DOI: 10.3901/JME.2019.13.080

基于HB-AFT方法的不对中转子系统超谐共振分析

李洪亮 侯磊 徐梅鹏 陈予恕

(哈尔滨工业大学航天学院 哈尔滨 150001)

摘要: 考虑球轴承的非线性支承力和联轴器不对中的影响,建立含套齿联轴器的偏盘转子系统动力学模型,研究系统在转子不平衡激励和联轴器不对中激励共同作用下的非线性响应特性。针对具有分段和分数指数强非线性特性的动力学方程,采用谐波平衡法-时频域转换技术(HB-AFT)求得系统的周期解,并与数值积分结果进行对比,证明HB-AFT方法的有效性。结合弧长延拓方法和Floquet理论分析转子系统的超谐波共振特性,在低速区发现若干超谐波共振区域,其中以第三次超谐波共振较为明显。在高速区发现二次超谐波共振,共振曲线具有明显的硬弹簧特征且上翘,共振峰值较大,容易发生剧烈的振动突跳行为,给转子系统造成冲击和损害。探讨轴承间隙、轴承阻尼、不对中和外加载力(定常载荷)对超谐波共振曲线的影响规律,为控制策略的制定提供了一定的参考依据。

关键词: 联轴器不对中; 非线性支承; HB-AFT方法; 超谐共振

中图分类号: V231

Superharmonic Resonance Analysis of Misaligned Rotor System Based on HB-AFT Method

LI Hongliang HOU Lei XU Meipeng CHEN Yushu

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract: A dynamics model of biased-disk and nonlinear-ball-bearing rotor system is established with tooth coupling misalignment. On account of strong piecewise nonlinearity and fractional exponents in the dynamic equations, the periodic solution of the system is obtained by harmonic balance method with alternating frequency/time domain technique (HB-AFT), which is validated by the classical numerical integration method. Combined with arc-length continuations method and Floquet theory, the superharmonic resonance characteristics of the rotor system are analyzed. Several superharmonic resonance regions are found in the low speed region and the second superharmonic resonance is found in the high speed area, where resonance peak is large that could causing catastrophic impact and damage to the rotor system. The influence of bearing clearance, bearing damping, coupling-misalignment and external loading force (steady load) on the superharmonic resonance curve is discussed, which provides a consultation for the system optimization of control strategies.

Key words: coupling misalignment; nonlinear bearing; HB-AFT method; superharmonic resonance

0 前言

转子系统联轴器不对中故障是旋转机械中最常见的振动故障之一,由于转子系统装配时主动轴与从动轴之间的连接不会完全对中,在运行过程中受到基础移动、热力变形以及非对称载荷等因素的影响,轴系的连接很难长时间保持良好的对中状态。因此,开展轴系不对中故障机理及故障特征研究,

有助于尽早地发现并治理不对中故障,从而保证生产安全和减少经济损失。

国内外的学者们对转子不对中问题进行了大量的研究,取得了丰硕的研究成果。DEWELL等^[1]通过分析金属叠片联轴器内摩擦力矩预测了联轴器不对中时的振动响应频率成分,并通过实时信号频谱分析进行了验证。AL-HUSSAIN等^[2]研究了两个刚性连接的平行不对中Jeffcott转子系统的弯扭耦合振动特性,将刚性联轴器考虑为带有扭转刚度的刚性节点,表明平行不对中是激起转子工频振动的根源。SEKHAR等^[3]采用高维有限元方法研究了带柔性套齿联轴器不对中故障转子系统的振动响应,表

* 国家重点基础研究发展计划(2015CB057400)、国家自然科学基金(11602070)和中国博士后科学基金(2018T110282)资助项目。20180810收到初稿,20190417收到修改稿

明联轴器不对中故障的振动响应特征为二倍频信号。韩捷等^[4-5]对齿式联轴器分别在平行不对中、偏角不对中和平行偏角不对中状态下开展了运动学分析,建立了联轴器外壳质心、瞬心以及啮合线的运动方程,揭示联轴器外壳轴心线在各不对中状态下的回转规律,给出了中间齿套对转子系统所施加的激振力以及齿式联轴器运行的误差条件,为相关联轴器不对中故障诊断提供参考依据。何成兵等^[6]建立了带齿式联轴器不对中故障转子系统的弯扭耦合动力学模型,通过数值模拟分析了系统在不同参数条件下的弯扭耦合振动特性,表明质量偏心是引起弯扭耦合振动的前提条件,讨论了弯曲振动和扭转振动之间的相互影响,其中弯曲振动以工频和二倍频成分为主,而扭转振动中出现三倍频成分。PATEL等^[7-8]利用 Timoshenko 梁理论建立了含平行不对中和角度不对中转子系统的有限元模型,分析了不对中转子系统的弯曲、扭转以及轴向耦合振动特征,通过试验测试给出了不对中激励的谐波成分和幅值,通过轴心轨迹和全谱分析明确了不对中故障区别于其它振动故障的本质特征,从而给出相应的故障诊断依据。REDDY 等^[9]提出了将扭矩测试信号作为监测轴系不对中故障的辅助振动信号的分析方法,通过对实测振动信号的傅里叶分析和小波分析验证了该方法的有效性。肖汉等^[10]采用有限元方法和试验方法研究了转子系统在不平衡、不对中、碰摩等多故障下的耦合非线性动力学响应,通过微分耦合经验模态分解方法对振动信号进行分解,成功提取出不同故障所对应的特征频率。

当考虑支承结构(滚动轴承、滑动轴承等)的非线性时,转子系统的振动方程具有强非线性特性,并且非线性形式复杂,难于解析求解,因此,学者们大都采用数值方法研究系统的非线性振动响应。数值方法虽然可以定量分析系统的稳态响应,但只能求得稳定解,不能得到不稳定解,而且计算效率较低,因而难以获得系统的整体振动规律。因此,寻求能够适合于复杂强非线性(如分数指数非线性)系统周期振动响应求解及分岔分析的快速有效方法成为取得研究突破的关键点。HOU 等^[11]、SUN 等^[12]基于改进的谐波平衡法对双频不平衡激励下含强非线性双转子系统振动响应的半解析求解方法开展了研究,为复杂非线性转子系统的周期解求解及理论分析提供有效途径。

本文研究转子系统在不平衡和不对中共同作用下的非线性动力学响应特性,考虑了滚动轴承的非线性支承力,采用谐波平衡-时频域转换(HB-AFT)方法求解得到系统的周期振动响应,采用 Floquet

理论分析获得周期响应的稳定性。在此基础上,针对联轴器不对中转子系统的超谐共振特性展开深入研究,为系统的振动控制提供理论依据。

1 物理模型和运动方程

1.1 不对中转子系统

如图 1 所示,物理模型由驱动电机和偏置单盘转子构成,二者通过机械套齿联轴器联接。转子两端由球轴承支承并通过电机驱动。套齿联轴器建模时考虑两个半联轴器间存在角度不对中或者平行不对中,且考虑转轴靠近联轴器端由含游隙轴承支承。此外,假定转轴为无质量不对称刚性轴,陀螺力矩的影响不可忽略。

图 1 不对中转子系统的示意图

1.2 联轴器不对中力

根据文献[3-4],当联轴器存在角度和平行不对中时,该中心线的运动轨迹为半双锥面,这是处于圆柱面和双锥面之间的一种状态。通常联轴器外壳质量较大,它的运动实际上可以等效为作用在转子上的惯性离心力,该作用力可以表示为^[3]

$$\begin{cases} F_x = -M\ddot{x} = 2\Delta e M \omega^2 \cos(2\omega t + 2\phi) \\ F_y = -M\ddot{y} = 2\Delta e M \omega^2 \sin(2\omega t + 2\phi) \end{cases} \quad (1)$$

式中 M ——联轴器外壳的质量;

ω ——转轴转速;

ϕ ——转轴转动初相位;

Δe ——等效不对中量,平行不对中时有 $\Delta e = \Delta y$;角度不对中时有 $\Delta e = L \tan(\Delta \alpha / 2)$,其中 $\Delta \alpha$ 为不对中偏角, L 为两个半联轴器的安装距离。

1.3 转子支承力

支承模型中考虑了轴承间隙和接触刚度,如图 2 所示。假定轴承刚度是各向同性的,忽略轴承中滚珠的分布情况,将轴承简化为直观的轴对称模型。

由赫兹接触理论,转子的支承力 F_r 可以表示为^[13]

$$F_r = \begin{cases} 0 & r \leq \delta \\ k_b (r - \delta)^{3/2} & r > \delta \end{cases} \quad (2)$$

式中 r ——转轴的径向位移;

Δ ——轴承游隙;

k_b ——轴承刚度, $k_b=2k$ 。

图2 简化的含游隙轴承模型

设转子转盘质心的平动位移为 x 和 y , 角位移为 θ_x 和 θ_y 。并且取 x_1 、 y_1 、 x_2 和 y_2 分别为转轴在左端(带游隙), 右端轴承处的位移, l_1 、 l_2 和 l_3 是转子系统的尺寸, 则有几何关系

$$\begin{cases} x_1 = x - l_1 \theta_y \\ y_1 = y + l_1 \theta_x \\ x_2 = x + l_2 \theta_y \\ y_2 = y - l_2 \theta_x \end{cases} \quad (3)$$

进而有

$$\begin{cases} f_{x1} = c_b \dot{x}_1 + k_b (r_1 - \delta)^{3/2} \frac{x_1}{r_1} H(r_1 - \delta) \\ f_{y1} = c_b \dot{y}_1 + k_b (r_1 - \delta)^{3/2} \frac{y_1}{r_1} H(r_1 - \delta) \\ f_{x2} = c_b \dot{x}_2 + k_b x_2 \sqrt{r_2} \\ f_{y2} = c_b \dot{y}_2 + k_b y_2 \sqrt{r_2} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ 、 $r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$, $H(q)$ 是 Heaviside 函数。

1.4 动力学方程

考虑陀螺力矩对转子的影响, 系统的运动方程

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c_l \dot{x} + f_{x1} + f_{x2} = F_x + me\omega^2 \cos(\omega t + \phi) - mg \\ m\ddot{y} + c_l \dot{y} + f_{y1} + f_{y2} = F_y + me\omega^2 \sin(\omega t + \phi) \\ J_d \ddot{\theta}_x + c_\theta \dot{\theta}_x + \omega J_p \dot{\theta}_y + f_{y1} l_2 - f_{y2} l_3 = (l_1 + l_2) F_y \\ J_d \ddot{\theta}_y + c_\theta \dot{\theta}_y - \omega J_p \dot{\theta}_x - f_{x1} l_2 + f_{x2} l_3 = -(l_1 + l_2) F_x \end{cases} \quad (5)$$

式中 m ——转盘的质量;

J_d ——转盘的直径转动惯量;

J_p ——转盘的极转动惯量;

c_l ——阻尼系数;

c_θ ——阻尼系数;

e ——转子的偏心距;

g ——重力加速度。

引入如下量纲一变换

$$\bar{x} = x/e \quad \bar{y} = y/e \quad \bar{l}_1 = l_1/e \quad \bar{l}_2 = l_2/e \quad \bar{l}_3 = l_3/e \quad \tau = \omega t$$

$$\bar{\delta} = \delta/e \quad a = Me^2/J_d \quad b = me^2/J_d \quad J = J_p/J_d$$

$$p = a\Delta\bar{e}/b \quad q = a\Delta\bar{e}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) \quad \bar{g} = g/e\omega^2 \quad \Delta\bar{e} = \Delta e/e$$

可得到方程式(5)的量纲一化形式

$$\begin{cases} \bar{x}'' + \bar{f}_{x1} + \bar{f}_{x2} = p \cos(2\tau + 2\phi) + \cos(\tau + \phi) - \bar{g} \\ \bar{y}'' + \bar{f}_{y1} + \bar{f}_{y2} = p \sin(2\tau + 2\phi) + \sin(\tau + \phi) \\ \theta_x'' + J\theta_y' + \bar{f}_{y1}\bar{l}_2 b - \bar{f}_{y2}\bar{l}_3 b = q \sin(2\tau + 2\phi) \\ \theta_y'' - J\theta_x' - \bar{f}_{x1}\bar{l}_2 b + \bar{f}_{x2}\bar{l}_3 b = -q \cos(2\tau + 2\phi) \end{cases} \quad (6)$$

2 动态方程及求解

2.1 HB-AFT 方法

由于式(6)是一个具有分段和分数指数特性的强非线性振动方程, 传统的谐波平衡法(HB)因非线性无法进行 Fourier 展开而无法对方程进行解析求解, 对此, 可采用时域频域转换技术(AFT)对非线性项给出数值形式的 Fourier 展开, 结合 Newton-Raphson 迭代对方程进行数值求解。

引入控制参数 λ , 并令 $\mathbf{X} = [\bar{x} \quad \bar{y} \quad \theta_x \quad \theta_y]^T$, 式(6)可写为

$$\mathbf{X}''(\tau) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(\tau), \lambda) \quad (7)$$

将 $\mathbf{X}(\tau)$ 和 $\mathbf{F}(\cdot)$ 写成傅里叶级数的形式, 且所取的截断谐波项数为 k

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{c}_0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^K \left[\begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \mathbf{c}_k \end{bmatrix} \cos(k\tau) - \begin{bmatrix} \mathbf{b}_k \\ \mathbf{d}_k \end{bmatrix} \sin(k\tau) \right] \quad (8)$$

将式(8)代入式(7), 并平衡各阶谐波项有

$$\mathbf{g}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \lambda) = 0 \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{a}_K, \mathbf{b}_K \\ \mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \mathbf{d}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{c}_K, \mathbf{d}_K \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

式(9)是隐式的非线性代数方程, 很难直接求解。因此, 采用 Newton-Raphson 方法迭代求解, 即

$$\mathbf{J}^{(i)}(\mathbf{P}^{(i+1)} - \mathbf{P}^{(i)}) + \mathbf{g}^{(i)} = 0 \quad (11)$$

式中, $\mathbf{J}$ 是雅克比矩阵, 即 $\mathbf{J} = d\mathbf{g}/d\mathbf{P}$ 。每一步迭代中的 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{g}$ 和 $\mathbf{J}$ 可以通过时频域转换技术(AFT)得到^[14]。

2.2 嵌入伪弧长算法的迭代过程

在转向点处的雅克比矩阵通常会成为奇异的而失效^[15]。取沿着解曲线的弧长 s 为延拓变量, 如图 3 所示, 由初始的已知解 $(\mathbf{P}, \lambda)_0$ 预估, 再对预估解进行 Newton-Raphson 预测-校正迭代求取解 $(\mathbf{P}, \lambda)_*$ 。

$$(\mathbf{P}, \lambda)_1 = (\mathbf{P}, \lambda)_0 + \text{step} \cdot \left(\frac{d\mathbf{P}}{ds}, \frac{d\lambda}{ds} \right)_0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i+1} \\ \lambda_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i \\ \lambda_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{g}_p(\mathbf{P}_i, \lambda_i) & \mathbf{g}_\lambda(\mathbf{P}_i, \lambda_i) \\ \frac{d\mathbf{P}^T}{ds} & \frac{d\lambda}{ds} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{P}_i, \lambda_i) \\ \frac{d\mathbf{P}^T}{ds}(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_1) + \frac{d\lambda}{ds}(\lambda_i - \lambda_1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

弧长切矢量 $\mathbf{v}$ 可以表示为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{P}}{ds} = (-1)^j C(\mathbf{P}, \lambda) \cdot \det[\mathbf{DH}_{[-j]}(\mathbf{P}, \lambda)] \\ \frac{d\lambda}{ds} = (-1)^{N+1} C(\mathbf{P}, \lambda) \cdot \det[\mathbf{DH}_{[-(N+1)]}(\mathbf{P}, \lambda)] \end{cases} \quad (14)$$

式中 $j=1, 2, \dots, N$, $\mathbf{DH}(\mathbf{P}, \lambda) = [\mathbf{G}_p, \mathbf{G}_\lambda]$, $\mathbf{DH}_{[-j]}(\mathbf{P}, \lambda)$ 为删除第 j 列所得到的子阵, $\det[\cdot]$ 为行列式算子, 且

$$C(\mathbf{P}, \lambda) = \frac{(-1)^{N+1} \operatorname{sgn}[\det[\mathbf{g}_p]]}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (\det[\mathbf{DH}_{[-j]}(\mathbf{P}, \lambda)])^2}} \quad (15)$$

式中, $\operatorname{sgn}[\cdot]$ 为符号算子。

图3 基于弧长延拓法的预估校正策略

2.3 稳定性分析

通过 HB-AFT 方法求得系统的周期解, 它们的稳定性要由 Floquet 理论来判定, 进而能够对系统的分岔特性进行分析。令 $\mathbf{U} = [\mathbf{X} \ \mathbf{X}']^T$, 式(13)可以转化为

$$\mathbf{U}'(\tau) = \mathbf{G}(\mathbf{U}(\tau), \tau) \quad (16)$$

给式(16)周期解 $\mathbf{U}^*$ 一个小扰动 $\mathbf{u}$, 则扰动方程为

$$(\mathbf{U}^* + \mathbf{u})' = \mathbf{G}(\mathbf{U}^* + \mathbf{u}, \tau) \quad (17)$$

将 $\mathbf{G}$ 在 $\mathbf{U}^*$ 处做泰勒级数展开并保留方程的线性部分, 得到

$$\mathbf{u}' = \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}^*} \mathbf{u} = \mathbf{A}(\tau) \mathbf{u} \quad (18)$$

式中, $\mathbf{A}$ 是周期为 T 的雅可比矩阵。

根据 Hsu 方法, 单值矩阵(一个周期末端的转移矩阵)可近似表示为^[16]

$$\mathbf{M} = \prod_{n=N}^1 \exp(\mathbf{A}_n \Delta T) = \prod_{n=N}^1 \left[\mathbf{I} + \sum_{j=1}^{N_j} \frac{(\mathbf{A}_n \Delta T)^j}{j!} \right] \quad (19)$$

式中, N_j 是常值矩阵 $\mathbf{A}_n$ 指数的近似项数, ΔT 为一个周期内等分的时间间隔, 假设 N 取得足够大, 那么在第 n 个时间间隔内用常值矩阵 $\mathbf{A}_n$ 来代替时变矩阵 $\mathbf{A}(\tau)$ 是合理的。

常值矩阵 $\mathbf{A}_n$ 由下式给出

$$\mathbf{A}_n = \frac{1}{\Delta T} \int_{\tau_{n-1}}^{\tau_n} \mathbf{A}(\tau) d\tau \quad (20)$$

式中, $\tau_n = n\Delta T = nT/N$, $n=1, 2, \dots, N$ 。可通过 Floquet 乘子(单值矩阵的特征值)可以用来判断 $\mathbf{U}^*$ 的稳定性。

3 系统参数对响应的影响

3.1 周期解及其稳定性分析

系统的初始计算参数如下

$$m = 12.5 \text{ kg} \quad M = 0.5 \text{ kg} \quad J_p = 0.06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_d = 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad l_1 = 0.1 \text{ m} \quad l_2 = 0.2 \text{ m}$$

$$l_3 = 0.1 \text{ m} \quad e = 20 \text{ } \mu\text{m} \quad \delta = 2 \text{ } \mu\text{m} \quad \Delta e = 0.2 \text{ mm}$$

$$c_b = 200 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad k_b = 7.055 \times 10^9 \text{ N/m}^3$$

当 $\omega = 150 \text{ rad/s}$, $K = 8$, $N = 256$, 迭代误差 $\varepsilon = 10^{-12}$, 由 HB-AFT 方法得到的周期解: 如图 5 所示, 给定初值 $\mathbf{P}^{(0)} = [-0.1, 0, 0, \dots, 0, 0]^T$, 仅需少量步数迭代, 由 HB-AFT 方法得到的结果与 Runge-Kutta 方法得到的结果吻合很好, 验证了 HB-AFT 方法的有效性。由于 HB-AFT 方法是半解析方法, 与 Runge-Kutta 方法相比, HB-AFT 方法可以得到不稳定解, 从而进行分岔机理分析。

图4 HB-AFT法与 Runge-Kutta 法计算结果(轴心轨迹)对比

由 Runge-Kutta 法计算轴承游隙为零时系统的分岔图, 如图 5 所示; 基于 HB-AFT 法计算转速在 $200 \sim 800 \text{ rad/s}$ 时系统周期解中各次谐波项幅值变化, 如图 6 所示。随着转速的增加, 系统会出现不平衡激励(一次谐波)和联轴器不对中激励(二次谐波)引起的主共振等外的谐波, 以 379 rad/s (四次谐波)附近、 527 rad/s (三次谐波)附近为代表区域; 而当转速介于 $657 \sim 694 \text{ rad/s}$ 时, 由于高次谐波的出

现,不存在周期解而会出现因倍周期分岔而失稳现象;这次均在通过常规数值积分方法得到的分岔图上存在一一对应关系。计算转向点附近的解分支时,借助弧长延拓方法能够顺利地通过转向点,如图7所示,在转向点附近与远处可以根据转向点变化程度自动调整迭代步长,从而实现高效地搜索解曲线。

图5 以转速为控制参数的系统分岔图

图6 各次谐波项幅值随转速的变化

同时得到了两种分岔形式:鞍结分岔(从1穿出单位圆)和倍周期(从-1穿出单位圆),如图8和图9所示。

图7 借助弧长延拓方法通过转向点的过程

图8 鞍结分岔及其 Floquet 乘子穿越单位圆形式

图9 倍周期及其 Floquet 乘子穿越单位圆形式

3.2 超谐共振分析

外激励的倍频接近系统固有频率时引起的超谐共振为超谐共振,本节重点探讨三次超谐共振下转子的动力学特性。计算了低转速区域不同参数下系统水平和竖直方向的共振曲线:水平方向表现为硬特性(共振曲线向右偏转),竖直方向表现为软硬共存特性(共振曲线向左偏转为软特性)。不同阻尼参数时,如图10所示,阻尼能显著抑制共振曲线峰值;不同轴承游隙时,如图11所示,在水平与竖直向,随着轴承游隙的增大,共振峰值增大,且出现共振峰整体左移现象;不同外载力作用时,如图12所示,在水平与竖直向,随着外载力的增大,共振峰整体右移,对水平向共振峰有促进作用,而对竖直向共振峰有抑制作用。

图10 不同阻尼下,水平和竖直向的共振曲线

图11 不同轴承游隙下,水平和竖直向的共振曲线

图12 不同外载力下,水平和竖直向的共振曲线

如图 13~16 所示, 计算了高转速区域不同参数下系统水平和竖直方向的共振曲线: 通过对比发现, 系统的水平和竖直向的共振曲线基本一致, 均表现为明显的硬特性, 且共振峰值较大, 容易发生剧烈的振动突跳行为, 给转子系统造成冲击和损害。不同阻尼下, 如图 13 所示, 阻尼能显著抑制共振曲线峰值; 不同不对中量大小, 如图 14 所示, 共振曲线峰值随不对中量增大而增大, 且增大幅度较大; 不同轴承游隙时, 如图 15 所示, 随着轴承游隙的增大, 共振峰整体左移且峰值增大; 不同外载力作用时, 如图 16 所示, 共振峰位置及其峰值基本不变, 在共振峰根部略有差别。

图 13 不同阻尼下, 水平和竖直向的共振曲线

图 14 不同不对中量下, 水平和竖直向的共振曲线

图 15 不同轴承游隙下, 水平和竖直向的共振曲线

图 16 不同外载力下, 水平和竖直向的共振曲线

4 结论

本文以带机械套齿联轴器的偏置单盘转子系统为研究对象, 建立其含有间隙、分数指数型非线性力以及参数激励的强非线性振动方程, 采用 HB-AFT 方法结合弧长延拓方法求解得到系统在不平衡、不对中共同作用下的周期振动响应, 采用 Floquet 理论分析了周期响应的稳定性, 重点对系统的超谐共振特性进行了讨论。主要结论如下。

(1) 通过幅频响应分析, 在亚临界转速区发现若干超谐共振区, 其中二次超谐共振和三次超谐共振最为显著, 两者相比, 二次超谐共振峰值较大, 三次超谐共振峰值较小。

(2) 在二次超谐共振区, 系统的水平方向和垂直方向的幅频响应曲线均表现为硬特性, 而在三次超谐共振区, 系统的水平方向幅频响应曲线表现为硬特性, 垂直方向幅频响应曲线表现为软硬共存特性。

(3) 在二次超谐共振区, 水平方向和垂直方向的共振曲线基本一致, 只在根部略有差异, 其原因是在小振幅情况下, 垂直方向的固有频率略高于水平方向的固有频率, 而随着振幅的增大, 二者逐渐趋于一致, 因此在大振幅情况下两个方向的共振曲线基本一致。

(4) 参数分析表明阻尼能够有效抑制超谐共振的共振峰值, 使转子系统避免出现振动突跳现象; 轴承间隙的增大能够使系统的固有频率降低但共振峰值增加; 外载荷的增大能够使系统的固有频率增大, 同时水平方向共振峰值增大, 垂直方向共振峰值减小。

参 考 文 献

- [1] DEWELL D L, MITCHELL L D. Detection of a misaligned disk coupling using spectrum analysis [J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1984, 106(1): 9-16.
 - [2] AL-HUSSAIN K M, REDMOND I. Dynamic response of two rotors connected by rigid mechanical coupling with parallel misalignment [J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 249(3): 483-498.
 - [3] SEKHAR A S, PRABHU B S. Effects of coupling misalignment on vibrations of rotating machinery [J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 185(4): 655-671.
 - [4] 韩捷. 齿式联接不对中转子故障物理特性研究[J]. 振动工程学报, 1996, 9(3): 297-301.
- HAN Jie. Research on fault physical characteristics of

- misaligned rotor gears [J]. Journal of Vibration Engineering, 1996, 9(3): 297-301.
- [5] 韩捷, 石来德. 转子系统齿式联接不对中故障的运动学机理研究[J]. 振动工程学报, 2004, 17(4): 416-420.
HAN Jie, SHI Laide. Research on kinematics mechanism of misalignment faults in geared rotor system [J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, 17(4): 416-420.
- [6] 何成兵, 顾煜炯, 杨昆. 齿式联接不对中转子的弯扭耦合振动特性分析[J]. 机械强度, 2005, 27(6): 725-729.
HE Chengbing, GU Yujiong, YANG Kun. Properties analysis on coupled lateral and torsional vibrations of the rotor connected by the gear coupling [J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(6): 725-729.
- [7] PATEL T H, DARPE A K. Vibration response of misaligned rotors [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 325(3): 609-628.
- [8] PATEL T H, DARPE A K. Experimental investigations on vibration response of misaligned rotors [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(7): 2236-2252.
- [9] REDDY M C S, SEKHAR A S. Detection and monitoring of coupling misalignment in rotors using torque measurements [J]. Measurement, 2015, 61: 111-122.
- [10] 肖汉, 周建中, 肖剑, 等. 滑动轴承-转子系统不平衡-不对中-碰摩耦合故障动力学建模及响应信号分解[J]. 振动与冲击, 2013, 32(23): 159-165.
XIAO Han, ZHOU Jianzhong, XIAO Jian, et al. Dynamic modeling and response signal decomposition for a sliding bearing-rotor system with unbalance-misalignment-rubbing coupled faults [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(23): 159-165.
- [11] HOU Lei, CHEN Yushu, FU Yiqiang, et al. Application of the HB-AFT method to the primary resonance analysis of a dual-rotor system [J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 88(4): 2531-2551.
- [12] SUN Chuanzong, CHEN Yushu, HOU Lei, et al. Steady-state response characteristics of a dual-rotor system induced by rub-impact [J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 86(1): 91-105.
- [13] SAITO S. Calculation of nonlinear unbalance response of horizontal Jeffcott rotors supported by ball bearings with radial clearances [J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1985, 107(4): 416-420.
- [14] LI Hongliang, CHEN Yushu, HOU Lei, et al. Periodic response analysis of a misaligned rotor system by harmonic balance method with alternating frequency/time domain technique [J]. Science China Technological Sciences, 2016, 59(11): 1717-1729.
- [15] ZHANG Zhiyong, CHEN Yushu, LI Zhonggang. Influencing factors of the dynamic hysteresis in varying compliance vibrations of a ball bearing [J]. Science China Technological Sciences, 2015, 58(5): 775-782.
- [16] ZHANG Zhiyong, CHEN Yushu, CAO Qingjie. Bifurcations and hysteresis of varying compliance vibrations in the primary parametric resonance for a ball bearing [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 350: 171-184.
-
- 作者简介: 李洪亮, 男, 1985 年出生, 博士。主要研究方向为非线性转子动力学。
E-mail: andypang141592@163.com
侯磊(通信作者), 男, 1987 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为非线性转子动力学。
E-mail: houlei@hit.edu.cn