

DOI: 10.3901/JME.2013.04.102

轨道车辆结构动应力谱分布的估计*

薛广进 李强 王斌杰 潘妩 李凯
(北京交通大学机械与电子控制工程学院 北京 100044)

摘要: 结构动应力分布的确定对结构疲劳强度评估和可靠性设计有重要意义,通常采用的动应力理论分布假设有威布尔分布、对数正态分布和截尾正态分布。实际计算表明,单一地利用以上任意一种分布都很难实现对实测一维动应力谱的有效拟合,根据实测轨道车辆动应力特征,利用数据统计处理方法,提出一种新的分布及其拟合方法,即对数正态分布和威布尔分布的组合分布,该种分布能够准确地描述动应力分布,对轨道车辆疲劳寿命估计有重大意义。

关键词: 威布尔分布 对数正态分布 组合分布 参数估计 卡方检验

中图分类号: U270

Estimation of Distribution for Rail Vehicle Dynamic Stress

XUE Guangjin LI Qiang WANG Binjie PAN Wu LI Kai

(School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract: Distribution of stress is important for fatigue evaluation and reliability design. Generally, Weibull distribution, Logarithmic normal distribution and truncated Gaussian distributions are used as stress distribution theory hypothesis. Practical calculation shows that it's difficult to fit distribution of measured dynamic stress effectively with any of these distributions separately. Based on the characteristics of railway vehicle dynamic stress, a new distribution and a way for its fitting with statistics methods are presented. The distribution can fit dynamic stress distribution accurately. It has great significance for the fatigue life estimation of railway vehicles.

Key words: Weibull distribution Lognormal distribution Combination distribution Parameter estimate Chi-square test

0 前言

在轨道车辆结构疲劳寿命预测过程中,通过线路实测获得的应力时间历程都是一个有限长的子样,由此得出的应力谱不能反映焊接构架整个寿命期间出现的最大动应力参量,为此需要拟合出实测动应力谱分布,并估计其应力最值,然后进行统计推断,以得到动应力扩展谱。实测动应力分布的拟合,一般是假设其服从某一分布,然后估计参数并检验假设。通常采用的假设理论分布有威布尔分布,对数正态分布^[1-3]和截尾正态分布^[4]。

在数据拟合当中,数据的最小下界和组距的确定将直接影响到数据的拟合效果,而以往的经验分组方法过于粗糙,不能准确反映数据的分布。

同一车辆构架结构不同关键点整体幅值水平差异大,通常在 0~100 MPa 拟合所得分布亦有

较大差异,故对拟合函数的适应性要求很高。同时,线路实测动应力的分布一般是不均衡的,同一关键点应力数据,在低幅值区域高度集中,而在高幅值区域相对较少,前后呈两极化,单个的分布函数很难对高低幅值区域同时进行良好拟合。

针对以上问题,文章对数据的最小下界的确定及组距的划分进行研究,并利用两个分布函数组合出一种新分布类型,实现对应力分布的有效拟合。

1 数据最小下界及分组

通过线路实测得到动态应变原始信号,转为应力信号,得应力信号需要进行峰谷值挑选、无效幅值处理、雨流计数一系列处理之后,再对其分组,拟合分布函数。

1.1 无效幅值处理

包含两个方面,一是通过小波处理去掉信号的应力时间历程上很小的幅值的干扰。二是在雨流计数统计循环之后,对不会造成疲劳损伤的小幅值应力值过滤。此过程一般设门槛值 5 MPa,即确定最

* 国家自然科学基金(U1134201)、国家科技支撑计划(2011BAG10B01)和国家基础研究发展计划(973 计划, 2011CB711100)资助项目。
20120312 收到初稿, 20121228 收到修改稿

小下界为 5 MPa。

1.2 数据分组

数据分组后, 利用寻优函数求解所假设分布函数的最小卡方, 可得最小卡方值及对应参数。在此过程中, 分组的方式涉及直方图制作和卡方求解两方面。

直方图的制作中, 此前许多研究对分组数的选择仍然采用经验的方法或者采用粗略的计算公式。例如分组数 t 于样本量 n 的 Sturges 公式

$$k = 1 + \log_2 n \approx 1 + 3.322 \log_2 n \quad (1)$$

式(1)是在总体分布对称且近似正态的假设下得到的, 仅考虑样本量的大小, 而忽略了样本分布的特征。制作的直方图通常过于平坦, 尤其是在样本量比较大时^[5]。由于实测动应力数据的特性, 该分组方法是不可取的。为了弥补 Sturges 公式的不足, SCOTT 于 1979 年以最小平均误差平方和为准则, 系统地研究了正态数据的直方图理论和直方图组距确定的渐近最优方法。此后 WAND 于 1997 年在其基础上做了优化研究, 最终 TERRELL 于 1985 年证明了最小分组数应当满足^[6]

$$k \geq \sqrt[3]{2n} = k_{\min} \quad (2)$$

通常的分布估计是利用的等组距的直方图。然而, 实测应力数据在低幅值区域集中的样本信息较多, 利用等组距算法制作的直方图通常在此区间估计趋于平坦, 相反在尾部高幅值区域由于集中的样本信息较少, 利用等组距算法制作的直方图通常在此区域估计更为粗糙。因此单纯的等距分组不能够满足动应力数据分组要求。

卡方求解中, 要求分组尽可能避免出现包含样本数为 0 的区间, 并且要求每个区间通常包含不少于 5 个数据, 数据小于 5 的可并入相邻区间。

针对以上分组的两方面要求, 动应力幅值数据样本量大且分布不均衡的特点, 结合 TERRELL 和 SCOTT 方法, 对数据按如下办法分组。

(1) 确定样本数据数量 n , 利用式(2)计算合理分组数。

(2) 按所得分组数, 将数据等距分组。

(3) 合并包含数据少的区间。在等距分组的最大幅值的频次开始, 逐步向上累加频次, 直到累加频次大于等于 5, 停止累加, 作为一个频次。再继续向上按同样的方法累加合并其他小于 5 的频次, 直到所有小于 5 的频次都被累加, 即合并后所有频次都大于等于 5, 然后, 按累加频次对应的区间调整区间边界值, 完成分组合并。

通过以上分组方法, 兼顾了各方面的因素, 能

够实现数据的合理分组。

2 求解方法

2.1 组合分布

通常采用的假设理论分布有威布尔分布, 对数正态分布和截尾正态分布。威布尔分布通过形状参数 β 的不同区段取值, 其图像形状变化多样, 适应性强; 而对数正态分布是对原始变量取对数后的正态分布, 所以对应力数据分布不均, 高低幅值区域落差很大有很好的适应性。两参数威布尔分布有定义域 $x > 0$, 对数正态分布为分段函数, 非 0 段函数定义域亦为 $x > 0$, 两者组合无需更多限制。

基于以上条件, 组合两个分布, 并加入两个参数 φ ($1 > \varphi > 0$) 和 k , φ 来分配调节两个分布在组合分布中所占的权重。设对数正态分布所占比例为 φ , 为了使得在定义域上的概率密度积分为 1, 则威布尔分布所占比例为 $1 - \varphi$; k 用来分配实测数据在该分布中所占的比例, 实测数据由于门槛值下限的影响, 所以只能在组合分布的某一区段内, 用参数 k 来表示其所占原分布比例, 因此组合分布的概率密度可设为

$$f(x)_z = \frac{1}{k} [\varphi f(x)_D + (1 - \varphi) f(x)_W] =$$

$$\varphi \frac{1}{\sqrt{2\pi k} \delta x} \exp \left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\delta^2} \right] +$$

$$(1 - \varphi) \frac{\beta}{k\eta} \left(\frac{x}{\eta} \right)^{\beta-1} \exp \left[-\left(\frac{x}{\eta} \right)^\beta \right]$$

$$x > 0 \quad \beta > 0 \quad \eta > 0 \quad (3)$$

积分可得累积概率分布函数

$$F(x)_z = \frac{1}{k} [\varphi F(x)_D + (1 - \varphi) F(x)_W] =$$

$$\frac{\varphi}{k} \Phi \left(\frac{\ln x - \mu}{\delta} \right) + \frac{(1 - \varphi)}{k} \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{x}{\eta} \right)^\beta \right] \right\}$$

$$x > 0 \quad \beta > 0 \quad \eta > 0 \quad (4)$$

式中, $f(x)_D$ 、 $F(x)_D$ 分别为对数正态分布的概率密度函数和分布函数, $f(x)_W$ 、 $F(x)_W$ 为威布尔分布的概率密度函数和分布函数。

2.2 估计方法

假设实测应力谱服从某一特定分布, 求解在此分布下数据的最小卡方值, 求得最小卡方值时所对应的参数比较接近该特定分布的实际参数^[7], 进而可推断其 χ^2 最小值所对应的参数应该是该种分布的实际参数。

此处使用该方法,在应力可能服从三参数威布尔分布、对数正态分布或截尾正态分布的前提下,分别对卡方统计量的最小值进行求解,比较各分布各自所得卡方最小值,可得出所得最小值更小者为最优分布。同时可将各自所求最小卡方与卡方分布临界值表对照比较,即卡方检验。

在最优分布通过卡方检验前提下,可认为卡方最小值所对应的参数应该是该最优分布的实际参数。由于实测数据为离散数据,组合分布可利用下式进行卡方计算

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{\{v_i - n[F_Z(x_{i+1}) - F_Z(x_i)]\}^2}{n[F_Z(x_{i+1}) - F_Z(x_i)]} \quad (5)$$

3 实际求解

3.1 不同分布函数的拟合比较

选取某次线路实测中,轨道车辆疲劳控制部位的 5 个关键点,其位置如图 1 所示,其中 1/2、3/4 表示左右对称位置。所得应力数据,经无效幅值处理,利用 TERRELL 和 SCOTT 方法确定分组数,按照上文的方法合并分组。

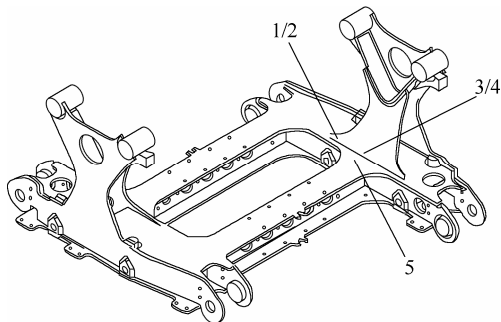


图 1 转向架动应力关键部位测点示意图

分别假设数据符合截尾正态分布、威布尔分布、对数正态分布、布组合分布,求解各自最小卡方,结果如表 1 所示。

表 1 不同分布类型最小卡方比较

测点	组合分布卡方	对数正态卡方	威布尔卡方	截尾正态卡方
1	40.82	229.92	2 287.57	3 366.48
2	43.01	559.89	511.89	1 018.44
3	67.35	1 111.49	1 432.75	3 952.11
4	85.11	928.84	8 807.26	17 777.18
5	86.31	1 024.6	10 406.45	18 343.21

比较四个分布的卡方值,很明显通过组合的分布卡方值远远小于其他三者的卡方值,有明显的拟合优势。

对数正态分布和威布尔分布的卡方值较大。传

统经验分组较少,两分布拟合效果好,但当组数增加,或者应力幅值水平提高时,其卡方值快速增大,可见两分布对应力分布拟合不稳定和不精确。

截尾正态分布,相比其他三个分布的卡方值,截尾正态分布的拟合效果较差,这一点也可以从其截尾系数来说明,所估计所得截尾系数在 0.001 左右,已经处于正态分布的边缘区域,正态分布的趋势已经不明显,拟合效果不好。

3.2 数据分组的效果

利用了式(2)来确定分组数,并考虑动应力幅值数据特点及卡方求解分组要求,对数据进行了组数合并,其效果可用分组合并前后的卡方计算比较,分组前后卡方如表 2 所示。

表 2 数据组合并前后的卡方比较

数据	合并分组前		合并分组后		卡方分布
测点	组数	组合分布卡方	组数	组合分布卡方	临界值(0.05)
1	59	40.82	52	31.59	36.47
2	59	43.01	51	32.95	35.63
3	85	67.35	74	46.21	55.34
4	93	85.11	81	52.39	61.39
5	100	86.31	85	63.34	64.76

通过分组前后卡方值对比,组数合并后,所选 5 个关键测点的卡方值都明显减小,说明了文章提出的组数合并方法的有效性和合理性,同时对合并分组后的卡方值进行卡方检验。取显著性水平 $\alpha=0.05$ 进行卡方检验,查卡方分布临界值得 $\chi^2_{1-\alpha}(k-r-1)$ (其中 r 为未知数个数,此处组合分布 $r=6$),与计算所得卡方比较,结果表明,利用该分组方法分组,并利用组合分布进行拟合,可通过卡方检验。

3.3 组合分布的参数估计

最小卡方值对应的各参数取值即是所求分布的实际参数取值,得各分布函数的参数如表 3 所示。

表 3 组合分布的参数估计

测点	K	σ^2	β	η	φ	k
1	2.13	0.47	1.59	6.19	0.23	0.58
2	2.35	0.42	1.3	4.78	0.18	0.45
3	2.24	0.48	1.21	4.85	0.09	0.41
4	2.11	0.49	1.47	5.89	0.20	0.54
5	2.14	0.48	1.48	5.83	0.20	0.53

由计算结果可以看出,所得分布参数,均在一个相对稳定的区域,无较大的波动,说明在当前动应力水平下,利用组合分布拟合动应力幅值分布并估计其参数,其结果是稳定可靠的。为验证拟合效果,随机抽取测点 5 为例,利用已得参数绘制组合分布概率密度曲线及实测数据点比较,如图 2 所示。

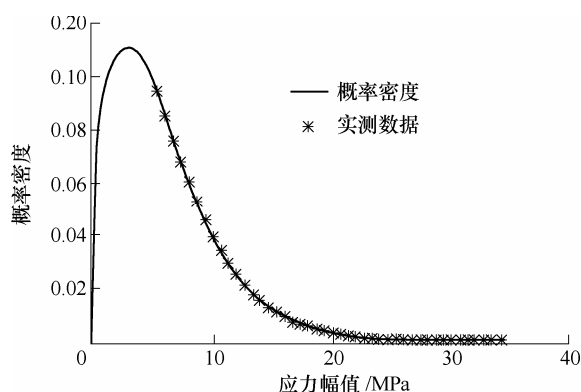


图2 测点5拟合效果图

图2是组合分布概率密度图像,从图2可以看出,其走势与实测数据完全吻合,表明该组合分布能够精确地描述结构关键点在运行过程中的应力分布,疲劳寿命计算中可以利用该分布来代表实际测试中的应力分布趋势,这也是应力最大值推断和应力谱推断的保证。

4 结论

(1) 威布尔分布和对数正态分布的组合分布能够对轨道车辆动结构应力分布实现有效拟合,能够通过显著性水平 $\alpha=0.05$ 的卡方检验,其效果优于单一的威布尔分布、对数正态分布及截尾正态分布。

(2) 利用组合分布拟合估计轨道车辆动应力分布的分布及其参数,估计的结果是稳定可靠的,能够代表实际运行中各关键点应力分布状态。

(3) 利用 SCOTT 数据分组方法对应力幅值数据分组,并对产生的分组按照卡方检验的要求合并数据分散区域的区间,是分布不均衡的动应力分布数据拟合优化的有效方法。

参 考 文 献

- [1] 陈爱雅,高镇同. 二维随机疲劳载荷的统计处理及应用[J]. 北京航空学院学报, 1986, 4(2): 75-85.

CHEN Aiya, GAO Zhentong. Statistical treatment of two-dimensional random fatigue loads and its application[J]. Journal of Beijing Institute of Aeronautics

and Astronautics, 1986, 4(2): 75-85.

- [2] 顾明,陈建元. 非对称循环载荷二维载荷谱编制的分析及计算程序[J]. 机械强度, 1987, 9(1): 62-68.

GU Ming, CHEN Jianyuan. Two-dimensional load spectrum analysis and calculation procedures for asymmetric cyclic loading[J]. Journal of Mechanical Strength, 1987, 9(1): 62-68.

- [3] 凌静,高镇同. 多工况机械结构疲劳载荷的统计处理[J]. 机械强度, 1992, 4(2): 31-34.

LING Jing, GAO Zhentong. The statistical treatment for fatigue loads of a mechanical structure under multi-operating conditions[J]. Journal of Mechanical Strength, 1992, 4(2): 31-34.

- [4] 李强,刘志明,张桂青,等. 提速客车转向架动应力分布拟合的研究[J]. 铁道学报, 2001, 23(4): 105-108.

LI Qiang, LIU Zhiming, ZHANG Guiqing, et al. Speed passenger train bogie stress distribution fitting[J]. Journal of the China Railway Society, 2001, 23(4): 105-108.

- [5] 张建方,王秀祥. 直方图理论与最优直方图制作[J]. 应用概率统计, 2009, 25(2): 201-214.

ZHANG Jianfang, WANG Xiuxiang. Histogram theories and optimal histogram construction algorithms[J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2009, 25(2): 201-214.

- [6] SCOTT D W. Averaged shifted histograms: Effective nonparametric density estimators in several dimensions[J]. The Annals of Statistics, 1985(13): 1024-1040.

- [7] 吴春芬,刘春雷,李强. 动应力实测数据分布的 χ^2 优化参数估计法研究[J]. 铁道机车车辆, 2006, 26(2): 19-21.

WU Chunfen, LIU Chunlei, LI Qiang. χ^2 Optimization parameter estimation for incomplete dynamic stress data distribution[J]. Railway Locomotive & Car, 2006, 26(2): 19-21.

作者简介: 薛广进(通信作者),男,1988年出生。主要研究方向为结构可靠性。

E-mail: xueguangjin2006@126.com

李强,男,1963年出生,博士,教授,博士研究生导师。主要研究方向为结构可靠性。

E-mail: qli3@bjtu.edu.cn