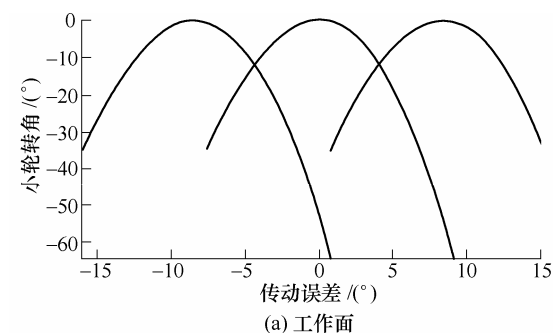


图 5 传动误差图

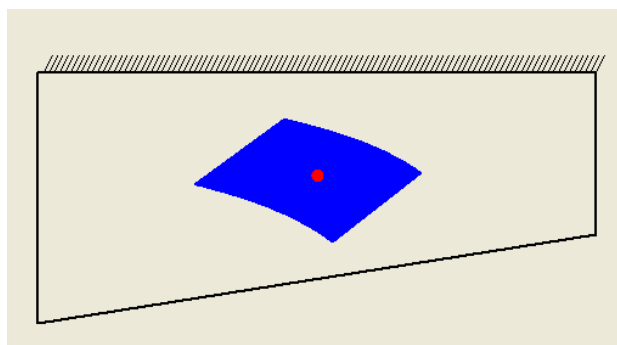
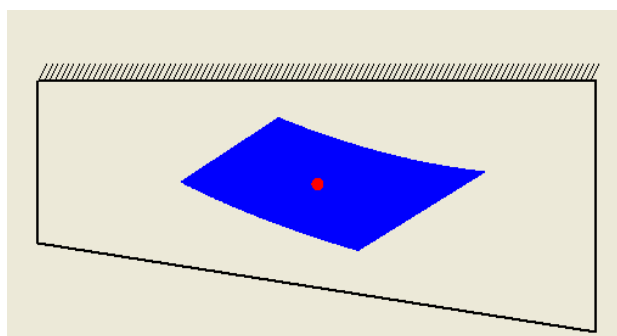


图 6 接触区图

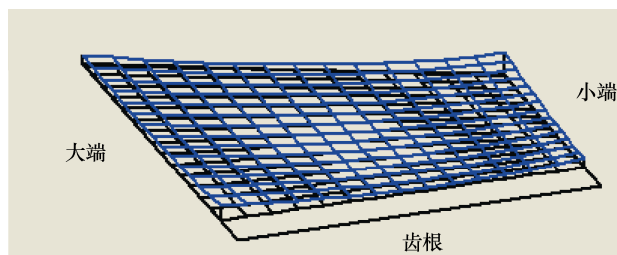
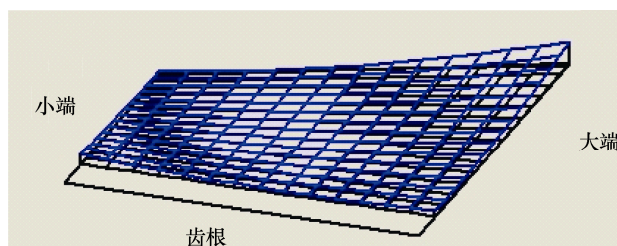


图 7 齿面 Ease-off 图

4.2 加载接触分析

本文利用 ABAQUS 仿真软件对该对齿轮副进行了轮齿加载接触分析, 准双曲面齿轮副的有限元分析模型如图 8 所示, 设定工况为: 载荷 $1\,000\text{ N}\cdot\text{m}$, 转速 $1\,000\text{ r}/\text{min}$ 。为了降低在启动阶段产生的冲击, 实现平稳加载的目的, 使用两步加载的方法, 第一步为斜坡载荷, 在 $0\sim 0.001\text{ s}$ 使载荷逐步增大到 $1\,000\text{ N}\cdot\text{m}$; 第二步为阶跃载荷, 当载荷达到

最大值后, 载荷为常数。载荷-时间关系曲线如图 9 所示。

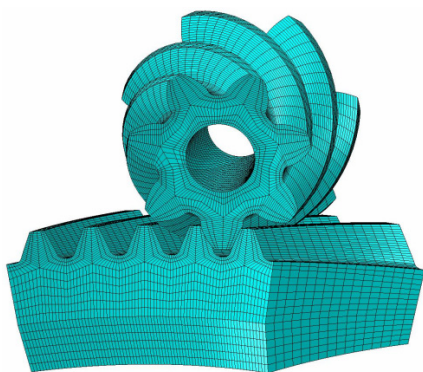


图 8 准双曲面齿轮副 7×43 的有限元模型

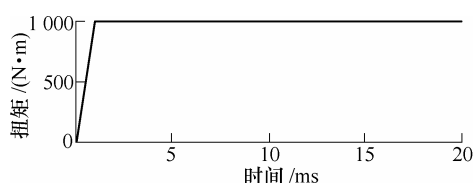


图 9 载荷-时间曲线图

为了节省仿真时间, 本文只截取了大轮模型的 5 个齿, 大轮与小轮某瞬时的 Mises 应力云图分别见图 10 和图 11, 由图 10 的加载接触分析结果与图 6 的 TCA 仿真结果对比可知: Mises 应力云图中的接触印痕相当于 TCA 中某一瞬时的接触椭圆; 由于 TCA 仿真所得的接触区图是在无载荷的条件下计算所得, 而 Mises 应力云图中的接触椭圆是在载荷的条件下仿真所得, 因此后者的接触椭圆比前者大得多, 后者形成的接触区几乎可以布满整个齿面; TCA 中的接触区为内对角, 接触路径从小端齿根到大端齿顶, 这与加载接触分析的结果完全一致。齿面接触力随时间的关系曲线如图 12 所示, 其最大接触力为 30 kN, 由图可以看出: 在 0~7 ms 时间段, 由于冲击力的作用, 应力值波动幅度较大; 在 7 ms 之后, 载荷逐渐平稳, 齿面接触力在 9 kN 左右波动, 波动范围相对较小。大轮与小轮的最大 Mises 应力与时间的关系曲线如图 13 所示, 与齿面接触力曲线图相似, 在施加载荷的初始阶段 Mises 应力值波动较大, 当载荷平稳后, 大轮最大应力值在 438.8~505.5 MPa 波动, 小轮最大应力值在 175.6~300.6 MPa 波动。由仿真结果可以看出, 齿轮副传动平稳, 齿面接触应力分布合理, 没有出现应力集中, 边缘接触等啮合缺陷。

4.3 加工试验

为了进一步证明本文方法的有效性, 利用上述设计和机床调整参数, 试切削了一对准双曲面齿轮副, 并在滚动检查机进行了接触区检查, 其检查结

果如图 14 所示。从图 14 中可以看出, 其接触区形状、大小、接触路径方向(成内对角形状)与齿面接触分析结果(图 6)基本一致, 齿轮副啮合质量良好, 从而验证了本方法的正确性。

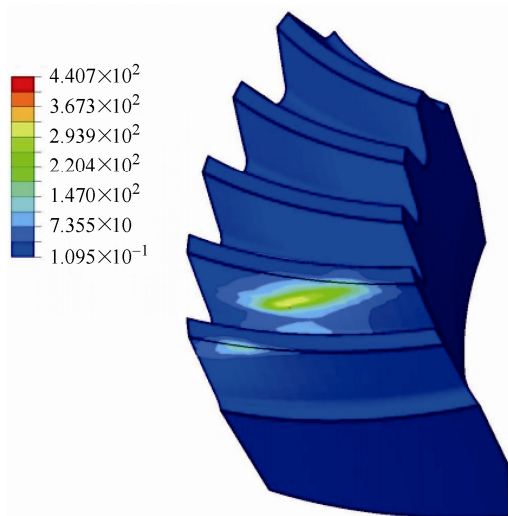


图 10 载荷为 1000 N·m 时大轮 Mises 应力云图(MPa)

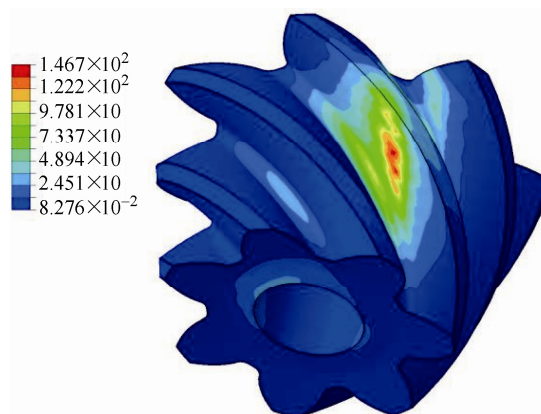


图 11 载荷为 1000 N·m 时小轮 Mises 应力云图(MPa)

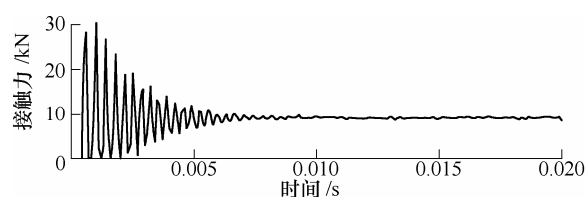


图 12 载荷为 1000 N·m 时接触力曲线图

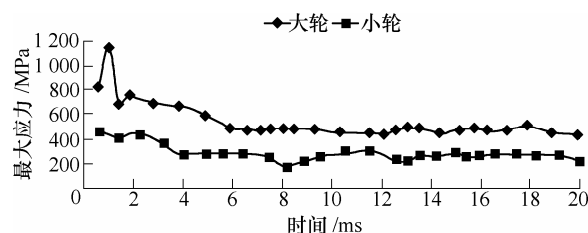


图 13 载荷为 1000 N·m 时 Mises 最大应力曲线图



(a) 工作面



(b) 非工作面

图 14 齿面接触斑点

5 结论

(1) 以大轮采用成形法加工为研究对象, 建立了全工序法的切齿数学模型, 由小轮齿面曲率参数的两种不同计算方法, 推导机床调整参数的详细计算过程。并以实际小轮根椎角为基础, 对齿坯几何参数进行了修正计算。

(2) 提出了齿面失配设计新方法, 该方法大大简化计算量, 并达到相同的设计效果。

(3) 以一对准双曲面齿轮副为例, 进行机床调整参数、齿面接触分析计算及切齿、滚动检查试验, 其仿真设计结果与滚检结果基本一致, 从而验证本方法的有效性。

(4) 开发了弧齿锥齿轮全工序法设计软件, 为全工序法在国内的广泛推广奠定了理论与技术基础。

参 考 文 献

- [1] GLEASON. Generated hypoid gears duplex helical method [M]. Rochester: The Gleason Works, 1971.
- [2] TSAY C B, LIN J Y. A mathematical model for the tooth geometry of hypoid gears [J]. Mathematical and Computer Modelling, 1993, 18(2): 23-34.
- [3] LIN C Y, TSAY C B, FONG Z H. Computer-aided manufacturing of spiral bevel and hypoid gears by applying optimization techniques [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2001, 114: 22-35.
- [4] IGNACIO G P, FUENTES A, KAHRAMAN A. Computerized design and tooth contact analysis of spiral bevel gears generated by the duplex helical method[C]// Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, August 28-31, 2011, Washington, DC. New York: ASME, 2011: 1-10.
- [5] 王哲, 刘庆民, 张德君, 等. 加工弧齿锥齿轮的精确双重螺旋法 (I) [J]. 吉林林学院学报, 1995, 11(2): 75-79.
WANG Zhe, LIU Qingmin, ZHANG Dejun, et al. The exact duplex helical method in generation of spiral bevel gears (I)[J]. Journal of Jilin Forestry University, 1995, 11(2): 75-79.
- [6] 曾韬. 弧齿锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1989.
ZENG Tao. Design and manufacture of spial bevel and hypoid gears[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1989.
- [7] 爱·维尔德哈泊. 锥齿轮和准双曲面齿轮啮合原理 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1958.
WILDHABER E. Principle of gearing of bevel and hypoid gears[M]. Beijing: China Machine Press, 1958.
- [8] BORIS A S. Design and manufacture of hypoid gears [M]. Rochester: The Gleason Works, 1978.
- [9] FUENTES A, IGNACIO G P, LITVIN F L, et al. Design, manufacture, and evaluation of prototypes of low-noise high-endurance spiral bevel gear drives [C]// Proceeding of IDETC/CIE 2005 ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, September 24-28, 2005, Long Beach, Clifornia. New York: ASME, 2005: 1-11.
- [10] LITVIN F L, FUENTES A, KAHRAMAN A. Design, manufacture, stress analysis, and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006 (41): 83-118.
- [11] ARGYRIS J, FUENTES A, LITVIN F L. Computerizedintegrated approach for design and stress

- analysis of spiral bevel gears [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191: 1057-1095.
- [12] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2009.
- WU Xutang. Principle of gearing [M]. 2nd ed. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2009.
- [13] LITVIN F L. Gear geometry and applied theory [M]. Melbourne: Cambridge University Press, 2004.
- [14] 董学朱. 齿轮啮合理论基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 1989.
- DONG Xuezhu. Gear meshing theory foundation[M]. Beijing: China Machine Press, 1989.
- [15] 北京齿轮厂. 格利森锥齿轮技术资料译文集——第二分册——格利森锥齿轮设计及计算[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983.
- Beijing Gear Factory. A collection of technical materials of Gleason system bevel gears-the second volume-design and calculation of Gleason system bevel gears [M]. Beijing: China Machine Press, 1983.
- [16] ANSI/AGMA 2005-D03. Design manual for bevel gears [S]. Alexandria: American Gear Manufacturers Association, 2003.
- [17] ANSI/AGMA ISO 23509-A08. Bevel and hypoid gear geometry [S]. Alexandria: American Gear Manufacturers Association, 2008.
- [18] KOLIVAND M, KAHRAMAN A. A load distribution model for hypoid gears using ease-off topography and shell theory [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44: 1848-1865.
- [19] SHIH Y P. A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45: 1108-1124.
- [20] KOLIVAND M, KAHRAMAN A. An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations [C]// Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, August 30-September 2, 2009, San Diego, California. New York: ASME, 2009: 1-10.
- [21] ARTONI A, KOLIVAND M, KAHRAMAN A. An ease-off based optimization of the loaded transmission error of hypoid gears [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2010, 132: 011010-1-011010-9.
-
- 作者简介: 张宇, 男, 1984 年出生, 博士研究生。主要研究方向为复杂传动件的数字化设计与制造。
E-mail: zhyu116@163.com
- 严宏志(通信作者), 男, 1964 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为复杂曲面数字制造理论与技术。
E-mail: yhzcsu@csu.edu.cn