DOI: 10.3901/JME.2015.16.087

轧机颤振建模及理论研究进展*

郜志英 臧 勇 曾令强

(北京科技大学机械工程学院 北京 100083)

摘要: 轧机颤振是由系统结构动力学与轧制过程动力学相互耦合导致的一种自激振动,对轧机颤振的研究除了需要合理有效的结构模型,还有赖于对轧制过程的精确表征。现有的轧机结构模型除了考虑三倍频、五倍频及扭振三种基本振动形式和多方向多模态的耦合问题,还有通过张力模型和时滞传递模型耦联而建立的多机架连轧模型。此外,多种非线性因素和非对称特征对轧机颤振的影响也越来越受到重视。Slab 分析方法是轧制过程建模最重要和广泛的方法,包括不同变形条件下屈服准则的建立、摩擦模型的确定以及应力分布的计算。基于 Slab 分析法建立的轧制过程模型包括稳态轧制模型、考虑辊缝波动量的准静态模型以及同时考虑辊缝波动及其波动速度的动态轧制模型。将动态轧制力作为反馈激励源,作用于相应的轧机结构模型,从而可以构建轧制过程与系统结构相耦合的颤振动力学模型,研究系统的稳定性及失稳准则。

关键词: 颤振; 轧机结构; 轧制过程; 动态辊缝; 动态轧制力

中图分类号: TG331; TH113

Review of Modelling and Theoretical Studies on Chatter in the Rolling Mills

GAO Zhiying ZANG Yong ZENG Lingqiang

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083)

Abstract: Studies on chatter, as the consequence of the interaction between the structural dynamics of the mills and the dynamics of the rolling process, depend on appropriate structural models, as well as on accurate description of rolling process. Existing models of a mill structure are summarized, including three typical vibration models(the third-octave-mode, the fifth-octave-mode or the torsional vibrations) and modal coupling problems, and continuous rolling description in multi-stand tandem mill by incorporating the models of tension and delay transfer into the adjacent stands. Furthermore, various nonlinear factors and asymmetrical characteristics are getting more and more attentions and involved in the structural models. The general Slab analysis method for modeling the rolling process is introduced, in which the yield criterions of both homogenous and inhomogeneous deformation, different friction models and stress distribution calculation are presented. Using the Slab analysis method, steady state rolling models, quasi-static rolling models with variation in the gap spacing taken into account, and the dynamic rolling models with both variation and change rate of the gap spacing involved. When the dynamic rolling forces are applied as feedback excitation on the mill structure models, the chatter models can be constructed for investigating the stability and instability criterion.

Key words: chatter; mill structure; rolling process; dynamic roll gap spacing; dynamic rolling force

0 前言

从 20 世纪 70 年代早期,在轧制生产过程中偶尔发现与系统振动相关的动载荷会引起设备损坏,轧机振动问题开始受到关注。20 世纪 70 年代末,日本福山钢厂、加拿大 DOFASCO 等钢铁公司都发现提高轧制速度时轧机会发生不同程度的振动,当不采取控制措施时,可以明显观察到轧件在机架间的颤振以及机架和辊系的上下垂直运动,振动伴随

着很大的冲击噪声。这种现象在过去生产中广泛存在,由于更高速度和更薄产品的生产要求而变得更加突出,不仅影响轧件的厚度精度和表面形貌,也使得设备零部件更换频繁,严重影响生产效率和成本。轧机振动问题也被普遍认为是限制全世界不同规格轧机生产效率的主要因素。

为了提高生产效率,最早时控制振动的唯一方法是限制速度,有时候正常的生产速度不得不从 25 m/s 降到 12 m/s,然而这种通过降速来限振的方法有其巨大的局限性,人们在实践中难以准确预测振动发生的临界速度。为了控制轧机振动并提高临界速度,使其尽可能接近设计速度,日本的 YARITA 等^[1]和加拿大的 TLUSTY 等^[2]最先开始了对轧机振

* 国家自然科学基金(50905014, 51175035)、北京高校青年英才计划(YETP0367)和中央高校基本科研业务费(FRF-BR-14-006A)资助项目。
20140823 收到初稿,20141210 收到修改稿

动问题的理论建模和机理探索, 这两篇文献也成为迄今为止最为基础和经典的文献, 并由此开始轧机振动受到包括美国、波兰、德国、澳大利亚、中国和伊朗等各国学者的关注。

1980 年在日本东京召开的国际轧钢会议发表了两篇具有影响意义的关于轧机振动问题理论研究的论文^[3-4], 分别对冷轧过程中的颤振现象及薄板轧制中的三倍频程颤振模式进行了研究。1981 年 GALLENSTEIN^[5]发表了与四辊轧机扭转颤振相关的研究论文; 1984 年 CHEFNEUX 等^[6]针对冷轧颤振及其工业控制措施进行了研究; 1985 年 PATON 等^[7]发表了对连轧颤振原因及控制策略的讨论; NESSLER 等^[8]在 1989 年发表的论文中解释了四辊轧机的五倍频程颤振模式。这些研究成果普遍认为颤振是由于轧机结构与轧制过程耦合所引起的自激振动, 因而人们开始在 20 世纪 80 年代后期进一步考虑轧制过程的合理简化和理论建模, 包括对轧件-轧辊的弹塑性变形理论、变形区的压力分布及界面摩擦润滑等^[9-11]等问题的描述和表征。

对轧机颤振问题的研究在 20 世纪 90 年代后期得到快速发展, 最为突出的是波兰 DOBRUCKI 等^[12-19]1996 年集中发表的一系列专题研究成果。美国西北大学 YUN 等^[20-24]的研究论文也成为这一时期的代表性成果, 其中包括 YUN 等^[24]在 1998 年发表的具有影响性的关于冷连轧颤振的综述性论文。此外, JOHNSON 等^[25]在轧制颤振模型中首次考虑了非线性因素的影响; FRESHWATER^[26]讨论了平板轧制过程力能参数的理论计算与试验验证; 王长松等^[27]对冷轧机的颤振进行了数值仿真和分析; 林鹤等^[28-29]讨论了轧制界面摩擦和润滑对颤振行为的影响。

本文基于早期经典文献和基础理论, 重点概述近年国内外的研究进展和成果, 进一步认识轧机颤振问题研究的未来发展方向。

1 轧机颤振机理

近十几年来, 随着数值计算能力和理论研究方法的发展, 轧制颤振问题开始进入新的研究阶段, 不断涌现出关于颤振建模和机理分析的新思想, 以及对颤振进行预测和控制的新方法。

针对不同模态耦合的结构动力学、非线性因素、轧制过程变形区的材料塑性变形和金属流动规律、应力分布及加工硬化、界面摩擦与润滑、张力及连续轧制等问题的考虑, 国内外专家学者对颤振机理从理论分析、数值计算、试验模拟及工程验证

等多方面进行了研究。

美国西北大学 EHMANN 课题组在其研究基础上开始侧重于轧制稳定性^[30]、连续轧制及再生颤振问题^[31-32]; 波兰 SWIATONIEWSKI 等对非线性参数激励^[33]、轧辊-轧件界面摩擦^[34]、非线性影响因素^[35]、垂直颤振对板带质量的影响^[36]、中高频振动形式及机理^[37-38]等问题进行了研究; 伊朗 NIROOMAND 课题组近五年在轧制界面润滑^[39-40]及颤振控制等方面发表了一系列的成果, 运用任意拉格朗日欧拉(Arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE)有限元法对轧制变形过程及颤振对表面质量的影响进行了模拟和评估^[41-43], 也引入并发展了人工神经网络(Artificial neural network, ANN), 遗传算法(Genetic algorithm, GA)及系统等效阻尼(System equivalent damping, SED)等现代控制手段实现对轧制颤振的监测、控制及参数优化^[44-48]。

同时, 轧机颤振问题也受到国内学者越来越广泛的关注, 2007 年的文献^[49]综述了冷轧机振动形式及影响因素的国内研究现状。近年来, 中南大学、燕山大学、东北大学、北京科技大学等都开展了相关的研究工作, 公开发表的成果集中体现在几个方面: 轧制在非稳态润滑状况下的辊缝动力学及摩擦润滑状况对轧机振动的影响^[50-55]; 界面非线性摩擦阻尼、结构非线性刚度及时滞等非线性因素影响下轧机振动特性、稳定性及其控制问题^[56-67]; 轧机颤振的机电液多能量场及多模态振动形式等耦合动力学及控制策略^[68-71]。

综合来看, 在装备运行过程中系统结构与过程参数相互作用, 参数波动使得驱动能量在某种条件下转换成为结构的振动能量, 导致颤振发生, 如图 1 所示。

图 1 轧机结构与轧制过程耦合示意图

图 1 中, $\{X, \dot{X}, \ddot{X}\}$ 表示轧机振动的位移、速度和加速度; $\{\lambda_s\}$ 表示系统结构参数集; $\{\lambda_{p var}\}$ 表示动态过程参数集, 其受振动位移和振动速度的影响; $\{F_{var}\}$ 表示动态力能参数集。其耦合关系可表示为

$$f(\ddot{X}, \dot{X}, X, \lambda_s) = F_{var}[\dot{X}, X, \lambda_{p var}(\dot{X}, X)] \quad (1)$$

因此, 建立合理的轧机结构模型是研究颤振问

题的基础, 对动态轧制过程的合理表征和描述是揭示颤振机理的关键。

2 单机架及连轧结构模型

以五连轧四辊冷连轧机为例, 其结构示意图 2 所示, 根据不同的研究侧重和条件假设, 可建立不同机架数或不同振动模态形式的各种多自由度集中质量等效模型, 本文将概述最具代表性的几种结构模型。

图 2 五连轧四辊轧机示意图

2.1 单机架结构模型

在早期的研究中为了简化计算, 模型多以单机架为研究对象(某四辊单机架结构示意图如图 3 所示)。根据三种最典型的振动形式^[2], 即传动子系统的扭转振动(5~20 Hz)、垂直方向的三倍频模式(100~200 Hz)及垂直方向的五倍频模式(500~700 Hz), 建立相应模态的结构模型^[1-8]及各种耦合模型^[20-24]。

图 3 四辊单机架结构示意图

2.1.1 三倍频垂直振动

在生产中三倍频垂直模态是最为严重的一种振动形式, 会导致产品厚度变化, 甚至断带, 造成严重的设备破坏和经济损失, 因而也是在公开文献中研究最多的振动形式。最早被研究的模型就是针对四辊单机架结构^[1], 考虑其沿着轧辊中心连线方向的垂直振动, 如图 4 所示。

图 4 中 m_1 和 m_4 表示上下支承辊的质量, m_2 和 m_3 表示上下工作辊的质量; k_1 和 k_4 表示支承辊支

图 4 四辊轧机辊系简化结构模型

座及机架发生弹性变形的刚度系数; k_2 和 k_3 表示支承辊与工作辊之间发生弹性变形的刚度系数; c_1 和 c_2 表示支承辊油膜的黏性阻尼系数; F_{var} 表示轧制过程中产生的动态轧制力波动量; $x_i(i=1\sim4)$ 表示相应质量块的振动位移量。根据牛顿第二运动定律, 得到其对应的系统运动微分方程为

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 - k_2(x_1 - x_2) = F_{var} \\ m_3\ddot{x}_3 - k_3(x_4 - x_3) = F_{var} \\ m_4\ddot{x}_4 + c_2\dot{x}_4 + k_4x_4 + k_3(x_4 - x_3) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

对此结构模型的模态分析表明: 其固有频率与观察到的带钢厚度波动频率基本吻合, 文献[5, 72]通过有限元模态分析也进一步确认和验证了该结论。

在此基础上, 文献[3]中假设工作辊质量远小于支承辊质量, 将其运动微分方程简化为

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = F_{var} \\ m_4\ddot{x}_4 + c_2\dot{x}_4 + k_4x_4 = F_{var} \end{cases} \quad (3)$$

进一步假设上下辊系关于轧件对称, 则可以得到系统的单自由度垂直运动微分方程

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_{var} \quad (4)$$

$$x = x_1 = x_4 \quad M = m_1 = m_4 \quad C = c_1 = c_2 \quad K = k_1 = k_4$$

基于上述集中参数结构模型, 以动态轧制力作为反馈外激励, 就可以讨论三倍频颤振模式与轧制过程参数动态变化之间的相互影响和耦合机制。

2.1.2 五倍频垂直振动

五倍频垂直模态是逐渐发展的, 在达到一定的振动水平前难以预测和察觉, 通常伴随轧辊表面振纹的发展, 一旦振纹形成, 不但在某种临界条件下导致轧机进入共振, 而且在任意轧制速度下都会引起轧件表面条纹的产生。与三倍频颤振相比较, 尽管这种振动对产品外观有较大影响, 但不会引起厚度缺陷, 且通过调节轧机速度和优化支承辊等措施都可以实现有效的抑制, 因而公开发表的文献中对第五倍频颤振的关注并不多。

ROBERTS^[73]对第五倍频颤振及其对产品和轧机运行的负面影响进行了详尽的解释,并给出了一系列抑制措施。NESSLER 等^[8]对支承辊产生振纹的临界速度进行了理论分析,认为支承辊振纹是由于轧制过程中机架的弯曲所导致的,通过对上下支承辊直径的匹配选择,可以缩减或消除支承辊上的磨损条纹。HU 等^[21]在其发展的动态轧制过程模型基础上,基于对称性假设建立工作辊-支承辊 2 自由度结构模型,重点对第五倍频颤振及其失稳条件进行了研究^[74],其结构模型如图 5 所示。

图 5 工作辊-支承辊垂直多模态结构模型

图 5 中下标 b 表示支承辊相关量,下标 w 表示工作辊相关量,对应的系统运动微分方程为

$$\begin{cases} m_w \ddot{y}_w + c_w (\dot{y}_w - \dot{y}_b) + k_w (y_w - y_b) = F_{var} \\ m_b \ddot{y}_b + c_b \dot{y}_b + k_b y_b = c_w (\dot{y}_w - \dot{y}_b) + k_w (y_w - y_b) \end{cases} \quad (5)$$

式中, F_{var} 与各工艺参数及振动量的耦合关系通过动态轧制过程模型求得。对此结构模型的分析表明:五倍频颤振模式以支承辊的振动为主,且在五倍频颤振产生显著影响前系统通常已由于三倍频颤振而发生失稳,但是在某些条件下系统也会发生由于外部激励所导致的五倍频颤振而失稳。

此外,2013 年的文献[38]中 SWIATONIOWSKI 等将轧辊的振动假设为 TIMOSHENKO 梁的形式建立数学模型,对以五倍频为主的高频振动模式进行了研究。用 SIMS 公式描述轧件发生塑性变形过程中对工作辊的作用力,使用某工业四辊轧机的实际参数进行相关参数的等效计算和振动特征的数值模拟,对模型的合理性进行了验证,该模型不仅可以对带钢表面条纹的产生机理进行解释,对工艺参数的分析也可有助于对轧制过程进行监测和控制。

2.1.3 扭转振动

MOLLER 等^[75]最早从试验和工艺的角度针对一个二辊试验轧机,发现在速度、摩擦状态、轧件厚度和压下率的较大参数范围内存在稳定的扭转振动,产品出现横向条纹和轻微的厚度波动,其振动频率独立于轧制速度,为系统的某一阶固有共振频率,且这种自激振动与轧制咬入有关,极可能是由

于润滑条件的改变所导致,并提出抑制颤振的措施是降低润滑剂黏度并提高边界润滑的性能。MONACO^[76]描述了由于电气控制中输出速度的小幅波动可以导致系统在某临界速度下产生扭转共振。GALLENSTEIN^[5]则对一个薄带钢试验轧机研究了扭转颤振的发生条件,对转矩和带钢厚度波动幅值与轧制工艺参数之间的定量关系进行了讨论。KROT^[77]提出对传动系统扭转冲击与设备磨损进行诊断的方法,其单驱和双驱的传动链集中质量结构模型如图 6 所示。

图 6 传动系统结构模型示意图

简化数学模型可以描述为

$$I\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K\theta = M \quad (6)$$

式中, I 、 C 和 K 分别为各等效结构块的转动惯量、阻尼和扭转刚度矩阵; $\ddot{\theta}$ 、 $\dot{\theta}$ 和 θ 分别表示各结构块的扭转加速度、速度和角位移矢量; M 表示载荷矢量。

2.1.4 扭转-垂直模态耦合振动

对轧机扭振的研究通常不仅需要考虑电动机的驱动力矩和轧制界面的摩擦阻力矩,更重要的是需要考虑轧制辊缝的波动和变化情况,因而对其构建模型通常需要考虑扭转-垂直模态耦合振动。

文献[16]以二辊轧机为对象研究轧机振动与塑性变形过程之间的相互影响,建立了一个典型的扭转-垂直耦合振动结构模型,如图 7 所示。图 7 中下标 1 表示上辊系相关量,下标 2 表示下辊系相关量。 k_v 和 k_t 分别表示弹性接触变形与扭转刚度系数; m 和 J 分别表示工作辊的等效质量和转动惯量; J_t 表示驱动电动机的转动惯量。其运动微分方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1 + k_{v1} y_1 = F_y \\ m_2 \ddot{y}_2 + k_{v2} y_2 = F_y \\ J_{t1} \ddot{\phi}_1 + k_{t1} (\phi_1 - \theta_1) = M_1 \\ J_{t1} \ddot{\theta}_1 - k_{t1} (\phi_1 - \theta_1) = M_{t1} \\ J_{t2} \ddot{\phi}_2 + k_{t2} (\phi_2 - \theta_2) = M_2 \\ J_{t2} \ddot{\theta}_2 - k_{t2} (\phi_2 - \theta_2) = M_{t2} \end{cases} \quad (7)$$

式中, y_1 和 y_2 表示上下工作辊的垂直位移; ϕ_1 和 ϕ_2 表示上下工作辊的扭转角位移; θ_1 和 θ_2 表示驱动电动机的扭转角位移; M_{t1} 和 M_{t2} 表示电动机驱动力矩; F_y 、 M_1 和 M_2 分别表示轧制过程发生塑性变形时轧件作用于工作辊的轧制力和轧制力矩, 通过对接触弧长上的分布正压力和分布摩擦切应力进行积分求得。这里需要强调的是, 不同于前述模型, 在模型式(7)中的位移和力能参数既包括稳态部分, 也包括动态部分, 即 $\nabla = \nabla_s + \nabla_{var}$ (∇ 表示各参数)。

图7 轧机扭转-垂直耦合简化结构模型

2.1.5 水平-垂直模态耦合振动

文献[7]通过试验证实轧辊确实不仅存在沿着中心连线方向的垂直颤振, 也会同时发生水平方向的颤振。DWIVEDY 等^[78]基于如图8所示的结构模型, 采用轧辊-界面的动态摩擦模型^[79], 对水平-垂直方向的模态耦合振动进行了研究。

图8 轧机水平-垂直耦合简化结构模型

基于上下辊系对称性假设, 建立图8所示结构模型的运动微分方程为

$$\begin{cases} m\ddot{y} + k_1 y = f_y \\ m\ddot{x} + k_2 x = f_x \end{cases} \quad (8)$$

YUN^[22]考虑振动模式的方位角和轧制角, 建立了等效于水平-垂直模态耦合的结构模型, 如图9a所示, 其优点是可用于讨论相关角度参量对稳定性的影响; HU^[23]在该模态耦合模型基础上进行了简

化, 仅考虑振动模式的方位角, 如图9b所示。

图9 不同方向模态耦合结构模型

YUN模型的运动微分方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = F_{var} \cos(\beta - \alpha) \\ m\ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = F_{var} \sin(\beta - \alpha) \end{cases} \quad (9)$$

HU模型的运动微分方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x}' + c_x \dot{x}' + k_x x' = d f_x \cos \alpha + d f_y \sin \alpha \\ m\ddot{y}' + c_y \dot{y}' + k_y y' = -d f_x \sin \alpha + d f_y \cos \alpha \end{cases} \quad (10)$$

此外, HU 等^[30]在此基础上进一步考虑轧辊扭转振动, 利用传递函数的形式建立了水平-垂直-扭转的多模态耦合结构模型。

2.2 多机架连轧模型

TLUSTY 等^[2]基于轧机振动是由于机架间的张力变化所产生的负阻尼效应的思想, 进一步考虑张力变化对轧制力和接触弧长的影响, 不考虑摩擦力随速度的变化和非线性因素, 通过对三机架的计算机模拟, 描述了轧制速度、带钢厚度、摩擦因子以及可调阻尼对稳定性条件的影响, 从而在线模拟控制系统的设计以提高失稳临界速度。CHEFNEUX 等^[6]通过对连轧机的模拟研究了相邻机架间的相互影响。

HU^[23]和 ZHAO 等^[31-32]将单机架的结构模型通过动态轧制过程参数的耦合建立多机架连续轧制的S域模型, 从而对其负阻尼效应和再生颤振等失稳机理进行了研究。

以相邻三机架为例, 连轧过程示意如图10所示。

图10 连轧过程相邻机架示意图

图10中 v_e 和 v_d 分别表示轧件通过某机架的入口速度和出口速度, L 表示相邻机架间距。

建立连轧过程, 关键是需要建立机架间张力模型和轧件传递模型, 分别如图11所示, 其中 E 为

轧件材料弹性模量; 传递模型中 δ 为时滞延迟量。

图 11 机架间张力和传递模型

通过该张力模型和时滞传递模型, 进而建立连轧模型的结构框图如图 12 所示。其中 $h_{evar,i}$ 和 $h_{dvar,i}$ 分别表示第 i 机架的入口和出口厚度变化量; $v_{evar,i}$ 和 $v_{dvar,i}$ 分别表示第 i 机架的入口和出口速度变化量; $\sigma_{evar,i}$ 和 $\sigma_{dvar,i}$ 分别表示第 i 机架的后张力和前张力变化量; $F_{var,i}$ 和 $M_{var,i}$ 分别表示第 i 机架的轧制力和轧制力矩变化量; $v_{rvar,i}$ 表示第 i 机架的轧辊速度变化量。

图 12 连轧模型结构框图

3 非线性问题

轧机系统是一个典型的非线性系统, 不仅存在刚度和阻尼等结构非线性问题, 而且轧辊-轧件界面摩擦力和轧制力也是关于多参数耦合的非线性函数。近几年, 国内外很多学者针对轧机结构系统中存在的非线性因素, 运用多尺度解析分析和数值模拟对轧机的结构非线性振动问题进行了研究。

3.1 传动系统的非线性刚度

在轧机运行过程中, 主传动系统的万向接轴由于磨损等原因形成周向间隙^[66], 减速箱齿轮座也存在由于安装误差和磨损带来的间隙, 在结构建模中通常采用分段线性函数对间隙进行描述。

KROT^[77, 80]概括了运动和动力传递过程中存在的包括间隙在内的几种非线性刚度形式: ① 用死区函数描述由于磨损或安装误差带来的接轴间隙; ② 用软刚度函数描述轴承座及螺栓连接间隙; ③ 用硬刚度函数描述不同载荷条件下刚度的非连续变化。为了便于进行数值模拟, 可以使用多项式、反正切、双曲正切等几种光滑函数形式对上述非光滑刚度进行近似处理和分析。

时培明等^[66]考虑轧机传动系统各部分之间的间隙, 使用分段非线性函数描述间隙与弹性力矩之间的关系, 建立了轧机传动系统的多自由度结构模型。

3.2 垂直系统的非线性弹性约束

建立轧机垂直系统的集中参数模型, 需要考虑不同结构块之间的弹性接触与受力平衡问题, 不仅包括支承辊与工作辊之间的接触变形问题, 也包括支承辊与牌坊机架以及工作辊与轧件之间的问题。

JOHNSON 等^[25]分析了工作辊-支承辊界面的接触非线性因素对动力学特性的影响, 指出非线性可以产生高频谐波振动, 且较小的初始波动也可以导致大幅值的振动。侯东晓等^[60]考虑液压压下液压缸和平衡液压缸对辊系的约束, 针对四辊单机架结构及其对称性, 以上辊系为研究对象, 等效为一个质量块的单自由度集中参数模型, 如图 13 所示。

图 13 分段线性弹性恢复力

图 13 中, M' 为上工作辊、上支承辊及轴承座的等效集中质量; C' 和 K' 分别为轧辊与轧件间的等效线性弹性系数和阻尼系数; $F(t)$ 为外扰激励; $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$ 分别为压下液压缸和平衡液压缸与辊系间的非线性弹性力。当上辊系向下运动超过平衡点时, 与液压压下缸间弹性刚度为零, 当其向上运动过平衡点时, 与平衡缸间的弹性刚度为零, 表现为典型的分段约束特征。将辊系与液压缸间的弹

性力与位移关系考虑为达芬振子的立方非线性关系。

此外, 刘浩然等^[61]在上述工作基础上考虑液压压下缸和平衡缸在稳态轧制状态下辊系的初始弹性变形量, 在正常轧制时辊系将同时受到压下缸和平衡缸的非线性弹性约束作用。

3.3 轧辊-轧件界面非线性摩擦

陈昌明等^[81]使用动滑动摩擦因数对打滑时自激振动进行了研究, 其表达式为

$$\mu = \mu_0 + cR\dot{\phi} + dR^2\dot{\phi}^2 \quad (11)$$

式中, R 和 $\dot{\phi}$ 分别表示轧辊半径和转速; μ_0 为静摩擦因数; c 和 d 为经验系数, 通常情况下其参考值: $\mu=0.2\sim0.49$, $c=0.03\sim0.09$, $d=0.001\ 5\sim0.003\ 3$, 进而根据库仑摩擦模型计算非线性摩擦力矩为

$$M_f = PR\mu_0 + cPR^2\dot{\phi} + dPR^3\dot{\phi}^2 \quad (12)$$

轧辊-轧件界面摩擦是一个复杂的非线性问题, 用传统的摩擦因数模型并不能准确地反映其实际情况。YUN 等^[22-23]认为用于金属切割问题的摩擦因子模型比库仑摩擦模型更适合描述和反映轧制界面的真实摩擦状况; DWIVEDY 等^[78]又将动态摩擦模型应用于 HU 轧制过程模型^[23], 数值计算了动态摩擦参数对变形区轧制压力和切应力分布的影响。

从以上工作来看, 轧制界面的摩擦非线性问题必须通过与轧制过程模型的耦合进行考虑。

3.4 非线性轧制力

目前, 对轧机振动的研究工作很多使用斜坡或简谐函数作为外激励轧制力。然而, 轧件在发生弹塑性变形的过程中伴随着轧机振动时, 其辊缝波动量和波动速度都会对轧制力产生影响, 使得轧制力与位移之间呈现复杂的非线性关系。

刘浩然等^[62]假设轧制过程中入口厚度、前后张力、轧辊转速以及温度等恒定不变, 只考虑轧件出口厚度的变化, 基于与轧件宽度、接触弧长、界面摩擦应力及张力影响系数相关的轧制力经验公式, 建立轧制力与振动位移和速度的函数关系为

$$F(x, \dot{x}) = F_s + \Delta F(x, \dot{x}) \quad (13)$$

运用泰勒展开求得系统的动态轧制力, 并将其反馈作用于系统的结构模型, 建立轧机垂直振动的非线性动力学模型, 运用奇点稳定性及小参数摄动法等非线性理论和方法对其振动特性进行研究。

基于上述动态轧制力的计算思想, 侯东晓等^[64]通过对轧制力和轧辊压扁半径的解耦计算, 推导了轧制力的显式计算式, 采用谐波平衡法对系统的主共振幅频特性进行了研究。此外, 侯东晓等^[65]也考虑轧机振动情况下轧制界面间变摩擦力的影响, 对

垂直-水平耦合的非线性振动问题进行了建模和分析。

3.5 参数激励振动

文献[33, 35, 56-58]考虑轧机受到周期性扰动时轧件等效刚度的时变性以及刚度和阻尼的非线性, 建立了轧机的参激振动模型, 并对参激共振现象及其稳定性进行了研究。

陈勇辉等^[56]基于一个简化的 2 自由度垂直结构模型, 考虑辊缝间刚度的周期性变化, 并用范德波尔振子和达芬振子定义等效结构的非线性阻尼项和非线性刚度项, 建立轧机垂直振动的参数激励非线性模型, 用多尺度法求解了系统在主参数共振情形下的一阶近似解和频率响应方程, 对其定常系统的稳定性进行了分析, 研究了系统随激励参数变化的非线性动态响应特性。

4 非对称问题

由于压下液压缸或压上液压缸的不同作用及其他结构差异, 而且轧制过程中上下接触表面的摩擦状况和轧辊速度也可能不同, 因而作用于上下辊系的动态轧制力和动态轧制力矩不同, 表现出典型的非对称特性。

SWIATONIOWSKI 等^[18, 82]讨论了轧制塑性变形过程中各种非对称因素引起的动力学现象, 理论研究了上下轧辊速度比和上下界面摩擦因数差对产品弯曲程度和平坦度的影响, 指出在实际生产中轧件曲率应满足 $1/\rho \leq 1/R$ (R 表示工作辊半径), 否则附加弯矩会改变出口区的应力分布。

澳大利亚的 JAFARI^[83]在其博士论文中以热轧粗轧机为对象, 考虑间隙、非线性刚度和阻尼的作用, 研究了水平轧机上下轧辊速度的非对称性对轧制力、轧制力矩及振动行为的影响, 结果表明: ① 当上下轧辊速度不同时, 轧制力减小, 速度较高的轧辊轧制力矩增大, 而速度较低的轧辊轧制力矩减小; ② 轧辊的直径、速度等非对称问题导致的轧制力矩差是扭转振动的主要阻尼因素, 与其相比较, 接轴结构阻尼和咬入角变化阻尼甚至可以忽略, 不过需要注意的是咬入角变化阻尼是垂直振动的主要阻尼因素; ③ 无论是对称轧制或是非对称轧制, 当中性点位置在咬入角内时, 轧制都是稳定的, 当中性点位置在咬入角外时, 轧制失稳, 发生打滑, 而引起较高的转矩放大因子 (Torque amplification factor, TAF)。

GAO 等^[84]则主要考虑改变摩擦状况而不是改变轧辊半径或转速, 分析了上下界面摩擦因数比对剪切变形、轧制压力和轧制力矩的影响。研究结果

表明: ① 随着摩擦因数比的增大, 剪切变形区域长度也随之增大; ② 仅在摩擦因数比增大但保持摩擦因数和为常数的情况下, 轧制力增大; ③ 轧制力矩则随着摩擦因数比的减小而减小, 具有较高表面粗糙度的轧辊轧制力矩减小程度大于表面粗糙度较低的轧辊; ④ 建议未来研究中应该考虑改变摩擦因数对黏滞条件的影响。

此外, 侯东晓等^[63]针对不同轧辊振动方向下轧制力的变形特性及其表达形式, 建立了一种非对称的轧制力模型。

5 Slab 轧制过程建模方法

轧制过程模型是关于轧制力能参数、工艺参数和轧件材料参数之间的数学表达式, 分析方法包括滑移线法、上边界法、有限单元法和平板法等, 其中平板法是轧制过程分析最为普遍和重要的方法。

若工作辊半径 R 与轧件入口厚度 h_e 满足关系式 $R \gg h_e$, 且轧件宽度 W 满足 $W \gg h_e$, 可近似看作轧件发生平面应变, 即轧制前后轧件宽度不变, 将问题简化为二维分析, 在这种条件下使用 Slab 分析法可以确定轧制过程中的应力分布等状态参数, 其涉及的三个关键问题如下: 如何确定屈服准则? 采用何种摩擦模型? 如何建立平衡方程?

5.1 屈服准则

如图 14 坐标系所示, 平面应变问题的 Von Mises 屈服准则

$$k^2 = \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 \quad (14)$$

式中, σ_x 和 σ_y 为正应力; τ_{xy} 为切应力; k 为轧件的剪切屈服强度, 与屈服强度 σ 的关系满足

$$\sigma = \sqrt{3}k \quad (15)$$

图 14 屈服准则坐标示意图

5.1.1 均匀变形

当咬入角与摩擦角均较小时, 假设轧件为均匀变形, 即在辊缝内的轧件任意横截面上各点的水平正应力和变形速度保持一致, 垂直正应力近似等于负轧制压应力, 即 $\sigma_y = -p$ 。此时忽略切应力的影响, 正应力成为主应力, 近似得到屈服准则为

$$\sigma_x = 2k - p = 2\sigma/\sqrt{3} - p \quad (16)$$

5.1.2 非均匀变形

当咬入角较大或摩擦角较大时, 切应力不能被忽略, 使用如图 15 所示的 Mohr 圆计算考虑切应力对屈服准则的影响^[21]。

图 15 Mohr 应力关系图

根据 Mohr 应力关系, 变形区内轧件表面的切应力可以表示为

$$\tau_{xy}(x, h_x/2) = k \sin(2\phi + \alpha) \quad (17)$$

式中, ϕ 和 h_x 分别表示任意截面的表面角和辊缝高度; $\alpha = \arcsin(\tau_s/k)$ 为摩擦角。假设切应力在轧件横截面内呈线性分布, 则任意位置的切应力可表示为

$$\tau_{xy}(x, y) = \frac{2y}{h_x} k \sin(2\phi + \alpha) \quad (18)$$

再假设轧件横截面内各点的垂直正应力均近似等于轧件表面垂直方向正应力, 即

$$\sigma_y(x, y) = \sigma_y(x, h_x/2) = -p + k[\cos \alpha - \cos(2\phi + \alpha)] \quad (19)$$

把式(18)和式(19)代入式(14), 可以得到考虑非均匀变形时的屈服准则为

$$\sigma_x(x, y) = 2k\psi(x, y) - p \quad (20)$$

式中, 定义 $\psi(x, y)$ 为非均匀变形系数, 其表达式为

$$\psi(x, y) = \sqrt{1 - \frac{4y^2}{h_x^2} \sin^2(2\phi + \alpha) + \frac{\cos \alpha - \cos(2\phi + \alpha)}{2}} \quad (21)$$

假设表面角和摩擦角均近似为零时, 式(20)所示的非均匀变形屈服准则退化为均匀变形的屈服准则。

需要注意的是, 当考虑轧制过程中的加工硬化问题时, 工作区中轧件的屈服强度也是不同截面位置的函数, 轧件屈服强度 σ 的表达式为^[22]

$$\sigma(x) = \sqrt{3}k(x) = \sigma_0[1 + B\varepsilon(x)]^n \quad (22)$$

式中, B 和 n 为材料的试验常数; σ_0 为材料常温下

屈服强度; ε 为不同截面位置的有效应变。

$$\varepsilon(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{h_0}{h_x} \quad (23)$$

式中, h_0 为退火前轧件厚度。

5.2 摩擦模型

诸多试验和理论研究都表明辊缝的摩擦与润滑状况是影响颤振最为重要的因素之一, 如何建立合理有效的摩擦模型是进行颤振建模和机理分析的关键问题。早期的研究以库仑摩擦和摩擦因子模型为主, 近年来学者们针对平板轧制过程的特点又发展了考虑界面流体润滑问题的动态摩擦模型和非稳态润滑摩擦模型。

5.2.1 库仑摩擦

轧制建模中早期最常用的摩擦模型是库仑摩擦模型。假设摩擦切应力与正压力成正比, 即

$$\tau_s = \mu p \quad (24)$$

式中, 比例系数 μ 为摩擦因数。

5.2.2 摩擦因子模型

摩擦因子模型最早被用于金属切割过程, 比库仑摩擦更适合于重载条件下的塑性成形过程^[24]。假设摩擦应力为

$$\tau_s = mk \quad 0 \leq m \leq 1 \quad (25)$$

式中, k 为剪切屈服强度; m 为摩擦因子。当 $m=0$ 时表示界面处于打滑状态, 当 $m=1$ 时表示界面处于黏着状态。

此外, 文献[85]对上述两种模型中摩擦因数和摩擦因子的关系进行了研究, 给出二者之间近似满足

$$\mu p_a = mk \quad (26)$$

式中, p_a 为平均轧制压力, $p_a = P/L$; P 和 L 分别表示轧制力和接触长度。

5.2.3 动态摩擦模型

TAN 等^[79]认为在平板轧制这样的塑性变形过程中, 界面摩擦应力是流固耦合的力学问题, 因而提出了动态摩擦模型, 假设摩擦切应力为

$$\tau_s = \beta \frac{dv_x}{dy} p = 2\beta p \frac{dv_x}{dh_x} \quad (27)$$

式中, β 为与润滑流体黏度 η 与表面摩擦因数 μ 相关的动态摩擦因数, 通常由试验测取; P 为轧制压力; dv_x/dh_x 为速度梯度, 可以通过金属秒流量守恒方程确定。

5.2.4 非稳态润滑摩擦模型

轧机颤振会使界面润滑失稳, 而润滑的不稳定

性也是颤振的主要诱因之一。YARITA 等^[1]认为润滑缺陷会引起颤振, 建议在选择轧制润滑剂时应考虑润滑膜强度、乳液的稳定性以及颗粒分布等因素, 并指出良好的润滑状况能有效地抑制颤振。

TUNG^[86]提出了一个非稳态润滑模型, 并应用于对平板轧制的颤振研究。基于非稳态全膜润滑的摩擦模型, 讨论后张力、轧制速度及入口角等时间依赖变量对润滑状况的影响, 并计算入口膜厚度变化、工作区的轧制压力和摩擦应力、轧制力和力矩变化量等。此外, 还考虑轧辊与轧件的表面粗糙度, 将该模型应用于混合润滑区域。

HEIDARI 等^[40]给出全膜润滑下的摩擦切应力

$$\tau_s = \eta(v_x - v_r)/h_x \quad (28)$$

式中, $(v_x - v_r)$ 表示轧件-轧辊的相对速度; h_x 表示任意截面的辊缝高度; η 表示与轧制压力和温度相关的黏度系数。

$$\eta(p, T) =$$

$$\eta_0 \exp \left\{ \left(\ln \eta_0 + 9.67 \right) \left[\left(1 + \frac{p}{p_r} \right)^z \left(\frac{T_0 - 138}{T - 138} \right)^{s_0} - 1 \right] \right\} \quad (29)$$

式中, $p_r = 196.2 \text{ MPa}$; T_0 为环境温度; η_0 为 $T = T_0, p = 0$ 时的黏度; z 和 s_0 为黏压和黏温系数。

5.3 应力分布

假设在均匀变形即横截面上任意位置水平应力都相等的情况下, 在变形区任意位置取垂直微段 dx , 其应力关系如图 16 所示。

图 16 变形区任意位置的应力关系示意图

由图 16 可得受力平衡方程为

$$(\sigma_x + d\sigma_x)(h_x + dh_x) - \sigma_x h_x + 2pdx \cdot \tan \phi \mp 2\tau_s dx = 0 \quad (30)$$

式中, “ $\mp$ ” 中的负号表示从入口位置到中性点, 正号表示从中性点到出口位置。忽略二阶量 $d\sigma_x \cdot dh_x$, 并代入 $\tan \phi = dh_x/(2dx)$, 可得

$$(\sigma_x + p) \frac{dh_x}{dx} + h_x \frac{d\sigma_x}{dx} \mp 2\tau_s = 0 \quad (31)$$

代入均匀变形时的屈服准则方程式(16), 可得正应力和轧制压力分布为

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{1}{h_x} \left(\pm 2\tau_s - 2k \frac{dh_x}{dx} \right) \quad (32)$$

$$\frac{dp}{dx} = 2 \frac{dk}{dx} - \frac{1}{h_x} \left(\pm 2\tau_s - 2k \frac{dh_x}{dx} \right) \quad (33)$$

通过对式(33)积分可以得到轧制区任意位置的应力 $p(x)$ 。这里, 考虑应变硬化时不同界面位置处的屈服强度 $k(x)$ 由式(22)确定; 摩擦切应力 τ_s 通过选取恰当的摩擦模型确定; 辊缝高度 h_x 可由咬入区几何关系确定。

当考虑非均匀变形情况时, 水平方向受力需要将式(20)在横截面上从下边界 $-h_x/2$ 为向上边界 $h_x/2$ 求取积分, 再由静平衡方程求应力分布。

6 轧制过程模型

KARMAN、OROWAN、BLAND 和 EHMANN 等使用 Slab 分析法建立了许多轧制过程模型, YUN^[24]指出从轧机振动分析的角度, 这些模型可以分为三类: 稳态模型、准静态模型和动态模型。

6.1 稳态轧制模型

早期轧制过程稳态模型以 KARMAN 方程和 OROWAN 方程为代表, 其本质是轧件屈服状态下的力平衡方程。KARMAN 方程基于平面应变的假设, 运用 Slab 分析法研究了沿接触弧长的轧制压力分布。OROWAN 在此基础上进行了更为全面的考虑, 尽可能避免各种数学近似和假设, 考虑轧制过程中轧件屈服强度的变化、沿接触弧长摩擦因数的变化、横截面变形的非均匀性等问题, 使得模型更为准确的同时也带来计算的复杂。为得到轧制力能参数的解析表达式, BLAND、HILL、TLUSTY 等对 OROWAN 方程进行了相应的假设和简化, 其计算精度不可避免地受到影响, 对轧制力的估计影响相对较小, 但是对轧制力矩的影响比较大, 较为经典的稳态轧制力估算公式如下所述。

HILL 公式

$$F = W \chi \bar{k} \sqrt{R'(h_e - h_d)} \times (1.08 + 1.79 \mu r \sqrt{R'/h_e} - 1.02r) \quad (34)$$

ROBERTS 公式

$$F = \bar{k} W L_e \quad (35)$$

STONE 公式

$$F = (k - \sigma_e) h_e W [\exp(\mu L_e / h_e) - 1] / \mu \quad (36)$$

在上述轧制力估算式中, W 表示轧机宽度; R 表示工作辊半径; h_e 和 h_d 为轧件入口和出口厚度; r 为压下率, $r = (h_e - h_d) / h_e$; μ 为摩擦因数, $\bar{k}$ 为平均屈服强度, σ_e 为入口张力, L_e 为有效接触弧长, R' 表示轧辊压扁半径, 根据 HITCHCOCK 公式

$$R' = R \left[1 + \frac{16(1-\nu^2)F_w}{\pi E \Delta h} \right] \quad (37)$$

式中, F_w 为单位宽度轧制力; E 和 ν 分别为轧辊材料的弹性模量和泊松比。

6.2 准静态轧制模型

轧制过程的准静态模型是一种研究辊缝动态变化量的方法, 考虑辊缝波动量, 但不考虑辊缝波动速度, 用以确定轧件厚度、轧制张力及轧制力等参数的动态变化量。

6.2.1 轧件厚度变化

将出口厚度表示为相关变量的函数表达式

$$h_d = h_d(N, h_e, \sigma_{x_e}, \sigma_{x_d}) \quad (38)$$

式中, N 表示压下设置调节等扰动项; h_e 为轧件入口厚度; σ_{x_e} 和 σ_{x_d} 分别为入口张力和出口张力。由一阶泰勒展开可得出出口厚度变化量为

$$h_{dvar} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial h_d}{\partial \xi_i} \xi_{i var} \quad (39)$$

式中, ξ_i 和 $\xi_{i var}$ 分别表示各相关自变量及其变化量。

考虑连轧过程的滞后传递, 轧件入口厚度为

$$h_{e,i}(t) = h_{d,i-1}(t - \delta) \quad \delta \geq 0 \quad (40)$$

同样由 TAILOR 展开可得入口厚度的波动量为

$$h_{evar,i}(t) = h_{dvar,i-1}(t - \delta) \quad \delta \geq 0 \quad (41)$$

6.2.2 轧制张力变化

稳态条件下变形区几何关系如图 17 所示。

图 17 咬入区任意位置的应力关系示意图

图 17 中 O_1 和 O_2 分别表示上下轧辊的几何中心, R 为轧辊半径, x_b 为沿着 Ox 轴度量的变形区长度。 v_r 为轧辊表面速度, v_e 和 v_d 表示轧件入口速度和出口速度, h_e 和 h_d 表示轧件入口厚度和出口厚

度。变形区任意位置的轧件厚度可以近似表示为

$$h(x) = h_d + x^2 / R \quad (42)$$

由金属秒流量守恒得到任意位置的流量方程

$$v_x h_x = v_e h_e = v_n h_n = v_d h_d \quad (43)$$

轧制时轧辊表面速度 v_r 应满足 $v_d > v_r > v_e$, 以保证中性点位置 x_n 的存在, 在中性点轧件速度 $v_n = v_r$ 。

若已知出口速度变化量 $v_{d\text{var}}$, 则由式(43)的一阶泰勒展开, 可以得到入口速度变化量为

$$v_{e\text{var}} = \left(-\frac{h_d v_d}{h_e^2} \right)_s h_{e\text{var}} + \left(\frac{v_d}{h_e} \right)_s h_{d\text{var}} + \left(\frac{h_d}{h_e} \right)_s v_{d\text{var}} \quad (44)$$

式中, $(\bullet)_s$ 表示稳态计算值。

根据金属间流动速度的变化量, 可以计算得到轧制张力的变化量为

$$\sigma_{x_e \text{var}, i} = \sigma_{x_d \text{var}, i-1} = \frac{E}{L} \int_t (v_{e\text{var}, i} - v_{d\text{var}, i-1}) dt \quad (45)$$

6.2.3 轧制力和轧制力矩变化量

假设不考虑弹性压扁, 工作辊半径为常数, 采用库仑摩擦模型, 则用隐函数表示的单位宽度轧制力和轧制力矩为

$$F_w = \int_0^{x_n} p^+(x) dx + \int_{x_n}^{x_b} p^-(x) dx = F_w(h_e, h_d, \sigma_{x_e}, \sigma_{x_d}, \mu, \lambda) \quad (46)$$

$$M_w = -\mu R \left[\int_0^{x_n} p^+(x) dx - \int_{x_n}^{x_b} p^-(x) dx \right] = M_w(h_e, h_d, \sigma_{x_e}, \sigma_{x_d}, \mu, \lambda) \quad (47)$$

式中, λ 表示轧件材料的变形抗力参数。由一阶泰勒展开可以得到单位宽度轧制力和轧制力矩的变化量为

$$F_{w\text{var}} = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial F_w}{\partial \xi_i} \xi_{i\text{var}} \quad M_{w\text{var}} = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial M_w}{\partial \xi_i} \xi_{i\text{var}} \quad (48)$$

同样 ξ_i 和 $\xi_{i\text{var}}$ 分别表示各相关自变量及其变化量。

为了求得式(48), 以便将其应用于结构模型的激励对振动进行分析, 显然需要先知道轧制力及轧制力矩与各相关自变量的显式函数关系式。

6.3 动态轧制模型

动态轧制过程模型既考虑辊缝波动量, 也考虑辊缝波动速度, 最典型的包括 TLUSTY 模型, YUN 模型和 HU 模型。

6.3.1 TLUSTY 动态模型

TLUSTY 等^[2]动态轧制力模型基于以下假设:

① 入口厚度为常数, 出口厚度变化为简谐函数形

式, 即 $h_{e\text{var}} = 0, h_{d\text{var}} = C \sin \omega t$; ② 出口速度为常数, 且等于轧辊线速度, 即 $v_d = v_r$ 为常数; ③ 入口位置和出口位置的变化均引起变形区接触长度变化。考虑轧制力的近似表达式

$$F = W(\bar{\sigma} - \sigma_{x_e}) x_b = W(\bar{\sigma} - \sigma_{x_e})(x_e - x_d) \quad (49)$$

式中, W 和 $\bar{\sigma}$ 分别表示轧件宽度和平均屈服强度。

由式(42)可以得到

$$x_e = \sqrt{R(h_e - h_d)} \quad (50)$$

由一阶泰勒展开可以得到

$$x_{e\text{var}} = \left(\frac{\partial x_e}{\partial h_d} \right)_s h_{d\text{var}} \quad (51)$$

此外轧制区内任意一点轧制速度的垂直分量为

$$v_y = v_r \sin \varphi - d(h_d / 2) / dt \quad (52)$$

当轧机振动时出口位置不再与中心线重合, 波动量为 $x_{d\text{var}} = x_d$, 且 $v_{y\text{d}} = 0, \sin \varphi_d = x_d / R$, 则可得

$$x_{d\text{var}} = x_d = R \dot{h}_d / (2v_r) \quad (53)$$

对式(49)求一阶泰勒展开式, 并将式(51)和式(53)代入, 则可以得到动态轧制力为

$$F_{\text{var}} = F_{1\text{var}}(\sigma_{x_e \text{var}}) + F_{2\text{var}}(h_d) + F_{3\text{var}}(\dot{h}_d) \quad (54)$$

6.3.2 YUN 动态模型

YUN 认为 TLUSTY 模型假设条件存在几个需要改进的地方: ① 假设 $v_d = v_r$, 也即认为中性点位置与出口位置重合, 这种情况仅适用于前张力大到足以将中性点转移到接近出口位置的极端情况; ② 只考虑了轧制力为辊缝波动速度的函数, 而没有考虑其对轧制速度和张力等参数的影响; ③ 未考虑轧件加工硬化和界面摩擦状态变化等因素, 仅使用平均轧制压力与接触长度的乘积建立轧制力的近似表达式。

因而, YUN 在 TLUSTY 模型的基础上提出了一个新的动态轧制模型, 其核心思想包括: ① 考虑轧机垂直振动时辊缝动态波动对金属秒流量方程的影响, 通过流量方程确定入口位置、中性点位置和出口位置, 并由泰勒展开计算其变化量与动态辊缝的关系; ② 由应力分布计算得到入口、中性点和出口位置的张应力, 考虑加工硬化效应计算各位置的屈服强度, 然后通过均匀变形的屈服准则求得入口、中性点和出口位置的轧制压应力及其变化量与动态辊缝的关系; ③ 以中性位置为界, 用一个分段线性的函数表示入口段和出口段的轧制压应力分布, 然后通过一阶泰勒展开求得动态轧制力。

(1) 金属秒流量方程。当轧辊垂直方向振动时,

$$f_{\text{var}} = \sum \left(\frac{\partial f}{\partial w_i} \right) \cdot w_{i \text{ var}} \quad (73)$$

式中, w_i 分别表示自变量 $x_c, x_n, x_d, p_c, p_n, p_d$; $w_{i \text{ var}}$ 表示各自变量相应的变化量。

将式(62)~(64)和式(68)~(70)及各参数稳态值代入式(73), 可以得到动态轧制力可以表示为

$$F_{\text{var}} = F_{\text{var}}(h_{c \text{ var}}, \dot{h}_c, h_{e \text{ var}}, v_{r \text{ var}}, h_{d \text{ var}}, v_{e \text{ var}}, \sigma_{x_c \text{ var}}) \quad (74)$$

6.3.3 HU 动态模型

当考虑轧辊水平和垂直方向振动时, 其变形区几何关系如图 20 所示。

图 20 考虑轧辊水平-垂直耦合振动时变形区示意图

HU 在 YUN 模型的基础上进一步考虑轧辊同时存在水平和垂直振动时, 任意位置的轧件厚度为

$$h(x) = h_c + (x - x_c)^2 / R \quad (75)$$

金属流量方程修正为

$$vh = v_c h_c - (x_c - x) \dot{h}_c + (h_c - h) \dot{x}_c \quad (76)$$

基于式(75)和式(76)求得入口位置、中性点位置和出口位置。然后由 Slab 分析求得压力分布式 $p(x)$, 并应用摩擦因子模型, 根据图 16 所示的应力关系, 通过积分求得

$$f_x = -\int_{x_d}^{x_c} p(x) \tan \phi dx + \int_{x_d}^{x_c} \tau_s dx \quad (77)$$

$$f_y = \int_{x_d}^{x_c} p(x) dx + \int_{x_d}^{x_c} \tau_s \tan \phi dx \quad (78)$$

$$M = \int_{x_d}^{x_c} \frac{\tau_s}{\cos \phi} dx \quad (79)$$

这里需要注意在中性点前后摩擦切应力改变方向。通过将式(77)~(79)关于各自变量求一阶泰勒展开, 分别可以得到水平轧制力、垂直轧制力及轧制力矩的动态分量。

7 轧制过程与结构耦合建模及仿真

作者所在课题组针对轧制过程与结构的耦合

建模及颤振失稳问题进行了研究。基于平面应变条件, 假设出口速度 v_d 和轧辊表面速度 v_r 均为常数, 建立了轧制过程中由于辊缝波动和入口厚度波动所引起的动态轧制力模型

$$f_{\text{var}} = f_{\text{var}}(h_{c \text{ var}}, \dot{h}_c, h_{e \text{ var}}) = K_1 \dot{h}_c + K_2 h_{c \text{ var}} + K_3 \int h_{c \text{ var}} \cdot dt + K_4 h_{e \text{ var}} + K_5 \int h_{e \text{ var}} \cdot dt \quad (80)$$

式中, $K_i (i=1 \sim 5)$ 表示各相关变量对应的稳态综合系数, 由工艺参数、材料参数及结构参数决定。将其与系统垂直振动的对称结构模型相耦合, 建立结构与过程耦合的颤振模型, 研究系统动态响应的稳定性及失稳准则, 并讨论工艺参数对稳定性的影规律。

式(80)为单位宽度轧制力波动, 因而系统总体轧制力波动量即为

$$F_{\text{var}} = W \cdot f_{\text{var}} \quad (81)$$

7.1 不考虑入口厚度波动

假设轧件入口厚度 h_e 为常数, 轧件不存在初始振纹, 即 $h_{e \text{ var}} = 0$, 系统颤振的运动微分方程为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 2K_1 W \dot{x} + 2K_2 W x + 2K_3 W \int x \cdot dt \quad (82)$$

由于式(82)中含有积分形式, 由拉普拉斯变换得到其 s 域特征方程

$$Ms^3 + (C - 2K_1 W)s^2 + (K - 2K_2 W)s - 2K_3 W = 0 \quad (83)$$

其对应的罗斯阵列第一列如下

$$\begin{aligned} s^3: & \quad M \\ s^2: & \quad C - 2K_1 W \\ s^1: & \quad (K - 2K_2 W) + \frac{2MK_3 W}{C - 2K_1 W} \\ s^0: & \quad -2K_3 W \end{aligned} \quad (84)$$

根据罗斯代数稳定性判据, 若罗斯阵列的第一列系数不改变符号, 将不会出现具有正实部的特征根, 系统稳定, 否则系统将不稳定。

对于式(84), 由于第一个系数为正数, 因此要使系统稳定, 需要满足的稳定性条件为

$$\begin{cases} r_1 = M > 0 \\ r_2 = C - 2K_2 W > 0 \\ r_3 = K - 2K_1 W + \frac{2MK_3 W}{C - 2K_2 W} > 0 \\ r_4 - 2K_3 W > 0 \end{cases} \quad (85)$$

此外, 令 $y_1 = x, y_2 = \dot{x}, y_3 = \ddot{x}$, 可以得到式(82)所对应的一阶状态微分方程组

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = y_3 \\ \dot{y}_3 = [2K_3 W y_1 - (K - 2K_2 W) y_2 - (C - 2K_1 W) y_3] / M \end{cases} \quad (86)$$

假设初始条件 $Y_0 = [10^{-6}; 0; 0]$, 对式(86)的动态响应进行数值仿真和分析, 讨论轧辊表面速度、压下率、后张力和摩擦因子等工艺参数对系统稳定性的影响规律。

给定某轧机的结构和几何参数: $M = 5 \times 10^4 \text{ kg}$, $K = 5 \times 10^8 \text{ N/m}$, $C = 2 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $R = 0.4 \text{ m}$, $W = 0.8 \text{ m}$, $L = 4 \text{ m}$ 。轧件的材料参数: $h_0 = 0.0137 \text{ m}$, $B = 552$, $n = 0.2$, $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\sigma_0 = 380 \text{ MPa}$ 。不考虑入口厚度波动, 即 $h_e = \bar{h}_e = 0.013 \text{ m}$, 且稳态情况下 $\bar{h}_e = \bar{h}_d$, $\dot{\bar{h}}_e = 0$ 。为保证轧辊表面速度 v_r 在轧制时满足中性区的条件: $v_d > v_r > v_e$, 可令

$$v_r = r v_d = r \frac{h_e}{h_d} v_e \quad \frac{h_d}{h_e} < r < 1 \quad (87)$$

式中, r 为轧辊表面速度 v_r 的参考系数。

给定后张力 $\sigma_{xe} = 130 \text{ MPa}$, 摩擦因子 $m = 0.05$, 出口厚度 $h_d = 0.0094 \text{ m}$, 压下率 $\mu = 27.69\%$, 取 $r \in [0.75, 0.95]$, 可以得到保持系统稳定的入口速度的临界值 v_{ec} 如图 21 所示。

图 21 轧辊表面转速对临界稳定入口速度的影响

当 $v_r = 18.5 \text{ m/s}$ 时轧件的临界稳定入口速度 $v_{ec} = 16.49 \text{ m/s}$, 也即当轧制速度高于该临界值时系统将失稳, 利用式(85)给出的稳定性判据分别对 $v_e = 16.3 \text{ m/s}$ 和 $v_e = 16.8 \text{ m/s}$ 的系统稳定性进行判定, 通过对式(86)所示微分方程的数值仿真进行验证如图 22 所示。

(1) 当 $v_e = 16.3 \text{ m/s}$ 时, 罗斯阵列的第一列系数

$$\begin{aligned} r_1 &= 5 \times 10^4 > 0 & r_2 &= 1.2717 \times 10^7 > 0 \\ r_3 &= 2.2561 \times 10^8 > 0 & r_4 &= 2.7637 \times 10^{12} > 0 \end{aligned}$$

系统稳定, 其特征值为

$$s_1 = -2.5031 \times 10^2 \quad s_{2,3} = (-0.0202 \pm 4.6991i) \times 10^2$$

(2) 当 $v_e = 16.8 \text{ m/s}$ 时, 罗斯阵列的第一列系数

$$\begin{aligned} r_1 &= 5 \times 10^4 > 0 & r_2 &= 1.2375 \times 10^7 > 0 \\ r_3 &= -3.7152 \times 10^8 < 0 & r_4 &= 2.8485 \times 10^{12} > 0 \end{aligned}$$

系统不稳定, 其特征值为

$$s_1 = -2.5390 \times 10^2 \quad s_{2,3} = (0.0320 \pm 4.7368i) \times 10^2$$

图 22 系统的动态响应仿真

此外, 基于受到初始辊缝高度波动扰动的颤振模型, 从单参数变化、双参数耦合及多参数综合的角度, 通过罗斯稳定性判据、动态响应仿真及数值拟合, 得到临界稳定入口速度的回归模型, 分析了轧辊表面转速、压下率、后张力和摩擦因子等工艺参数对系统稳定入口速度临界值的影响规律, 可以为轧制过程中工艺规程的制订提供指导, 以避免系统失稳而带来不可估量的损失。

7.2 入口厚度波动的影响

若轧件来料有初始振纹缺陷, 也即入口厚度有波动, 设 $h_{evar} = e \cos \omega t$, 其中 e 为波动幅值, ω 为波动频率。此种情况下系统颤振的运动微分方程

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = W(2K_1x + 2K_2\dot{x} + 2K_3\int x \cdot dt + K_4e\omega \cos \omega t + K_5e \sin \omega t) / \omega \quad (88)$$

其状态方程为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = y_3 \\ \dot{y}_3 = We(-K_4\omega \sin \omega t + K_5 \cos \omega t) / M + [2K_3 W y_1 - (K - 2K_2 W) y_2 - (C - 2K_1 W) y_3] / M \end{cases} \quad (89)$$

轧件入口厚度的波动以外激励的形式出现在微分方程中, 系统成为非自治微分方程。假设初始条件 $Y_0 = [0; 0; 0]$, 也即在无初始扰动的情况下分析入口厚度波动对系统动态响应的影响, 如图 23 所示。

图 23 考虑入口厚度波动的动态响应仿真

可见, 即使在振动初始位移和速度都为零时, 入口厚度波动也会导致系统出现振动甚至失稳的行为, 其稳定入口速度的临界值与不考虑入口厚度波动时相同, 由系统结构和轧制过程的工艺参数决定。但是, 当入口速度小于临界值时, 系统动态响应不再收敛到零点, 而是存在一个与入口厚度波动同频反相, 且幅值小于入口厚度波动幅值的稳态周期振动; 当大于速度大于临界值时, 系统动态响应发散失稳。

此外, 作者所在课题组针对轧制过程与结构的耦合建模及颤振机理问题, 目前正在进行的研究工作主要包括以下几方面。

(1) 通过分析轧机不同类型振动产生的机理及其相互关系, 考虑间隙和阻尼等非线性结构特性, 建立能够表征板带轧机垂直-水平-扭转以及轧件水平颤振的多模态耦合振动结构模型。

(2) 考虑弹性压扁和加工硬化, 基于均匀变形及非均匀变形的屈服准则, 应用摩擦因子模型, 并发展了非稳态润滑的摩擦模型, 建立动态轧制过程模型, 得到动态力能参数与工艺参数、材料参数和结构参数的表征关联, 将其反馈作用于多模态耦合结构模型, 讨论颤振失稳机理及各参数对稳定性的影响规律。

(3) 考虑机架间的相互影响因素即张力波动和时滞传递, 将动态轧制过程模型与轧机结构模型结合, 建立多机架连机架系统颤振模型。对单机架轧

机系统和多机架轧机系统进行仿真分析和比较, 分别对不考虑时滞和考虑时滞影响下的多机架轧机系统颤振系统模型进行仿真, 对连轧机的再生颤振机理进行讨论。

8 结论

针对轧机颤振近十年的发展研究现状进行了整理和综述, 并建议今后的研究侧重方向, 具体包括以下几个方面。

(1) 轧机结构包括单机架和连轧机模型。基于单机架结构简化, 建立了三倍频颤振、五倍频颤振及扭振颤振等振动模式的分析模型, 并在此基础上进一步考虑水平、垂直和扭转等不同方向振动形式的模态耦合模型; 对于多机架的连续轧制, 通过机架间的张力模型和时滞传递模型, 构建连轧的结构模型。

今后的研究工作: 一方面需要基于多子系统及多模态结构模型与动态轧制过程的耦合, 对负阻尼和模态耦合效应的颤振机理进行分析; 另一方面针对由张力模型和时滞传递模型耦联构建的多机架连续轧制过程, 对再生效应等连轧颤振机理进行研究。

(2) 在轧机颤振建模中, 对包括考虑间隙和变形特征的非线性弹性力、接触界面的非线性摩擦力和非线性轧制力等非线性因素的描述和表征是准确建模的关键因素之一; 此外, 系统上下辊系的结构、轧制速度和摩擦状况等非对称性因素也对材料的变形过程及颤振问题有不可忽略的影响。

今后的研究工作: 考虑结构的非线性特征和轧制参数的非线性波动, 运用多尺度法、谐波平衡法和全局分析等非线性理论和方法对轧机颤振的分岔、混沌和稳定性问题进行研究; 研究非对称因素对轧机颤振的影响, 既要考虑结构非对称的问题, 更要进一步发展非对称轧制建模理论, 认识非对称轧制条件下轧机颤振及对轧件弯曲和平坦度等质量指标的影响。

(3) 针对轧制过程 Slab 分析方法, 关键的问题包括屈服准则、摩擦模型和应力分布的计算。在均匀变形和非均匀变形假设条件下, 具有不同的屈服准则; 在对界面摩擦应力的表征中, 既包括经典的库仑摩擦和摩擦因子模型, 也有近年来发展的动态摩擦模型及非稳态润滑摩擦模型; 应力分布的计算中需要注意中性点前后入口区和出口区摩擦应力方向的改变。

今后研究工作: 进一步基于考虑轧件非均匀变形条件的屈服准则; 比较不同摩擦模型下的动态轧

制力,并着重分析和发展非稳态润滑摩擦模型;考虑非对称因素时,使用非对称的 Slab 分析法建立相应的屈服准则和应力分布关系式。

(4) 基于 Slab 分析法,基于早期的稳态轧制力经验公式和考虑辊缝波动量的准静态模型,建立轧辊垂直振动及垂直-水平耦合振动时辊缝变化及波动速度对轧制过程参数及轧制力影响,建立相应的动态轧制过程模型。

今后研究工作:基于变形区金属流动规律,进一步考虑更精确的动态金属秒流量方程,建立合理有效的动态轧制过程及颤振模型,对颤振机理、失稳条件及控制策略进行深入的研究。

参 考 文 献

- [1] YARITA I, FURUKAWA K, SEINO Y. An analysis of chattering in cold rolling of ultrathin gauge steel strip[J]. Transactions ISIJ, 1978, 18(1): 1-10.
- [2] TLUSTY J, CRITCHLEY S, PATON D. Chatter in cold rolling[J]. Annals of the CIRP, 1982, 31(1): 195-199.
- [3] TAMIYA T, FURUI K, LIDA H. Analysis of chattering phenomenon in cold rolling[C]//Proceedings of science and technology of flat rolled products. Tokyo: International Conference on Steel Rolling, 1980, 2: 1191-1207.
- [4] ROBERTS W. Third-octave-mode chatter in the cold rolling of light gauge strip[C]//Proceedings of Science and Technology of Flat Rolled Products. Tokyo: International Conference on Steel Rolling, 1980, 2: 1215-1224.
- [5] GALLNSTEIN J. Torsional chatter on a 4-h cold mill[J]. Iron and Steel Engineer, 1981, 58(1): 52-57.
- [6] CHEFNEUX L, FISCHBACH J P. Study and industrial control of chatter in cold rolling[J]. Iron and Steel Engineer, 1984, 61(11): 17-26.
- [7] PATON D L, CRITCHLEY S. Tandem mill vibration: Its cause and control[J]. Iron and Steel Making, 1985, 12(3): 37-43.
- [8] NESSLER G L, CORY J F. Cause and solution of fifth octave back-up roll chatter on 4-hold mills and temper-mills[J]. Iron and Steel Engineer, 1989, 66(12): 33-37.
- [9] CHRISTENSEN P, EVERFELT H, BAY N. Pressure distribution in plate rolling[J]. Annals of the CIRP, 1986, 35: 141-146.
- [10] GUNASEKERA J S, ALEXANDER J M. Analysis of rolling[J]. Annals of the CIRP, 1987, 36: 203-206.
- [11] PAWELSKI O, RASP W, FRIEDELWALD K. Chattering in cold rolling-theory of interaction of plastic and elastic deformation[C]//Proceedings of 4th International Steel Rolling Conference. Deauville, France: The Science and Technology of Flat Rolling, 1987, 2(E11): 1-5.
- [12] DOBRUCKI W, ŚWIATONIOWSKI A. Directions in investigations into the dynamic phenomena of rolling mills[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 323-327.
- [13] DOBRUCKI W, BAR A. Changes in roll-gap shape in the case of vibrations in a four-high rolling mill stand[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 328-337.
- [14] GREGORCZYK R. Theoretical description of the continuous (tandem) rolling mill[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 338-346.
- [15] SOBKOWIAK P. Experimental investigation on the states of strain and stress occurring in the metal during the continuous tube-rolling process[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 347-353.
- [16] ŚWIATONIOWSKI A. Interdependence between rolling mill vibrations and the plastic deformation process[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 354-364.
- [17] GREGORCZYK R. Mathematical model of the transfer of the excitation of vibration between adjacent rolling stands of a continuous group[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 365-372.
- [18] ŚWIATONIOWSKI A, THOMSON F P. Theoretical study of the dynamic effect on the warping of rolled strip and loss of flatness[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 373-381.
- [19] MISCHKE J. Equations of strip equilibrium during asymmetrical flat rolling[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 61(4): 382-394.
- [20] YUN I S, WILSON W R D, EHMANN K F. Chatter in the strip rolling process. Part-1: Dynamic model of rolling; Part-2: Dynamic rolling experiments; Part3: Chatter model[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1998, 120(5): 330-348.
- [21] HU P H, EHMANN K F. A dynamic model of the rolling process. Part1: Homogeneous model; Part 2: Inhomogeneous model[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40(1): 1-31.
- [22] YUN I S. Chatter in rolling[D]. Evanston, IL: Northwestern University, 1995.

- [23] HU P H. Stability and chatter in rolling[D]. Evanston, IL: Northwestern University, 1998.
- [24] YUN I S, WILSON W R D, EHMANN K F. Review of chatter studies in cold rolling[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1998, 38(12): 1499-1530.
- [25] JOHNSON R, QI Q. Chatter dynamics in sheet rolling[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1994, 36(7): 617-630.
- [26] FRESHWATER I J. Simplified theories of flat rolling, Part-1: The calculation of roll pressure, roll force and roll torque. Part-2: Comparison of calculated and experimental results[J]. International Journal of Mechanical Science, 1996, 38(6): 633-660.
- [27] 王长松, 孙民生, 袁希. 宽带钢冷轧机颤振仿真与分析[J]. 北京科技大学学报, 1994(增刊 2): 57-60.
WANG Changsong, SUN Minsheng, YUAN Xi. Simulation and analysis of chatter phenomenon on cold mill rolling wide strip[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 1994(Suppl.2): 57-60.
- [28] 林鹤, 邹家祥, 岳海龙. 轧制液对带钢冷轧机颤振的影响[J]. 钢铁, 1996, 31(10): 60-79.
LIN He, ZOU Jiayang, YUE Hailong. Influence of emulsion lubricants on chatter of cold rolling mill[J]. Iron and Steel, 1996, 31(10): 60-79.
- [29] 孙志辉, 邹家祥. 轧制润滑摩擦对轧机振动的影响[J]. 重型机, 1998(6): 25-27.
SUN Zhihui, ZOU Jiayang. Influence of rolling lubrication and friction on mill vibration[J]. Heavy Machinery, 1998(6): 25-27.
- [30] HU P H, ZHAO H Y, EHMANN K F. Third-octave-mode chatter in rolling.Part-1: Chatter model; Part-2: Stability of a single-stand mill; Part-3: Stability of a multi-stand mill[C]//Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2006, 220(8): 1267-1303.
- [31] ZHAO H Y. Regenerative chatter in cold rolling[D]. Evanston, IL: Northwestern University, 2008.
- [32] ZHAO H Y, EHMANN K F. Stability analysis of chatter in tandem rolling mills. Part 1: Single-and multi-stand negative damping effect; Part 2: The regenerative effect[J]. Transactions of the ASME: Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2013, 135(3): 1-19.
- [33] SWIATONIOWSKI A, BAR A. Parametrical excitement vibration in tandem mills-mathematical model and its analysis[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2003, 134(2): 214-224.
- [34] SWIATONIOWSKI A, SOBKOWIAK P, GREGORCZYK R. Experimental investigation of friction phenomena on the roll-material contact surface[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2004, 155-156: 1519-1525.
- [35] BAR A, SWIATONIOWSKI A. Interdependence between the rolling speed and non-linear vibrations of the mill system[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2004, 155-156: 2116-2121.
- [38] NIZIOL J, ŚWIATONIOWSKI A. Numerical analysis of the vertical vibrations of rolling mills and their negative effect on the sheet quality[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 162-163: 546-550.
- [37] BAR A, BAR O. Types of mid-frequency vibrations appearing during the rolling mill operation[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 162-163: 461-464.
- [38] SWIATONIOWSKI A, BAR O. Mathematical modeling of the high frequency vibrations during cold rolling process[J]. Archives of Metallurgy and Materials, 2013, 58(4): 1085-1091.
- [39] SANIEI M, SALIMI M. Development of a mixed film lubrication model in cold rolling[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 177: 575-581.
- [40] HEIDARI A, FOROUZAN M R, AKBARZADEH S. Development of a rolling chatter model considering unsteady lubrication[J]. ISIJ International, 2014, 54(1): 165-170.
- [41] FOROUZAN M R, SALEHI A H, ADIBI-SEDEH A H. A comparative study of slab deformation under heavy width reduction by sizing press and vertical rolling using FE analysis[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209: 728-736.
- [42] NIROOMAND M R, FOROUZAN M R, SALIMI M. Prediction of surface quality due to chatter vibration in rolling of thin steel strip using ALE finite element method[J]. Key Engineering Materials, 2011, 473: 572-578.
- [43] NIROOMAND M R, FOROUZAN M R, SALIMI M, et al. Experimental investigations and ALE finite element method[J]. ISIJ International, 2012, 52(2): 2245-2253.
- [44] FOROUZAN M R, KIVANI I, SALIMI M, et al. Analysis of chatter vibration in cold strip rolling, Part-1: System equivalent damping[J]. Steel Research International, 2008, 79: 475-482.

- [45] FOROUZAN M R, KIVANI I, NIROOMAND M R, et al. Analysis of chatter vibration in cold strip rolling, Part-2: Optimization of the process parameters[J]. Steel Research International, 2008, 79: 483-489.
- [46] NIROOMAND M R, FOROUZAN M R, FASIH FAR M, et al. Chattering control based algorithm for nonlinear Optimization of 5-stands cold strip rolling process parameters[J]. Steel Research International, 2010, 81(9): 162-165.
- [47] NIROOMAND M R, FOROUZAN M R, SALIMI M, et al. Frequency analysis of chatter vibrations in tandem rolling mills[J]. Journal of Vibroengineering, 2012, 14(2): 852-865.
- [48] HEIDARI A, FOROUZAN M R. Optimization of cold rolling process parameters in order to increasing rolling speed limited by chatter vibrations[J]. Journal of Advanced Research, 2013, 4(1): 27-34.
- [49] 侯福祥, 张杰, 曹建国, 等. 带钢冷轧机振动问题的研究进展及评述[J]. 钢铁研究学报, 2007, 19(10): 6-10.
- HOU Fuxiang, ZHANG Jie, CAO Jianguo, et al. Review of chatter studies in cold rolling[J]. Journal of Iron and Steel Research, 2007, 19(10): 6-10.
- [50] 王桥医. 非稳态润滑过程轧机系统动力学研究[D]. 长沙: 中南大学, 2004.
- WANG Qiaoyi. Research on dynamics of rolling mills based on unsteady lubrication process[D]. Changsha: Central South University, 2004.
- [51] 王桥医, 黄海军, 李志华. 金属塑性加工工作界面非稳态润滑轧机振动控制[J]. 中南大学学报, 2010, 41(4): 1418-1423.
- WANG Qiaoyi, HUANG Haijun, LI Zhihua. Control of mill vibration for unsteady lubrication based on metal-forming processes[J]. Journal of Central South University, 2010, 41(4): 1418-1423.
- [52] 刘乐民, 臧勇, 孙建林. 冷轧润滑过程中的轧制界面热效应研究[J]. 润滑与密封, 2011(1): 27-30.
- LIU Leming, ZANG Yong, SUN Jianlin. Study of surface thermal effects in the process of cold rolling with lubrication[J]. Lubrication Engineering, 2011(1): 27-30.
- [53] LIU L M, ZANG Y. Hydrodynamic analysis of partial film lubrication in the cold rolling process[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2011, 54(5): 489-493.
- [54] 王桥医, 陈娟, 高瑞进, 等. 高速轧机工作界面非稳态润滑过程界面动力学特性[J]. 中南大学学报, 2013, 44(2): 546-551.
- WANG Qiaoyi, CHEN Juan, GAO Ruijin, et al. Interface dynamic characteristics of high-speed rolling mill work interface based on unsteady lubrication process[J]. Journal of Central South University, 2013, 44(2): 546-551.
- [55] 魏立群, 瞿志豪, 张杏耀. 轧制润滑对 1420 冷连轧机组自激振动的影响[J]. 钢铁研究学报, 2006, 18(2): 28-31.
- WEI Liqun, QU Zhihao, ZHANG Xingyao. Influence of rolling lubrication on self-excited vibration in 1420 continuous cold rolling mill[J]. Journal of Iron and Steel Research, 2006, 18(2): 28-31.
- [56] 陈勇辉, 史铁林, 杨叔子. 四辊冷带轧机非线性参激振动的研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(4): 56-60.
- CHEN Yonghui, SHI Tielin, YANG Shuzi. Study on parametrically excited nonlinear vibrations on 4-h cold rolling mills[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(4): 56-60.
- [57] 孟令启, 徐如松, 王建勋, 等. 中厚板轧机非线性参激的振动[J]. 重庆大学学报, 2008, 31(4): 393-397.
- MENG Lingqi, XU Rusong, WANG Jianxun, et al. Parametrically excited nonlinear vibrations of medium and heavy plate milling[J]. Journal of Chongqing University, 2008, 31(4): 393-397.
- [58] 孟令启, 杜勇, 马生彪. 中厚板轧机垂直振动的非线性[J]. 吉林大学学报, 2009, 39(3): 712-715.
- MENG Lingqi, DU Yong, MA Shengbiao. Non-linearity of vertical vibration of medium plate mill[J]. Journal of Jilin University, 2009, 39(3): 712-715.
- [59] 范小彬, 臧勇, 吴迪平, 等. CSP 热连轧机振动问题[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8): 198-201.
- FAN Xiaobin, ZANG Yong, WU Diping, et al. Vibration problems of CSP hot tandem mill[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 198-201.
- [60] 侯东晓, 刘彬, 时培明, 等. 分段非线性轧机辊系系统的分岔行为研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(12): 132-135.
- HOU Dongxiao, LIU Bin, SHI Peiming, et al. Bifurcation of piecewise nonlinear roll system of rolling mill[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(12): 132-135.
- [61] 刘浩然, 刘飞, 侯东晓, 等. 多非线性弹性约束下轧机辊系振动特性[J]. 机械工程学报, 2012, 48(9): 89-94.
- LIU Haoran, LIU Fei, HOU Dongxiao, et al. Vibration characteristics of mill rolls under multi-segment nonlinear elastic constraints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(9): 89-94.

- [62] 刘浩然, 侯东晓, 时培明. 轧机辊系滞后非线性垂直振动系统的振动特性[J]. 机械工程学报, 2011, 47(13): 65-70.
LIU Haoran, HOU Dongxiao, SHI Peiming. Vibration characteristics of hysteretic nonlinear vertical vibration system of rolling mill roller[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(13): 65-70.
- [63] 侯东晓, 刘浩然, 李纪召, 等. 轧件不对称滞后变形下动态轧制力建模及仿真研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(14): 38-43.
HOU Dongxiao, LIU Haoran, LI Jizhao, et al. Modeling and simulation of dynamically rolling force under the asymmetric hysteretic deformation of workpiece[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(14): 38-43.
- [64] 侯东晓, 朱月, 刘浩然, 等. 基于动态轧制力的冷轧机非线性振动特性研究[J]. 机械工程学报, 2013, 49(14): 45-50.
HOU Dongxiao, ZHU Yue, LIU Haoran, et al. Research on nonlinear vibration characteristics of cold rolling mill based on dynamic rolling force[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(14): 45-50.
- [65] 侯东晓, 彭荣荣, 刘浩然. 变摩擦力下板带轧机辊系垂直-水平耦合振动特性[J]. 东北大学学报, 2013, 34(11): 1615-1619.
HOU Dongxiao, PENG Rongrong, LIU Haoran. Vertical-horizontal coupling vibration characteristics of strip mill rolls under the variable friction[J]. Journal of Northeastern University, 2013, 34(11): 1615-1619.
- [66] 时培明, 夏克伟, 刘彬, 等. 含间隙多自由度轧机传动系统非线性扭振动力特性[J]. 机械工程学报, 2012, 48(17): 57-64.
SHI Peiming, XIA Kewei, LIU Bin, et al. Dynamics behaviors of rolling mill's nonlinear torsional vibration of multi-degree-of-freedom main drive system with clearance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(17): 57-64.
- [67] GAO Z Y, ZANG Y, WU D P. HOPF bifurcation and feedback control of self-excited torsion vibration in the drive system[J]. Noise & Vibration Worldwide, 2011, 2(10): 68-74.
- [68] TANG H P, WANG D Y, ZHONG J. Investigation into the electromechanical coupling instability of a rolling mill[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2002, 129(1): 294-298.
- [69] YANG X, TONG C N, YUE G F, et al. Coupling dynamic model of chatter for cold rolling[J]. Journal of Iron and Steel Research International, 2010, 17(12): 30-34.
- [70] 闫晓强. 热连轧机电液耦合振动控制[J]. 机械工程学报, 2011, 47(17): 61-65.
YAN Xiaoqiang. Machinery-electric-hydraulic coupling vibration control of hot continuous rolling mills[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(17): 61-65.
- [71] 王瑞鹏, 彭艳, 张阳, 等. 轧机耦合振动机理研究[J]. 机械工程学报, 2013, 49(12): 66-71.
WANG Ruipeng, PENG Yan, ZHANG Yang, et al. Mechanism research of rolling mill coupled vibration[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(12): 66-71.
- [72] UNVER E. Modal analysis of a production-mill stand[C]//Proceedings of the International Modal Analysis Conference & Exhibit, 1984, 2: 648-654.
- [73] ROBERTS W L. Four-high mill stand chatter of the fifth octave mode[J]. Iron and Steel Engineer, 1978, 55(10): 41-47.
- [74] HU P H, EHMANN K F. Fifth octave mode chatter in rolling[C]//Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2001, 215(6): 797-809.
- [75] MOLLER R H, HOGGART J S. Periodic surface finish and torque effects during cold strip rolling[J]. The Journal of the Australian Institute of Metals, 1967, 12(2): 155-164.
- [76] MONACO G. Dynamics of rolling mills-mathematical models and experimental results[J]. AISE Year Book, 1977(12): 399-410.
- [77] KROT P. Nonlinear vibrations and backlashes diagnostics in the rolling mills drive trains[J]. ENOC, 2008, 30(6): 26-30.
- [78] DWIVEDY S K, DHUTEKAR S S, EBERHARD P. Numerical investigation of chatter in cold rolling mills [J]. Advanced Structured Materials, 2012, 16: 213-227.
- [79] TAN X, YAN X T, JUSTER N P. Dynamic friction model and its application in flat rolling[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2008, 207(1-3): 222-234.
- [80] KROT P. Dynamics and diagnostics of the rolling mills drivelines with non-smooth stiffness characteristics[C]//Proceeding of the 3rd International Conference on Nonlinear Dynamics, Kharkov, Ukraine, 2010: 115-120.
- [81] 陈昌明, 徐莹莹, 李真, 等. 初轧机主传动系统的扭转振动[J]. 金属学报, 1985, 21(5): 105-115.
CHEN Changming, XU Yingying, LI Zhen, et al. Torsional vibration in blooming mill drive system[J]. Acta Metallurgica Sinica, 1985, 21(5): 105-115.