

DOI: 10.3901/JME.2016.03.118

光滑平面约束下的活动线缆物性建模与运动仿真技术*

金望韬 刘检华 刘佳顺 唐承统 林海立

(北京理工大学机械与车辆学院 北京 100081)

摘要: 针对活动线缆在安装和服役过程中受到单面约束时的运动过程仿真问题, 提出一种基于弹性细杆静力学理论的光滑平面约束下的活动线缆物性建模与仿真方法。该方法通过分析活动线缆在光滑平面约束下的受力情况, 将活动线缆所受到的约束力用拉格朗日乘子表达, 将节点与平面的相对空间位置关系作为限制活动线缆运动的约束方程, 得到分布力作用下的活动线缆 Kirchhoff 平衡方程, 并建立活动线缆的物理模型。进而采用非线性约束优化方法求解模型。最后根据不同假设条件进行算例测试, 通过比较活动线缆的仿真形态和实际形态, 验证模型和数值解法的正确性。结果表明, 该模型和解法能充分真实地表达活动线缆的基本物理特性和活动线缆受到光滑平面约束时的形变特点。

关键词: 光滑平面约束; 弹性细杆理论; 运动仿真; 活动线缆

中图分类号: TP391

Motional Cable Harness Physical Characteristic Oriented Modeling and Kinetic Simulation Technology under Smooth Plane Constraints

JIN Wangtao LIU Jianhua LIU Jiashun TANG Chengtong LIN Haili

(School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract: In order to solve the kinetic simulation problem of motional cable harness with unilateral constraints in the process of assembly and service, an physical modeling and simulation method of motional cable harness under smooth plane constraint is proposed which is based on the theory of thin elastic rod. The method analyzes the load conditions of motional cable harness, and expresses the constraint force in the form of a plane normal vector. The relative spatial relationship between nodes and plane is used as the constraint equations. The Kirchhoff equilibrium equation under distribution forces and the physical model of motional cable are attained. The model is solved by the method of nonlinear constrained optimization. Some examples are done based on different conditions. Furthermore, the proposed model and numerical solution is tested by comparing the simulated and the actual shape of motional cable. And the result shows that the model and solution can truly express the basic physical properties and deformation characteristics under smooth plane constraint.

Key words: smooth plane constraint; theory of thin elastic rod; kinetic simulation; motional cable harness

0 前言

线缆类零件在航空航天、船舶、汽车和家电等行业中广泛应用, 线缆装配过程中的规范性及可靠性已成为影响产品装配质量的重要因素之一。其中, 活动线缆是指一类特殊的线缆类零件, 其在产品服役过程中处于运动状态。目前, 活动线缆的工艺设计只能通过经验、模装和多轮实际布线才能确定,

无法在设计阶段获得最优方案, 导致布线工艺可靠性差、线缆过弯曲损伤、夹伤、疲劳、外皮磨损、与突出结构部件发生缠绕等问题^[1]。

工程中要求活动线缆运动时, 不允许其与结构件发生干涉或刮蹭, 但在实际情形下, 活动线缆会与结构件表面发生接触(图 1)或从结构件孔中穿过。因此, 需要考虑结构件的装配和运动对活动线缆运动变形的影响。活动线缆受到的此类空间约束可以看作单面约束, 即活动线缆运动时会与结构件表面发生接触, 但不能进入或穿透结构件。实现单面约束下活动线缆的运动仿真, 能更真实地反映活动线缆的运动形态。

* 国家自然科学基金(51275047)、国防基础科研(A0420132501)和总装预先研究(51318010102)资助项目。20150218 收到初稿, 20150930 收到修改稿

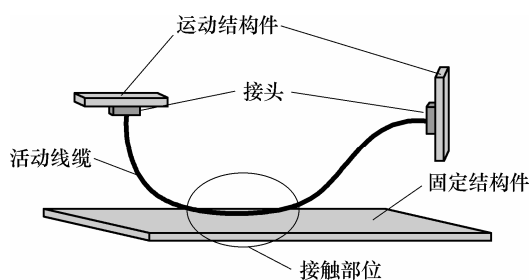


图1 活动线缆与结构件表面接触示意图

目前, 国内外针对线缆等柔性体的物性模型主要包括弹簧质点模型^[2]、有限元模型^[3]和弹性细杆模型^[4]等, 但对柔性体与刚体接触这类单面约束的技术成果较少。上海大学的薛纭等^[5]将约束力用曲面法向量的倍数来表示, 建立了受曲面约束的圆截面弹性细杆的平衡微分方程, 此方法能较好地计算出弹性细杆中心线的三维数值解。王晨等^[6]对定点和滑动点两类约束, 建立了带约束柔性管的动态样条模型, 通过分析约束意义下的拉格朗日系统, 给出了带约束的拉格朗日极值方程组并进行求解, 较好地实现了柔性管形变仿真准确和实时的要求。WRIGGERS 等^[7]通过检测接触点来构造约束条件, 进而采用有限元法分析了空间梁之间的相互接触情形, 其中, 接触点的检测使梁的形态描述更为精确。JONAS 等^[8]建立了弹性杆的形变模型, 利用拉格朗日乘子给出了杆的定长条件, 并考虑摩擦, 引入接触模型再现了弹性杆的滚动和扭转特性。

笔者以弹性细杆静力学理论^[9]为基础, 建立了分布力作用下的活动线缆平衡方程, 通过分析活动线缆在光滑平面约束下所受到的约束力和约束方程, 得到了相应的物理模型。进而利用非线性约束优化方法完成了模型求解, 实现了单面约束下的活动线缆运动过程仿真。最后根据不同边界条件进行了算例测试, 验证了上述模型和求解方法的正确性。

1 问题描述

在虚拟环境中实现活动线缆的运动过程仿真, 其实质是建立物理模型来表达活动线缆各个物理量, 完成整个运动过程中各离散时刻活动线缆的位姿求解。其中, 物性建模及其求解的关键, 是分析各离散时刻活动线缆的受力情况。进而通过曲线拟合的方法得到活动线缆的整体形态, 并将其在计算机中呈现出来。如图2所示, 活动线缆一端连接的运动结构件2静止, 另一端连接的运动结构件1带动整根活动线缆运动, 在不同时刻活动线缆呈现不同的位姿。

活动线缆与平面发生接触, 是单面约束系统的一种特殊情形。当活动线缆在运动过程中受平面约

束时, 其与平面的接触情况分为以下几种(图3): ①线接触: 活动线缆与平面有一段或多段接触线; ②点接触: 活动线缆与平面有一个或多个接触点; ③无接触: 活动线缆与平面不发生接触。

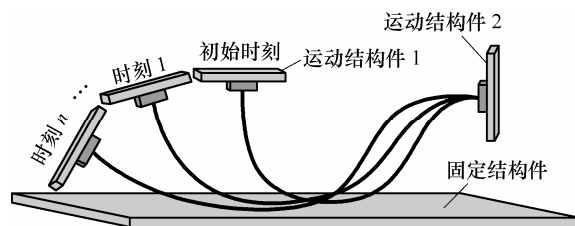


图2 活动线缆运动过程示意图

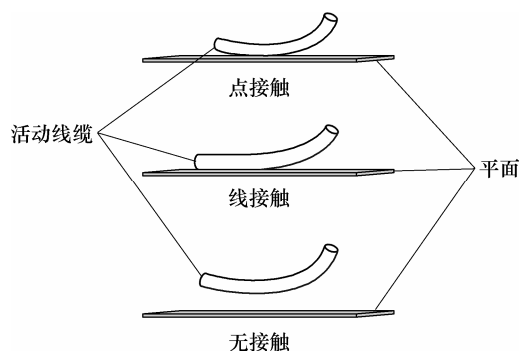


图3 活动线缆与平面接触局部示意图

受平面约束活动线缆的平衡分析建立在无约束活动线缆^[1]的研究基础上。无约束活动线缆利用微积分的思想, 将活动线缆整体划分为无数个无限小的线缆微元段。通过对线缆微元的分析, 得到描述线缆微元平衡状态的物理量, 将所得到的微元物理量进行积分可得到整条活动线缆的状态特征量, 包括空间构型、受力状况等。无约束活动线缆的平衡状态当其力和力矩平衡时达到, 而受平面约束活动线缆则需进一步考虑约束所产生的外力对活动线缆形态和受力上的影响以及约束对活动线缆运动时几何上的限制。

2 光滑平面约束下活动线缆物性建模

与曲线不同, 活动线缆是有体积的实体, 其几何形态由截面沿中心线的移动和转动所体现。当其中心线确定之后, 与中心线正交的刚性截面可围绕中心线转动, 因此, 仅靠中心线并不能完全确定活动线缆的空间形态, 只有当截面围绕中心线旋转的角度确定之后, 进而考虑光滑平面对活动线缆的影响, 活动线缆的空间形态才能够唯一确定下来。

2.1 模型假设

为了简化模型, 主要求解描述活动线缆的弯曲变形和扭转变形的矢量——弯扭度, 而不考虑活动线缆的剪切和拉伸等变形。因此, 在光滑平面约束下, 对活动线缆的物性模型作如下假设。

- (1) 活动线缆为等截面。
- (2) 活动线缆各向同性, 弹性常数保持不变, 应力和应变满足线性本构关系。
- (3) 在松弛状态下, 活动线缆呈直线, 无原始曲率、扭率。
- (4) 忽略活动线缆与平面之间的摩擦。
- (5) 忽略接触力对活动线缆截面形状的影响。

2.2 平衡方程的建立

由于忽略活动线缆与平面之间的摩擦, 所以活动线缆与平面接触时仅受到接触力, 接触力方向垂直于平面。平面约束下的活动线缆受到重力、接触力等分布力的作用, 因此需要在考虑分布力的情况下建立受光滑平面约束的活动线缆 Kirchhoff 平衡方程, 如图 4 所示。

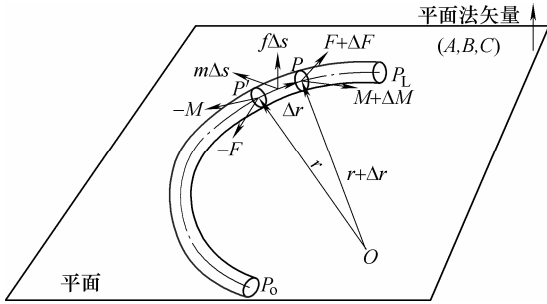


图 4 考虑分布力的活动线缆微元弧段 PP' 的平衡

活动线缆的力平衡方程矢量形式为

$$\frac{d\mathbf{F}}{ds} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{F} + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (1)$$

式中, \mathbf{f} 为活动线缆微元上的分布力向微元中心简化后的主矢。

设平面方程为 $A\xi + B\eta + C\zeta + D = 0$ 。活动线缆与平面接触时, 接触力可表示为

$$\mathbf{f}_t = \lambda(A, B, C) \begin{pmatrix} \mathbf{e}_\xi \\ \mathbf{e}_\eta \\ \mathbf{e}_\zeta \end{pmatrix} \quad (2)$$

设定坐标系 $O\xi\eta\zeta$ 和主轴坐标系 $Pxyz$, $O\xi\eta\zeta$ 的单位基矢量 \mathbf{e}_ξ 、 \mathbf{e}_η 、 \mathbf{e}_ζ 和 $Pxyz$ 的单位基矢量 \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 、 \mathbf{e}_z 之间的关系可用欧拉参数表示

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_\xi \\ \mathbf{e}_\eta \\ \mathbf{e}_\zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_2q_1 + q_0q_3) & 2(q_0^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_3q_1 - q_0q_2) & 2(q_3q_2 + q_0q_1) & 2(q_0^2 + q_3^2) - 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

因此, 接触力 \mathbf{f}_t 可进一步表示为

$$\mathbf{f}_t = \lambda(A, B, C) \times \begin{pmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_2q_1 + q_0q_3) & 2(q_0^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_3q_1 - q_0q_2) & 2(q_3q_2 + q_0q_1) & 2(q_0^2 + q_3^2) - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

忽略活动线缆所受到的重力, 则分布力项 $\mathbf{f} = \mathbf{f}_t$ 。将式(4)代入分布力项, 可以得到活动线缆的力平衡标量形式

$$\begin{cases} \frac{dF_x}{ds} + \omega_y F_z - \omega_z F_y + f_x = 0 \\ \frac{dF_y}{ds} + \omega_z F_x - \omega_x F_z + f_y = 0 \\ \frac{dF_z}{ds} + \omega_x F_y - \omega_y F_x + f_z = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, f_x 为活动线缆微元上的分布力在主轴坐标系 $Pxyz$ 中 x 轴的投影, f_y 为活动线缆微元上的分布力在主轴坐标系 $Pxyz$ 中 y 轴的投影, f_z 为活动线缆微元上的分布力在主轴坐标系 $Pxyz$ 中 z 轴的投影。

分布力作用在活动线缆微元上所产生的力矩向微元中心简化后的主矩是微元长度 Δs 的二阶小量, 在整个建模过程中, 均忽略增量的高阶小量。因此, 分布力作用下的活动线缆力矩平衡方程为

$$\frac{d\mathbf{M}}{ds} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} + \mathbf{e}_z \times \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (6)$$

由于活动线缆无原始曲率及扭率, 因此其截面作用力主矩可表示为

$$\begin{cases} M_x = A\omega_x \\ M_y = B\omega_y \\ M_z = C\omega_z \end{cases} \quad (7)$$

式中, A 、 B 分别为截面绕 x 、 y 轴的抗弯刚度; C 为截面绕 z 轴的抗扭刚度。

将式(7)代入式(6), 可以得到分布力作用下的力矩平衡方程向主轴坐标系投影后的标量形式

$$\begin{cases} A \frac{d\omega_x}{ds} + (C - B)\omega_y\omega_z - F_y = 0 \\ B \frac{d\omega_y}{ds} + (A - C)\omega_z\omega_x + F_x = 0 \\ C \frac{d\omega_z}{ds} + (B - A)\omega_x\omega_y = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式(5)和(8)构成活动线缆平衡的 Kirchhoff 方程。

2.3 约束方程的建立

在运动过程中, 活动线缆可以与平面接触, 也可以脱离平面。当活动线缆与平面接触时, 接触力 f_t 与平面法方向 (A, B, C) 同向, 接触力值 $f_t > 0$, 横截面法向量 e_z 垂直于平面法矢量 (A, B, C) ; 当活动线缆脱离平面时, 接触力值 $f_t = 0$ 。故有 $f_t \cdot (A, B, C) \geq 0$, 即不等式约束

$$\lambda \geq 0 \quad (9)$$

且有 $f_t \cdot e_z = 0$ 。

设 $f_t = (f_t)_x e_x + (f_t)_y e_y + (f_t)_z e_z$, 那么 $f_t \cdot e_z = (f_t)_z$ 。由 $f_t \cdot e_z = 0$, 可得

$$(f_t)_z = 0 \quad (10)$$

由于活动线缆在运动过程中不能进入或穿透平面, 所以活动线缆始终在平面的一侧。已知活动线缆两 endpoints 的位置分别为 (ξ_0, η_0, ζ_0) 和 (ξ_1, η_1, ζ_1) , 设 $g(\xi, \eta, \zeta) = A\xi + B\eta + C\zeta + D$, 并设活动线缆中心线上第 i 个点的位置为 (ξ_i, η_i, ζ_i) , 那么有 $g(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \cdot g(\xi_1, \eta_1, \zeta_1) \geq 0$, 若 $g(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) \geq 0$ (≤ 0), 则活动线缆上每一节点的位置坐标均满足

$$g(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \geq 0 (\leq 0) \quad (11)$$

另外, 当活动线缆与平面不发生接触时, 即 $g(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \neq 0$, 此时接触力为 0; 当线缆与平面发生接触时, 即 $g(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = 0$, 此时接触力大于 0。故对每一节点有

$$\lambda \cdot g(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = 0 \quad (12)$$

3 活动线缆物性模型的求解

求解活动线缆的力和力矩平衡方程, 可以得到确定弯扭度分量的三个独立变量: 曲率、挠率和相对扭角的变化率。根据上述模型解出 F_x 、 F_y 、 F_z 、 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 和 λ , 通过对 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 积分得到中心线切矢量 $T(s)$, 并利用 $r(s) = \int_0^s T(\sigma) d\sigma + r(0)$, 得到活动线缆各点的空间位置矢量 $r(s)$, 由此确定活动线缆的空间位姿。

3.1 平衡方程的转化

平衡方程的转化包括变量代换、量纲一化和方程离散。

(1) 变量代换。为了简化计算过程并避免欧拉角等产生的奇异位置, 在实际求解中引入欧拉参数 q_1 、 q_2 、 q_3 、 q_4 。欧拉参数具有如下性质

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (13)$$

类比刚体无限小转动理论, 弯扭度 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 与欧拉参数之间存在以下关系

$$\begin{cases} \omega_x = 2 \left(-q_2 \frac{dq_1}{ds} + q_1 \frac{dq_2}{ds} + q_4 \frac{dq_3}{ds} - q_3 \frac{dq_4}{ds} \right) \\ \omega_y = 2 \left(-q_3 \frac{dq_1}{ds} - q_4 \frac{dq_2}{ds} + q_1 \frac{dq_3}{ds} + q_2 \frac{dq_4}{ds} \right) \\ \omega_z = 2 \left(-q_4 \frac{dq_1}{ds} + q_3 \frac{dq_2}{ds} - q_2 \frac{dq_3}{ds} + q_1 \frac{dq_4}{ds} \right) \end{cases} \quad (14)$$

由于分布力的存在, 内力 F_x 、 F_y 、 F_z 无法由欧拉参数统一, 因此 Kirchhoff 方程包含 8 个未知数 q_1 、 q_2 、 q_3 、 q_4 、 F_x 、 F_y 、 F_z 和 λ 。

(2) 量纲一化。针对活动线缆静力学模型, 引入 $A' = A/FL^2$, $B' = B/FL^2$, $C' = C/FL^2$ 等量纲一参数和变量将方程化为量纲一形式。通过量纲一化后, 原有方程中所有的物理量均不再有量纲, 它们成为不再具有物理性质的纯粹的数量。在求解过程完成后, 要通过回带恢复其量纲。

(3) 方程离散。微分求积法是一种不依赖泛函和变分原理的数值计算方法, 具有数学原理简单、计算精度高、计算量和内存需求少等优点^[10]。其核心是将数值积分的思想推广到数值微分当中, 将某个函数的导数用这个函数在整个求解区域中的所有离散点函数值的加权和表达。

$$\left. \frac{d^r x}{ds^r} \right|_{s=s_i} = \sum_{k=1}^N A_{ik}^r x_k \quad (15)$$

式中, A_{ik} 为权系数矩阵, 具体表示为

$$\begin{cases} A_{ij} = \frac{\prod_{k=1, k \neq i, j}^N (s_i - s_k)}{\prod_{k=1, k \neq j}^N (s_j - s_k)} \\ A_{ii} = \sum_{k=1, k \neq i}^N \frac{1}{(s_i - s_k)} \end{cases} \quad (16)$$

其中, 权系数完全由离散点决定, 离散点的确定方法对于微分求积法的精度有着极大的影响。通常情况下, 非均匀节点的计算效率高于均匀节点, 本文采用 Chebyshev 法确定离散节点。

经过微分求积法的离散后, 方程中的微分表达式被一个包含函数所有节点函数值的一阶多项式替代, 从而将微分方程离散为代数方程。

3.2 边界条件

边界条件包括位姿边界条件和线缆定长条件。

(1) 位姿边界条件。包括两 endpoints 的相对位置矢量 R 及表达端点姿态的两组欧拉参数 q_0 、 q_1

$$\begin{cases} R = (R_1 \ R_2 \ R_3) \\ q_0 = (q_{1,0} \ q_{2,0} \ q_{3,0} \ q_{4,0}) \\ q_1 = (q_{1,1} \ q_{2,1} \ q_{3,1} \ q_{4,1}) \end{cases} \quad (17)$$

(2) 线缆定长条件。线缆在运动过程中不可伸长, 其长度为

$$L = \sum_{j=2}^n \sqrt{(\xi_j - \xi_{j-1})^2 + (\eta_j - \eta_{j-1})^2 + (\zeta_j - \zeta_{j-1})^2} \quad (18)$$

式中, ξ_j 为活动线缆节点在 $O\xi\eta\zeta$ 中的 ξ 坐标值, η_j 为活动线缆节点在 $O\xi\eta\zeta$ 中的 η 坐标值, ζ_j 为活动线缆节点在 $O\xi\eta\zeta$ 中的 ζ 坐标值。

其中, 活动线缆的节点坐标可以由式(19)确定

$$\begin{cases} \xi_i = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^i \Delta s ((2q_{2,k-1} + q_{2,k})q_{4,k-1} + (2q_{2,k} + q_{2,k-1})q_{4,k} + \\ (2q_{1,k-1} + q_{1,k})q_{3,k-1} + (2q_{1,k} + q_{1,k-1})q_{3,k}) \\ \eta_i = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^i \Delta s ((2q_{3,k-1} + q_{3,k})q_{4,k-1} + (2q_{3,k} + q_{3,k-1})q_{4,k} - \\ (2q_{1,k-1} + q_{1,k})q_{2,k-1} - (2q_{1,k} + q_{1,k-1})q_{2,k}) \\ \zeta_i = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^i \Delta s (q_{1,k-1}^2 + q_{1,k-1}q_{1,k} + q_{1,k}^2 + q_{4,k-1}^2 + q_{4,k-1}q_{4,k} + \\ q_{4,k}^2 - q_{2,k-1}^2 - q_{2,k-1}q_{2,k} - q_{2,k}^2 - q_{3,k-1}^2 - q_{3,k-1}q_{3,k} - q_{3,k}^2) \end{cases} \quad (19)$$

3.3 数值求解

将每个节点处的 Kirchhoff 方程式(5)、(8)和式(13)、(17)、(18)联立, 构成完整的封闭方程组。

设 $\mathbf{x}^* = (\mathbf{x}_1^*, \dots, \mathbf{x}_i^*, \dots, \mathbf{x}_n^*)$ 为方程组的精确解, $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_n)$ 为方程组的迭代解, 其中 $\mathbf{x}_i = (q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}, q_{4i}, F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, \lambda_i)$ 。记方程组为 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))^T = \mathbf{0}$, $f_i(\mathbf{x})$ 表示方程组中的第 i 个方程。那么上述方程组可以看成非线性最小二乘问题, 可利用非线性约束优化方法来求解。其中, 目标函数为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{8n}} S(\mathbf{x}) \\ S(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m f_i^2(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (20)$$

4 算例测试及试验验证

为了验证算法的有效性, 在 LINGO 优化软件平台上编程实现模型求解。进而利用 Matlab 软件处理求解结果, 采用非均匀 B 样条曲线对数据结果进行拟合, 并画图显示。

算例测试中, 活动线缆的部分属性参数^[1]如表 1 所示。

活动线缆两端(活动端以下标 m 区分, 固定端以下标 f 区分)的形态通过位姿矩阵来表示。位姿矩

阵是表达活动线缆端部位置以及方向的矩阵, 可以表示为

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{T}_{1 \times 3} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (21)$$

式中, $\mathbf{S}_{3 \times 3}$ 表示定坐标系 $O\xi\eta\zeta$ 相对活动线缆端部主轴坐标系 $Pxyz$ 的方向余弦矩阵, $\mathbf{T}_{1 \times 3}$ 表示活动线缆端部在定坐标系 $O\xi\eta\zeta$ 下的位置坐标。

表 1 线缆属性参数

参数名称	参数值
抗弯刚度/(N·m ²)	0.215 139 4
抗扭刚度/(N·m ²)	0.039 159 95
半径/m	0.004

通过测量求解节点的真实值, 比较仿真与实际活动线缆形态, 以验证仿真结果的可靠性。

具体地, 根据 Chebyshev 法确定在线缆上标记求解节点, 进而测量求解节点的实际位置。其中, Chebyshev 法计算公式如下

$$s_i = \frac{1 - \cos[(i-1)\pi/(N-1)]}{2} a \quad (22)$$

式中, N 表示求解节点的个数, a 表示活动线缆长度, s_i 表示第 i 个求解节点的弧坐标。

(1) 算例测试 1。假设活动线缆固定端和运动端的位姿矩阵分别为

$$\mathbf{P}_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5\,700 & -531 & 3\,762.5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5\,800 & -531 & 3\,762.5 & 1 \end{pmatrix}$$

平面方程为 $\eta + 580 = 0$, 活动线缆长度为 0.196 m。

计算结果如表 2、3 所示。

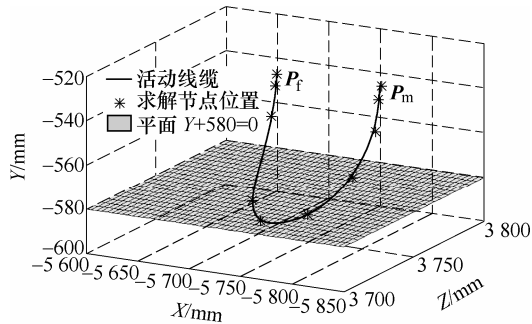
表 2 算例 1 结果

目标函数值	0.008 990 09
迭代步数	2 744
运行时间/s	34

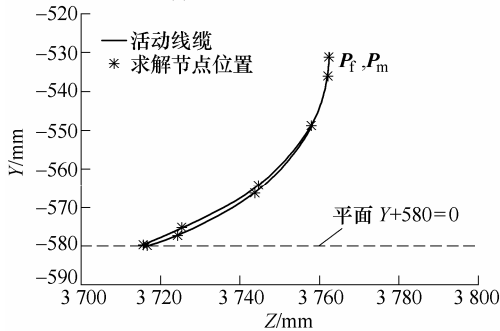
根据上述算例节点位置坐标, 利用非均匀 B 样条曲线拟合出活动线缆形态, 见图 5。

表 3 各求解节点位置坐标

节点	ξ/mm	η/mm	ζ/mm
1	-5 700.000 00	-531.000 00	3 762.500 00
2	-5 700.129 32	-535.809 35	3 762.095 56
3	-5 702.214 04	-548.915 22	3 757.729 88
4	-5 709.830 24	-564.435 31	3 744.436 16
5	-5 726.926 09	-575.422 53	3 725.542 97
6	-5 754.961 48	-580.000 00	3 715.057 00
7	-5 783.029 37	-577.218 95	3 724.389 50
8	-5 797.253 21	-565.629 75	3 744.264 66
9	-5 800.169 00	-549.128 67	3 757.921 02
10	-5 800.110 40	-535.813 94	3 762.149 03
11	-5 800.016 10	-530.994 40	3 762.503 88



(a) 活动线缆正面形态图



(b) 活动线缆侧面形态图

图 5 活动线缆正面及侧面形态图

活动线缆实际形态见图 6。各节点实际位置如表 4 所示。



图 6 活动线缆正面形态图

(2) 算例测试 2。假设活动线缆固定端和运动端的位姿矩阵分别为

$$P_f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5\,749 & -644 & 3\,762.5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5\,800 & -531 & 3\,762.5 & 1 \end{pmatrix}$$

表 4 各求解节点位置坐标(实测)

节点	ξ/mm	η/mm	ζ/mm
1	-5 700.0	-531.0	3 762.0
2	-5 701.0	-535.0	-3 761.0
3	-5 703.0	-549.0	-3 758.0
4	-5 711.0	-564.0	-3 746.0
5	-5 723.0	-576.0	-3 728.0
6	-5 750.0	-580.0	-3 716.0
7	-5 777.0	-576.0	-3 728.0
8	-5 789.0	-564.0	-3 746.0
9	-5 797.0	-549.0	-3 758.0
10	-5 799.0	-535.0	-3 761.0
11	-5 800.0	-531.0	3 762.0

平面方程为 $\xi + 5\,800 = 0$ ，活动线缆长度为 0.136 m。

计算结果如表 5、6 所示。

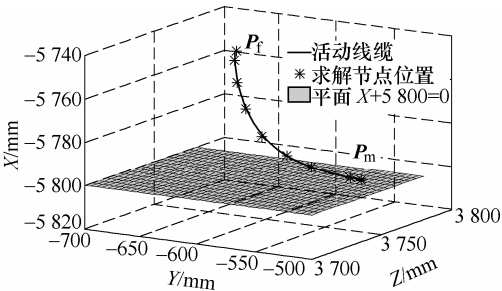
表 5 算例 2 结果

目标函数值	0.000 635 523
迭代步数	1 663
运行时间/s	27

表 6 各求解节点位置坐标

节点	ξ/mm	η/mm	ζ/mm
1	-5 749.000 00	-644.000 00	3 762.500 00
2	-5 752.320 10	-643.792 89	3 762.499 97
3	-5 761.652 55	-641.491 58	3 762.500 23
4	-5 774.268 99	-633.547 86	3 762.501 10
5	-5 785.602 12	-618.492 65	3 762.501 62
6	-5 792.923 03	-598.771 83	3 762.500 62
7	-5 796.861 51	-578.037 17	3 762.499 57
8	-5 798.867 78	-559.100 78	3 762.499 81
9	-5 799.739 57	-544.027 48	3 762.500 02
10	-5 799.975 81	-534.348 00	3762.499 98
11	-5 799.996 85	-531.014 80	3762.500 06

根据上述算例节点位置坐标，利用非均匀 B 样条曲线拟合出活动线缆形态，见图 7。



(a) 活动线缆正面形态图

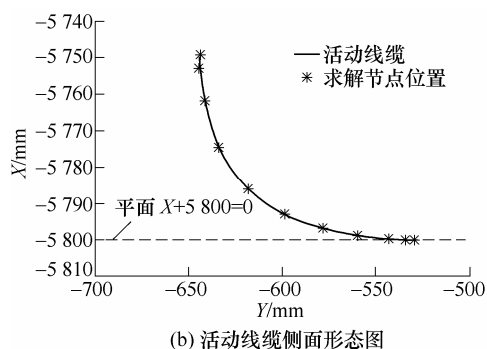


图 7 活动线缆正面及侧面形态图

活动线缆实际形态见图 8。各节点实际位置如表 7 所示。

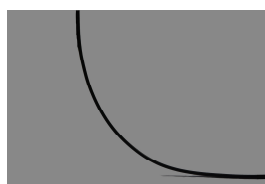


图 8 活动线缆正面形态图

表 7 各求解节点位置坐标(实测)

节点	ξ/mm	η/mm	ζ/mm
1	-5 749.0	-644.0	3 762.5
2	-5 752.0	-642.0	3 762.5
3	-5 761.0	-638.0	3 762.5
4	-5 772.0	-631.0	3 762.5
5	-5 785.0	-615.0	3 762.5
6	-5 792.0	-597.0	3 762.5
7	-5 797.0	-576.0	3 762.5
8	-5 799.0	-557.0	3 762.5
9	-5 800.0	-544.0	3 762.5
10	-5 800.0	-534.0	3 762.5
11	-5 800.0	-531.0	3 762.5

(3) 算例测试 3。在算例 2 的假设条件下, 改变活动线缆长度值为 0.165 m, 而其他参数不变。

通过计算可得测试结果如表 8、9 所示。

根据上述算例节点位置坐标, 利用非均匀 B 样条曲线拟合出活动线缆形态, 见图 9。

活动线缆实际形态见图 10。各节点实际位置如表 10 所示。

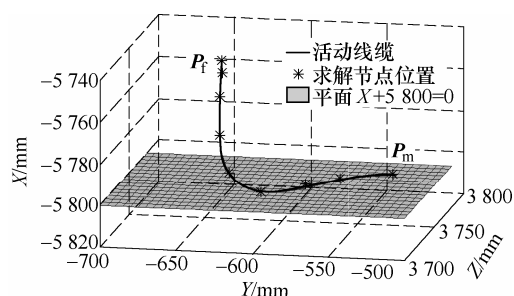
(4) 算例测试 4。活动线缆的实际运动是一个连续的过程, 为了在虚拟环境中实现活动线缆的运动过程仿真, 需要将整个运动过程离散为一个个相隔较短(如 0.1 s)的时间点, 通过计算各离散时间点活动线缆节点的位置, 并拟合出整条活动线缆的位姿, 进而在计算机中呈现。

表 8 算例 3 结果

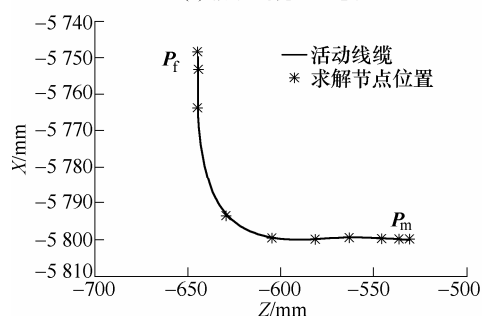
目标函数值	0.006 171 06
迭代步数	1 922
运行时间/s	31

表 9 各求解节点位置坐标

节点	ξ/mm	η/mm	ζ/mm
1	-5 749.000 00	-644.000 00	3 762.500 00
2	-5 753.046 71	-644.073 71	3 762.260 24
3	-5 764.491 32	-643.780 36	3 759.481 01
4	-5 780.000 82	-640.724 51	3 750.220 54
5	-5 793.388 08	-628.900 09	3 736.050 92
6	-5 799.527 26	-605.930 29	3 729.086 05
7	-5 800.000 00	-581.747 52	3 736.831 29
8	-5 799.691 16	-562.517 31	3 750.302 49
9	-5 799.834 93	-546.422 63	3 759.313 96
10	-5 799.960 56	-535.015 20	3 762.205 67
11	-5 799.991 91	-530.972 80	3 762.495 05



(a) 活动线缆正面态图



(b) 活动线缆侧面态图

图 9 活动线缆正面及侧面形态图

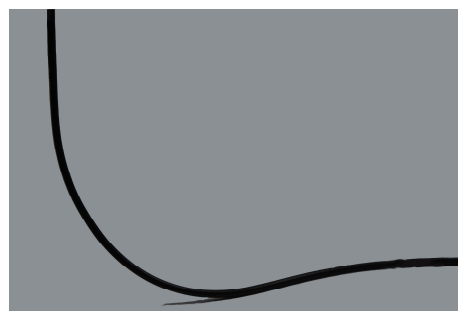


图 10 活动线缆正面形态图

本算例假设初始时刻活动线缆固定端和运动端的位姿矩阵分别为

$$P_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5\,800 & -531 & 3\,762.5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5\,650 & -531 & 3\,762.5 & 1 \end{pmatrix}$$

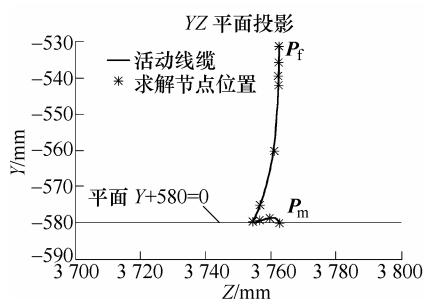
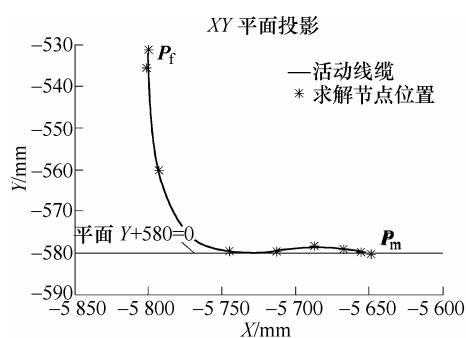
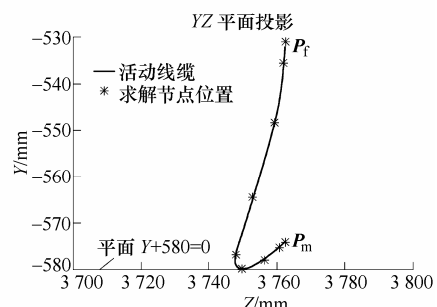
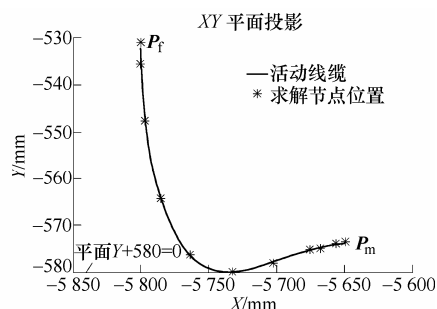
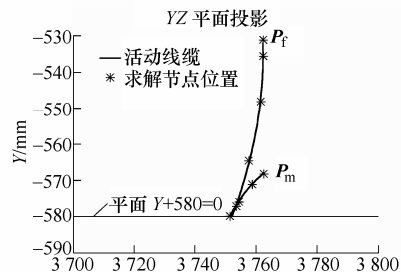
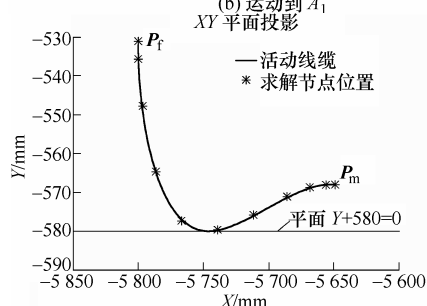
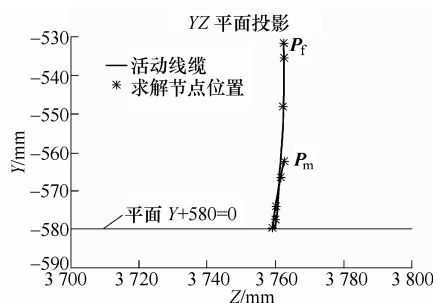
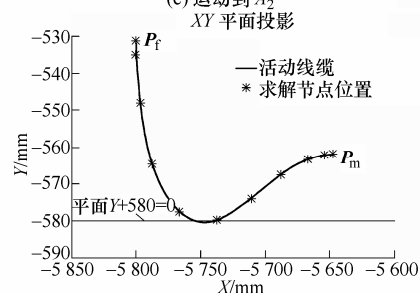
表 10 各求解节点位置坐标(实测)

节点	ξ/mm	η/mm	ζ/mm
1	-5 749.0	-644.0	3 762.5
2	-5 753.0	-644.0	3 762.5
3	-5 766.0	-644.0	3 760.5
4	-5 780.0	-640.0	3 753.5
5	-5 794.0	-630.0	3 739.5
6	-5 800.0	-599.0	3 725.5
7	-5 800.0	-583.0	3 740.5
8	-5 800.0	-562.0	3 749.5
9	-5 800.0	-547.0	3 759.5
10	-5 800.0	-535.0	3 762.5
11	-5 800.0	-531.0	3 762.5

平面方程为 $\eta + 580 = 0$ ，活动线缆长度为 0.180 m。

在整个运动过程中，活动线缆一端固定而另一端运动，活动端从点 $A_0(-5\,650, -580, 3\,762.5)$ 直线运动到点 $A_5(-5\,650, -550, 3\,762.5)$ 。限于篇幅，本文仅计算活动端运动到 $A_0(-5\,650, -580, 3\,762.5)$ ， $A_1(-5\,650, -574, 3\,762.5)$ ， $A_2(-5\,650, -568, 3\,762.5)$ ， $A_3(-5\,650, -562, 3\,762.5)$ ， $A_4(-5\,650, -556, 3\,762.5)$ ， $A_5(-5\,650, -550, 3\,762.5)$ 时线缆的节点位置。

根据计算得到的各时刻活动线缆节点位置，利用非均匀 B 样条曲线拟合出活动线缆形态，并以活动线缆的侧面形态图来表示，见图 11。

(a) 运动到 A_0 (b) 运动到 A_1 (c) 运动到 A_2 (d) 运动到 A_3

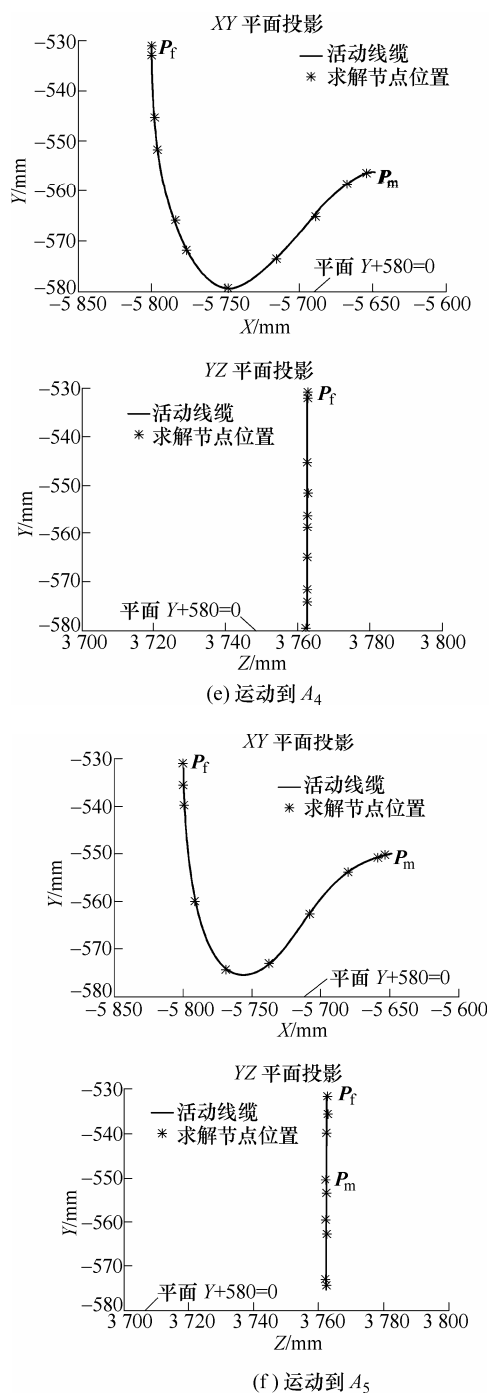


图 11 活动线缆运动过程仿真示意图

5 结论

(1) 在弹性细杆静力学理论的基础上, 以无约束活动线缆的研究为背景, 提出了光滑平面单面约束的约束力和空间约束表达式, 建立了光滑平面约束下的活动线缆物性模型。

(2) 对不同的边界条件, 采用非线性约束优化解法在 LINGO 优化软件平台上编程求解并进行算例测试。测试结果表明, 此模型和解法能得到较为精确的数值结果, 较好地符合线缆受光滑平面约束

时的实际位姿形态。

(3) 在实际装配空间中, 零件结构复杂, 其表面方程难以直接获取, 如何将线缆所受到的约束有效地在模型中表达, 是后续研究的重点。另外, 在处理线缆与结构件表面发生接触时, 线缆自身发生形变等问题是进一步研究的内容。

参考文献

- [1] 刘检华, 赵涛, 王春生, 等. 虚拟环境下的活动线缆物理特性建模与运动仿真技术[J]. 机械工程学报, 2011, 47(9): 117-124.
- LIU Jianhua, ZHAO Tao, WANG Chunsheng, et al. Motional cable harness physical characteristic oriented modeling and kinetic simulation technology in virtual environment[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(9): 117-124.
- [2] LOOCK A, SCHOMER E, STADTWALD I. A virtual environment for interactive assembly simulation: From rigid bodies to deformable cables[C]//5th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI'01). 2001, 3: 325-332.
- [3] DANIULAITIS V, OSAMA M, ALHALABI H, et al. Medical Palpation of deformable tissue using physics-based model for haptic interface robot (HIRO)[J]. Proceedings of 2004 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, September 28 - October 2, 2004. Sendai, Japan: 3907-3911.
- [4] GRÉGOIRE M, SCHÖMER E. Interactive simulation of one-dimensional flexible parts[J]. Computer-Aided Design, 2007, 39(8): 694-707.
- [5] 薛纭, 陈立群, 刘延柱, 等. 受曲面约束弹性细杆的平衡问题[J]. 物理学报, 2004, 53(7): 2040-2045.
- XUE Yun, CHEN Liqun, LIU Yanzhu, et al. Problems on equilibrium of a thin elastic rod constrained on a surface[J]. Acta Phys. Sin., 2004, 53(7): 2040-2045.
- [6] 王晨. 基于物理的柔性管形变建模实时仿真[D]. 杭州: 浙江大学, 2008.
- WANG Chen. Physically based modeling of real-time simulation of the flexible tube deformation[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008.
- [7] WRIGGERS P, ZAVARISE G. Study on contact between three-dimensional beams undergoing large deflection[J]. Communications in Numerical Methods in Engineering, 1997, 13(6): 429-438.
- [8] SPILLMANN J, HARDERS M. Inextensible elastic rods with torsional friction based on lagrange multipliers[J].

Computer Animation and Virtual Worlds, 2010, 21(6): 561-572.

- [9] 刘延柱. 弹性细杆的非线性力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.

LIU Yanzhu. Nonlinear mechanics of thin elastic rod[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.

- [10] 赵涛, 刘检华, 宁汝新, 等. 分布力作用下的活动线缆物性建模技术[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(10): 2151-2157.

ZHAO Tao, LIU Jianhua, NING Ruxin, et al. Motional cable harness physical characteristic oriented modeling

technology with distributed force[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2012, 18(10): 2151-2157.

作者简介: 金望韬, 男, 1988 年出生。主要研究方向为线缆物性仿真。

E-mail: wangtao_jin@163.com

刘检华(通信作者), 男, 1977 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数字化制造。

E-mail: jefliu@bit.edu.cn

刘佳顺, 男, 1986 年出生, 博士研究生。主要研究方向为线缆自动布局技术

唐承统, 男, 1952 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数字化制造。

林海立, 男, 1991 年出生。主要研究方向为线缆物性仿真。

第 5 届上银优秀机械博士论文奖——优秀奖

大面积微纳结构力控电纺丝直写工艺与应用

作者: 布宁斌

毕业学校: 华中科技大学

指导教师: 尹周平, 黄永安

柔性电子是新兴的电子技术, 目前还没有相适应的制造技术。喷墨打印技术可以高效率、低成本、大面积制造微结构, 为柔性电子制造提供了可行方案, 但存在打印分辨率低、有机材料兼容性差等不足。针对以上问题, 提出了力控电纺丝直写新工艺, 围绕直写工艺理论建模、工艺可控行, 工艺参数规划、器件制备和装备开发等问题开展系统深入研究。本文主要创新研究工作如下。

(1) 提出了近场工况下的力控电纺丝直写工艺, 通过基板牵引力与电场力共同作用实现纤维的独立可控操作, 建立了近场电纺丝带电射流的飞行动力学模型, 研究了非均匀电场和基板牵引力作用下射流的空间动力学行为。分析了工艺参数(基板速度、喷射高度、工作电压)对射流飞行行为(纤维屈曲和悬链线形状)和沉积纤维形貌(界面形状与尺寸)的作用规律, 揭示了工艺参数与基板牵引力的关系, 给出了力控电纺丝射流稳定可控的工艺窗口, 一步实现纤维的精确定位与形貌控制, 制备出纳米尺度直线纤维阵列和串珠结构等大面积、高分辨率微纳结构。

(2) 建立了基于响应曲面方法的力控电纺丝直写工艺参数和纤维宽度的多元回归模型, 分析了工艺参数之间的耦合作用及其对纤维宽度影响的敏感度, 实现了任意工艺参数组合下纤维宽度的精确预测。提出了力控电纺丝直写工艺参数规划方法, 给出了特定大面积微纳结构精确直写的工艺参数集合, 通过所建立多工艺参数的优选准则, 得到了力控电纺丝直写工艺的最优工艺参数组合。

(3) 利用力控电纺丝直写压电纳米线阵列化结构, 一步实现纳米线的电极化与精确定位, 揭示了基板速度对纤维极化程度的影响规律, 结合刻蚀电极与柔性封装技术制备出柔性压电器件, 可将弯曲应变转化成电压电流信号输出。通过工艺参数对压电材料极化度和器件电性能进行精密控制, 为柔性电子器件数字化制造奠定基础。

(4) 提出了电流体动力多模式打印方案, 实现以力控电纺丝直写工艺为核心, 电喷雾制膜和按需电流动力喷印为辅的多功能打印技术, 应用到自主研制的集成卷到卷、微环境控制的多功能电流体喷印设备中, 实现了大规模多级点阵自组装、大面积高延展性屈曲纤维结构和薄膜的快速直写。