

DOI: 10.3901/JME.2013.07.141

无机械调节器的自行车机器人圆周运动实现^{*}

黄用华 廖启征 魏世民 郭 磊
(北京邮电大学自动化学院 北京 100876)

摘要: 为了研究无机械调节器自行车机器人的曲线运动平衡能力, 给出一种前轮驱动自行车机器人的欠驱动力学模型以及这种机器人在水平面上实现小半径圆周运动的方法。根据几何关系得到车体的转弯半径, 以此为基础推导出后轮转角速度和车架航向角速率, 进一步采用拉格朗日方程建立系统的力学模型; 分析圆周运动下重力矩和向心力矩的动态平衡条件, 得到前轮驱动速度、车架横滚角以及车把转角之间的量化关系; 基于部分反馈线性化方法, 将模型中的欠驱子系统线性化, 设计出圆周运动控制器, 并通过动态平衡条件设定车架横滚角和前轮驱动速度期望值来加速算法收敛。仿真控制和样机试验结果表明, 控制器可以提供合理的驱动力矩实现自行车机器人的圆周平衡行走, 并且给定不同的车架横滚角期望值可以对应得到不同的圆周运动周期, 期望值越大, 圆周运动周期越短。

关键词: 自行车机器人 无机械调节器 圆周运动 平衡控制

中图分类号: TP24

Circular Motion Realization of a Mechanical Regulator Free Bicycle Robot

HUANG Yonghua LIAO Qizheng WEI Shimin GUO Lei
(School of Automation, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

Abstract: In order to deal with balanced control of curvilinear motion for bicycle robot without mechanical regulator, a front-wheel drive bicycle robot is taken into consideration, including its simplified under-actuated dynamics and physical realization for circular motion. According to geometrical relationship, turning radius of the robot is get, and yaw rate of frame together with rotational velocity of rear-wheel are derived. Based on Lagrange formulation, dynamics of the system is established. Considering dynamic balance between gravitational moment and centripetal force moment under circular motion, the mathematical relationship among front-wheel driving velocity, frame rolling angle and front-bar rotational angle is derived. By linearizing the under-actuated frame rolling angle, balanced controller for circular motion is constructed with partial feedback linearization, in which dynamic balance condition is used to set expected values of frame rolling angle and front-wheel driving velocity for accelerating algorithm convergence. Simulation and prototype experiment results show that the proposed controller can realize circular motion with reasonable driving torque, and the expected value of the different rolling angle can lead to different circular motion period, which can be described as the bigger of the expected value is, the smaller of the motion period will be.

Key words: Bicycle robot Free from mechanical regulator Circular motion Balance control

0 前言

双轮自行车机器人是一种转弯半径小、节能高效的全方位移动交通工具, 因其在杂技表演、安保巡逻等方面具有潜在的应用而受到人们的关注。

自行车机器人两轮前后分布, 侧向倾角无直接驱动, 在重力环境中受到二阶力学耦合约束^[1], 是

典型的欠驱动自然不稳定系统, 因此, 这种机器人的功能实现比一般的机器人系统困难。一方面, 自行车机器人需要实时的平衡调整避免倾倒, 然后才能考虑如避障等其他问题; 另外, 作为欠驱动系统, 自行车机器人满足 BROCKETT 条件^[2], 理论上不存在连续光滑的状态反馈将其镇定在平衡点上, 且不能采用非线性变换将全部状态线性化, 故常用于全驱动系统的控制方法难以直接应用到自行车机器人上, 必须另求他径, 依靠力学耦合实现平衡控制^[3]。

目前, 自行车机器人研究主要涉及平衡调节机

^{*} 国家自然科学基金资助项目(61105103)。20120509 收到初稿, 20130227 收到修改稿

构设计、动力学建模、平衡策略等方面。其中,围绕该类机器人是否需要平衡调节器来调整车体平衡的问题,学术界出现了两种不同的观点。其一是以南非学者 YAVIN^[4]为代表,包括 LEE 等^[5-9],这些学者为自行车机器人配置了平动^[5, 9]或者转动^[6-8]的机械调节装置,并且强调这些装置对保持车体平衡起决定性作用。其中,文献[6]和文献[7-8]在低速下平衡调节原理和样机试验上取得了重要的成果。另一种则是以 GETZ 等^[10-13]为代表,包括 SURYANRAYANAN 等^[14-20]。这部分学者认为,自行车机器人无须添加额外的机械调节器,只要控制车把的偏转和车轮的运动就能实现车体平衡。特别地,文献[14, 18-20]给出了一些关于这种平衡调整方法的物理样机试验,如高速下的直线平衡行走、超低速下不同车把角度的原地定车等。

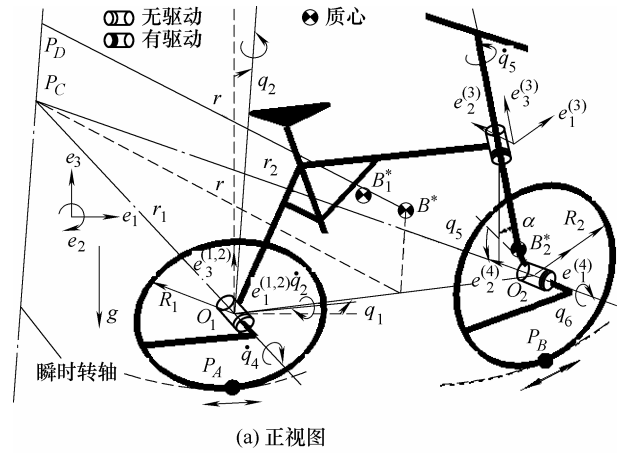
以上两种观点中,前者使用机械调节器扩大了车体倾角的调整范围,但增加了结构的复杂度和车体的体积与质量,同时由于弱化了车把转角和车轮驱动速度对平衡调节的贡献,容易限制调节能力的发挥,尤其是在调节器出现故障时,机器人会因为突然失去平衡能力难以继续工作;后者的结构简单,关节驱动电动机少,控制容易,但目前除了少部分运动有文献曾给出样机试验外^[14, 18-20],其是否能够达到前者的平衡效果还需要进一步研究。

本文研究一种无机械调节器前轮驱动自行车机器人的简化力学模型和仅依靠控制前轮转动实现圆周平衡行走的方法。由于一般的曲线运动可以分解为不同半径的圆周运动,因此,本文工作可为研究这种机器人的曲线平衡运动打下基础。

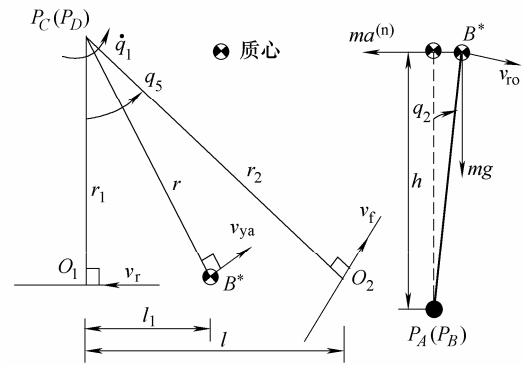
1 力学模型

图1示出了一种无机械调节器的自行车机器人结构简图。其中, B_1^* 为车架质心, B_2^* 为车把质心, B^* 为整车质心; P_A 和 P_B 分别为后轮和前轮接地点; R_1 和 R_2 分别为后轮和前轮半径, α 为车把偏角, r 为整车质心的转弯半径, r_1 为后轮中心的转弯半径, r_2 为前轮中心的转弯半径; q_1 为车架航向角, q_2 为车架横滚角, q_3 为车架俯仰角, q_4 为后轮转角, q_5 为车把转角, q_6 为前轮转角; \dot{q}_i ($i=1,2,\dots,6$)为变量对时间的导数; $a^{(n)}$ 为质心 B^* 的离心加速度。

建立坐标系(图1a):①系 e 为固连于大地的惯性参考坐标系;②系 $e^{(1)}$ 为车架的随动坐标系,原点位于后轮的几何中心;③系 $e^{(2)}$ 为后轮的随动坐标系,原点位于后轮的几何中心;④系 $e^{(3)}$ 为车把的随动坐标系,原点位于车架轴线与车把轴线的交点;⑤系 $e^{(4)}$ 为前轮的随动坐标系,原点位于前轮



(a) 正视图



(b) 俯视图和后视图

图1 自行车机器人运动学分析简图

的几何中心;⑥系 e 和 $e^{(1)}$ 初始姿态重合。

如图1a所示,假设前轮、后轮转轴交于 P_C 点,过 P_C 点做 $\triangle O_1O_2P_C$ 的垂线 P_CP_D ,则 P_CP_D 为车体瞬时转轴。图1b中, l 为后轮质心到前轮质心的水平距离, l_1 为后轮质心到整车质心的水平距离, h 为初始质心高; v_f 为前轮几何中心的速度, v_r 为后轮几何中心的线速度, v_{ya} 为由车架的航向角速度引起的线速度, v_{ro} 为由车架横滚角速度引起的线速度。

首先,根据图1b的几何关系,有 $r_1 = l \cot q_5$,
 $r_2 = l / \sin q_5$, $r = \sqrt{l_1^2 + r_1^2} = \sqrt{l_1^2 + l^2 \cot^2 q_5}$ 。

假设前轮在地面做纯滚动,故其接地点 P_B 的速度为0,于是得到前轮几何中心的速度 $v_f = R_2 \dot{q}_6$ 。因为 P_CP_D 为车体瞬时转轴,所以车架的航向角速率 $\dot{q}_1 = (v_f / r_2) = (R_2 / l) \sin q_5 \dot{q}_6$ 。类似地,后轮几何中心的速度 $v_r = R_1 \dot{q}_4$ 。另外,后轮也可看成是绕 P_CP_D 轴转动,因此又可以得到 $v_r = r_1 \dot{q}_1$ 。综合起来,得出后轮转动角速度 $\dot{q}_4 = (r_1 / R_1) \dot{q}_1 = (R_2 / R_1) \cos q_5 \dot{q}_6$ 。

将 B^* 的速度分为正交的两部分 v_{ya} 和 v_{ro}

$$v_{ya} = r \dot{q}_1 = \sqrt{\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \sin^2 q_5 + \cos^2 q_5} R_2 \dot{q}_6 \quad v_{ro} = h \dot{q}_2 \quad (1)$$

自行车机器人在水平地面上运动, 车架角速度

$$\omega_{B_1} = \dot{q}_2 e_1^{(1)} + s_2 \dot{q}_1 e_2^{(1)} + c_2 \dot{q}_1 e_3^{(1)} = f_{B_1}(\dot{q}_2, \dot{q}_6) \quad (2)$$

式中, $s_i = \sin q_i$, $c_i = \cos q_i$, $i = 1, 2, \dots$ 。

根据相对运动关系, 车把角速度矢量

$$\omega_{B_3} = {}^3R \omega_{B_1} + \dot{q}_5 e_3^{(3)} = f_{B_3}(\dot{q}_2, \dot{q}_5, \dot{q}_6) \quad (3)$$

式中, 3R 为 $e^{(3)}$ 系到 $e^{(1)}$ 系的旋转变换矩阵。

车架和后轮组成的综合体的转动动能

$$E_{k1} = \frac{1}{2}(\omega_{B_1}^T J_{B_1} \omega_{B_1} + J_{2yy} \dot{q}_4^2) \quad (4)$$

式中 J_{B_1} ——车架和后轮综合体的惯性矩阵

J_{2yy} ——后轮绕其关节轴线的惯量

类似地, 车把和前轮组成的综合体的转动动能

$$E_{k2} = \frac{1}{2}(\omega_{B_3}^T J_{B_3} \omega_{B_3} + J_{4yy} \dot{q}_6^2) \quad (5)$$

式中 J_{B_3} ——车把和前轮惯性矩阵

J_{4yy} ——前轮绕其关节轴线的惯量

设 m 为总质量, 则系统平动动能

$$E_{k3} = \frac{1}{2} m(v_{ya}^2 + v_{ro}^2) \quad (6)$$

系统总的动能 $E_k = E_{k1} + E_{k2} + E_{k3}$, 且 E_k 只与 \dot{q}_2 、 \dot{q}_5 、 \dot{q}_6 有关。假设车把及前后轮的运动不会改变车体质心高度, 于是系统的势能 $E_p = mgh \cos q_2$ 。

将 E_k 、 E_p 代入拉格朗日方程, 得力学模型

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (7)$$

式中, $D = (d_{ij})_{3 \times 3}$ 为系统的惯性矩阵, $C = (c_{ij})_{3 \times 3}$ 为与哥氏力相关的项, 且 d_{ij} 、 c_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 为 q_2 、 q_5 的函数; $G = (-ghms_2 \ 0 \ 0)^T$ 为重力项; $q = (q_2 \ q_5 \ q_6)^T$ 和 $\tau = (0 \ \tau_1 \ \tau_2)^T$ 分别为关节变量和关节驱动力矩, 且 τ_1 对应车把转动关节, τ_2 对应前轮转动关节。

由式(7)可知, 自行车机器人为具有三个独立自由度的欠驱动系统, 且车架横滚角没有驱动。

2 控制策略

2.1 圆周运动平衡条件

如图 1b 所示, 车体在圆周运动时力矩平衡, 重力 mg 与向心力 $ma^{(n)}$ 对 $P_A P_B$ 的合力矩为 0, 即

$$ma^{(n)} h \cos q_2 - mgh \sin q_2 = 0$$

于是可以得到圆周运动平衡条件

$$|a^{(n)}| = g \tan |q_2| \quad (8)$$

式中, $|\cdot|$ 表示取数值的绝对值。

向心加速度 $a^{(n)}$ 与车架航向角速度 \dot{q}_1 的平方成

正比, 根据转弯半径分析 ($r = \sqrt{l_1^2 + l^2 \cot^2 q_5}$) 和角速度分析 ($\dot{q}_1 = (R_2/l) \sin q_5 \dot{q}_6$), 有

$$a^{(n)} = \dot{q}_1^2 r = \left[\left(\frac{R_2}{l} \right)^2 \sin^2 q_5 \sqrt{l_1^2 + l^2 \cot^2 q_5} \right] \dot{q}_6^2 \quad (9)$$

将式(9)代入平衡条件式(8), 求解 \dot{q}_6 有

$$\dot{q}_6 = \sqrt{\lambda \tan |q_2|} \quad (10)$$

式中, 系数 $\lambda = g / \left[(R_2/l)^2 \sin^2 q_5 \sqrt{l_1^2 + l^2 \cot^2 q_5} \right]$ 。

2.2 圆周运动控制器设计

圆周运动时车把固定, q_5 为常值, \dot{q}_5 和 \ddot{q}_5 为 0, 此时动力学方程式(7)的维数降低为 2, 即

$$D_1(q_1)\ddot{q}_1 + C_1(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G_1(q_1) = \tau_1 \quad (11)$$

式中, $D_1 = (d_{ij})_{2 \times 2}$, $C_1 = (c_{ij})_{2 \times 2}$, $i, j = 1, 3$, $q_1 = (q_2 \ q_6)^T$, $G_1 = (-ghms_2 \ 0)^T$, $\tau_1 = (0 \ \tau_2)^T$ 。

系统式(11)具有一个欠驱动自由度, 由文献[2], 该系统不能通过非线性变换实现全部自由度线性化。因此, 这里采用部分反馈线性化方法^[21]为系统的圆周运动设计平衡控制器。

首先从式(11)的第一式解出

$$\ddot{q}_6 = d_{13}^{-1}(ghms_2 - d_{11}\ddot{q}_2 - c_{11}\dot{q}_2 - c_{13}\dot{q}_6)$$

将其代入式(11)的第二式, 有

$$(d_{31} - d_{13}^{-1}d_{11}d_{33})\ddot{q}_2 + (c_{31} - d_{13}^{-1}c_{11}d_{33})\dot{q}_2 + (c_{33} - d_{13}^{-1}c_{13}d_{33})\dot{q}_6 + d_{13}^{-1}d_{33}mghs_2 = \tau_2 \quad (12)$$

引入虚拟控制量 v , 并且取驱动力矩

$$\tau_2 = (d_{31} - d_{13}^{-1}d_{11}d_{33})v + (c_{31} - d_{13}^{-1}c_{11}d_{33})\dot{q}_2 + (c_{33} - d_{13}^{-1}c_{13}d_{33})\dot{q}_6 + d_{13}^{-1}d_{33}mghs_2 \quad (13)$$

则式(11)可以改写为

$$\begin{cases} \ddot{q}_2 = v \\ \ddot{q}_6 = d_{13}^{-1}(ghms_2 - d_{11}\ddot{q}_2 - c_{11}\dot{q}_2 - c_{13}\dot{q}_6) \end{cases} \quad (14)$$

为了加速系统的收敛速度, 设系统期望状态

$$y^d = (q_2^d \ \dot{q}_2^d \ \dot{q}_6^d)^T = (c \ 0 \ \sqrt{\lambda \tan |c|})^T$$

取误差变量: $e_1 = q_2 - q_2^d$, $e_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_2^d$, $e_3 = \dot{q}_6 - \dot{q}_6^d$, 然后重新选择虚拟控制量: $v = \ddot{q}_2^d - k_d e_2 - k_p e_1 - k_1 e_3$, 得到系统误差的仿射方程

$$\dot{e} = f(e) + g(e)v \quad (15)$$

$$y = Ce \quad (16)$$

式中 $e = (e_1 \ e_2 \ e_3)^T$

$$f(e) = (f_1 \ f_2 \ f_3)^T$$

$$f_1 = e_2$$

$$f_2 = -k_d e_2 - k_p e_1 - k_1 e_3$$

$$f_3 = d_{13}^{-1}(ghms \sin(e_1 + c) - c_{11}e_2 - c_{13}e_3)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{e}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & d_{13}^{-1} d_{11} \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{C}_3 \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{C}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

图2示出了圆周运动平衡控制器结构框图。

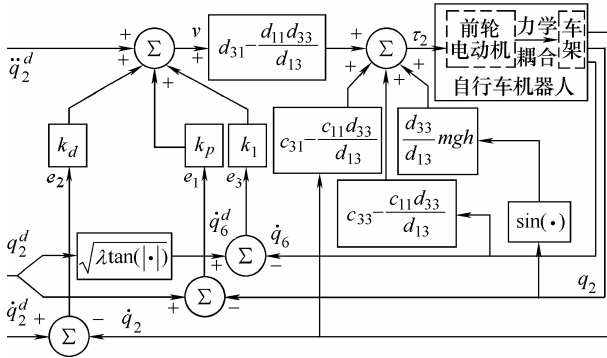


图2 圆周运动控制结构框图

2.3 控制稳定性证明

控制系统式(15)在平衡点附近的 Jacobian 矩阵

$$\left. \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{e}} \right|_{\mathbf{e}=0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_p & -k_d & -k_1 \\ w_1 & 0 & w_2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

式中, w_1 和 w_2 为与质量、惯量等参数有关的常数。

矩阵式(17)的特征方程为

$$s^3 + (k_d - w_2)s^2 + (k_p - k_d w_2)s + k_1 w_1 - k_p w_2 = 0 \quad (18)$$

根据 Hurwitz 判据, 系统式(15)稳定的充要条件为

$$(k_d - w_2)(k_p - k_d w_2) > (k_1 w_1 - k_p w_2) > 0 \quad k_d > w_2 \quad (19)$$

3 控制仿真

设系统的初始状态为 $(q_2, \dot{q}_2, \dot{q}_5) = (0.0907 \text{ rad}, 0 \text{ rad/s}, 0 \text{ rad/s})$, 期望输出为 $(0.0174 \text{ rad}, 0 \text{ rad/s}, 3.1122 \text{ rad/s})$ 。固定车把转角为 $\pi/4$, 根据式(19)的系统稳定充要条件, 取控制器参数: $k_p = 30$, $k_d = 15$, $k_1 = 0.0555$, 则式(18)的3个解: $s_1 = -12.664$, $s_2 = -2.256$, $s_3 = -0.344$ 全部具有负实部, 因此系统稳定。下表为仿真参数。

图3示出了仿真得到的参数随时间变化的曲线。由图3a可知, 初始阶段前轮速度 \dot{q}_6 迅速上升, 1.5 s 后稳定在 3.125 rad/s , 稳态误差为 0.2% , 超调量为 67.2% ; 如图4b所示, 车架横滚角 q_2 在 1.5 s 后

表 控制系统仿真参数

参数	数值
车架、后轮及车把综合质心高 h/m	0.41
车把轴线偏角 $\alpha/(\circ)$	20
后轮半径 R_1/m	0.19
前轮半径 R_2/m	0.17
前轮质心到后轮质心的距离 l/m	0.89
后轮到综合质心的水平距离 l_1/m	0.51
自行车总质量 m/kg	21.34
车架和后轮综合绕 x 轴惯量 $J_{1xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.236
车架和后轮综合绕 y 轴惯量 $J_{1yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	2.143
车架和后轮综合绕 z 轴惯量 $J_{1zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.384
前轮和车把综合绕 x 轴惯量 $J_{3xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.682
前轮和车把综合绕 y 轴惯量 $J_{3yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.758
前轮和车把综合绕 z 轴惯量 $J_{3zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.0264
前轮绕 y 惯量 $J_{4yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.0284
后轮绕 y 惯量 $J_{2yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.036
重力加速度 $g/(\text{m/s}^2)$	9.8

稳定在 0.0172 rad , 稳态误差为 1.17% , 超调量为 12.4% ; 由图4c可知, 驱动力矩 τ 初始时刻较大, 达到 $41 \text{ N}\cdot\text{m}$, 控制开始后, 逐渐下降, 在 1.5 s 后基本收敛为 0 。

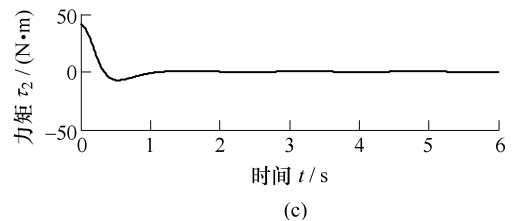
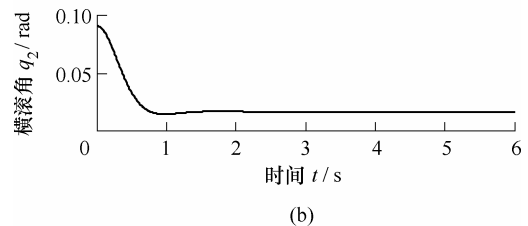
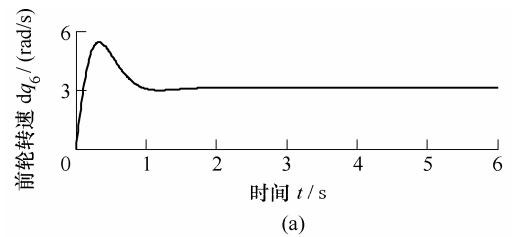


图3 圆周运动控制仿真结果

如前所述, 控制方案式(13)有效地跟踪了系统期望。又因为该期望满足平衡条件式(10), 因此有结论, 控制器式(13)可以快速地实现稳定的圆周运动。

4 样机试验

4.1 试验样机简介

样机如图 4 所示, 包括前轮、后轮、车架和车把 4 个部分。另外, 为了保护车上的仪器, 车体两侧安装了辅助轮, 在车体直立时, 辅助轮离地面约 15 cm。



图 4 自行车机器人物理样机

1. 增量式编码器 2. 惯性测量单元 3. 电池组
4. 无线数传模块 5. 控制板 6. 绝对式编码器
7. 超声波传感器 8. 步进电动机 9. 直流电动机

图 5 示出了基于双数字信号处理器的机器人样机测控系统构架。

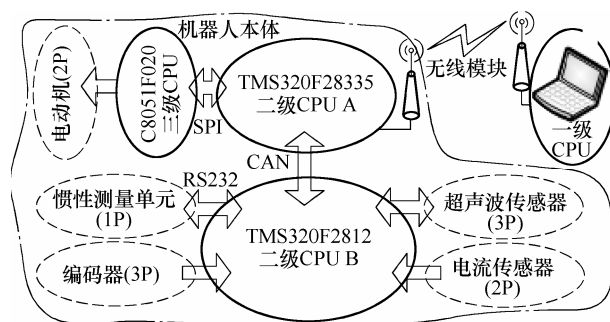


图 5 样机控制系统硬件结构框图

4.2 试验方案设计

考虑样机平衡运动控制的实时性要求并结合控制系统硬件的处理能力, 试验中选取系统的测控周期为 33.3 ms。控制器式(13)需要用到的长度、质量、转动惯量等参数的标称值上表。由于表 1 的标称值是通过估算得到, 不可避免地与实际参数值存在误差, 在样机试验时需要重新整定控制器参数, 具体如下: $k_d=140$, $k_p=187$, $k_i=5.3389$ 。另外, 通过短接步进电动机的同相输入端固定车把转角。

4.3 试验结果分析

图 6 示出了物理样机试验的视频连拍图。其中, 白色的圆环为前轮和后轮接地点轨迹, 每帧图片右下角的数字为拍摄时间。

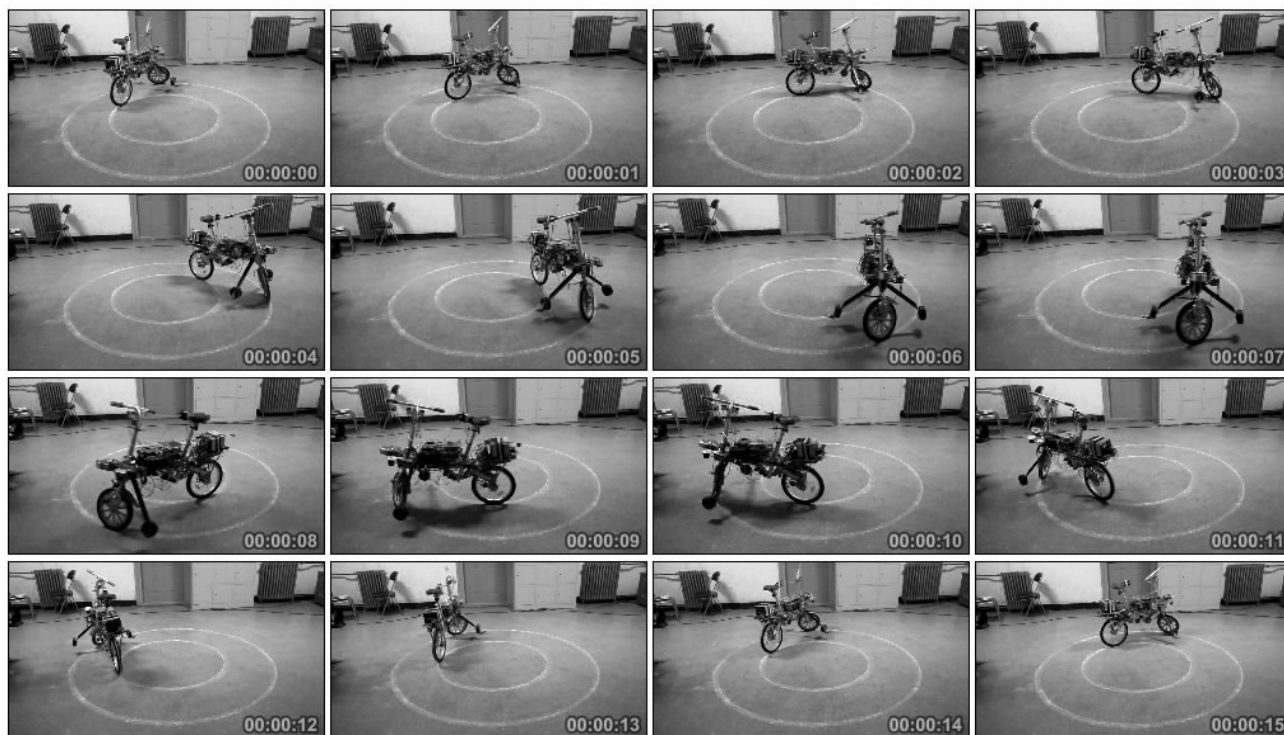


图 6 样机圆周运动试验视频连拍图

从图 6 可以看出, 自行车机器人两边的辅助轮始终没有接触地面, 车体处于动态平衡状态, 并且以大约 14 s 的时间周期做圆周转动。

图 7 为试验中得到的变量时变曲线。其中, 由于样机中没有安装力矩传感器, 因此图 7 中的力矩 $\tau(t)$ 是由电流 $i(t)$ 按公式 $\tau(t) = NC_T i(t)$ 计算, C_T

为力矩系数, N 为齿轮减速器减速比。

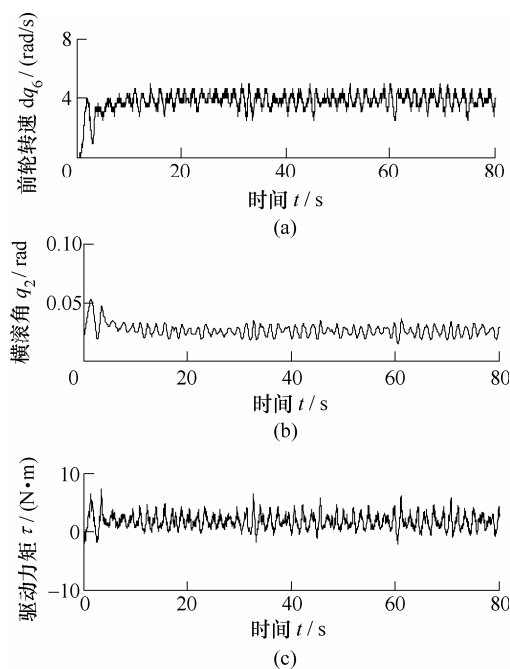


图7 圆周运动试验结果

从图 7a~7c 可以看出, 经过约 8 s 调整, 前轮速度 \dot{q}_6 稳定在 3.625 rad/s 附近; 车架横滚角 q_2 在 0.025 rad 的小范围波动; 驱动力矩 τ 最终收敛到 1.27 N·m 上下的小范围, 其最大值为 8.45 N·m, 约等于驱动直流电动机堵转力矩 2.4×10.7 N·m 的 32.7%。

可以得出结论, 自行车机器人样机在合理的输入力矩驱动下实现了稳定的圆周运动, 即本文的力学建模和控制策略是有效的。

进一步对横滚角期望值与圆周运动周期之间的关系进行研究, 通过设置不同的横滚角期望值(共 4 组)进行试验, 可以得到如图 8 所示的散点图。

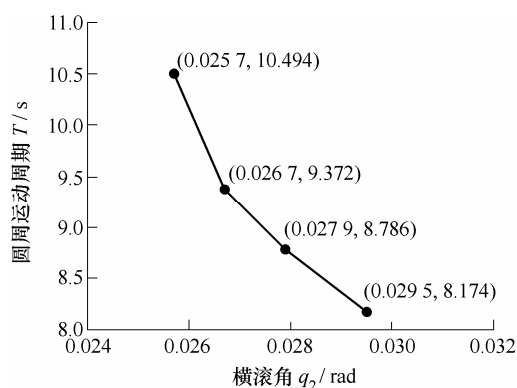


图8 车架横滚角与圆周运动周期的关系

由图 8 可知, 横滚角的期望值越大, 运动周期越短, 也即圆周运动越快。这种现象与前面推导出来的平衡条件式(10)是一致的, 因此可以进一步证明了本文运动分析的有效性。

5 结论

(1) 由转弯半径分析建立的简化力学模型, 可以准确地描述出无机械调节器的前轮驱动自行车机器人车把偏角、前轮驱动速度与侧向倾角的耦合力学关系, 并在原理上给出用车把和前轮调整车体平衡的可行性; 将力学模型中的欠驱动子系统线性化设计出来的圆周运动控制器, 具有结构简单、易于硬件实现的特点, 并且通过引入重力矩和向心力矩的动态平衡条件可以加速控制系统收敛。

(2) 从仿真控制的结果来看, 适当地选择控制参数, 本文设计的控制器可以快速地实现圆周运动; 样机试验结果则进一步表明, 控制器可以输出合理的力矩实现机器人的圆周轨迹平衡行走, 并且横滚角期望值越大, 圆周运动周期越小。

(3) 本文给出的圆周运动试验是在固定车把为某一转角时实现的, 但样机的进一步试验表明, 如果将车把锁定为其他角度进行试验, 除了车轮接地点轨迹的半径不同以外, 仍然能够得到类似的结果。此外, 一般的曲线轨迹运动可以看成不同半径的圆周运动的组合, 因此本文的工作对自行车机器人其他曲线轨迹平衡运动研究具有重要的参考价值。

参 考 文 献

- [1] 何广平, 陆震, 王凤翔. 欠驱动机器人动力学运动规划的动态子空间法及控制[J]. 机械工程学报, 2004, 40(8): 145-149.
HE Guangping, LU Zhen, WANG Fengxiang. Dynamic motion planning and control of under-actuated manipulators based on dynamic subspace method[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(8): 145-149.
- [2] BROCKETT R W, MILLMAN R S, SUSSMANN H J. Differential geometric control theory[M]. Boston: Birkhauser, 1983.
- [3] 刘庆波, 余跃庆, 苏丽颖. 欠驱动机器人最优运动轨迹生成与跟踪控制[J]. 机械工程学报, 2009, 45(12): 15-21.
LIU Qingbo, YU Yueqing, SU Liying. Optimal path planning and trajectory tracking of underactuated robots[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(12): 15-21.
- [4] YAVIN Y. The derivation of a kinematic model from the dynamic model of the motion of a riderless bicycle[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2006, 51: 865-878.
- [5] LEE S, HAM W. Self stabilizing strategy in tracking

- control of unmanned electric bicycle with mass balance[C]// Proceedings of the 2002 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 12-13, 2002, Lausanne, Switzerland. Lausanne: IEEE, 2002: 2200-2205.
- [6] BUI T T, PAMICHKUN M, LE C H. Structure-specified H_{∞} loop shaping control for balancing of bicycle robots: A particle swarm optimization approach[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2010, 224(7), 857-867.
- [7] YAMAKITA M, UTANO A. Automatic control of bicycles with a balancer[C]// Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, July 24-28, 2005, Monterey, California. Monterey: IEEE, 2005: 1245-1250.
- [8] YAMAKITA M, UTANO A, SEKIGUCHI K. Experimental study of automatic control of bicycle with balancer[C]// Proceedings of the 2006 IEEE /RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 9-15, 2006, Beijing, China. Beijing: IEEE, 2006: 5606-5611.
- [9] LIU Yanbin, JIA Chenhui, HAN Jianhai. Dynamics modeling of an unmanned bicycle with parallel mechanism adjusting stability[C]// Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, August 9-12, 2009, Changchun, China. Changchun: IEEE, 2009: 1601-1605.
- [10] GETZ N H. Control of balance for a nonlinear nonholonomic nonminimum phase model of a bicycle[C]// Proceedings of American Control Conference, June 29-July 1, 1994, Baltimore, Maryland. Baltimore: IEEE, 1994: 148-151.
- [11] GETZ N H, MARSDEN J E. Control for an autonomous bicycle[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 21-27, 1995, Nagoya. Nagoya: IEEE, 1995: 1397-1402.
- [12] SHARMA H D, UMASHANKAR N. A fuzzy controller design for an autonomous bicycle system[C]// Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Engineering of Intelligent Systems, September 18, 2006, Islamabad, Pakistan. Islamabad: IEEE, 2006: 1-6.
- [13] SHARMA H D, UMASHANKAR N. A robotic model (ROBI) of autonomous bicycle system[C]// International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, November 28-December 1, 2006, Sydney, New South Wales. Sydney: IEEE, 2006: 107-109.
- [14] SURYANARAYANAN S, TOMIZUKA M, WEAVER M. System dynamics and control of bicycles at high speeds[C]// Proceedings of the American Control Conference, November 7, 2002, Anchorage. Anchorage: IEEE, 2002: 845-850.
- [15] TANAKA Y, MURAKAMI T. Self sustaining bicycle robot with steering controller[C]// The 8th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, March 25-28, 2004, Kawasaki International Center, Kawasaki, Japan. Kawasaki: IEEE, 2004: 193-197.
- [16] 刘延柱. 自行车的受控运动[J]. 力学与实践, 1995, 17(4): 9-42.
- LIU Yanzhu. Bicycle controlled movement[J]. Mechanics and Practice, 1995, 17(4): 9-42.
- [17] 郭磊, 黄用华, 廖启征, 等. 自平衡自行车机器人的运动学分析[J]. 北京邮电大学学报, 2011, 34(6): 99-102.
- GUO Lei, HUANG Yonghua, LIAO Qizheng, et al. Kinematics analysis for a self-balancing bicycle robot[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2011, 34(6): 99-102.
- [18] 黄用华, 廖启征, 魏世民. 45°车把转角下前轮驱动自行车机器人的定车运动[J]. 机械工程学报, 2012, 48(7): 16-22.
- HUANG Yonghua, LIAO Qizheng, WEI Shimin, et al. Track-stand motion of a front-wheel drive bicycle robot under 45° front-bar turning angle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(7): 16-22.
- [19] 黄用华, 廖启征, 魏世民. 前轮驱动自行车机器人定车运动控制与实现[J]. 北京邮电大学学报, 2012, 35(2): 5-9.
- HUANG Yonghua, LIAO Qizheng, WEI Shimin, et al. Modeling and realization of track stand motion for a bicycle robot with front-wheel drive[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2012, 35(2): 5-9.
- [20] 黄用华, 廖启征, 魏世民. 前轮驱动自行车机器人直线运动的控制实现[J]. 北京邮电大学学报, 2012, 35(3): 65-69.
- HUANG Yonghua, LIAO Qizheng, WEI Shimin, et al. Control and realization for rectilinear motion of a front-wheel drive bicycle robot[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2012, 35(3): 65-69.
- [21] 高丙团, 陈宏钧, 张晓华. 一类欠驱动机械系统的非线性控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 104-106.
- GAO Bingtuan, CHEN Hongjun, ZHANG Xiaohua. Nonlinear control for a class of underactuated mechanical systems[J]. Control and Decision, 2006, 21(1): 104-106.

作者简介: 黄用华(通信作者), 男, 1977 年出生, 博士。主要研究方向为机器人动力学及运动控制技术。

E-mail: huangyonghuaxj@sina.com