DOI: 10.3901/JME.2019.03.120

三角网格曲面上的特征阵列*

刘 斌

(华侨大学特种能场制造福建省重点实验室 厦门 361021)

摘要: 针对三角网格曲面上复杂特征阵列式设计重用困难问题, 提出一种两步法特征阵列重用策略。基于曲面空间向量平移理论, 确定特征阵列位置, 以角度和测地距离两个参数构建各阵列实例之间的关联; 提出一种基于对偶图的曲面局部参数化方法, 使参数化结果不受顶点法矢评估方法的影响, 对噪声和锐边特征不敏感。在此基础上, 采用微分坐标网格变形技术实现阵列实例的形状控制, 使其适配曲面局部形状变化。给出了环形旋转阵列、沿曲线阵列以及方向阵列的具体算法实现。试验结果表明, 所介绍方法鲁棒、有效, 可用于复杂特征的特征阵列式实时交互设计。

关键词: 阵列; 参数化; 重用; 三角网格; 微分坐标

中图分类号: TP391

Pattern Design of Freeform Features on Triangular Meshes

LIU Bin

(Fujian Provincial Key Laboratory of Special Energy Manufacturing, Huaqiao University, Xiamen 361021)

Abstract: Aiming at the difficult problem of design reuse of complex pattern feature on triangular mesh, a two-step strategy of reuse feature is proposed. Based on the theory of surface space vector translation, the position of the pattern feature is determined, and the correlation between the pattern instances is constructed by the two parameters of angle and geodesic distance. A localized parametric method based on the dual mesh is proposed, which makes the parametric result not affected by the method of evaluation vertex normal vector, which is insensitive to the noise and sharp features. On this basis, the shape control of the pattern instances is realized by Laplacian mesh deformation method, so that it fits the local surface shape. Finally, these specific algorithms to achieve patterns of circular rotation, along the curve and the directions are given in this paper. The experimental results show that the proposed method is robust and effective, and can be used in real-time interactive design of complex pattern features.

Key words: pattern; parameterization; reuse; triangular mesh; differential coordinates

0 前言

三维网格曲面上的特征阵列操作在计算机辅助设计领域中扮演着重要的角色, 广泛应用于建筑、机械、测绘、电子、服装以及航空航天等行业。而对于传统的 CAD 系统, 仅仅能够实现欧氏空间上的几何阵列, 难以在自由曲面空间实现自由形状特征的可控阵列。为此, 我们提出一种解决自由形状特征在流形网格曲面上阵列式迁移重用的方法, 可以满足很多现代工业产品在功能上和外形上的要求, 快速多样化地设计产品模型。

自由形状特征阵列式重用, 是建立在特征重用

的基础之上的, 目前特征重用的研究主要分为两大类。第一类, 采用过渡的方法实现源特征向目标曲面上粘贴, 该类方法不需要对源特征作整体变形, 而是使源特征与目标曲面沿接合部位光滑过渡^[1-3]。第二类, 先从源模型或目标模型表面提取一个基曲面作为中介, 通过基曲面将剪切的表面特征(细节)迁移到目标模型表面上, 这类方法需要将剪切的源曲面向目标曲面作整体变形, 以适应目标模型粘贴区域的形状, 进而贴在目标模型表面^[4-5]。黄锦池^[6]等借助拉普拉斯坐标蕴含的曲率、法矢等微分几何信息, 引入旋转不变量, 将特征进行变形操作, 使其适应于网格曲面, 并提出基于微分坐标的重用特征边界环参数化方法, 将重用特征与目标区域光滑过渡。

而对于流形网格曲面上的特征阵列, 国内外学者已进行了相关研究, 主要集中在纹理合成方面。

* 国家自然科学基金(51575196, 51175191)和福建省科技计划引导性(2016H0020)资助项目。20180305 收到初稿, 20180805 收到修改稿

ZHOU 等^[7]提出一种低扭曲的体壳空间参数化方法,实现纹理的阵列合成。通过局部缝合、变形,将3D模型样本覆盖到指定网格模型上。由于该方法的特征阵列是将特征随机拼接覆盖到体壳模型上,不适用于指定位置约束的交互设计。ZHOU 等^[8]用最短距离传播的方法,将样本周期性地“粘”在给定的任意曲线上。该方法局限于欧氏空间二维平面上的路径阵列,而未能对曲面空间上沿着给定路径的基准定位机制进行研究。LANDRENEAU 等^[9]将网格模型进行保角参数化到2D平面,把样本图像阵列布满参数空间,再映射回原网格。该方法需要计算全局参数化,计算成本高。GROOT 等^[10]应用纹理合成方法将网格多次局部参数化,把样本纹理覆盖到网格上。该方法没有对阵列特征相对位置的定量机制进行研究。韩林等^[11]研究测地B样条曲线的交互设计复用方法,实现了网格曲面上曲线的迁移、旋转、缩放和镜像等操作,为自由形状特征阵列提供了基础。该方法仅仅对表面上的曲线进行研究,曲线阵列基准点位于控制顶点的重心位置,不适用于补洞以及多亏格、形状复杂变化的自由形状特征。

总之,现有方法基本上是通过网格曲面参数化方法建立二维图案或特征与曲面之间的对应关系,将欧氏空间中的对称图案或特征“贴”到曲面上。而对于复杂网格曲面的自由形状特征的阵列设计而言,需要考虑:①特征与目标曲面映射关系问题,特别是非零亏格的特征阵列设计问题;②对几何形状和曲率变化大的非可展曲面进行全局参数化变形大、计算费时的问题。

对第一个问题,我们提出将特征阵列设计问题分解为定位与定形两个步骤的策略,基于曲面空间向量平移理论,采用角度和测地距离两个参数表征阵列实例之间的关联,确定其位置与朝向;以约束微分坐标网格变形方法确定阵列特征的形状,使之适配曲面局部形状变化。对第二个问题,提出一种基于三角网格对偶图的曲面局部参数化方法,采用矢量与标量相融合的传播机制,使参数化结果不依赖于顶点法矢,对噪声和锐边特征不敏感。

1 目标网格局部参数化

为建立待阵列特征边界与目标网格曲面之间的映射关系,且尽可能减少计算量,需要对目标网格曲面进行局部参数化。

对于曲面网格的局部参数化方法,近期有很多成果。比较经典的是由SCHMIDT 等^[12]提出的网

格曲面上离散指数映射算法(Discrete exponential map, DEM),其基本思想是把曲面上 P 点局部区域的边向量通过旋转的方法,映射至 P 点的切平面 T_p 上,然后通过矢量叠加的方法经由Dijkstra传播算法往外扩展计算各顶点的测地矢量。该算法的优点是计算速度快,不受曲面局部小孔洞等障碍的影响;缺点是仅在局部区域内可以保证计算精度,当曲面形状和曲率变化大时会有较大的形变误差。MELVÆR 等^[13]提出了一种在网格曲面上近似计算各顶点测地极坐标的方法(Discrete geodesic polar coordinates, DGPC),该方法既适用于三角网格模型,也适用于四边形网格,有较高的精度。由于DEM和DGPC两种方法,都是通过Dijkstra算法进行扩散传播的,其每个顶点参数坐标的计算都是依据传播路径上其前一个邻接顶点得到的,因此各顶点参数化精度依赖于其前一个顶点。为了降低其对传播路径上前一个顶点精度的依赖性,SCHMIDT 等^[14]提出通过加权平均的方法,即当前点的计算不只依赖于传播路径的前一点,而是由其1-ring邻接顶点中已计算过的点通过加权平均来获得,改进原来的DEM方法,提高算法的稳定性和鲁棒性。为便于表述,称这种方法为加权矢量叠加Dijkstra算法,把经典的基于边长累加的Dijkstra算法称为标量累加Dijkstra算法。这些方法都有各自的优缺点,其共同问题在于,参数化过程是一个表面上的场量(距离场和/或矢量场)传播过程,现有方法大都依赖于网格顶点的法矢,而网格曲面顶点的法矢计算是通过顶点邻接三角面片法矢的加权平均所得,存在精度较低,对噪声曲面敏感、不能正确求取尖锐特征边的法矢等问题,因此对于该类问题,其参数化将会产生较大的误差甚至出现错误。基于矢量叠加的参数化方法计算效率高,且在传播过程中可以方便地同时计算距离场和矢量场,但其精度,特别是当曲面范围较大、曲面形状变化大的时候难以保证符合工程要求。

从统计的角度看,总体上由基于矢量叠加策略的曲面参数化方法所得的测地距离要小于实际的精确测地距离^[15]。而经典的直接基于Dijkstra算法所得的测地距离,因其所得测地距离为传播路径边长(标量)的累加,一般情况下都要高于真实测地距离^[15]。矢量叠加方法与路径的关联性低,标量累加方法与路径的关联性高。为此,我们提出一种新的表面上的场量传播机制,以便协调解决计算精度与效率。以三角面重心点代替网格顶点作为传播“介质”,使场量的传播不依赖于顶点的法矢;采用标量与矢量相融合的传播更新机制,综合利用二者的优

势,最佳化计算精度与效率的平衡。该方法主要分为两个步骤,首先计算三角网格曲面的对偶网格各顶点的参数值,再由对偶网格的参数化结果,通过求解一个稀疏线性系统得到原三角网格曲面各顶点的参数值,这样可以避免传播过程对网格顶点法矢的依赖,提高算法的稳定性、鲁棒性,降低对噪声和网格质量的敏感性。

1.1 相邻对偶点间的距离计算及坐标框架传播

两相邻对偶点之间的距离计算及坐标框架传播是场量在网格曲面上传播计算的基础,进而也是网格曲面局部参数化的基础。设局部参数化的起始源点为 p_s , 其所在三角面为 T_s , 则其 1-ring 对偶点及邻接三角面如图 1 所示。这里定义源三角面的 1-ring 邻接面为与源三角面有共用顶点的三角面。不失一般性,设 T_s 的一个邻接面为 T_i , 两个三角面的法矢分别为 $\mathbf{n}_s$ 和 $\mathbf{n}_i$, 两三角面的共用顶点为 V 。在源点 p_s 处建立坐标框架,如图 2 所示。

图 1 源点 p_s 的 1-ring 对偶点及邻接三角面

图 2 两相邻对偶点的距离与坐标框架传播

相邻对偶点间的距离计算。由两法矢 $\mathbf{n}_s$ 和 $\mathbf{n}_i$ 决定一个旋转矩阵,将由 V 指向 p_i 的矢量乘以该旋转矩阵 $\mathbf{R}_i$, 得到 p_i 旋转后的对应点 p'_i , 此时 p'_i 与 p_s 共面, 则 p_s 到 p'_i 的距离即为两相邻对偶点间的测地距离 d_i 。

相邻对偶点间坐标框架的传播。类似于距离的计算,将源点的坐标基底 $\mathbf{v}_s$ 乘以旋转矩阵 $\mathbf{R}_i$, 即可得到 p_i 处的坐标基底 $\mathbf{v}_i$, 由 $\mathbf{v}_i$ 、 $\mathbf{n}_i$ 可决定另一个基底 $\mathbf{u}_i$ 。可以采取相同的策略进行相邻对偶点测地坐标的传播。

1.2 网格表面上的场量传播

整个传播流程在形式上完全类似于经典的 Dijkstra 算法,只需以对偶点替换经典 Dijkstra 算法中的顶点,以标量与矢量相融合的测地距离更新机

制代替经典 Dijkstra 算法中的边长长度累加机制,同时按距离场的传播路径传播各对偶点的坐标框架和测地坐标,形成一种新的扩展 Dijkstra 算法,构成网格曲面局部参数化的基础。算法的流程(伪代码)如下。

算法: Extended_Dijkstra(DualMesh, source)

输入: 三角网格对偶网格 DualMesh, 源点及其坐标框架 source

输出: 对偶点的测地距离和测地坐标

```

1  source.dist ← 0 // 源点测地距离初始化为 0
2  for each vertex v in DualMesh:
3      if v ≠ source
4          v.dist ← infinity //其他测地距离初始化为无
                                     //穷大
5          v.prev ← undefined // Predecessor of v
6      end if
7  end for
8  Q.insert(source) //将源点插入优先队列 Q
9  while Q is not empty: // The main loop
10     u ← Q.extract_minimum() // Remove and return
                                     // best vertex
11     u.visited ← true //标记为已访问
12     for each neighbor p of u where not p.visited
13         if update_dist(u, p) < p.dist
14             p.dist ← update_dist(u, p) //更新测地
                                     //距离
15             p.prev ← u
16             if not p in Q
17                 Q.insert(p) //扩展传播
18             end if
19         end if
20     end for
21 end while

```

算法中,基于对偶图的传播策略其贡献主要在于增加算法对大的曲面形状变化和曲率变化的适应性,降低对噪声和网格质量的敏感性。需要指出的是,借用对偶图的概念只是为了表述和理解的便利,实际上并不需要预先计算原网格的对偶网格,传播过程仍然依托原网格的拓扑邻接关系,当传播到一个三角面时,以其重心点坐标作为参数参与距离场和测地坐标的计算即可,所得结果以该三角面的 ID 予以标识。子函数 update_dist(u, p) 蕴含测地距离更新时标量与矢量的融合机制,其主要贡献在于保证参数化结果的精度和计算效率。

子函数: update_dist(u, p)

```

1  temp ← p.prev
2  p.prev ← u

```

```

3  dist ← infinity
4  for i=1 to k
5      dist ← min(dist, (p.previ.dist + len( $\sum_{j=1}^i (p.\text{prev}^{j-1}, p.\text{prev}^j)$ )))
//向上回溯 k 个点
6      if p.previ = source //传播节点小于 k
7          break
8      end if
9  end for
10 p.prev ← temp
11 return dist

```

其中, $p.\text{prev}^{i+1} = p.\text{prev}^i.\text{prev}$, $p.\text{prev}^0 = p$; $\text{len}(\cdot)$ 表示矢量的模长; $\sum_{j=1}^i (p.\text{prev}^{j-1}, p.\text{prev}^j)$ 表示 i 个二维

矢量的叠加, 其中第 j 个矢量 e_j 的确定方法为: 类似于两对偶点间的坐标框架传播, 如图 3 所示, 设点 V 指向对偶点 $p.\text{prev}^{j-1}$ 的矢量为 l_j , 两三角面法矢 n_{j-1} 和 n_j 确定一个旋转矩阵 R_i , 由 l_j 与 R_i 的乘积得矢量 l'_j , 令 $L = l'_j + V - p.\text{prev}^j$, 将 L 变换到 $p.\text{prev}^j$ 的坐标框架下即得第 j 个二维矢量 e_j 。在传播过程中, 除进行测地距离场的传播更新外, 同时进行坐标框架和测地坐标的传播。

图3 两相邻对偶点间的矢量叠加

如不考虑传播介质因素, 当 $k = 1$ 时, 该扩展 Dijkstra 算法即等同于经典的 Dijkstra 算法, 当 k 趋于无穷大时, 该扩展 Dijkstra 算法即等同于矢量叠加 Dijkstra 算法, 因而可以将参数 k 理解为两种方法“加权平均”的权值系数。经试验, 本文取 $k=6$ 。

1.3 三角网格顶点参数值重构

获得对偶点的参数值后, 还需将其转化为网格顶点的参数值。假定参数化区域有 N_f 个三角面, N_v 个顶点。设第 i 个三角面的三个顶点为 V_j 、 V_{j+1} 和 V_{j+2} , $j \in [1, N_v - 2]$, 对应的参数坐标写成矢量形式为 X_j 、 X_{j+1} 和 X_{j+2} 。第 i 个三角面的对偶点为 P_i , 对应的参数坐标写成矢量形式为 Y_i , 则

$$\frac{1}{3}(X_j + X_{j+1} + X_{j+2}) = Y_i \quad (1)$$

这样的方程一共有 N_f 个, 未知数为 N_v 个, 构成一个

稀疏线性系统。按照欧拉公式, 一般情况下 N_f 要远大于 N_v , 该线性系统可以在最小二乘意义下求解。

对于参数化区域中三角面数小于顶点数的退化情况, 如图 4 所示, 参数化区域只有 4 个三角面, 顶点数却有 6 个, 对于这样的情况, 假定源点为 P_1 , 因 P_1 、 V_1 、 V_2 、 V_3 共面, 可以直接计算出 V_1 、 V_2 、 V_3 相对于 P_1 的参数值, 由 V_2 、 V_3 的参数值和 P_2 的参数值即可获得 V_4 的参数值, 以此类推即可求出全部顶点的参数值。实际上, 由于流形网格曲面不允许两三角面仅以顶点孤立连接, 其顶点数不会多于三角面数 2 个以上, 因而在实际求解过程中, 不管三角面数是否少于顶点数, 都把源点所在三角面的三个顶点的参数值先求解出来, 然后作为约束方程添加到线性求解系统中, 最后在最小二乘意义下获得各顶点的参数值。这样一方面可增加系统的稳定性和鲁棒性, 另一方面在最小二乘意义下求解, 可以均布计算误差, 防止误差积累。这里的顶点编号仅仅是为了表述上的方便, 实际操作中, 顶点序号的改变, 不会影响算法的执行。

图4 顶点数多于三角面数的退化情况

2 自由形状特征阵列

给定三角网格模型 M 和约束于网格曲面上的自由形状特征, 将按照用户给定参数(如方向、偏置距离和角度等), 求解多个特征中心, 复制出多个特征实例, 再将这些特征实例和目标网格融合。在特征阵列复制过程中需要满足如下约束条件: ① 保持特征始终约束于网格曲面上, 适应曲面形状的变化; ② 保持特征形状的整体不变性; ③ 保持特征与阵列中心位置基准或阵列路径之间相对位置关系不变。

基于特征边界约束的微分坐标网格变形技术^[6], 可以保证阵列特征满足前两项约束条件。复制特征具有相同的拓扑结构, 只要确保特征的局部坐标框架与待阵列区域局部坐标框架相对位置一致即可, 从而满足第三项约束条件。

欧氏空间中的阵列操作相对简单, 仅需要做相

应的平移和/或旋转变换即可,而对于曲面上的特征阵列而言,则要复杂得多,其主要难点是确定特征的位置和朝向。下面分别从环形旋转阵列、矩阵区域阵列和沿给定曲线阵列三方面进行论述。

2.1 环形旋转阵列

这里的环形旋转阵列类似于欧氏空间中的轴阵列,阵列参数主要包括阵列个数和阵列角度 θ ,阵列个数和阵列角度的积不能超过 360° 。

设阵列特征为 F ,至少具有一个边界 Γ ,在曲面 M 上的环形旋转阵列的中心点为 O ,边界中心点在曲面 M 上的初始对应点为 Q ,如图5所示。

图5 环形旋转阵列位置确定

2.1.1 阵列定位

首先,对待阵列特征进行定位,即确定其位置和朝向。在用户交互指定阵列中心点 O 和第一个阵列特征的位置 Q 之后,计算 O 点到 Q 点之间的测地线 γ ,并计算两点间的测地距离 r 。在 O 点的切平面上,对测地线 γ 在 O 点处的切矢 τ_1 逆时针或顺时针(根据用户指定)旋转 θ 角,得到曲面 M 在 O 点的一个新的切矢 τ_2 。以 O 点为起点,以 τ_2 为初始方向构建测地线 γ_1 ,在 γ_1 上,与 O 点的测地距离为 r 的 Q_1 点,即为新的阵列特征的位置点。类似地,可以依次确定其他阵列特征的位置 Q_2 、 Q_3 、 $\dots$ 等。

有了阵列特征的位置信息,还要进一步确定阵列特征的朝向,并保证在阵列过程中,各阵列实例之间的朝向相协调。对第一个阵列特征,设其位置点 Q 处的单位法矢为 n_Q ,测地线 γ 在 Q 处的单位切矢为 u , n_Q 与 u 的叉积为 v ,则这三个相互正交的矢量构成 Q 处的局部坐标框架,如图5所示。该局部坐标框架将用于曲面的局部参数化,以建立特征边界在曲面上的映射,因而该局部坐标框架也就确定了阵列特征的朝向。同理,可以在 Q_1 处建立类似的局部坐标框架,两局部坐标框架之间的关联由测地线 γ 与 γ_1 之间的关联所确定。这样,不但确定了各阵列特征的位置朝向,还建立了各阵列特征实

例之间的朝向关联。

需要指出的是,计算 O 点到 Q 点之间的测地线 γ ,给定网格曲面上的两点,属于测地线的边值问题,本文采用的是文献[16]中提出的MMP算法;以 O 点为起点,以 τ_2 为初始方向的测地线 γ_1 的构建,属于测地线的初值问题,采用文献[17]中提出的给定源点和方向的离散测地线构造方法,不再详述。

2.1.2 阵列定形

在欧氏空间中进行特征阵列时,只是对特征进行平移或旋转变换,特征形状并不需要变化,但在曲面上进行特征阵列时,特征在尽可能保持其内在形状的同时,还需适配阵列位置处目标曲面的局部变化,最终和目标曲面光顺地融为一体。为此,将阵列定形任务分解为三个步骤:一是对待阵列特征的边界进行参数化,获得边界上各顶点的参数值;二是对阵列位置附近的曲面进行局部参数化,按照参数一致原则,将特征边界映射到网格曲面上;三是以特征边界在网格曲面上的对应点集为约束,对特征进行拉普拉斯变形,使之适配目标曲面。

(1) 特征边界参数化。特征边界的参数化方法有很多,主要有垂直投影法、补洞法、特征曲面参数化方法等,但大多存在变形大,难以适应多亏格特征模型等缺点。黄锦池等^[6]提出一种基于离散微分坐标的特征边界参数化方法,不是将边界顶点直接投影到参数平面上,而是借助于拉普拉斯坐标,将边界各顶点的拉普拉斯坐标旋转到参数平面上并统一到一个坐标系下,然后通过模型重建建立边界在参数空间的对应环。所提方法具有保形状、保长度、保曲率的特性,且和网格变形采用同一框架,便于算法实现。如图6所示,首先将特征的边界 Γ 提取出来,求边界上顶点 V_i 的拉普拉斯坐标 δ_i ,然后将 δ_i 旋转到一个平面上,如图7所示, n_a 为 V_i 处的法矢, $\eta_2 = n_a \times \delta_i$, $\eta_1 = \eta_2 \times n_a$,使 δ_i 绕 η_2 旋转至与 η_1 重合,并将其变换到二维坐标系下,得到特征边界上各顶点的拉普拉斯坐标的二维表示形式 δ_i ,以边界中的第一个顶点 V_1 的参数值(0,0)作为约束条件,通过求解一个稀疏线性系统^[6],在最小二乘

图6 特征边界参数化

意义下计算出特征边界各个顶点在参数平面上的参数值,从而完成特征边界的参数化工作,得到特征边界 Γ 在参数域的对应边界 Γ^c 。

图7 特征边界顶点处的局部坐标框架

由于重构结果是以 $V_1(0,0)$ 作为坐标原点,而在特征阵列操作中,是以特征边界曲线的重心坐标作为映射原点的,因此需要对计算出的特征边界参数值进行平移,使得坐标原点位于特征边界的几何重心 G 。

(2) 曲面局部参数化。对第一个阵列特征而言,以 Q 点为源点,以第 2.1.1 节建立的局部坐标框架为基准,采用第 1 节介绍的基于对偶网格的曲面局部参数化方法对 Q 点附近区域进行参数化。参数化的范围由参数化源点到区域边界测地距离的最大值定义,其大小应略大于待阵列特征的大小。按照参数一致原则,参数化后的特征边界 Γ^c 可以映射到参数化后的曲面上,然后再根据三角形重心坐标仿射不变性原理,将特征边界从参数域映射回网格曲面 M ,得到阵列特征边界 Γ_p ,映射过程如图 8 所示。

图8 特征边界参数化过程

(3) 特征变形。将特征边界映射到目标曲面上之后,以 Γ_p 上点的坐标为位置约束,以这些点所在位置的曲面法矢为方向约束,对特征进行微分坐标网格变形^[6],变形后的特征在边界处与目标曲面光滑连续,通过网格融合,使之与目标曲面融为一体,

完成阵列。图 9 为在一个头盔模型上环形旋转阵列荷花特征模型的效果,特征除满足角度、朝向等约束之外,还要适应局部曲面的形状和曲率变化。

图9 头盔模型上的环形阵列

2.2 沿给定曲线阵列

这里所谓的沿曲线阵列,是指在网格曲面 M 上给定一条光滑曲线 C ,一个初始的特征中心位置 P_1 ,阵列特征的数量 N ,使阵列特征的位置、朝向随曲线形状的变化而变化,同时仍然依附于网格曲面 M 上,并适配所在曲面的局部几何形状。

类似于环形旋转阵列,沿曲线阵列的关键也是确定阵列特征的位置点及其朝向。具体确定步骤如下。

(1) 给定网格曲面 M ,待阵列特征边界几何中心在 M 上的对应点 P_1 ,阵列个数 N ,以及约束于网格曲面上的光滑曲线 C ,如图 10a 所示。这里曲线用测地 B 样条表示^[18]。

(2) 在曲线 C 的两个端点中,以距离 P_1 最近的那个作为 P_1 在曲线上的对应点 O_1 ,以 O_1 为起点,按照等弧长原则,将曲线 $(N-1)$ 等分,得到其他阵列位置点在曲线上的对应点 $O_2, O_3, \dots, O_N$ 。在每个对应点处,由该点所在曲面的法矢、曲线 C 的切矢以及二者的叉积共同构成该点处的局部坐标系,如图 10b 所示。

(3) 计算 O_1 点到 P_1 点间的测地线 γ_1 并计算两点间测地距离 d , γ_1 在 O_1 点的切矢 τ_1 与曲线 C 在 O_1 点的切矢 u_1 之间的夹角为 β ,则 P_1 点相对于 O_1 点的位置可由角度 β 和测地距离 d 确定,如图 10c 所示。这样,要确保阵列特征位置点 P_i 与曲线 C 之间的相对位置关系问题,就转化为各阵列特征位置点 P_i 保持其与在曲线上的对应点 O_i 之间的相对位置关系问题,即在各自的局部坐标系内,保持 β 角和测地距离 d 相一致。

(4) 以第二个阵列特征为例,按照保持 β 角不变原则确定方向矢量 τ_2 ,以 O_2 为起点,以 τ_2 为初始方向构建测地线 γ_2 ,在 γ_2 上,与 O_2 点的测地距离为 d 的 P_2 点,即为新的阵列特征位置点。类似地,可以依次确定其他阵列特征的位置 $P_3, P_4, \dots$ 等,如

图 10d 所示。

(5) 阵列特征朝向确定。同样类似于环形旋转阵列, 设 P_1 点处的曲面单位法矢为 $\mathbf{n}_1$, 测地线 γ_1 在 P_1 点的单位切矢为 σ_1 , σ_1 与 $\mathbf{n}_1$ 的叉积为 η_1 , 这三个正交矢量构成 P_1 点的局部坐标框架 F_1 , 以同样方法在 P_2 点构建局部坐标框架 F_2 , F_1 与 F_2 通过曲线 C 相关联。分别以 F_1 和 F_2 为基准进行曲面局部参数化, 并将特征边界映射到曲面上, 两阵列特征的边界朝向分别由 F_1 与 F_2 决定, 并通过曲线 C 相关联, 如图 10e 所示。

图 10 沿曲线阵列的特征中心位置确定流程

在确定完阵列特征的位置及朝向之后, 即可以采用第 2.1.2 节所介绍方法确定阵列特征的最终形状, 并将其与目标网格曲面 M 融合为一体。图 11

为一非 0 亏格特征沿曲线阵列的实例。

图 11 沿曲线阵列结果

3 实例分析

本文算法使用 Microsoft Visual Studio 2013 开发工具与 OpenGL 函数库, 已在 CPU 为 Intel Core i5-4460(3.2 GHZ), 内存为 4 GB 的计算机上实现。其中, 求解大型稀疏矩阵采用 Eigen 矩阵求解器。

3.1 算法适应性

图 12 为高径比较大的凸起特征在比较粗糙的三角网格模型上的阵列结果。因为本文算法不对特征本身进行参数化, 而曲面参数化又采用了基于对偶图的参数化方法, 所以算法对阵列特征本身要求极低, 可以是凸起特征、非 0 亏格特征等, 同时对目标曲面的适应能力亦很强, 对曲面噪声和网格质量不敏感, 比较适用于实际逆向工程获得的重构曲面, 有较强的实用价值。

图 12 凸起特征阵列

图 13 为孔特征在曲面上的方向阵列, 这里所谓

图 13 孔特征方向阵列

的方向阵列是指特征沿给定的方向、间隔一定的尺寸进行复制重用, 实际上是沿曲线阵列的一种特殊形式。在指定方向时, 给定的是曲面上一点处的切线方向。

环形旋转阵列还可以进一步拓展, 在旋转阵列的基础上, 将旋转阵列结果作为整体再进行旋转阵列或沿曲线阵列, 实现嵌套、组合阵列。在阵列的过程中, 模型的大小也可根据用户需求进行改变, 如图 14 所示。

图 14 嵌套环形旋转阵列

3.2 曲面局部参数化效果分析

为了比较本文所提曲面局部参数化方法与现有方法的优劣, 借助于纹理贴图的方法对参数化结果进行分析。为了从客观上衡量纹理贴图的扭曲程度, 本文使用雅克比映射作为三角面片扭曲程度的度量, 其公式可简化为

$$\sigma_i = \lg(A_{T_i} / A_{t_i})$$

式中, A_{T_i} 、 A_{t_i} 分别表示三角面片 T_i 参数化前后的面积。在后续的 2D 参数化结果图中, 主要根据面积扭曲度量 σ_i 大小对参数化结果进行着色。白色表示 $\sigma=0$, 浅色表示压缩($\sigma>0$), 深色表示拉伸($\sigma<0$), 颜色的深浅表示三角面片的扭曲程度(σ 数值大小), 也就是说颜色越深, 误差越大, 精度越低; 颜色分布越不均匀, 误差能量越大, 精度越低。

图 15 中, 左图表示利用参数化对网格模型进行纹理贴图测试, 右图表示相应的参数空间, 颜色深浅表示扭曲程度。由结果可知, 相对 PDEM 算法, 本文算法可获得较好的结果, 在锐边特征处, PDEM 算法甚至发生参数空间折叠现象。采用 PDEM 算法在尖锐特征边处进行参数化时, 由于需要计算网格曲面顶点的法矢, 而在特征边处的顶点的法矢是突变的, 因此会出现较大的误差。

图 15 本文算法与 PDEM 算法结果对比

3.3 算法时效性分析

自由形状特征阵列式设计的时间主要消耗在阵列中心求取、网格变形矩阵分解、网格曲面局部参数化和数据融合等方面。其中, 一旦矩阵分解完成, 对阵列的特征编辑, 如平移、旋转、缩放等操作几乎不占用计算时间。

为定量地分析本文算法时效性, 从模型特征库中分别选取五角星特征、凸起特征、莲花浮雕特征和人脸图案特征等四个特征, 依次进行环形旋转阵列和沿曲线阵列操作, 阵列结果如图 16 所示。

(a) 待阵列特征

(b) 环形旋转阵列

(c) 沿曲线阵列

图 16 特征阵列结果

其中,五角星特征的三角面片数为 5 975;凸起特征的面片数为 9 213;莲花浮雕的三角面片数为 13 933;人脸图案特征的三角面片数为 17 824;目标曲面的三角面片数为 21 722。为更好地对比分析数据,本试验每个阵列都为 6 个特征,目的是对比不同特征在每一种阵列方式中,网格变形和网格参数化的计算效率。试验设计思路:先对第一个特征进行环形旋转阵列,记录阵列的特征中心位置坐标,当对后面三个特征进行环形旋转阵列时,应用相同的特征中心,使特征都约束在相同的操作环境中(即在相同的网格区域进行网格参数化、同一个区域保证网格变形时候的位置约束和方向约束一致)。实验的时间数据如表 1 所示,其中前处理时间为计算特征中心、矩阵分解、网格参数化的时间之和,后处理时间主要为网格融合、狭长三角形处理等的时间之和。

表 1 特征阵列时效性分析

特征	阵列方式	前处理时间 t_1/s	后处理时间 t_2/s
五角星	环形	0.501	2.571
	沿曲线	0.567	2.171
凸起	环形	0.564	3.963
	沿曲线	0.600	4.231
莲花	环形	0.858	7.703
	沿曲线	0.908	7.501
人脸	环形	0.960	10.392
	沿曲线	1.040	10.406

从表 1 中数据可以看出,前处理时间随着特征所含三角面片数量的增加而有所增加,但整体上这部分时间比较小,能够满足用户实时交互以及及时查看设计效果的期望。后处理时间会稍微长一点,除了受特征自身大小的影响之外,最主要是受特征、目标曲面质量的影响,以及两者之间平均边长尺度差异的影响。快速高效的后处理是今后工作的目标。

4 结论

自由形状特征的阵列式设计重用,有利于提高

设计的直觉性和时效性,特别适用于工业设计、计算机动画模型制作、面向 3D 打印的拼图式建模等领域。

(1) 本文提出将阵列设计分解为定位、定形两步策略,可精确控制阵列实例的大小、位置及朝向等,满足用户直观、实时交互的设计要求。

(2) 所提曲面局部参数化方法,不依赖于曲面顶点法矢评估方法,对噪声和锐边特征等不敏感,更适用于由逆向工程获取的实际点云数据重构得到的曲面模型,因而更具实际工程应用价值。

(3) 一些辅助支撑技术,如狭长三角面的处理、鲁棒高效的布尔运算、参数化辅助的网格曲面自由造型等,对于提高系统的鲁棒性和实用性至关重要,后续工作将进一步对其优化。

参 考 文 献

- [1] KANAI T, SUZUKI H, KIMURA F. Three-dimensional geometric metamorphosis based on harmonic maps[J]. Visual Computer, 1998, 14(4): 166-176.
- [2] 万华根,金小刚,刘刚,等. 基于变分隐式曲面的网格融合[J]. 软件学报, 2005, 16(11): 2000-2007.
WAN Huagen, JIN Xiaogang, LIU Gang, et al. Mesh fusion based on variational implicit Surfaces[J]. Journal of Software, 2005, 16(11): 2000-2007.
- [3] SCHMIDT R. Part-based representation and editing of 3d surface models[D]. Toronto: University of Toronto, 2010.
- [4] 钱归平,童若锋. 实时网格编辑的扩展中值坐标方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, 24(10): 1312-1318.
QIAN Guiping, TONG Ruofeng. Real time mesh editing using extended mean value coordinates [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2012, 24(10): 1312-1318.
- [5] TAKAYAMA K, SCHMIDT R, SINGH K, et al. GeoBrush: Interactive mesh geometry cloning[J]. Computer Graphics Forum, 2011, 30(2): 613-622.
- [6] 黄锦池,刘斌. 网格曲面上自由形状特征设计重用[J]. 机械工程学报, 2015, 51(19): 164-173.
HUANG Jinchi, LIU Bin. Design and reuse of freeform features on mesh surface [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(19): 164-173.
- [7] ZHOU K, HUANG X, WANG X, et al. Mesh quilting for geometric texture synthesis[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2006, 25(3): 690-697.
- [8] ZHOU S, LASRAM A, LEFEBVRE S. By-example synthesis of curvilinear structured patterns[J]. Computer Graphics Forum, 2013, 32(2pt3): 355-360.
- [9] LANDRENEAU E, SCHAEFER S. Scales and scale-like

- structures[J]. Computer Graphics Forum, 2010, 29(5): 1653-1660.
- [10] GROOT E, WYVILL B, BARTHE L, et al. Implicit decals: Interactive editing of repetitive patterns on surfaces[J]. Computer Graphics Forum, 2014, 33(1): 141-151.
- [11] 刘斌, 韩林, 林俊义, 等. 网格曲面上测地 B 样条曲线交互操作与重用[J]. 机械工程学报, 2012, 48(9): 170-177.
- LIU Bin, HAN Lin, LIN Junyi, et al. Interactive manipulation and reuse of geodesic B-spline curves on mesh surface [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(9): 170-177.
- [12] SCHMIDT R, GRIMM C, WYVILL B. Interactive decal compositing with discrete exponential maps[J]. ACM Transactions on Graphics, 2006, 25(3): 605-613.
- [13] MELVÆR E L, REIMERS M. Geodesic polar coordinates on polygonal meshes[J]. Computer Graphics Forum, 2012, 31(8): 2423-2435.
- [14] SCHMIDT R. Stroke parameterization[J]. Computer Graphics Forum, 2013, 32(2pt2): 255-263.
- [15] CAMPEN M, HEISTERMANN M, KOBELT L. Practical anisotropic geodesy[J]. Computer Graphics Forum, 2013, 32(5): 63-71.
- [16] MITCHELL J S B, MOUNT D M, PAPADIMITRIOU C H. The discrete geodesic problem[J]. Siam Journal on Computing, 1987, 16(4): 647-668.
- [17] ZHU F, LIU B. Computing the minimum distance between a point and a curve on mesh[J]. Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering, 2015, 15(1): 13-22.
- [18] 刘斌, 黄常标, 林俊义, 等. 流形网格曲面上测地 B 样条插值[J]. 机械工程学报, 2011, 47(19): 136-142.
- LIU Bin, HUANG Changbiao, LIN Junyi, et al. Interpolation of geodesic B-spline curves on manifold triangulation [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(19): 136-142.
-
- 作者简介: 刘斌, 男, 1972 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为数字化设计制造、增材制造软件支持系统等。
E-mail: mold_bin@hqu.edu.cn