DOI: 10.3901/JME.2019.13.102

一种用于航空发动机热端部件三维裂纹行为分析的数值方法*

刘 鹤¹ 杨晓光^{1,2} 石多奇^{1,2}

(1. 北京航空航天大学能源与动力工程学院 北京 100191;
2. 北京航空航天大学先进航空发动机协同创新中心 北京 100191)

摘要: 裂纹在航空发动机热端部件服役过程中不可避免, 裂纹行为的准确预测对于服役安全和寿命管理具有重要意义, 针对热端部件上三维裂纹行为特征的研究有着巨大需求。面向航空发动机热端部件结构, 对复杂几何和应力状态下的三维裂纹的理论从数值应用方面进行了系统总结, 并对数值分析中应用的关键技术进行了研究。通过对各型裂纹应力强度因子分量的求解, 并选择恰当的裂纹扩展方向准则, 实现了复杂的三维复合型裂纹行为的模拟。裂纹尖端单元类型的选取将会影响计算结果的精度, 通过对奇异性单元特征尺寸的控制保证了三维裂纹参量求解的准确性。为了获取模拟过程中裂纹前沿曲线的演化, 应用“逐个点”的节点增量法作为更新策略重构裂纹前沿, 同时裂纹尖端的三层单元环结构的使用保证了网格的稳定更新。通过对比表面裂纹的解析法和数值计算结果, 验证了该方法对裂纹驱动力参量的求解精度。最后以高压涡轮叶片为实例, 通过数值模拟计算得到了涡轮叶片不同位置裂纹扩展的规律。

关键词: 三维裂纹; 数值方法; 航空发动机热端部件; 复合型裂纹; 裂纹前沿曲线重构; 节点增量法; 奇异性单元特征尺寸
中图分类号: V231

A Numerical Approach to Investigate 3D Crack Behavior on Aeroengine Hot-end Components

LIU He¹ YANG Xiaoguang^{1,2} SHI Duoqi^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191;
2. Collaborative Innovation Center of Advanced Aero-engine, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract: Cracks are inevitable during the service of aeroengine hot-end components. The accurate prediction of crack behaviour is of great significance for service safety and life management, thus there is a great demand for research on the behaviour of three-dimensional cracks on hot end components. Focusing on the structure of the aero-engine hot-end components, the three-dimensional crack theories under complex geometry and stress conditions are systematically summarized from numerical application, and the key technologies employed in numerical analysis are studied. By solving the stress intensity factor components of mixed-mode cracks and selecting the appropriate crack growth path criterion, the complicated three-dimensional crack behaviour is simulated. The type of element around crack tip affect the accuracy of the calculation, and the accuracy of the three-dimensional crack parameter solution is ensured by controlling the feature size of the singular element. In order to obtain the evolution of the crack front curve in the simulation, the “point-by-point” node increment method is used as an updating strategy to reconstruct the new crack front. At the same time, the use of a three-layer element ring structure around crack tip ensures a stable remesh. By comparing the analytical method of surface cracks and numerical results, the accuracy of the method to solve the crack driving force parameters is verified. Finally, using the high pressure turbine blade as an example, the law of crack propagation at different positions of the turbine blade is obtained by numerical simulation.

Key words: 3D crack; numerical approach; aeroengine hot-end components; mixed-mode crack; crack front remodeling; node increment method; characteristic size of singularity element

* 国家重点基础研究发展计划(973 计划, 2015CB057401)和国家自然科学基金(S1775019)资助项目。20180711 收到初稿, 20181224 收到修改稿

0 前言

航空发动机(以下简称航发)热端部件长期处于严酷的工作环境,目前针对此类耐久性部件已经广泛采用损伤容限寿命管理思想^[1],航空发动机安全性和经济性目标的提高,对裂纹扩展行为的预测也提出了更高的要求。而诸如涡轮叶片等航发热端部件结构的三维裂纹,无法完全按照传统二维裂纹理论进行处理,因而其裂纹行为的分析更依赖于三维裂纹理论和数值方法的研究。

三维断裂理论是伴随着三维裂纹数值方法的研究而发展的,早期工作主要集中于对二维裂纹理论的扩展。三维裂纹的研究起始于 SNEDDON 和 GREEN 等^[2-3],他们分别提出了无限大体中硬币状和椭圆形裂纹的应力强度因子(Stress intensity factor, SIF)理论解;IRWIN^[4]则对 GREEN 的理论解引入了修正因子来考虑三维裂纹的表面效应。WILSON 等^[5]用六面体单元确定弯矩作用下的平板穿透裂纹的 SIF。BANKS 等^[6]在数值模拟中分别使用能量法和位移差值法计算了 SIF,并分析了不同的单元类型对二维和三维裂纹问题求解精度的影响。NEWMAN 等^[7]针对平板表面裂纹进行了数值分析,初步得到了平板厚度和宽度对 SIF 分布的影响,其提出的裂纹形状方程预测的结果与相应试验结果在 10%误差范围内。国内对三维裂纹也开展了积极研究,张行等^[8]应用三维广义 J 积分,计算了考虑曲线裂纹前沿和温度场的 SIF。吴建国等^[9]开展了利用能量释放率计算三维裂纹 SIF 的研究。揭志羽等^[10]以焊接节点为研究对象,通过分析不同焊接倾斜角度引起的复合型裂纹问题,得到了复合型裂纹的 SIF 分量解。而吴学仁发展了一种三维权函数法^[11-12]并应用于常见的各种类型的三维裂纹。

但目前已有断裂理论的应用多停留在规则几何、简单载荷的裂纹行为上,且多集中在应用数学公式对物理规律进行表达。针对具体工程结构的裂纹扩展数值模拟,面对的主要问题有两个:① 三维断裂理论中的影响因素众多,却缺少系统的总结和比较,针对具体问题所采用的理论多依靠经验,欠缺相应的选取准则;② 新研究的断裂理论,大多缺少简捷的数值应用途径,对于具体工程结构亟待开发更简捷的应用方法。ABDUL 等^[13]使用二维有限元法,对航天飞机发动机涡轮泵叶片进行了裂纹扩展模拟和寿命评估。BARLOW 等^[14]对某军用飞机的发动机叶片榫头在离心载荷和气动载荷作用下的三维裂纹扩展进行了数值模拟。POURSAEIDI

等^[15]针对 GE-F6 燃气轮机第一级压气机叶片,对其中的两条裂纹的扩展和合并开展了三维数值模拟。美国空军实验室和欧洲航天研究办公室开展的联合研究^[16],对 SO-3 喷气发动机的压气机叶片进行了三维扩展数值模拟,并且分析了含裂纹叶片的振动特性。KANWARDEEP 等^[17]针对涡轮叶片叶尖位置穿透裂纹,将三维数值模拟和传统二维解析法的结果进行对比,得到了应用传统二维方法的设计偏保守的结论。张智轩等^[18]对压气机轮盘孔边三维裂纹扩展进行了数值分析。目前用于航发部件复杂结构的裂纹行为的数值分析还需要更多的研究来支撑,特别是国内的研究还不够充分。

本文将针对航发热端部件三维裂纹行为的数值模拟的应用需求,对数值计算的关键技术进行梳理,并对计算过程中需要应用的断裂理论进行系统总结,初步建立能够分析此类三维裂纹行为的数值系统。涡轮叶片、涡轮盘、火焰筒等航发热端部件的裂纹问题各有不同但又有其共性,本研究有望对此类结构三维裂纹问题形成较统一的数值分析步骤。三维裂纹的表征方法、三维裂纹驱动力分量的数值求解、裂纹扩展方向的判断、断裂参量的求解精度的验证、裂纹前沿曲线的更新策略等关键问题是本文研究的重点。

1 针对航发热端部件的三维裂纹扩展数值方法概述

三维裂纹扩展数值方法的研究一直是裂纹问题的热点和难点,要实现三维裂纹行为的数值分析,有基本的三个技术难点必须考虑:① 三维裂纹的表征技术与网格的更新问题;② 裂纹扩展驱动力参量的求解;③ 裂纹扩展前沿曲线更新策略。对于每一个技术难点,都可能存在多个可替换的理论和方法^[19-22]。待研究问题的目标要求和各方法的应用边界,是选择具体理论方法必须要考虑的。

航发热端部件裂纹往往处于非对称的几何结构上,其复杂的应力状态和扩展模式给裂纹行为的预测带来很大挑战。这种三维状态裂纹相比于实验室简单试件上的,呈现出一些特殊的行为特性:① 裂纹处于复杂的三维复合型状态;② 裂纹扩展存在非共面扩展情况;③ 裂纹前沿往往不是简单的直线,而是任意的曲线;④ 裂纹扩展为非单一模式控制。

这些特点给数值分析带来很多问题,具体表现为:需要改进传统的裂纹数值表征方法和驱动力的求解方法;需要重新评估裂纹尖端单元和网格密度

的选取;三维裂纹扩展方向准则需要更简洁有效的数值应用;复杂服役载荷在裂纹扩展中的处理存在挑战。

针对航发热端部件三维裂纹问题的具体特点,本文发展的三维裂纹行为数值分析方法示意图如图 1 所示。三维裂纹扩展数值模拟的基本方法可以概括为:① 进行结构服役状态的载荷处理和应力计算;② 确定裂纹分析的关键危险位置,即可能的萌生位置;③ 初始裂纹的构建,含裂纹结构的网格重划分;④ 裂纹驱动力参数的求解;⑤ 裂纹前沿曲线的重构,网格的更新;⑥ 重复以上五步直到达到裂纹临界长度终值;⑦ 裂纹扩展结果的后处理。

图 1 航发热端部件三维裂纹扩展数值算法示意图

2 三维裂纹理论的数值应用

2.1 复杂的三维裂纹扩展模式

航发热端部件三维裂纹处于复合型模式,根据载荷和裂纹方向,会产生三种形式的状态,如图 2 所示,当然由于三维效应还会产生一些特殊的模式,比如 o 型模式^[23],这里不展开叙述。其中各型应力强度因子对裂纹扩展的影响可以简单概括为: I 型使裂纹保持初始状态继续向前扩展, II 型使裂纹平面发生偏转, III 型使裂纹平面趋向扭曲。涡轮叶片的服役载荷作用在其复杂结构上常常导致不对称性的产生,进而产生 I、II、III 型裂纹两者或三者的混合状态,这种复杂发扩展模拟需要在数值模拟中考虑到。

图 2 裂纹复合型状态示意图

复合型裂纹扩展过程中会发生偏转、扭转、脱离初始平面等现象,对于这些现象很多学者进行了研究并提出了相应的解释和理论^[24-25]。三维裂纹扩展行为的准则预测和分析要依赖于断裂理论的研究,对于三维裂纹扩展模拟,裂纹扩展方向准则和扩展速率公式的选择尤为重要。尽管相关理论已经有了较为成熟的基础框架和体系,但针对特定的载荷、材料、几何形式、裂纹状态等具体条件,还需要进一步研究去进行更深入和完整的解释。考虑到非比例多轴载荷、各向异性材料、复杂应力状态和裂纹拘束状态等因素的影响,裂纹路径和扩展速率的准确表达将受到挑战^[26]。

2.2 三维裂纹驱动力参数的数值求解

工程结构三维裂纹行为预测的基础是复杂几何下的裂纹驱动力参数的准确求解,应力强度因子 K 、能量释放率 G 和 J 积分,是最常用裂纹驱动力参量。在线弹性断裂力学范畴内,三个参量可以互相转化^[27-28]

$$\begin{cases} J = G = \frac{1}{E}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \\ \bar{E} = E / (1 - \nu^2) \text{ 平面应力} \\ \bar{E} = E \text{ 平面应变} \end{cases} \quad (1)$$

裂纹驱动力参数的求解存在有限元数值方法包括:位移相关法^[29](Displacement correlation method, DCM),虚拟裂纹闭合积分法(Virtual crack closure integral method, VCCM)^[30],以 J 积分为基础的 J_k 方法以及等效区域积分法(Equivalent domain integral, EDI)^[31],虚拟裂纹增量法(Virtual crack extension method, VCE)^[32],交互积分法(Interaction integrals)^[33]等。值得注意的是,三维裂纹问题往往面临的是复合型状态,因此选用的方法必须能够求解驱动力参量的各型裂纹分量而不是整体量。

工程结构上的裂纹扩展模拟依赖于各型裂纹驱动力分量的计算能力和精度。换句话说,驱动力求解方法要能够满足以下的基本要求:① 能够计算裂纹驱动力复合状态分量,而不是像传统 J 积分那样只能计算裂纹驱动力的整体量;② 针对具体要处理三维模型和裂纹位置,要考虑具体能够保证的裂纹尖端网格的细化程度,保证裂纹驱动力求解的精度对于裂纹尖端网格细化程度的敏感性不能过大,防止裂纹扩展、裂纹网格更新过程中由于复杂结构影响而产生的累计误差过大;③ 对于航发结构,通常在不对称位置产生裂纹,要能够保证不对称的裂纹平面不影响数值方法对裂纹驱动力参数的求解。

下文将采用的具体方法为M积分法,这种方法通过实际场和辅助场的叠加来完成对于三维复合型裂纹 K 的求解,M积分法已经被证实对于三维裂纹 K 的求解精度非常高^[32],因此常被用于比较其他方法的计算结果来验证其他方法的实用性。M积分法能够满足分量求解能力、网格弱依赖性、不对称性等要求,符合涡轮叶片的分析需要,下文会给出相应的计算精度验证。

2.3 三维裂纹扩展方向的判定准则

三维裂纹的一个重要特征是在复合型载荷作用下会发生裂纹扩展方向的改变,因此对于三维裂纹重要的不仅是裂纹扩展速率,扩展方向计算也会显著影响模拟结果。很多的裂纹扩展方向准则已经被提出^[34],包括最大周向应力准则(Maximum Tangential stress criterion, MTS)、最大应变能释放率准则(Maximum strain energy release rate criterion, MSERR)、最小应变能密度因子准则(Strain energy density criterion, SED)、最大剪切应力准则(Maximum shear stress criterion, MSS)、最大广义应力准则(Maximum generalized stress criterion, MGENS)等。根据具体问题选择恰当的裂纹方向判定准则,既会极大影响计算成本,又对计算的准确性有至关重要的作用。下面简述三个本文将用到的裂纹扩展方向准则的理论公式,由于篇幅限制,MSERR和SED准则不在此给出。三维裂纹扩展方向准则的数值应用,是通过相应数值分析软件的集成功能和子程序的编写来实现,但需要注意的是要明确各准则的应用范围。

图3是在裂纹面上建立的局部坐标系,其中没有在图中示意的Z方向和3方向为垂直于裂纹面的方向。

图3 裂纹面局部坐标系

2.3.1 最大周向应力准则

利用图4中裂纹平面局坐标系来对MTS进行推导,裂纹尖端的应力场 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{r\theta}$ 已经被众多学者们推导出来可以很容易得到,这里不再赘述。MTS定义裂纹会沿着垂直于最大的周向应力 σ_θ 的方向扩

展,可以得到如下的公式

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (2)$$

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (3)$$

$$\theta = -\arccos \left(\frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right) \quad (4)$$

经过POOK的修正^[23],三维时III型作用下的扭曲角度 ψ (图2)也能够获得,其中 $K_{eq1,II}$ 为 K_I 和 K_{II} 的等效量

$$\tan 2\psi = \frac{2K_{III}}{K_{eq1,II}} \quad (5)$$

2.3.2 最大剪应力准则(MSS)

与MTS准则类似,MSS定义裂纹会沿着最大的剪切应力 $\tau_{r\theta}$ 的方向扩展,可以得到如下的公式

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial^2 \tau_{r\theta}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (6)$$

$$\cos \frac{\theta}{2} [K_I \cos \theta - 3K_{II} \sin \theta] - \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] = 0 \quad (7)$$

当扩展到三维时,要进行计算的剪切应力用 $\tau_s = \sqrt{\tau_{r\theta}^2 + \tau_{z\theta}^2}$ 来代替 $\tau_{r\theta}$,而 $\tau_{z\theta}$ 的表达式中包含 K_{III} ,也就是考虑到了III型的影响。

2.3.3 最大广义应力准则(MGENS)

MGENS准则是基于上面介绍的两个方向准则而得到的,可以认为它是MTS和MSS的一种竞争准则,二者中较大的选项将被使用来确定扩展路径

$$MGENS = \max \{MTS, MSS\} \quad (8)$$

2.3.4 等效应力强度因子

经过比较分析可以看出,当只存在I型和II型两种裂纹模式时,目前的准则都是基于这样的试验现象:相对于初始方向,裂纹会发生一个特征偏转角度。这个偏转角度虽然应用各准则计算得到的数值略有区别,但都趋向于使 K_{II} 变为零。而当有III型裂纹的存在时,根据试验现象可以看出,裂纹一般会发生偏离原裂纹平面的扭曲现象,但是试验证明只有 K_{III}/K_I 达到一个很大的临界值后,这种扭曲才能被明显观察到。后文对涡轮叶片裂纹扩展过程中裂纹驱动力参量进行计算,可以发现 K_I 的大小始终处于主导地位,II型和III型裂纹 K 相比I型小很多,因此对于本文要处理的问题,使用MTS公式能够得到满意的结果。

通过合适的裂纹扩展方向准则计算,可以获得裂纹扩展的方向,并以此计算出相应的多型模式共同作用的等效应力强度因子 K_{eq} 。许多学者都提出了 K_{eq} 的经验公式^[34-35]来预测裂纹扩展行为

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2 + \frac{\Delta K_{III}^2}{1-\nu}} \quad (9)$$

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2 + (1+\nu)\Delta K_{III}^2} \quad (10)$$

以上的两个公式具有简单的形式,且能有效地预测裂纹方向,得到了广泛的应用^[22, 36]。Richard 提出了一个针对三维复合型裂纹的公式^[37],已经在很多的复合型裂纹分析中得到证实^[21, 38-39],公式如下

$$\Delta K_{eq} = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta K_I^2 + 4(\alpha_1 \Delta K_{II})^2 + 4(\alpha_2 \Delta K_{III})^2} \quad (11)$$

$$\alpha_1 = 1.155 \quad \alpha_2 = 1$$

当然还有一些公式^[40-42],虽然被证实有效但由于形式更复杂,会增加计算成本,因此限制了其应用价值

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{(\Delta K_I + B|\Delta K_{III}|)^2 + 2\Delta K_{II}^2} \quad (12)$$

$$\Delta K_{eq} = \sqrt[4]{\Delta K_I^4 + 8\Delta K_{II}^4 + \frac{8\Delta K_{III}^4}{(1-\nu)}} \quad (13)$$

以上的经验公式,都基于等效强度因子与裂纹扩展方向角度无关的假设。也有一些研究^[26, 43]将考虑偏转角度考虑进公式。根据图 3 不难推导出裂纹渐近线上的等效裂纹应力强度因子,将这些等效 SIF 分量代入便能得到以下一些考虑偏转角度的经验公式

$$\Delta K_{I,eq} = \sigma_\theta \sqrt{2\pi r} =$$

$$\frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} [\Delta K_I (1 + \cos \theta) - 3\Delta K_{II} \sin \theta]$$

$$\Delta K_{II,eq} = \tau_{r\theta} \sqrt{2\pi r} =$$

$$\frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} [\Delta K_I \sin \theta + \Delta K_{II} (3 \cos \theta - 1)]$$

$$\Delta K_{III,eq} = \tau_{z\theta} \sqrt{2\pi r} = \Delta K_{III} \cos \frac{\theta}{2}$$

3 三维裂纹行为数值模拟的关键技术

3.1 三维裂纹的表征及裂尖区域单元、网格的选取

裂纹尖端单元和网格的基本要求是能够反映奇异性应力场,也就是应力与距离需要满足 $r^{-1/2}$ 的比例关系。HENSHELL 等^[44]发现了理论上的 $r^{-1/2}$ 应力/应变奇异性可以将中点节点移动到 1/4 节点处取得。应力强度因子可以用 1/4 节点处的位移估计,其中 $r_{(1/4point)}$ 为 1/4 节点到裂纹尖端的距离, $u_{z(1/4point)}$

为用来估计 K 的位移

$$K = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{2\pi}{r_{(1/4point)}}} u_{z(1/4point)} \quad (14)$$

奇异性单元对于 K 的数值求解并不是必须的,但由于网格细化程度的限制,三维裂纹选择这种单元却有其必要性。裂纹尖端前沿的单元可以有很多类型可以选择,如图 4 所示是最常见的 5 种单元,其中前三种属于非奇异性单元,后两种属于含有 1/4 节点的奇异性单元,图 4a 为线性单元,其他为二次单元。经过学者们的研究^[45],对 5 种单元对裂纹的表征能力有如下的结论:对于非奇异性单元,裂纹应力强度因子 K 的求解精度受裂纹尖端网格的密度的影响非常大,只有单元的尺寸相对裂纹长度小于一定的比例之后,才能使数值解的误差小到令人满意的程度;而相反,对于两种奇异性单元, SIF 求解精度对网格密度的依赖性较小,在较宽的网格密度范围内能保持较好的结果;另外,三角形比四边形奇异性单元精度略高。因此本文最终采用如图 4e 所示的奇异性单元。

图 4 求解裂纹驱动力参数的不同单元类型

静态的裂纹尖端场的求解由于网格密度便于控制,能够一直满足裂纹驱动力参数的求解精度要求。但对于三维裂纹扩展系统,网格会随着裂纹的不断扩展而更新,要实现对裂纹一直维持很好的表征,采用奇异性单元是更合适的方案。对于三维结构网格,以上描述的两种奇异性单元分别是 20 节点的砖型单元和 15 节点的楔形单元。

本文采用 15 节点奇异性楔形单元,具体应用方式为三层的单元环结构。如图 5 所示,在裂纹扩展过程中始终保持裂纹尖端前沿曲线被单元环所包围,最里层为 15 节点奇异性楔形单元,外围两层 20 节点六面体单元用来与最外围普通单元进行过渡,以保证最内层楔形单元的使用环境。当然三层单元环外围和结构的普通四面体单元之间还存在的一些比如锥形单元以达到平稳过渡。这种单元环结构能够在裂纹扩展过程中一直维持网格的稳定性^[19-20],保证了复杂几何结构中的三维裂纹的准确表征。裂纹前沿的网格细化程度可以通过单元环的特征半径 r 来反映,一般情况下,选择裂纹特征尺寸(比如裂纹沿某方向的长度)的 $1/10 \sim 1/20$ 即可达到相当高的精度要求^[32, 45]。网格细化程度的影响也

会在下文进行叙述。

图 5 裂纹尖端三层单元环结构

3.2 裂纹驱动力参量求解精度的验证

为了验证驱动力参量的数值求解方法的精度，并证实本文关于单元和网格的分析。选择半椭圆形表面裂纹模型进行验证，图 6 展示了所采用的含裂纹模型，其相应的几何尺寸和材料参数如表 1 所示。根据 Newman 提出的理论公式^[46-47]可以得到相应的解析解，数值计算和解析解的结果对比如图 7 所示。

图 6 含半椭圆形表面裂纹的模型示意图

图 7 半椭圆形表面裂纹解析法和数值法的求解结果

可以看到，随着裂纹尖端单元环的特征尺寸 r 的减小， K 的计算精度略有提升。除了裂纹前沿与表面相交位置附近略有偏差，其他位置的数值解都能达到很高的计算精度。当然单元环的半径取得过小会增大计算成本。 r 的取值要合理，既要达到较高的计算精度又要节约计算成本，一般取初始裂纹长度的 1/10 即可满足大部分计算的精度要求。值得注意的是与表面的交点处的裂纹驱动力参量，裂纹

三维效应中的表面效应引起此处的裂纹奇异性降低，即不再满足 $r^{-1/2}$ 的应力奇异性，因此对靠近表面区域的 K 的处理要格外小心。

表 1 含半椭圆形裂纹模型的几何及材料参数

宽度 /mm	高度 /mm	厚度 /mm	裂纹半径 a /mm	裂纹半径 c /mm	弹性模量 E /MPa	泊松比 ν
4	4	2	1	1	1e4	0.3

3.3 三维裂纹前沿曲线的重构

通过图 1 可以看出，裂纹扩展模拟过程中连接断裂参量计算和裂纹网格更新的纽带是裂纹前沿曲线的重构，只有得到新的裂纹前沿曲线才能进行网格的再划分，而实现前沿曲线的更新依赖于裂纹驱动力参量和裂纹扩展矢量的计算。如图 9 所示，计算得每个节点的扩展方向角度 $\Delta\theta$ 和扩展距离 Δa ，即扩展矢量 $\Delta \mathbf{a}$ ，就可以获得新的前沿曲线上的各个新节点的位置，经过恰当的曲线拟合便能够实现裂纹前沿曲线的更新

$$\Delta \mathbf{a} = f_{n,t}(\Delta a, \Delta \theta) \quad (15)$$

本文采用的裂纹前沿曲线更新策略为“点到点”的节点增量法，如图 9 所示，具体方式如下，其中 n 为 Paris 公式的参数，其中 Δa_i 为裂纹前沿曲线上任意节点的扩展增量， Δa_{user} 为选定的参考节点的扩展增量，可以根据提前指定的参考节点的扩展增量 Δa_i ，求出裂纹前沿曲线上每一个节点的扩展增量

$$\frac{\Delta a_i}{\Delta a_{\text{user}}} = \left(\frac{\Delta K_i}{\Delta K_{\text{user}}} \right)^n \quad (16)$$

裂纹扩展的准确模拟需要依赖裂纹前沿曲线节点恰当的离散化，而裂纹在初始阶段由于单元和网格的设置可以得到很好的离散化状态，然而在三维裂纹扩展过程中，这种状态会被裂纹的扭曲、结构表面以及其他不连续几何的影响等因素破坏^[20]。

通过图 9 可以看出，裂纹在扩展过程中，因为新的裂纹前沿曲线往往呈现扩大的趋势，大部分情况节点的间隔会变大。但是由于局部几何的突变，比如拐弯、扭转等，以及局部扩展角度的偏转，会引起部分新节点位置的集中，导致节点分布不均匀。还有一种情况是计算出的新裂纹前沿曲线与结构表面相交时，新节点的位置不再是按照式(17)生成的位置，而是变成与表面的交点，当太多的节点没有在计算得到的新曲线上时，会对新曲线的拟合和数学表征造成不良影响，导致裂纹前沿某些节点增量计算的波动，影响裂纹扩展的准确性。

因此当发生裂纹前沿几何扭曲较为严重或新生

成的节点分布过于不均匀等情况时,应该用样条曲线来代替多项式曲线,来对裂纹前沿曲线进行拟合,来避免裂纹前沿曲线更新的波动引起的裂纹扩展模拟的不准确^[48]。

图 8 三维裂纹前沿曲线的更新策略

图 9 含裂纹 CT 试件有限元模型

4 应用实例 1: 裂纹扩展试验的模拟

4.1 裂纹扩展试验 CT 试件有限元模型

为了验证上文所叙述的数值方法,根据 SALVATI 的裂纹扩展试验^[49]进行相应的数值模拟,该试验采用的 CT 试件材料为铝合金 AA6082(BS HE30),材料参数见表 2,其中 CT 试件的模型如图 9 所示。循环载荷应力比 $R=0.1$,其他试验参数详见参考文献^[49]。

表 2 CT 试件所用 AA6082 材料参数

材料参数	数值
密度 $\rho/(\text{kg}/\text{mm}^3)$	2.712×10^{-9}
弹性模量 E/MPa	7.0519×10^4
泊松比 ν	0.276
裂纹扩展公式参数 C	1.66×10^{-6}
裂纹扩展公式参数 n	3.81

4.2 CT 试件的裂纹扩展数值模拟

本文使用 Franc3D 裂纹分析软件和 Abaqus 有限元计算软件配合进行三维裂纹扩展数值分析,Franc3D 采用自适应网格更新技术,既保证了裂纹前沿驱动力参数的求解精度,又能减少计算断裂参量过程的收敛困难问题,避免了裂纹扩展过程中对于网格细化程度的过度依赖。

试验结果显示当裂纹扩展试验的循环数为 17 000 时,相应的裂纹长度为 7 mm,试验此时的 $\Delta K = 19.45 \sqrt{\text{m}}$ 。根据相对应的 K 计算出的裂纹扩

图 10 CT 试件裂纹扩展过程示意

图 11 CT 试件裂纹扩展数值与试验结果对比

展循环数和表面裂纹长度分别为 17 520 和 7.043 mm。循环数和裂纹长度相对试验结果的误差分别为 3.06% 和 0.61%。数值结果与试验数据取得了很好的一致性,证明了本文数值方法具有很高的计算精度。

复合型裂纹试验与上述算例类似,本文限于篇幅不再进行其他试件级别裂纹问题的验证,而把更多重点集中于涡轮叶片裂纹行为分析的应用。

5 应用实例 2: 涡轮叶片三维裂纹行为的数值分析

涡轮叶片是航发最重要的高温流道旋转部件之一,长期在高温、高转速的环境下工作,具有极其复杂的几何结构和载荷模式,对其进行三维裂纹扩展数值分析具有相当大的难度。以某型高压航发涡轮叶片为实例,对上文建立的三维裂纹扩展数值分析系统进行应用,其具体算法示意如图 12 所示。

图 12 涡轮叶片三维裂纹数值分析的算法

5.1 涡轮叶片有限元模型

建立图 13 所示的涡轮叶片有限元模型，模型共含 123 538 个节点，97 840 个单元，叶片材料为 DZ125 定向凝固高温合金，其为各向异性材料，850 ℃材料参数如表 3，裂纹扩展试验数据参考文献 [50]中 DZ125 裂纹扩展试验数据。

图 13 涡轮叶片有限元模型及边界条件约束

表 3 涡轮叶片所用 DZ125 材料参数

材料方向	1 方向	2 方向	3 方向
密度 $\rho/(\text{kg}/\text{mm}^3)$		8.48×10^{-9}	
弹性模量 E/MPa	146 970	146 970	96 500
剪切模量 G/MPa	56 745	98 750	98 750
泊松比 ν	0.295	0.593	0.593
裂纹扩展公式参数 C		1.72×10^{-10}	
裂纹扩展公式参数 n		4.58	

在本节的分析中对叶片榫头底部端面所有节点施加全约束，以消除端面的刚体位移和绕轴旋转，有限元边界条件如图 13 所示。由于数据的限制，暂时采取均温简化而不考虑温度场对涡轮叶片裂纹扩展影响，对叶片施加 15 000 r/min 的转速。本文重点是方法的建立和应用，包含时变高温温度场的裂纹数值计算是后续研究的重点，故不展开分析。但即便在简化条件下，仍旧能够得到关于叶片三维裂纹行为特性的有益的结论。通过叶片应力分析可以看到，沿叶片径向的应力分布大致规律为根部处应力较大，叶尖部位应力最小。叶片应力云图如图 14 所示，叶片自身的离心弯矩使前缘和尾缘的根部表现为压应力，最大值为 126.9 MPa；叶背根部出现局部高拉应力区，最大值为 611.9 MPa。

图 14 无裂纹完整涡轮叶片最大转速下应力云图

5.2 涡轮叶片裂纹扩展数值模拟

选取涡轮叶片前缘的不同高度位置进行裂纹扩展分析，根据外场数据和经验，前沿的裂纹往往出现在前沿冷却孔边，但这里不展开对裂纹形式的具体分析。初始裂纹的设置如图 15 所示，初始裂纹尺寸为 $2a=1 \text{ mm}$ ， $2c=2 \text{ mm}$ 。

图 15 涡轮叶片前缘待分析裂纹所在位置及裂纹形式示意图

使用上文所建立的三维裂纹扩展数值模拟分析方法，可以对涡轮叶片前缘不同高度的三处裂纹分别进行计算。具体步骤参照上文分析和图 12，不再赘述。得到的不同位置的数值计算结果如图 16、17 所示。可以看出，在涡轮叶片前缘位置，初期叶片中部(A2)扩展最快，当穿透到一个冷却孔附近时，叶片根部(A3)扩展速率达到最快。因此在叶片前缘位置，出于寿命管理和损伤监测的考虑，靠近根部位置的裂纹更值得注意。

图 16 涡轮叶片前缘不同高度处裂纹扩展轨迹

图 17 涡轮叶片前缘不同高度处裂纹扩展结果

6 结论

航发热端部件三维裂纹行为数值分析具有重要意义, 它对于损伤容限设计体系和寿命管理维护系统都是必要的。三维裂纹数值分析的应用, 需要考虑以下的具体问题: ① 裂纹的表征方法; ② 裂纹网格的选取和重划分技术; ③ 裂纹驱动力参量的选取和计算方法; ④ 裂纹驱动力参量的计算精度; ⑤ 三维复合型裂纹的处理方式; ⑥ 裂纹前沿曲线的更新策略; ⑦ 服役结构载荷的处理。本文重点针对前六点问题进行了研究, 复杂服役载荷在裂纹扩展数值方法中的处理, 将会在后续研究中详细探索, 不在本文中展开。

通过上文三维裂纹扩展方法的建立过程, 可以得到以下一些初步结论。

(1) 对于复杂几何结构上的三维裂纹问题, 裂纹驱动力参量的求解方法必须达到能够求解各模式分量, 能够处理非对称问题, 能够摆脱对于网格密度的过度依赖的要求。

(2) 虽然存在众多的复合型裂纹问题的断裂力学理论, 但需要考虑具体公式的应用范围, 恰当地选取裂纹扩展方向和等效驱动力参量求解公式, 才能保证航空发动机热端部件结构裂纹的准确模拟。

(3) 奇异性单元并不是三维裂纹扩展模拟所必须的, 但对于非奇异性单元的使用需要依赖裂纹尖端网格的高度细化, 而奇异性单元对于网格的细化程度依赖性较小。航发热端部件裂纹问题需要面对复杂的几何和不断更新的裂纹网格, 采用奇异性单元更合适。

(4) 通过解析法和数值法的结果对比, 验证了本文所采用方法的裂纹驱动力参量的求解精度以及奇异性单元的表征能力, 本文所建立的方法能够满足航发热端部件较高的求解精度要求。

(5) 裂纹前沿曲线更新策略的选择, 首要的是保持裂纹在模拟中的稳定性, 以免引入额外的数值振荡误差。

(6) 将三维裂纹扩展方法在航空发动机涡轮叶片上进行了应用, 得到了靠近叶根位置的裂纹更加危险的初步结论, 这一结果和工程经验及外场数据相符。但对于复杂服役载荷对裂纹扩展的影响以及在模拟中的处理方法, 还需要在后续具体工作中的进行进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] PEGGY C M, ALAN P B, ALLAN G, et al. Damage tolerant design handbook: Guidelines for the analysis and design of damage tolerant aircraft structures[M]. Dayton: University of Dayton Research Institute, 2016.
- [2] SNEDDON I N. The Distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1946, 187(1009): 229-260.
- [3] GREEN A E, SNEDDON I N. The distribution of stress in the neighbourhood of a flat elliptical crack in an elastic solid[C]//Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Cambridge University Press, 1950, 46(1): 159-163.
- [4] IRWIN G R. Crack-extension force for a part-through crack in a plate[J]. Journal of Applied Mechanics, 1962, 29(4): 651.
- [5] WILSON W K, THOMPSON D G. On the finite element method for calculating stress intensity factors for cracked plates in bending[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1971, 3(2): 97-102.
- [6] BANKS S L. Application of the finite element method to linear elastic fracture mechanics[J]. Applied Mechanics Reviews, 1991, 63(2): 020803-1-020803-17.
- [7] NEWMAN J C, RAJU I S. Analyses of surface crack in finite plates under tension or bending loads[R]. Washington: NASA, 1979.
- [8] ZHANG Z, XIA K. On three dimensional generalized j-integral[M]. Japan: Computational Mechanics '86. Springer, 1986.
- [9] 吴建国, 王奇志, 张行, 等. 基于能量释放率理论的三维应力强度因子显式闭合解[J]. 中国舰船研究, 2014, 9(1): 81-90.
WU Jianguo, WANG Qizhi, ZHANG Xing, et al. Explicit closed-form solutions for three-dimensional stress intensity factors based on the energy release rate theory[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2014, 9(1): 81-90.
- [10] 揭志羽, 李亚东, 卫星, 等. 焊接节点表面裂纹复合型应力强度因子的数值计算研究[J]. 铁道学报, 2017, 39(2): 127-133.
JIE Zhiyu, LI Yadong, WEI Xing, et al. Numerical study of mixed-mode stress intensity factor of surface crack of welded joint[J]. Journal of the China Railway Society, 2017, 39(2): 127-133.
- [11] WU X R. On the influence of reference load case on the crack face weight functions[J]. International Journal of Fracture, 1991, 48(3): 179-192.
- [12] 吴学仁. 有限板孔边裂纹的权函数解法[J]. 航空学报, 1989, 10(12): 645-648.
WU Xueren. Weight function analysis for cracks at a hole

- in a finite plate[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1989, 10(12): 645-648.
- [13] ABDUL A A. Assessment of crack growth in a space shuttle main engine first-stage high-pressure fuel turbopump blade[J]. *Finite Elements in Analysis & Design*, 2002, 39(1): 1-15.
- [14] BARLOW K W, CHANDRA R. Fatigue crack propagation simulation in an aircraft engine fan blade attachment[J]. *International Journal of Fatigue*, 2005, 27(10): 1661-1668.
- [15] POURSAEIDI E, BAKHTIARI H. Fatigue crack growth simulation in a first stage of compressor blade[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2014, 45(1): 314-325.
- [16] RZADKOWSKI R. Crack propagation in compressor rotor blade[R]. Poland: Polish Academy of Sciences Gdansk Inst of Fluid Flow Machinery, 2012.
- [17] BHACHU K S, NARASIMHACHARY S B, SHINDE S R, et al. Application of 3D fracture mechanics for improved crack growth predictions of gas turbine components[C]// ASME Turbo Expo 2017 : Turbomachinery Technical Conference and Exposition. 2017: V07AT31A016.
- [18] 张智轩, 石多奇, 杨晓光. 含销钉孔边裂纹的某压气机轮盘裂纹扩展分析[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(3): 567-574.
- ZHANG Zhixuan, SHI Duoqi, YANG Xiaoguang. Analysis of crack propagation for a compressor disk with cracks on pin holes[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(3): 567-574.
- [19] DAVIS B R, WAWRZYNEK P A, INGRAFFEA A R. 3-D simulation of arbitrary crack growth using an energy-based formulation-Part I: Planar growth[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, 115(1): 204-220.
- [20] DAVIS B R, WAWRZYNEK P A, CARTER B J, et al. 3-D simulation of arbitrary crack growth using an energy-based formulation – Part II: Non-planar growth[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, 154: 111-127.
- [21] OKADA H, KAWAI H, TOKUDA T, et al. Fully automated mixed mode crack propagation analyses based on tetrahedral finite element and VCCM (virtual crack closure-integral method)[J]. *Key Engineering Materials*, 2013, 462-463(50): 900-905.
- [22] MALIGNO A R, RAJARATNAM S, LEEN S B, et al. A three-dimensional (3D) numerical study of fatigue crack growth using remeshing techniques[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2010, 77(1): 94-111.
- [23] POOK L P. The linear elastic analysis of cracked bodies and crack paths[J]. *Theoretical & Applied Fracture Mechanics*, 2015, 79(34): 34-50.
- [24] XU G, BOWER A F, ORTIZ M. An analysis of non-planar crack growth under mixed mode loading[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 1994, 31(16): 2167-2193.
- [25] SAJJADI S H, SALIMI-MAJD D, GHORABI M J O A. Development of a brittle fracture criterion for prediction of crack propagation path under general mixed mode loading[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, 155: 36-48.
- [26] PETTIT R, ANNIGERI B, OWEN W, et al. Next generation 3D mixed mode fracture propagation theory including HCF-LCF interaction[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2013, 102(2): 1-14.
- [27] GRIFFITH A A VI. The phenomena of rupture and flow in solids[J]. *Phil.Trans. Roy. Soc. A*, 1920.
- [28] RICE J R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1968, 35(2): 379-386.
- [29] CHAN S K, TUBA I S, WILSON W K. On the finite element method in linear fracture mechanics', engineering fracture mechanics[J]. *Eng. Fract. Mech.*, 1970, 2(1): 1-17.
- [30] KIM J H, PAULINO G H. Finite element evaluation of mixed mode stress intensity factors in functionally graded materials[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, 53(8): 1903-1935.
- [31] CHANG J H, WU D J. Stress intensity factor computation along a non-planar curved crack in three dimensions[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2007, 44(2): 371-386.
- [32] DAVIS B R, WAWRZYNEK P A, HWANG C G, et al. Decomposition of 3-D mixed-mode energy release rates using the virtual crack extension method[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, 131: 382-405.
- [33] YAU J F, WANG S S, CORTEN H T. A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, 47(2): 335.
- [34] QIAN J, FATEMI A. Mixed mode fatigue crack growth: A literature survey[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, 55(6): 969-990.
- [35] RICHARD H A, SCHRAMM B, SCHIRMEISEN N H. Cracks on mixed mode loading – theories, experiments, simulations[J]. *International Journal of Fatigue*, 2014, 62(2): 93-103.
- [36] AYGÜL M, AL-EMRANI M, BARSOUM Z, et al. Investigation of distortion-induced fatigue cracked welded details using 3D crack propagation analysis[J].

- International Journal of Fatigue, 2014, 64(7): 54-66.
- [37] RICHARD H A. Experimental and numerical simulation of mixed-mode crack growth[C]// 6th ICB/MF&F Biaxial/Multi-axial Fatigue & Fracture, 2001.
- [38] RICHARD H A, SANDER M, FULLAND M, et al. Development of fatigue crack growth in real structures[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(3): 331-340.
- [39] SCHÖLLMANN M, FULLAND M, RICHARD H A. Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3D structures[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70(2): 249-268.
- [40] GIANNELLA V, PERRELLA M, CITARELLA R. Efficient FEM-DBEM coupled approach for crack propagation simulations[J]. Theoretical & Applied Fracture Mechanics, 2017: S0167844217301003.
- [41] DELL'ERBA D N, ALIABADI M H. Three-dimensional thermo-mechanical fatigue crack growth using BEM[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(4): 261-273.
- [42] REN X, GUAN X. Three dimensional crack propagation through mesh-based explicit representation for arbitrarily shaped cracks using the extended finite element method[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2017, 177: 218-238.
- [43] JIE Z Y, LI Y D, WEI X. A study of fatigue crack growth from artificial corrosion pits at welded joints under complex stress fields[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2017, 40: 1364-1377.
- [44] HENSHELL R D, SHAW K G. Crack tip finite elements are unnecessary[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, 9(3): 495-507.
- [45] HAN Q, WANG Y, YIN Y, et al. Determination of stress intensity factor for mode I fatigue crack based on finite element analysis[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2015, 138: 118-126.
- [46] RAJU I S, NEWMAN Jr J C. Stress-intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1979, 11(4): 817-829.
- [47] NEWMAN Jr J C, RAJU I S. Stress intensity factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies[J]. ASTM STP, 1983, 791: 238-265.
- [48] LIN X B, SMITH R A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates: Part I: The numerical technique[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1999, 63(5): 503-522.
- [49] SALVATI E, O'CONNOR S, SUI T, et al. A study of overload effect on fatigue crack propagation using EBSD, FIB-DIC and FEM methods[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2016, 167: 210-223.
- [50] 《航空发动机设计用材料数据手册 第 4 册》编委会. 航空发动机设计用材料数据手册[M]. 北京: 航空工业出版社, 2010.
- Material Data Manual for Aeroengine Design Book Four. Aeroengine design material data sheet [M]. Beijing: Aviation Industry Press, Navigate Industrial Press, 2010.

作者简介: 刘鹤, 男, 1990 年出生, 博士研究生。主要研究方向为高温结构强度及材料的疲劳与断裂。

E-mail: liu_he@outlook.com

杨晓光(通信作者), 男, 1962 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为高温结构强度及材料的疲劳与断裂、本构理论及疲劳寿命预测等。

E-mail: yxg@buaa.edu.cn