

DOI: 10.3901/JME.2014.24.066

基于灰色理论镍基单晶合金多轴非比例加载低周疲劳研究*

陈吉平 丁智平 曾 军 白晓鹏 王卫峰

(湖南工业大学机械工程学院 株洲 412007)

摘要: 基于灰色理论研究 DD3 镍基单晶合金高温多轴非比例加载低周疲劳特性, 对等效应变范围、温度、应变路径角、拉/扭载荷相位角和轴向应变比等影响疲劳寿命的因素进行灰色关联度分析, 并引入损伤参量 Q 表征非对称循环特性和拉/扭多轴效应, 以参量 Q 、等效应变范围 $\Delta\epsilon_e$ 和 Mises 等效应力范围 $\Delta\sigma_e$ 构造疲劳损伤参量, 建立低周疲劳寿命 GM(1, N) 预测模型。结果表明, 各影响因素与多轴低周疲劳寿命的关联度等级依次为等效应变范围、温度和应变路径角为一级, 拉/扭载荷相位角为二级, 轴向应变比为三级; 680 °C 和 850 °C 温度下的 GM(1, N) 疲劳寿命模型的预测寿命与试验寿命的绝对关联度分别为 0.97、0.86, 平均相对误差分别为 4.9%、6.0%; 两种温度的试验数据几乎分别落在 1.93、2.13 倍偏差分布带内。

关键词: 单晶; 镍基合金; 多轴疲劳; 非比例加载; 灰色预测

中图分类号: TG156

Study on Low Cycle Fatigue of Ni-based Single Crystal Alloy under Multi-axial Non-proportional Loading Based on Grey Theory

CHEN Jiping DING Zhiping ZENG Jun BAI Xiaopeng WANG Weifeng

(School of Mechanical Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007)

Abstract: Based on grey theory, the characteristics on low cyclic fatigue of DD3 Ni-based single crystal alloy under multi-axial non-proportional loading are researched. Degree of grey incidence of factors influencing fatigue life, such as equivalent strain range, temperature, strain path angle, tension/torsion phase angle, axial strain ratio, is analyzed. A damage parameter Q is introduced to express asymmetric load cyclic characteristic and tension/torsion multi-axial effect. A low cyclic fatigue life prediction model GM(1, N) with parameter Q , equivalent strain range $\Delta\epsilon_e$ and Mises stress range $\Delta\sigma_e$ as damage parameters is built. The results show that degree of grey incidence of influencing factors on multi-axial low cyclic fatigue life, from maximum to minimum, are equivalent strain range, temperature and strain path angle for the first level, tension/torsion phase angle for the second level, and axial strain ratio for the third level. Absolute degree of incidence of test life and predictive life for fatigue model GM(1, N) at 680 °C and 850 °C are 0.97, 0.86, respectively, and mean relative errors are 4.9%, 6.0% respectively. Almost all test data of above-mentioned two temperatures were fall into the factors of 1.93 and 2.13 scatter band, respectively.

Key words: single crystal; Ni-based superalloy; multiaxial fatigue; non-proportional loading; grey prediction

0 前言

灰色系统理论, 是以“部分信息已知, 部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定性系统为研究对象, 主要通过对部分已知信息的生成或处理, 提取有效的信息, 实现对系统运行行为、演化规律

的正确描述和有效监控^[1]。

灰色理论在机械工程的各个领域有着广泛的应用。于雷^[2]利用汽车齿轮可靠性寿命试验数据建立灰色模型(Grey model, GM), 依据较少的试验数据较为精确地预测出汽车齿轮寿命试验的后续数据。张怀亮^[3]采用灰色 GM 模型对金属材料的疲劳寿命试验数据进行预测, 结果表明预测精度较高。徐可君等^[4]研究某不锈钢构件腐蚀疲劳裂纹的扩展, 基于灰色系统理论建立了预测疲劳裂纹扩展的

* 国家自然科学基金(50875080)和中央财政创新团队专项资金(0420036017)资助项目。20131212 收到初稿, 20140609 收到修改稿

灰色模型。王旭亮等^[5]认为构件的疲劳现象与影响其寿命的相关因素存在于一个灰色系统中, 通过建立灰色系统 GM 模型有效预测了构件的疲劳寿命。

镍基单晶合金因其良好的高温抗疲劳和蠕变性能, 已成为航空涡轮发动机热端部件重要材料。航空涡轮发动机热端部件不仅承受高温蠕变损伤, 同时还因发动机启动-巡航-停机产生的非对称循环载荷及温度变化而引起的低周疲劳(Low cycle fatigue, LCF)破坏^[6], 是主要失效形式之一。机械工程众多领域采用灰色理论建立的 GM 模型, 得到了很好的预测效果, 但是鲜有将其用于研究镍基单晶合金疲劳寿命预测的文献报导。镍基单晶合金多轴非比例加载高温低周疲劳寿命试验难度大, 试验数据有限且分散性大, 在多因素试验中要定量分析其对疲劳寿命影响的大小, 建立寿命预测模型, 采用传统的数理统计方法往往难以奏效。本文将灰色理论应用于镍基单晶合金低周疲劳研究, 为航空发动机构件寿命预测提供新的方法, 具有很好的工程实际意义。

1 灰色系统建模

灰色关联分析不需要大量的样本和数据的典型分布^[7], 对分析各影响因素与疲劳寿命之间不存在严格数学关系的情况非常方便。

1.1 灰色关联度模型

通过灰色关联分析, 可定量计算各因素对疲劳寿命的影响程度, 筛选出影响疲劳寿命的主要因素, 为建立疲劳寿命预测模型奠定基础。灰色关联分析的核心是计算关联度。各相关因素与系统特征序列关联度的量化模型为^[1]

设 $X_0 = (x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(n))$ 为系统特征序列, $X_1 = (x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(n))$, \dots , $X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$, \dots , $X_m = (x_m(1), x_m(2), \dots, x_m(n))$ 为相关因素序列。其中, $x_0(k)$, $x_i(k)$ 分别是 X_0 及 X_i 的第 k 点, $i=1, 2, \dots, m$, $k=1, 2, \dots, n$ 。令

$$\gamma(x_0(k), x_i(k)) = \frac{\min_k \min_i |x_0(k) - x_i(k)| + \xi \max_k \max_i |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \xi \max_k \max_i |x_0(k) - x_i(k)|} \quad (1)$$

$$\gamma(X_0, X_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma(x_0(k), x_i(k)) \quad (2)$$

则 $\gamma(X_0, X_i)$ 称为 X_0 与 X_i 的灰色关联度。其中 ξ 称

为分辨系数, $\xi \in (0, 1)$ 。

关联度越大, 表示两因素间关系越紧密。关联度排序反映了各相关因素序列与系统特征序列的紧密程度。

1.2 GM(1, N)灰色预测模型

1.2.1 GM(1, N)灰色建模

灰色建模是基于关联空间、光滑离散函数等概念, 定义灰导数, 进而用原始离散数据建立灰色系统微分方程。

设 $X_i^{(0)} = \{x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(m)\}$ 为系统特征数据序列, 而

$$X_2^{(0)} = \{x_2^{(0)}(1), x_2^{(0)}(2), \dots, x_2^{(0)}(m)\}$$

$$X_3^{(0)} = \{x_3^{(0)}(1), x_3^{(0)}(2), \dots, x_3^{(0)}(m)\}$$

⋮

$$X_N^{(0)} = \{x_N^{(0)}(1), x_N^{(0)}(2), \dots, x_N^{(0)}(m)\}$$

为相关因素数据序列。 $X_i^{(1)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的一阶累加生成算子序列, $i=1, 2, \dots, N$, $Z_1^{(1)}$ 为 $X_1^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列^[1], 即

$$\begin{cases} x_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k x_i^{(0)}(j) \\ z_1^{(1)}(k) = 0.5[x_1^{(1)}(k) + x_1^{(1)}(k-1)] \end{cases} \quad (3)$$

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) \quad (4)$$

式(4)为 GM(1, N)灰微分模型。式中参数 a 为 GM(1, N)的发展系数; 参数 b_2, b_3, \dots, b_N 称为 GM(1, N)的驱动系数。又设

$$Y = \begin{pmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(m) \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \cdots & x_N^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & \cdots & x_N^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -z_1^{(1)}(m) & x_2^{(1)}(m) & \cdots & x_N^{(1)}(m) \end{pmatrix} \quad (5)$$

则 GM(1, N)灰微分模型的最小二乘估计参数列 $\hat{a} = (a \ b_2 \ \cdots \ b_N)^T$ 满足

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (6)$$

则称

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k) \quad (7)$$

为 GM(1, N)模型的白化方程。白化方程的近似
时间响应式为

$$\hat{x}_1^{(1)}(k+1) = \left\{ x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{a} \left[\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1) \right] \right\} \exp(-ak) + \frac{1}{a} \left[\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1) \right] \quad (8)$$

对其做还原变换, 累减还原值为

$$\hat{x}_1^{(0)}(k+1) = \hat{x}_1^{(1)}(k+1) - \hat{x}_1^{(1)}(k) \quad (9)$$

根据灰色理论, 由式(9)可得灰色预测模型模拟序列, 即灰色预测值。

1.2.2 模型检验

一个模型要经过多种检验才能判定其是否合理、有效。

(1) 残差检验^[1]。 $X_1^{(0)}$ 为原始序列, $\hat{X}_1^{(0)}$ 为相应的模拟序列。令残差

$$\varepsilon(k) = x_1^{(0)}(k) - \hat{x}_1^{(0)}(k) \quad k = 2, 3, \dots, m \quad (10)$$

k 点模拟相对误差

$$A_k = \left| \frac{\varepsilon(k)}{x_1^{(0)}(k)} \right| \quad (11)$$

平均相对误差

$$\bar{A} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=2}^m A_k \quad (12)$$

式中 $1 - \bar{A}$ ——模型的模拟精度;

$1 - A_k$ —— k 点的模拟精度。

给定 α , 当 $\bar{A} < \alpha$ 且 $A_k < \alpha$ 成立时, 称模型为残差合格模型。

(2) 关联度检验^[1]。 ε_{oi} 为 $X_1^{(0)}$ 与 $\hat{X}_1^{(0)}$ 的绝对关

联度

$$\varepsilon_{oi} = \frac{1 + |s_0| + |s_i|}{1 + |s_0| + |s_i| + |s_i - s_0|} \quad (13)$$

$$|s_0| = \left| \sum_{k=2}^{m-1} x_1^{(0)}(k) + \frac{1}{2} x_1^{(0)}(m) \right| \quad (14)$$

$$|s_i| = \left| \sum_{k=2}^{m-1} \hat{x}_1^{(0)}(k) + \frac{1}{2} \hat{x}_1^{(0)}(m) \right| \quad (15)$$

$$|s_i - s_0| = \left| \sum_{k=2}^{m-1} (\hat{x}_1^{(0)}(k) - x_1^{(0)}(k)) + \frac{1}{2} (\hat{x}_1^{(0)}(m) - x_1^{(0)}(m)) \right| \quad (16)$$

若对于给定的 $\varepsilon_o > 0$ 有 $\varepsilon_{oi} > \varepsilon_o$, 则称模型为关联度合格模型。

2 灰色关联度分析

2.1 疲劳试验数据

在材料组织状态一定的情况下, 对于拉/扭非比例低循环加载过程, 等效应变范围、拉/扭载荷相位差、应变路径角、载荷循环特性(最小与最大应变幅之比)和温度等因素均与镍基单晶合金多轴低周疲劳损伤有关。本文对 DD3 镍基单晶合金多轴非比例加载低周疲劳试验数据^[8]进行灰色关联分析。选取疲劳试验寿命(循环次数)作为系统特征变量, 即目标值, 记为 X_0 ; 拉/扭载荷相位差、轴向应变比、应变路径角、等效应变范围、温度作为相关因素变量, 分别记为 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 、 X_5 。系统特征变量与相关因素变量的关系见表 1。

表 1 低周疲劳试验参数及结果

项目	序列															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
疲劳试验寿命 X_0	3 062	2 224	3 062	2 224	3 500	9 982	10 402	8 205	7 414	35 000	1 206	6 539	2 749	1 356	1 704	3 268
拉扭载荷相位差 $X_1/(^\circ)$	90	90	90	90	60	60	60	60	30	30	30	30	0	0	0	0
轴向应变比 X_2	0.05	0	-0.1	-1	0.05	0	-0.1	-1	0.05	0	0.05	-1	0.05	0	-0.1	-1
应变路径角 $X_3/(^\circ)$	40	50	65	80	50	40	80	65	65	80	40	50	80	65	50	40
等效应变范围 $X_4(\%)$	1.6	1.7	1.4	1.5	1.4	1.5	1.6	1.7	1.5	1.4	1.7	1.6	1.7	1.6	1.5	1.4
温度 $X_5/^\circ\text{C}$	680	680	850	850	850	850	680	680	680	680	850	850	850	850	680	680

2.2 关联度数据分析

序列初值像

$$X'_i = X_i / x_i(1) = (x'_i(1), x'_i(2), \dots, x'_i(n))$$

$$i = 0, 1, \dots, 5$$

差序列

$$A_i = |x'_0(k) - x'_i(k)|$$

$$A_i = (A_i(1), A_i(2), \dots, A_i(n)) \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

极差最大差值与最小差值

$$\max_i \max_k \Delta_i(k) = 22.679\ 6 \quad \min_i \min_k \Delta_i(k) = 0$$

取 $\xi = 0.5$ ，由式(1)可得各点的关联系数

$$\gamma(k) = \frac{11.339\ 8}{\Delta_i(k) + 11.339\ 8} \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad k = 1, 2, \dots, 16$$

由式(2)可得疲劳寿命与相关因素的关联度

$$\gamma(X_0, X_i) = \frac{1}{16} \sum_{k=1}^{16} \gamma(x_0(k), x_i(k))$$

$$\gamma(X_0, X_1) = 0.896\ 6 \quad \gamma(X_0, X_2) = 0.717\ 8$$

$$\gamma(X_0, X_3) = 0.908\ 9 \quad \gamma(X_0, X_4) = 0.912\ 2$$

$$\gamma(X_0, X_5) = 0.910\ 9$$

当相关因素序列与系统特征序列的关联度大于或等于 0.6^[1]时，才认为相关因素对系统特征值有影响。根据关联度计算结果，显示 5 个试验因素对疲劳寿命均有影响。其中疲劳寿命与应变路径角、等效应变范围、温度的关联度均大于 0.9，达一级；与拉/扭载荷相位差的关联度大于 0.8，为二级；与轴向应变比的关联度大于 0.7，为三级。试验因素对疲劳寿命的影响程度见图 1。上述灰色关联度分析结果可从以下方面得到解释：应变路径角反映了轴向载荷与切向载荷分别对材料疲劳寿命的贡献程度，试验表明前者的贡献显著大于后者，而高温非对称循环载荷下的应力松弛行为对疲劳损伤也有一

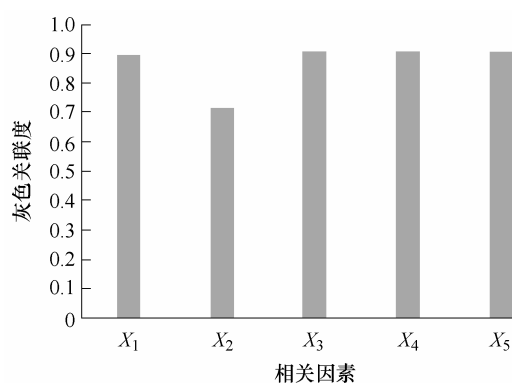


图 1 DD3 单晶合金多轴疲劳试验因素关联度

定的影响^[9]；等效应变范围综合了轴向和切向应变范围对疲劳寿命的贡献；拉/扭载荷相位差反映非比例加载效应对疲劳损伤的贡献，已有的研究表明非比例加载对疲劳损伤有显著影响^[10-11]。

3 多轴低周疲劳寿命灰预测模型

3.1 多轴疲劳损伤参量

在材料组织状态和环境温度一定的情况下，为了表征疲劳载荷的循环特性和拉/扭多轴效应对镍基单晶合金多轴低周疲劳寿命的影响，引入疲劳损伤参量^[12]

$$Q = 2\phi_{\max} / \Delta\sigma_e \quad (17)$$

式中 ϕ_{\max} ——最大轴向应力；

$\Delta\sigma_e$ ——多轴拉/扭载荷作用下的 Mises 等效应力范围。

由式(17)可知，对于单轴拉/压对称循环加载， $Q=1$ ，而多轴拉/扭、非对称循环加载时， $Q \neq 1$ 。

3.2 镍基单晶合金低周疲劳寿命灰预测模型

根据影响因素与疲劳寿命的灰色关联度分析，引入疲劳损伤参量 Q ，建立疲劳寿命预测 GM(1, N)模型如下所述。

(1) 系统特征序列为镍基单晶合金多轴低周疲劳试验循环次数 N_f 。

(2) 相关因素序列分别是镍基单晶合金多轴低周疲劳试验时的等效应变范围 $\Delta\epsilon_e$ 、Mises 等效应力范围 $\Delta\sigma_e$ 以及表征多轴疲劳载荷的循环特性和拉/扭多轴效应对疲劳寿命的损伤参量 Q 。

为了提高数据的线性化程度，降低不确定性影响，对多轴疲劳试验循环次数和等效应力范围数据进行对数化处理，分别建立 680 ℃ 及 850 ℃ DD3 单晶合金灰色多轴低周疲劳寿命预测模型。

680 ℃、850 ℃ DD3 镍基单晶合金多轴低周疲劳试验数据分别见表 2、3^[8]。

表 2 680 ℃ DD3 单晶合金多轴低周疲劳试验数据

项目	序列							
	1	2	3	4	5	6	7	8
疲劳试验寿命对数序列 $\ln N_f$	8.091 9	7.440 7	10.463 1	8.911 1	9.012 5	9.249 8	7.707 1	8.026 8
等效应变范围序列 $\Delta\epsilon_e(\%)$	1.080 6	1.024 7	0.481 9	0.754 0	0.853 7	0.539 2	1.158 0	1.258 3
等效应力范围对数序列 $\ln \Delta\sigma_e$	7.313 1	7.316 8	7.078 0	7.207 7	7.326 7	7.253 6	7.366 3	7.311 1
损伤参量序列 Q	0.724 1	0.847 6	0.391 4	0.933 5	0.469 6	0.417 5	1.021 7	1.050 2

注：表中 $\Delta\sigma_e$ 的计量单位为 MPa。

表 3 850 °C DD3 单晶合金多轴低周疲劳试验数据

项目	序列							
	1	2	3	4	5	6	7	8
疲劳试验寿命对数序列 $\ln N_f$	7.212 3	7.919 0	8.785 5	7.095 1	7.565 3	8.062 1	9.208 5	8.160 5
等效应变范围序列 $\Delta \varepsilon_e(\%)$	0.855 8	0.673 7	1.118 9	1.361 0	1.197 3	0.985 4	0.593 6	0.739 6
等效应力范围对数序列 $\ln \Delta \sigma_e$	7.250 4	7.344 2	7.225 8	7.330 8	7.266 5	7.132 6	7.201 8	7.164 5
损伤参量序列 Q	0.733 5	0.381 4	0.648 7	0.711 5	1.165 1	0.989 1	0.282 7	0.881 8

注：表中 $\Delta \sigma_e$ 的计量单位为 MPa。

基于表 2 试验数据建立 GM(1, N)白化方程

$$\frac{d(\ln N_f)^{(1)}}{dt} + 1.909 1 (\ln N_f)^{(1)}(k) = 1.614 (\ln \Delta \sigma_e)^{(1)}(k+1) - 0.855 Q^{(1)}(k+1) \times \exp(-1.909 1 k) - 4.198 3 (\Delta \varepsilon_e)^{(1)}(k+1) + 1.614 1 (\ln \Delta \sigma_e)^{(1)}(k+1) + 0.855 Q^{(1)}(k+1) \quad (19)$$

$$3.081 4 (\ln \Delta \sigma_e)^{(1)}(k+1) + 1.632 3 Q^{(1)}(k+1) \quad (18)$$

时间响应函数为

$$(\ln \hat{N}_f)(k+1) = [8.091 9 + 4.198 3 (\Delta \varepsilon_e)^{(1)}(k+1) -$$

经式(9)还原变换, 得到 GM(1, N)模型预测值 (为方便起见, 下文用字母 c 表示预测值)及误差分析, 如表 4 所示。

表 4 680 °C 残差检验计算值与原始数据比较

项目	序列							
	1	2	3	4	5	6	7	8
疲劳试验寿命对数 $\ln N_f$	8.091 9	7.440 7	10.463 1	8.911 1	9.012 5	9.249 8	7.707 1	8.026 8
预测值 c	8.091 9	6.836 9	10.535 1	9.568 3	8.713 8	9.814 8	7.904 2	7.416 1
残差	0	0.603 8	-0.072 0	-0.657 2	0.298 7	-0.565 0	-0.197 1	0.610 7
相对误差(%)	0	7.461	0.968	6.281	3.352	6.269	2.130	7.924

由表 3 试验数据建立 GM(1, N)白化方程

$$\frac{d(\ln N_f)^{(1)}}{dt} + 1.249 9 (\ln N_f)^{(1)}(k) = 1.501 4 (\ln \Delta \sigma_e)^{(1)}(k+1) - 0.842 9 Q^{(1)}(k+1) \times \exp(-1.249 9 k) - 2.034 6 (\Delta \varepsilon_e)^{(1)}(k+1) + 1.501 4 (\ln \Delta \sigma_e)^{(1)}(k+1) + 0.842 9 Q^{(1)}(k+1) \quad (21)$$

$$-2.543 1 (\Delta \varepsilon_e)^{(1)}(k+1) + 1.876 6 (\ln \Delta \sigma_e)^{(1)}(k+1) - 1.053 5 Q^{(1)}(k+1) \quad (20)$$

时间响应函数为

还原变换后的 GM(1, N)模型预测值及误差分析见表 5。

表 5 850 °C 残差检验计算值与原始数据比较

项目	序列							
	1	2	3	4	5	6	7	8
疲劳试验寿命对数 $\ln N_f$	7.212 3	7.919 0	8.785 5	7.095 1	7.565 3	8.062 1	9.208 5	8.160 5
预测值 c	7.212 3	7.597 4	9.543 6	8.551 9	7.883 0	8.017 7	9.419 1	8.527 6
残差	0	0.321 6	-0.758 1	-1.456 8	-0.317 7	0.044 4	-0.210 6	-0.367 1
相对误差(%)	0	4.459	9.573	16.582	4.478	0.586	2.612	3.987

3.3 预测值检验

3.3.1 残差检验

经残差检验, 680 °C GM(1, N)模型各预测值与试验值的相对误差均小于 0.1, 达到三级精度以上; 平均相对误差 4.912% < 5%, 达到二级精度。GM(1, N)模型的模拟平均相对精度为 95.1%, 表明 680 °C

GM(1, N)模型为残差合格模型。

850 °C GM(1, N)模型各预测值与试验值相对误差中, 仅有一个 16.582% < 20%, 达到四级精度, 其余均小于 0.1, 达到三级精度以上; 平均相对误差 6.04% < 10%, 达到三级精度。GM(1, N)模型的模拟平均相对精度为 93.96%, 表明 850 °C GM(1, N)模

型残差合格。

3.3.2 关联度检验

680 °C 原始数据 $\ln N_f$ 序列和 GM(1, N) 模型模拟预测值序列的绝对关联度 $\varepsilon_{oi} = 0.9716 > 0.90$ ，精度等级达到一级，表明 680 °C 模型为关联度合格模型。

850 °C 原始数据 $\ln N_f$ 序列和 GM(1, N) 模型模拟预测值序列的绝对关联度 $\varepsilon_{oi} = 0.8561 > 0.80$ ，精度等级达到二级以上，表明 850 °C 模型为关联度合格模型。

3.4 预测寿命与试验寿命对比

对表 4、表 5 中的预测值 c 进行反对数处理，得到灰色模型疲劳预测寿命

$$N_{cf} = \exp c$$

表 6、7 和图 2、3 列出了 680 °C、850 °C 下 DD3 镍基单晶合金多轴低周疲劳灰色模型预测寿命与疲劳试验寿命对比结果，680 °C 多轴疲劳预测寿命数据均落在 1.93 倍偏差分布带内，而 850 °C 多轴疲劳预测寿命数据几乎都落在 2.13 倍偏差分布带内。

表 6 680 °C 预测寿命与试验寿命比较

项目	序列							
	1	2	3	4	5	6	7	8
疲劳试验寿命 N_{tf}	3 268	1 704	35 000	7 414	8 205	10 402	2 224	3 062
疲劳预测寿命 N_{cf}	3 268	932	37 613	14 304	6 086	18 303	2 709	1 663
偏差因子	1.00	1.83	1.07	1.93	1.35	1.76	1.22	1.84

表 7 850 °C 预测寿命与试验寿命比较

项目	序列							
	1	2	3	4	5	6	7	8
疲劳试验寿命 N_{tf}	1 356	2 749	6 539	1 206	1 930	3 172	9 982	3 500
疲劳预测寿命 N_{cf}	1 356	1 993	13 955	5 177	2 652	3 034	12 321	5 052
偏差因子	1.00	1.38	2.13	4.29	1.37	1.05	1.23	1.44

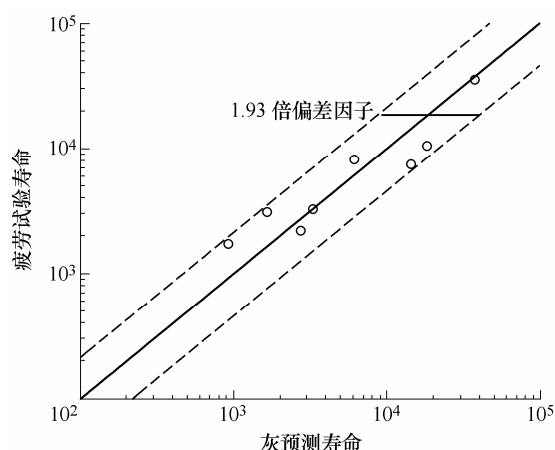


图 2 680 °C DD3 单晶合金多轴低周疲劳灰预测寿命与试验寿命

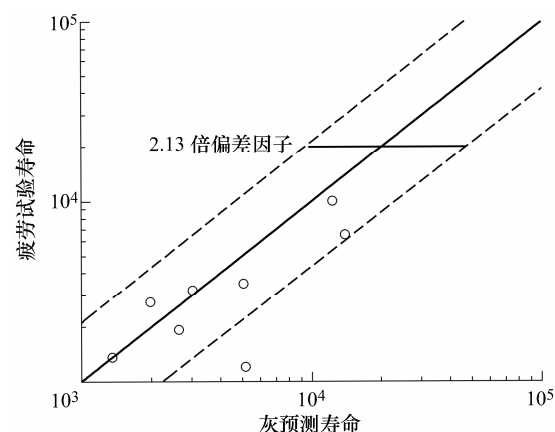


图 3 850 °C DD3 单晶合金多轴低周疲劳灰预测寿命与试验寿命

4 结论

(1) 灰色关联分析结果表明，应变路径角、等效应变范围、温度、拉扭载荷相位差、轴向应变比诸因素对 DD3 镍基单晶合金多轴低周疲劳寿命均有影响，且影响显著性依次为等效应变范围、温度、应变路径角、拉扭载荷相位差、轴向应变比。

(2) 引入疲劳损伤参量 Q 表征非对称载荷循环特性和拉/扭多轴效应，建立了镍基单晶合金多轴低周疲劳寿命灰色 GM(1, N) 预测模型，分别对 680 °C、850 °C 下 DD3 单晶合金多轴非比例加载低周疲劳寿命进行预测。

(3) 利用镍基单晶合金低周疲劳寿命试验数据对模型预测结果进行验证，680 °C、850 °C GM(1, N) 模型平均相对误差分别为 4.9%、6.0%，平均相对精度分别为 95.1%、93.96%；试验数据和 GM(1, N) 模型预测数据的绝对关联度分别为 0.97、0.86。680 °C 多轴疲劳试验数据均落在 1.93 倍偏差分布带内，而 850 °C 多轴疲劳试验数据几乎都落在 2.13 倍偏差分布带内。所有检验表明基于灰色理论建立的单晶合金低周疲劳 GM(1, N) 寿命预测模型预测精度较高，为镍基单晶合金的疲劳寿命预测提供了一种新方法。

参 考 文 献

- [1] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 5 版. 北京: 科学出版社, 2010.
LIU Sifeng, DANG Yaoguo, FANG Zhigeng, et al. Grey system theory and its applications[M]. 5th ed. Beijing: Science Press, 2010.
- [2] 于雷. 灰色系统理论在汽车齿轮寿命预测中的应用[J]. 汽车技术, 2006(9): 24-26.
YU Lei. Application of gray system theory in predicting life of automobile gear[J]. Automobile Technology, 2006(9): 24-26.
- [3] 张怀亮. 灰色 GM(1, 1)模型在金属材料疲劳试验数据预测中的应用[J]. 化工机械, 2002, 29(1): 15-17.
ZHANG Huailiang. Application of grey GM(1,1) model in the data predication of the faitigue tests of metal materials[J]. Chemical Engineering & Machinery, 2002, 29(1): 15-17.
- [4] 徐可君, 江龙平, 隋育松. 疲劳裂纹预测的灰方法[J]. 燃气轮机技术, 2002, 15(4): 45-47.
XU Kejun, JIANG Longping, SUI Yusong. Grey method of engineering prediction on fatigue crack growth[J]. Gas Turbine Technology, 2002, 15(4): 45-47.
- [5] 王旭亮, 聂宏. 基于灰色系统 GM(1, 1)模型的疲劳寿命预测方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40(6): 845-848.
WANG Xuliang, NIE Hong. Prediction method for fatigue life based on grey model GM(1, 1)[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2008, 40(6): 845-848.
- [6] 丁智平. 复杂应力状态镍基单晶高温合金低周疲劳损伤研究[D]. 长沙: 中南大学, 2005.
DING Zhiping. Study on multiaxial low cycle fatigue damage of single crystal Ni-based superally[D]. Changsha: Central South University, 2005.
- [7] 翟己. 一种预测疲劳及蠕变寿命的新方法[J]. 西南交通大学学报, 1992(6): 42-46.
ZHAI Ji. A new method for predicting fatigue and creep life[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1992(6): 42-46.
- [8] 丁智平, 陈吉平, 王腾飞, 等. 镍基单晶合金多轴非比例加载低周疲劳研究[J]. 力学学报, 2012, 44(2): 326-333.
DING Zhiping, CHEN Jiping, WANG Tengfei, et al. Study on low cycle fatigue of single crystal Ni-based superalloy under multiaxial non-proportiona loading[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2012, 44(2): 326-333.
- [9] 丁智平, 曾军, 陈吉平. 镍基单晶合金多轴非比例对称循环加载应力弱化损伤与低周疲劳研究[J]. 航空学报, 2013, 34(12): 2768-2776.
DING Zhiping, ZENG Jun, CHEN Jiping. Study on stress-weakening damage and low cycle fatigue of Ni-based single crystal superalloy under multiracial asymimetric loading[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2013, 34(12): 2768-2776.
- [10] 尚德广, 孙国芹, 蔡能. 非比例加载下 GH4169 高温多轴疲劳行为研究[J]. 航空材料学报, 2006, 26(6): 6-11.
SHANG Deguang, SUN Guoqin, CAI Neng. Multiaxial fatigue behavior of GH4169 superalloy under non-proportional loadings at high temperature[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2006, 26(6): 6-11.
- [11] 张莉, 王刚, 程靳. 多轴非比例加载条件下疲劳损伤参量的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2004, 36(5): 606-609.
ZHANG Li, WANG Gang, CHENG Jin. Investigation of fatigue damage parameters under multi-axial non-proportional loading[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2004, 36(5): 606-609.
- [12] 丁智平, 李明, 王腾飞, 等. 基于单胞模型镍基单晶合金低周疲劳寿命的预测[J]. 机械工程材料, 2012, 36(6): 79-85.
DING Zhiping, LI Ming, WANG Tengfei, et al. Low cycle fatigue life prediction for Ni-based single crystal high temperature alloy based on unit cell model[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2012, 36(6): 79-85.

作者简介: 陈吉平(通信作者), 女, 1957 年出生, 教授。主要研究方向为机械强度理论及塑性成形。

E-mail: cjp733@aliyun.com

丁智平, 男, 1956 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为机械强度理论。

E-mail: dzp0733@sohu.com