

DOI: 10.3901/JME.2014.20.077

一种超细晶材料的混合硬化模型及其数值模拟^{*}

郑战光 谢昌吉 孙 腾 袁 帅

(广西大学广西制造系统与先进制造技术重点实验室 南宁 530004)

摘要:针对超细晶材料强度高、塑性能力不佳以及饱和应力跟晶粒尺寸和应变率等因素有关的特点,在 Johnson-Cook 模型的基础上引入 Hall-Petch 关系式,再与 Armstrong-Frederick 非线性随动硬化规律进行叠加,提出一种同时包含各向同性硬化和非线性随动硬化的混合硬化模型。该数学模型不仅考虑了超细晶材料的尺寸效应,还计及了加工硬化和包辛格效应的组合效应。在推导出该混合硬化模型的积分算法的基础上进行有限元数值分析和试验数据的对比分析。对比结果表明,不同晶粒大小与不同应变率下的超细晶材料的数值仿真结果与试验数据均吻合较好,进而证明该数学模型的合理性。因此,该混合硬化模型不仅丰富了塑性力学的内容,也可作为超细晶材料的结构件设计提供一定的理论依据。

关键词:超细晶材料;积分算法;混合硬化;晶粒尺寸;应变率

中图分类号:TH123

A Mixed Hardening Model of Ultrafine-grained Materials and Numerical Simulation

ZHENG Zhanguang XIE Changji SUN Teng YUAN Shuai

(Guangxi Key Laboratory of Manufacturing System and Advanced Manufacturing Technology,
Guangxi University, Nanning 530004)

Abstract: Although the strength of ultrafine-grained materials is very good, their plastic behaviour is poor. Besides, their saturation stress relates to the grain size and the strain rate. According to the above properties, based on the Johnson-Cook model which incorporates Hall-Petch relation and then combines with Armstrong-Frederick type nonlinear kinematic hardening rule, a mixed hardening constitutive equation containing isotropic hardening rule and nonlinear kinematic hardening is put forward. The mixed hardening constitutive equation considers the size effect of ultrafine-grained materials as well as the combination of work hardening effect and Bauschinger effect. After the integral algorithm of the mixed hardening constitutive equation is deduced, the analysis of numerical simulation and comparison between the numerical results and the experimental data are performed finally. The comparison result shows that the numerical simulation results are agree well with the experimental data. Hence, it is proved that the mixed hardening constitution equation is rational. Therefore, the mixed hardening constitution equation does not only rich the theory of plasticity, but also provides a certain theoretical foundation for ultrafine-grained structural components design.

Key words: ultrafine-grain material; integral algorithm; mixed hardening; grain size; strain rate

0 前言

超细晶材料具有密度小、耐蚀性和焊接性好、比刚度和比强度高优异性能,在交通运输、航空航天、电子电气等领域中得到了广泛的应用^[1]。超细晶材料与粗晶材料相比,其强度有很大的提高^[2],但是超细晶材料在强度和硬度显著提高的同时,断裂伸长率也会显著降低,即使对于在常规晶粒尺寸下具有良好塑性的金属,其断裂伸长率也不会超 5%^[3],即超细晶材料的塑性能力比粗晶的差,超细

晶材料的塑性大约只有粗晶的 30% 左右,在强载荷作用下极易失稳,势必会引发严重的灾难事故。此外,超细晶材料的制备是在约束条件下使材料产生剧烈的塑性变形,塑性变形导致材料力学性能发生复杂变化,这意味着材料的屈服面经历了复杂的演化,因此超细晶材料在复杂加载条件下的塑性行为可能会是多种硬化的非线性组合行为^[4]。关于多种硬化的非线性组合行为的建模研究在国内外已取得了一定的进展^[4-8],如袁秋平^[4]在 ARMSTRONG 等^[5]提出的非线性运动硬化规律的基础上叠加了一个 ZAVERL 等^[6]提出的非线性各向同性硬化规律建立了一个组合硬化模型,但是没有考虑到超细晶材料的晶粒尺寸大小对初始屈服应力的影响。KHAN 等^[7-8]在 Johnson-Cook 统一本构模型的基础上考虑

^{*} 广西教育厅科研(201106LX036)和广西大学科研基金(XBZ110451)资助项目。20131115 收到初稿,20140613 收到修改稿

超细晶材料的晶粒尺寸大小对初始屈服应力的影响,引入 Hall-Petch 关系式来描述纳米材料的塑性行为,但是 Johnson-Cook 模型没有涉及多种硬化的非线性组合行为。在混合硬化模型的应用方面,李宏伟等^[9]基于混合硬化材料模型对环件冷碾扩工艺进行了数值模拟;庄京彪等^[10]利用考虑材料包辛格效应的非线性混合硬化模型对薄板的 U 形件成形回弹量进行预测;李建新等^[11]基于考虑包辛格效应的混合硬化模型对电阻焊(Electric resistance welding, ERW)焊管排辊成形过程进行了数值模拟。虽然以上研究取得了一定的进展,但鲜见有超细晶材料的混合硬化模型。因此,为了深入分析超细晶材料的塑性行为,揭示其变形机理及规律,非常有必要对超细晶材料的硬化模型进行研究。

为此,本文在塑性力学基础上建立超细晶材料考虑非线性运动硬化和各向同性硬化的组合硬化本构模型;随后基于组合硬化本构模型推导出该模型的积分算法,再利用 FORTRAN 语言编写 ABAQUS 的用户材料子程序 VUMAT,对超细晶材料的混合硬化模型进行了有限元数值分析;最后通过试验予以验证本文所提出的组合硬化本构模型在描述室温下的不同的超细晶材料在不同试验条件下的单调拉伸力学行为能力。

1 混合硬化模型

硬化准则是材料在变形过程中的加工硬化规律,其规定了材料进入塑性变形后的后继屈服面的大小、形状、位置等随塑性变形的发展而变化的规律。后继屈服面只有大小变化的,称为各向同性硬化;后继屈服面只有位置变化的,称为运动硬化;介于二者之间,即后继屈服面的大小与位置都变化的情况,称为混合硬化^[9]。JOHNSON 和 COOK 在 1983 年针对粗晶金属材料在大变形、高应变率和高温度条件下的塑性行为提出了 Johnson-Cook 模型,其是一种统一本构理论模型。KHAN 等^[7]对 Johnson-Cook 模型进行了修改,用其来描述纳米材料的塑性行为,修改后的 Johnson-Cook 模型为

$$\sigma = \left[A + B \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_0^p} \right)^{n_1} (\varepsilon^p)^{n_0} \right] \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}^*} \right)^C \left(\frac{T_m - T}{T_m - T_r} \right)^m \quad (1)$$

式中 ε^p ——塑性应变;

A, B, C, n_1, n_0 ——材料常数;

T_m ——材料的熔点温度;

T_r ——参考温度;

$D_0^p = 10^6 \text{ s}^{-1}$;

$\dot{\varepsilon}^*$ ——参考应变率;

$\dot{\varepsilon}^* = 1 \text{ s}^{-1}$;

$\dot{\varepsilon}$ ——应变率。

A 实际上是在参考应变率下的材料屈服应力,而且其大小取决于晶粒尺寸,如果采用 Hall-Petch 关系定义初始屈服应力和晶粒尺寸之间的关系,则 A 可以用 Hall-Petch 关系式来替代,故另一种修改的 Johnson-Cook 模型为^[8]

$$\sigma = \left[\left(a + \frac{k}{\sqrt{d}} \right) + B \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_0^p} \right)^{n_1} (\varepsilon^p)^{n_0} \right] \times \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}^*} \right)^C \left(\frac{T_m - T}{T_m - T_r} \right)^m \quad (2)$$

式中 a ——晶格摩擦力;

K ——常数。

式(2)用于描述纳米材料的塑性行为。为了使得超细晶材料也能使用基于 Johnson-Cook 模型的方程来描述材料的塑性行为,则 A 用双线性近似来替代,相应的方程式为

$$\sigma = \left(a + \frac{k}{\sqrt{d}} \right) \left[1 + \frac{B}{a} \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_0^p} \right)^{n_1} (\varepsilon^p)^{n_0} \right] \times \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}^*} \right)^C \left(\frac{T_m - T}{T_m - T_r} \right)^m \quad (3)$$

从式(2)和式(3)的对比可以看出,常数 B 被 B/a 所取代。在这个模型中,晶粒尺寸同时影响在不同应变率下的屈服应力和加工硬化。其属于各向同性硬化模型。Armstrong-Frederick^[5]非线性随动硬化法则是在统一塑性本构模型的框架下发展起来的,考虑到了背应力的演化,能够很好地描述包辛格效应。试验表明弹塑性材料的屈服强化过程通常同时具有等向强化和随动强化特性,初始强化几乎完全是各向同性的,但是随着塑性变形的增加,弹性变形达到一定常数值,强化性质更接近纯运动状态的。等向强化模型不能考虑包辛格效应,而随动强化模型在复杂成形条件下不足以反映金属的变形行为^[9-11]。因此本文在 Armstrong-Frederick 非线性随动硬化规律的基础上叠加经过修正的 Johnson-Cook 模型来描述室温下的超细晶材料的应力-应变行为。

2 混合硬化模型的主控方程

2.1 屈服准则

考虑了背应力的 Mises 屈服准则为

$$F = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}) : (\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha})} - R \quad (4)$$

式中 F ——屈服函数；

\mathbf{S} ——偏应力张量；

$\boldsymbol{\alpha}$ ——背应力；

R ——屈服面的大小。

2.2 各向同性硬化规律

各向同性硬化规律的表达式为

$$R = \left(a + \frac{k}{\sqrt{d}} \right) \left[1 + b \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_0^p} \right)^{n_1} (\varepsilon^p)^{n_0} \right] \dot{\varepsilon}^C \quad (5)$$

2.3 非线性随动硬化规律

Armstrong-Frederick 非线性随动硬化法则是由 ARMSTRONG 等^[5]提出的,其在随动硬化的基础上引入一个动态恢复项,从而使得随动硬化规律具有非线性,其表达式为

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)} = \frac{2}{3} r^{(i)} \zeta^{(i)} \dot{\varepsilon}^p - \zeta^{(i)} \boldsymbol{\alpha} \dot{p} \quad (6)$$

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p} \quad (7)$$

式中 (\cdot) ——对时间的导数；

p ——累积塑性应变；

r, ζ ——材料常数；

背应力由 i 个独立的背应力函数叠加而成,因为如果背应力仅由一个背应力函数组成,那么所描述出来的应力应变曲线较固定,不能与试验得到的多特点性的应力应变曲线相吻合,为了能够更准确地描述试验得到的多特点性的应力应变曲线,该混合硬化模型采用了背应力由多个独立的背应力函数叠加组成的方法,其表达式如式(8)所示。这种表达模式已在 ABAQUS 软件中得到应用^[4, 11]。

$$\boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^M \boldsymbol{\alpha}^{(i)} \quad (8)$$

式中 M ——背应力函数的个数,本文取 $M=3$ 。

3 混合硬化模型的积分算法

3.1 本构方程的离散化

在小变形的情况下,混合硬化模型的本构方程离散成

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p + \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e \quad (9)$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$ ——第 $n+1$ 步的总应变；

$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p$ ——第 $n+1$ 步的非弹性应变；

$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e$ ——第 $n+1$ 步的弹性应变。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p = \boldsymbol{\varepsilon}_n^p + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p \quad (10)$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon}_n^p$ ——第 n 步的非弹性应变；

$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p$ ——第 $n+1$ 步的非弹性应变增量。

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbf{D} : (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p) \quad (11)$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$ ——第 $n+1$ 步的应力；

\mathbf{D} ——第 $n+1$ 步的弹性张量。

$$\mathbf{n}_{n+1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{S}_{n+1} - \boldsymbol{\alpha}_{n+1}}{R_{n+1}} \quad (12)$$

式中 \mathbf{S}_{n+1} ——第 $n+1$ 步的偏应力；

$\boldsymbol{\alpha}_{n+1}$ ——第 $n+1$ 步的背应力；

\mathbf{n}_{n+1} ——第 $n+1$ 步的流动方向。

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p = \sqrt{\frac{3}{2}} \Delta p_{n+1} \mathbf{n}_{n+1} \quad (13)$$

式中 \mathbf{n}_{n+1} ——第 $n+1$ 步的流动方向；

Δp_{n+1} ——第 $n+1$ 步的等效塑性应变增量。

$$F_{n+1} = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbf{S}_{n+1} - \boldsymbol{\alpha}_{n+1}) : (\mathbf{S}_{n+1} - \boldsymbol{\alpha}_{n+1})} - R_{n+1} \quad (14)$$

式中 F_{n+1} ——第 $n+1$ 步的屈服函数。

$$R_{n+1} = \left[\left(a + \frac{k}{\sqrt{d}} \right) + b \left(1 - \frac{\ln \dot{\varepsilon}}{\ln D_0^p} \right) (\varepsilon^p + \Delta p_{n+1})^{n_0} \right] \dot{\varepsilon}^C \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{n+1} = \sum_{i=1}^M \boldsymbol{\alpha}_{n+1}^{(i)} \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{n+1}^{(i)} = \boldsymbol{\alpha}_n^{(i)} + \frac{2}{3} r^{(i)} \zeta^{(i)} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p - \zeta^{(i)} \boldsymbol{\alpha}_{n+1}^{(i)} \Delta p_{n+1} \quad (17)$$

3.2 应力积分算法

在有限元计算的过程中,假设在 t_n 时刻应力、应变、等效塑性应变和背应力等所有的变量已知,并且给定应变增量 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$,令 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$ 只是由弹性应变构成,则第 $n+1$ 步的弹性试应力可用式(18)计算

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^* = \mathbf{D} : (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p) \quad (18)$$

式中 $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^*$ ——弹性试应力。

对于此应力状态, $\Delta p_{n+1} = 0$,即 $R_{n+1} = R_n$,故此时它的屈服条件为

$$F_{n+1}^* = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbf{S}_{n+1}^* - \boldsymbol{\alpha}_{n+1}) : (\mathbf{S}_{n+1}^* - \boldsymbol{\alpha}_{n+1})} - R_n \quad (19)$$

式中 $\mathbf{S}_{n+1}^* = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^* - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^*) \mathbf{I}$;

\mathbf{I} ——单位矩阵。

如果 $F_{n+1}^* \leq 0$,那么材料还没有达到屈服状态,此时弹性试应力 $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^*$ 可以看成真实应力 $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$,即 $\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^*$ 。

但是如果 $F_{n+1}^* > 0$ ，那么材料就已经达到了屈服状态，产生了塑性变形，弹性试应力 σ_{n+1}^* 此时就不能直接看成真实应力状态 σ_{n+1} 。对于这种情况，由式(11)和式(18)有

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^* - D : \Delta \varepsilon_{n+1}^p \quad (20)$$

式中 $D : \Delta \varepsilon_{n+1}^p$ ——塑性校正因子。

式(20)可以转化成式(21)的偏量形式

$$S_{n+1} = S_{n+1}^* - 2G \Delta \varepsilon_{n+1}^p \quad (21)$$

而式(17)可以转化成

$$\alpha_{n+1}^{(i)} = \frac{1}{1 + \zeta^{(i)} \Delta p_{n+1}} \left(\alpha_{n+1}^{(i)} + \frac{2}{3} r^{(i)} \zeta^{(i)} \Delta \varepsilon_{n+1}^p \right) \quad (22)$$

由式(12)和式(13)可得

$$\Delta \varepsilon_{n+1}^p = \frac{3}{2} \Delta p_{n+1} \frac{S_{n+1}^* - \alpha_{n+1}}{R_{n+1}} \quad (23)$$

由式(20)和式(23)可得

$$S_{n+1} - \alpha_{n+1} = \frac{R_{n+1} \left(S_{n+1}^* - \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_n^{(i)}}{1 + \zeta^{(i)}} \right)}{R_{n+1} + \left(3G + \sum_{i=1}^3 \frac{r^{(i)} \zeta^{(i)}}{1 + \zeta^{(i)}} \right) \Delta p_{n+1}} \quad (24)$$

而后将式(24)代入 Mises 屈服条件

$$F_{n+1} = \sqrt{\frac{3}{2} (S_{n+1} - \alpha_{n+1}) : (S_{n+1} - \alpha_{n+1})} - R_{n+1} = 0$$

得

$$\left[\frac{3}{2} \left(S_{n+1}^* - \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_n^{(i)}}{1 + \zeta^{(i)}} \right) : \left(S_{n+1}^* - \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_n^{(i)}}{1 + \zeta^{(i)}} \right) \right]^{1/2} - 3G \Delta p_{n+1} - \Delta p_{n+1} \sum_{i=1}^3 \frac{r^{(i)} \zeta^{(i)}}{1 + \zeta^{(i)}} - R_{n+1} = 0 \quad (25)$$

对式(25)通过牛顿迭代法可求出 Δp_{n+1} 数值解，再将 Δp_{n+1} 代入上述离散化的本构方程中就可以求得第 $n+1$ 步的应力、各背应力和等效塑性应变等量。

4 混合硬化本构模型的程序实现

VUMAT 能实现主求解程序接口和 ABAQUS 软件间的数据交流，可以让用户自定义材料的本构模型和算法。实现混合硬化本构的流程如图 1 所示。

由于 ABAQUS 的本构接口提供了依赖于解的状态变量，其用于存储用户自定义且需要不断更新的变量，所以本文用状态变量来存储背应力和等效塑性应变。现假设此次增量步为第 $n+1$ 步，具体步

骤如下。

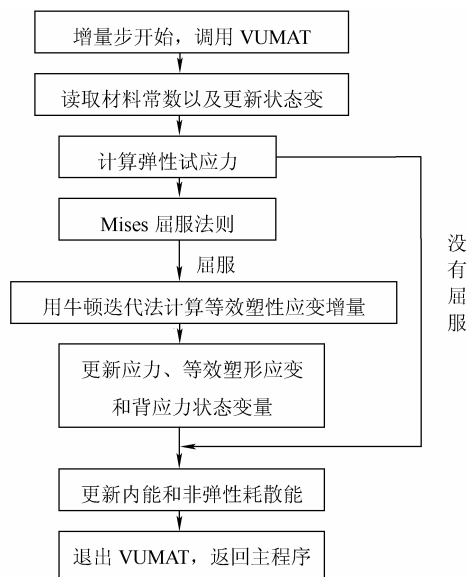


图 1 应力积分算法的流程图

(1) 从 ABAQUS 子程序接口读取本次增量步所需的应变增量 $\Delta \varepsilon$ 、增量步开始时的应力张量 σ_{old} 、各背应力张量 α_{old} 以及等效塑性应变 $\bar{\varepsilon}_{old}^p$ 。

(2) 由广义胡克定律计算出弹性试应力

$$\sigma_{n+1}^* = \sigma_{old} + \lambda \cdot \text{tr}(\Delta \varepsilon) \mathbf{I} + 2G \Delta \varepsilon$$

$$\text{式中 } G = \frac{E}{2(1+\nu)} ;$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} ;$$

E ——弹性模量；

ν ——泊松比。

(3) 将弹性试应力代入屈服准则，判断材料是否已经达到屈服状态。

(4) 如果材料没有屈服，则 $\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^*$ ，转到式(7)。

(5) 如果材料已经屈服，则通过屈服准则和其他方程获得关于 Δp_{n+1} 的标量方程，之后用牛顿迭代法求得等效塑性应变增量 Δp_{n+1} ，并以之计算出本次增量步的真实应力 σ_{n+1} 。

(6) 更新应力、三个背应力张量分量和等效塑性应变。

(7) 更新内能和非弹性耗散能。

(8) 结束，返回主程序。

5 混合硬化模型的数值模拟

5.1 数值模拟过程

为了减少计算量和计算时间，本文假设在单调

拉伸过程中材料均匀变形，采用仅包含一个单元的代表性单元模拟单调拉伸下超细晶材料在室温条件下的应力-应变关系，有限元模型如图 2 所示，其是用 ABAQUS 软件所建立的 8 节点三维单胞模型。单胞模型的尺寸为 1 mm×1 mm×1 mm，划分网格时采用六面体单元。单胞模型的边界约束条件如下：加载时保持单胞模型的底面在 y 轴方向上的位移始终保持为零；单胞模型左后方的侧面(与 x 轴相垂直的)在 x 轴方向上的位移始终保持为零；单胞模型右后方的侧面(与 z 轴相垂直的)在 z 轴方向上的位移始终保持为零；并对单胞模型的顶面在 y 轴方向上进行位移加载，约束如图 2 所示。

表 1 和表 2 分别为对超细晶铜和超细晶铝进行

数值模拟所采用的参数。数值模拟时，超细晶铜的晶粒尺寸大小有两种，分别为 100 nm 和 250 nm，其应变率均为 0.01 s^{-1} ，而对超细晶铝的数值模拟是在不同的加载应变率下进行的。

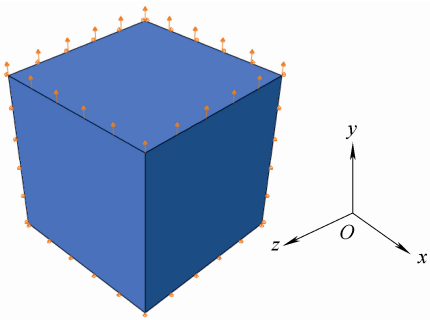


图 2 单胞模型

表 1 超细晶铜的数值模拟参数

弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	晶格摩擦 力 a/MPa	Hall-Petch 常数 $k/(\text{MPa}/\text{nm}^{-1/2})$	混合硬化模型的材料常数									
				b	n_1	n_0	c	$r^{(1)}$	$\zeta^{(1)}$	$r^{(2)}$	$\zeta^{(2)}$	$r^{(3)}$	$\zeta^{(3)}$
92	0.325	320	3 537.4	7.8	1.43	0.6	0.07	750	−9	600	−5.05	500	−3.92

表 2 超细晶铝的数值模拟参数

弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	晶格摩擦 力 a/MPa	Hall-Petch 常数 $k/(\text{MPa}/\text{nm}^{-1/2})$	混合硬化模型的材料常数									
				b	n_1	n_0	c	$r^{(1)}$	$\zeta^{(1)}$	$r^{(2)}$	$\zeta^{(2)}$	$r^{(3)}$	$\zeta^{(3)}$
76	0.3	76.58	565.9	5.3	0.61	0.25	0.05	750	-1.7	500	-1.5	350	-0.2

5.2 数值模拟结果与分析

按照上述的本构方程、数值模拟的应力积分算法以及单胞的有限元模型，分别对晶粒尺寸为 100 nm 和 250 nm 超细晶铜在应变率均为 0.01 s^{-1} 下的单调拉伸力学试验进行数值仿真。超细晶铜的数值模拟结果如图 3 所示。其中，图 3 中的试验数值取自文献[12]。

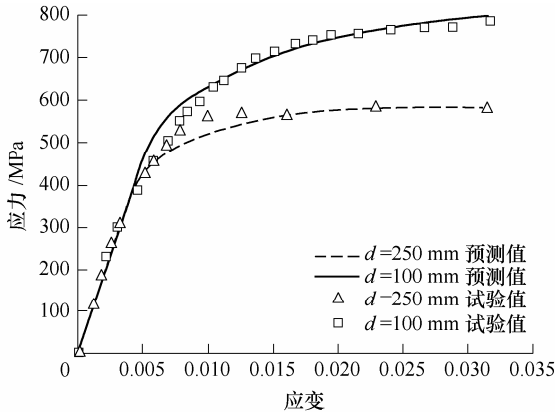


图 3 超细晶铜预测应力值和试验应力值的比较图

从图 3 的整体上分析：晶粒尺寸越小，超细晶材料的初始屈服应力和流动应力往往越大，其强度有很大的提高。同时，采用混合硬化模型所描述的

单调拉伸力学曲线和不同晶粒尺寸下的试验曲线吻合较好，但是在弹性与塑性过渡区域明显吻合较差，存在初始屈服状态判断过早的现象。这可能是因为本文提出的混合硬化模型组合了 Hall-Petch 关系，引入了 $a + k/\sqrt{d}$ 这一项，而 Hall-Petch 关系中的相关参数均是通过一定量的试验数据拟合获得，拟合参数本身就存在一定的误差。因此，拟合参数的误差可能导致了该混合硬化模型的初始屈服状态判断过早的现象。

同样，按照上述的本构方程、数值模拟的应力积分算法以及单胞有限元模型，对晶粒尺寸为 500 nm 的超细晶铝分别在应变率为 0.01 s^{-1} 、 0.001 s^{-1} 和 0.000 1 s^{-1} 下的单调拉伸力学试验进行数值仿真。超细晶铝的数值模拟结果如图 4 所示。其中，图 4 中的试验数值取自文献[13]。

从图 4 可以看出，超细晶铝是一种率相关性材料。超细晶铝的力学性能与加载应变率有较大关系；随着加载应变率增加，其流动应力有所提高。由于混合硬化模型计及了应变率因素，能够较好地反映出超细晶铝和加载应变率之间的关系。采用混合硬化模型所描述的单调拉伸力学曲线和不同应变率下的试验曲线均吻合较好，同时与图 3 相比其吻合情况要更好。具体来讲，在应变率 0.001 s^{-1} 条件下二

者的吻合情况最好,在应变率 0.01 s^{-1} 条件下的次之,在应变率 $0.000 1 \text{ s}^{-1}$ 条件下的最差。这可能是因为本文提出的混合硬化模型的相关参数也是通过一定量的试验数据拟合获得,拟合过程导致了一定误差的存在,但从整体上来看三种应变率下的吻合程度均很高。

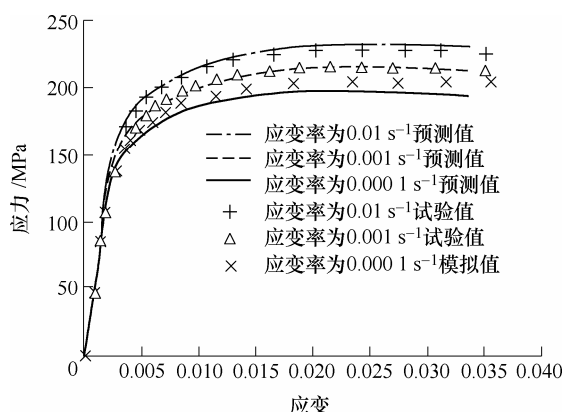


图 4 超细晶铝预测应力值和试验应力值的比较图

以上所进行的分析仅仅是从定性的角度,验证了本文所提的混合硬化本构方程描述超细晶材料拉伸力学行为的合理性。接下来,为了进一步从定量的角度比较本构方程对拉伸力学行为的描述效果,本文以计算结果与试验结果的误差为评判标准。其中,误差=(计算值-试验值)/试验值 $\times 100\%$ 。图 3 所示的超细晶铜以及图 4 所示的超细晶铝在不同试验条件下的计算结果与试验结果的误差如表 3 所示。

从表 3 可以看出,晶粒尺寸为 100 nm 的超细晶铜的大部分试验应力值和模拟应力值的误差都在 10% 之内,最大误差仅为 13.3% ;而晶粒尺寸为 250 nm 的超细晶铜的全部试验应力值和模拟应力值的误差都在 8% 之内。同时,也可以看出超细晶铝的绝大部分试验应力值和模拟应力值的误差都在 5% 之内, 0.001 s^{-1} 应变率下的最大误差为 5.6% , 0.01 s^{-1} 应变率下的最大误差为 13.5% , $0.000 1 \text{ s}^{-1}$ 应变率下的最大误差为 9% ,这些最大误差均出现在屈服阶

表 3 模拟误差分析

超细晶铜晶粒尺寸为 100 nm			超细晶铜晶粒尺寸为 250 nm			超细晶铝应变率为 0.01 s^{-1}			超细晶铝应变率为 0.001 s^{-1}			超细晶铝应变率为 $0.000 1 \text{ s}^{-1}$		
试验应力 值/MPa	模拟应力 值/MPa	误差 (%)	试验应力 值/MPa	模拟应力 值/MPa	误差 (%)	试验应力 值/MPa	模拟应力 值/MPa	误差 (%)	试验应力 值/MPa	模拟应力 值/MPa	误差 (%)	试验应力 值/MPa	模拟应力 值/MPa	误差 (%)
385.2	419.5	8.9	118.5	112.2	5.3	169.7	179.2	5.6	136.2	154.6	13.5	105.7	115.3	9.0
456.3	517.0	13.3	183.7	171.8	6.5	181.9	186.9	2.7	167.7	175.0	4.4	136.2	142.0	4.3
503.7	567.7	12.7	260.7	253.1	2.9	192.1	194.2	1.1	178.9	181.4	1.4	155.5	155.6	0.1
574.8	604.0	5.1	308.1	308.9	2.5	200.2	201.4	0.6	185.0	185.7	0.4	161.6	160.1	0.9
598.5	620.7	3.7	379.3	408.2	7.6	208.3	210.1	0.9	190.0	190.5	0.2	169.7	165.8	2.3
675.6	672.2	0.5	420.7	434.9	3.4	216.5	217.1	0.3	196.1	196.3	0.09	175.8	170.3	3.1
740.7	730.0	1.4	456.3	452.7	0.8	220.5	221.6	0.5	200.2	199.7	0.3	181.9	176.9	2.8
752.6	742.7	1.3	491.9	473.2	3.8	224.6	226.4	0.8	204.3	203.8	0.2	188.0	182.8	2.8
758.5	756.2	0.3	527.4	494.7	6.2	226.6	229.3	1.2	207.3	207.1	0.08	194.1	189.0	2.6
770.4	780.9	1.3	557.0	537.8	3.4	226.6	230.3	1.6	210.4	209.9	0.2	198.2	192.7	2.8
770.4	787.0	2.2	568.9	544.0	4.4	225.6	229.9	1.9	212.4	212.0	0.2	201.2	195.7	2.7
776.3	793.1	2.2	580.7	584.5	0.6	224.6	229.1	2.0	211.3	211.4	0.2	202.2	196.4	2.9

段。这可能与来自于文献的试验数据提取有关,是图形识别软件的识别误差。而在塑性段, 0.001 s^{-1} 应变率下的最大误差为 2% , 0.01 s^{-1} 应变率下的最大误差为 0.4% 和 $0.000 1 \text{ s}^{-1}$ 应变率下的最大误差为 3.1% ,均具有较高的吻合度。

总之,不论是何种晶粒大小的超细晶铜还是何种应变率下的超细晶铝,它们的试验曲线均与数值模拟曲线吻合得较好,进而从多角度证明了本文所提出的混合硬化模型能较好地描述超细晶材料的单调拉伸力学行为的能力。

6 结论

(1) 混合硬化模型包含各向同性硬化和非线性

随动硬化,采用引入背应力的 Mises 屈服准则,能够描述应变硬化现象以及应变率对塑性行为的影响。背应力则是由三个独立的背应力函数组合而成,使得该模型可以较好、较灵活地描述超细晶材料的塑性行为。

(2) 由于该混合硬化模型引入了 $a + k/\sqrt{d}$ 这一项,故其考虑了晶粒尺寸的微观性对超细晶材料应变硬化和应变率硬化行为的影响,即其计及了材料的尺寸效应。

(3) 率相关性材料在不同的应变率下表现出不同的力学性能,该混合硬化模型考虑了应变率因素,可以表征率相关性材料的力学性能和加载应变率之间的关系。

(4) 多角度分析表明本文所提出的混合硬化模型的数值模拟结果与试验结果吻合较好, 进而证明了该数学模型描述室温下超细晶材料的拉伸力学行为的合理性。因此, 该数学模型不仅丰富了塑性力学的内容, 也可为超细晶材料的工程实际应用以及相关结构件的设计提供一定的理论依据。

参 考 文 献

- [1] 李桂花. 超细晶材料高应变率下力学行为的数值模拟[D]. 宁波: 宁波大学, 2012.
LI Guihua. Numerical simulations of ultrafine grained material's mechanical behavior under high strain rates[D]. Ningbo: Ningbo University, 2012.
- [2] YAMANAKA K, MORI M, CHIBA A. Mechanical properties of as-forged Ni-free Co-29Cr-6Mo alloys with ultrafine-grained microstructure[J]. Materials Science and Engineering: A, 2011, 528(18): 5961-5966.
- [3] 刘晓燕, 赵西成, 杨西荣, 等. ECAP 变形制备超细晶金属材料变形行为的研究进展[J]. 材料导报, 2011, 25(5): 11-15.
LIU Xiaoyan, ZHAO Xicheng, YANG Xirong, et al. Progress in research on deformation behavior of ultrafine grained metallic materials processed by ECAP[J]. Materials Review, 2011, 25(5): 11-15.
- [4] 袁秋平. 多道次等径通道转角挤压的塑性分析——试验、本构模型与数值模拟[D]. 南宁: 广西大学, 2011.
YUAN Qiuping. On equal channel angular multi-pass pressing—plastic analysis of experiment, constitutive model and numerical simulation[D]. Nanning: Guangxi University, 2011.
- [5] ARMSTRONG P J, FREDERICK C O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect[R]. CEEB Report RD/B/N731, 1996.
- [6] ZAVERL J R, LEE D. A constitutive model of cyclic plasticity[J]. Nuclear Materials, 1978(75): 14-24.
- [7] KHAN A S, ZHANG Haoyue, TAKACS L. Mechanical response and modeling of fully compacted nanocrystalline iron and copper[J]. International Journal of Plasticity, 2000, 16(12): 1459-1476.
- [8] KHAN A S, SUH Y S, CHEN X, et al. Nanocrystalline aluminum and iron: Mechanical behavior at quasi-static and high strain rates, and constitutive modeling[J]. International Journal of Plasticity, 2006, 22(2): 195-209.
- [9] 李宏伟, 杨合, 郭玲, 等. 混合硬化弹塑性本构关系及其在环件冷辗扩模拟中的应用[J]. 机械工程学报, 2005, 41(7): 119-124.
LI Hongwei, YANG He, GUO Ling, et al. Elastic-plastic constitutive relation with hybrid hardening and application in cold ring rolling simulation[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(7): 119-124.
- [10] 庄京彪, 刘迪辉, 李光耀. 基于包辛格效应的回弹仿真分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(22): 84-90.
ZHUANG Jingbiao, LIU Dihui, LI Guangyao. Analysis of springback simulation based on Bauschinger effect[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(22): 84-90.
- [11] 李建新, 谢里阳, 熊建辉. 基于混合硬化模型的 ERW 焊管排辊成形数值模拟[J]. 塑性工程学报, 2008, 15(6): 81-85.
LI Jianxin, XIE Liyang, XIONG Jianhui. Numerical simulation of cage roll forming of ERW pipe based on mixed hardening model[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2008, 15(6): 81-85.
- [12] GÜSES E, SAYED T E. Constitutive modeling of strain rate effects in nanocrystalline and ultrafine grained polycrystals[J]. International Journal of Solids and Structures, 2011, 48(10): 1610-1616.
- [13] WANG Mingliang, SHAN Aidang. Effect of strain rate on the tensile behavior of ultra-fine grained pure aluminum[J]. Journal of Alloys and Compounds, 2008, 455(1-2): 10-14.

作者简介: 郑战光(通信作者), 男, 1975 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机械强度理论。

E-mail: zhenglight@126.com

谢昌吉, 男, 1986 年出生。主要研究方向为机械强度理论。

E-mail: xipiao@163.com

孙腾, 男, 1988 年出生。主要研究方向为机械强度理论。

E-mail: 1057276749@qq.com

袁帅, 男, 1990 年出生。主要研究方向为机械强度理论。

E-mail: 591361599@qq.com