DOI: 10.3901/JME.2014.15.045

空间 6R 机械臂位置逆解的复合形差分进化算法*

何 兵^{1,2} 车林仙³ 刘初升¹ 黄勇刚⁴

(1. 中国矿业大学机电工程学院 徐州 221116;

2. 泸州职业技术学院工程机械智能优化设计泸州市重点实验室 泸州 646005;

3. 重庆工程职业技术学院机械工程学院 重庆 400037;

4. 重庆工商大学机械工程学院 重庆 400067)

摘要: 以 6 自由度 TX60 型 Staubli 工业机械臂为研究对象, 通过运动学分析, 建立求解该机械臂位置逆解的非线性方程组。以末端执行器位姿误差最小为目标函数, 将非线性方程组转化为无约束优化模型, 并应用差分进化算法(Differential evolution algorithm, DE)求解该问题。为克服基本 DE 难以平衡收敛精度和计算可靠性的缺陷, 提出一种自适应分工复合形差分进化算法(Adaptive division complex DE algorithm, ADCDE), 以增强优化性能。该算法将种群自适应划分为开采子群和勘探子群, 前者采用 DE/best/2/bin 策略生成变异个体, 而后者采用复合形算子生成变异个体。给出工程应用实例, 应用 ADCDE 求串联机械臂的位置逆解。仿真结果表明, 该算法的计算精度和可靠性优于对比算法, 应用较少计算开销即可求出高精度位置逆解, 且能求得所有可能逆解, 验证了该方法的有效性和可行性。

关键词: 机械臂; 位置逆解; 差分进化算法; 复合形法; 自适应分工

中图分类号: TH112; TP18

Complex Differential Evolution Algorithm for Inverse Kinematics of Spatial 6R Robot Manipulators

HE Bing^{1,2} CHE Linxian³ LIU Chusheng¹ HUANG Yonggang⁴

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116;

2. Key Laboratory for Intelligent Optimization of Construction Machinery of Luzhou City, Luzhou Vocational and Technical College, Luzhou 646005;

3. School of Mechanical Engineering, Chongqing Institute of Engineering, Chongqing 400037;

4. College of Mechanical Engineering, Chongqing Business and Technology University, Chongqing 400067)

Abstract: A 6-DOF Staubli industrial robot manipulator of TX60 type is regarded as the research object, and then nonlinear equations are constructed to solve its inverse positional problems by means of kinematics analysis. Taking the minimizing pose error of the end-effector as the objective function, this study transforms the nonlinear equations into an unconstrained optimization model and employs a differential evolution (DE) algorithm to solve this problem. To overcome the defects of the simple DE algorithm that is difficult to keep balance between the convergence accuracy and the calculation reliability, an adaptive division complex DE (ADCDE) algorithm is presented to enhance its optimizing performance. This proposed algorithm divides adaptively the population into exploitation and exploration subgroups, furthermore, the former and latter apply the DE/best/2/bin strategy and the complex operator to generate mutation individuals, respectively. With a study case for engineering application, the ADCDE algorithm is implemented to find the inverse positional solutions of a serial robot manipulator. Simulation results indicate that the presented algorithm outperforms the compared algorithms in term of computational precision and reliability, and the inverse solutions with high precision and all possible ones can be obtained by this algorithm with light calculation cost. Moreover, these results also verify the effectiveness and feasibility of this approach.

Key words: robot manipulator; inverse positional analysis; differential evolution algorithm; complex method; adaptive division

0 前言

串联机械臂位置逆解问题通常描述为: 给定末

端执行器的位置和姿态, 求取各关节的驱动角度。该问题是串联机械臂逆运动学分析、轨迹规划、作业空间分析和运动控制的基础和核心问题。串联机械臂位置逆解问题一般可以归结为多维非线性方程组的求解, 因此该问题是机构学和机器人学领域的一个技术难题。目前求解方法主要有闭式解法和数值方法^[1-2]。

* 国家自然科学基金(51075417, 51105397)、四川省教育厅重点科技计划(14ZA0333)、人工智能四川省重点实验室开放基金(2013RYJ-02)、重庆市教育委员会科学技术研究(KJ1403201)和泸州市科技计划(2013-S-44(8/8))资助项目。20130906 收到初稿, 20140531 收到修改稿

具有特有几何特征的简单串联机械臂可以采用代数法求封闭位置逆解,且能求出所有可能逆解^[3],但仅适用于求关节结构模型简单且机构构型特定的机械臂位置逆解。而数值方法是求复杂关节串联机械臂位置逆解的主要方法,可分为四类。

第一类是消元法。在建立位置逆解非线性运动方程组的基础上,应用消元法构造一元高次方程,通过求解该方程得到全部逆解。但消元过程复杂,且需要较高数学技巧。其典型方法有压缩变量消元法^[4-5]、Dixon 结式消元法^[6-7]等。第二类是基于 Jacobian 矩阵的迭代法。在数值迭代过程中,需要反复求导和求 Jacobian 矩阵的逆阵,但部分机械臂机构可能存在 Jacobian 矩阵奇异问题,且迭代初值的选取将影响算法的收敛速度和求解精度。其代表性方法有预估—校正法^[8]、变尺度法^[9-10]等。第三类是统计拟合法。通过训练样本和数值拟合方法得到关节驱动参数,拟合精度与样本数量息息相关,高精度拟合需要大量样本。其代表性方法是神经网络法^[11]。该方法的缺点是大量样本数据在实际中较难获取,且网络学习所需时间较长,不适宜实时控制。第四类是现代智能优化方法。该方法无须求导,也不需要计算 Jacobian 矩阵,且可对解控制执行全局并行搜索。比如,印峰等^[9-10]将一种新型智能优化算法——类电磁机制算法(Electromagnetismlike mechanism algorithm, EM)与变尺度法有机结合,再求串联机械臂的位置逆解;任子武等^[1-2]则应用混合类电磁机制算法(Hybrid electromagnetismlike mechanism algorithm, HEM)和全局和声搜索算法(Global harmony search algorithm, GHSA)求串联机械臂的位置逆解。

近年来,一种简单高效的群集智能算法——差分进化算法(Differential evolution algorithm, DE)^[12]引起许多学者的兴趣,已在数值和工程优化领域获得广泛应用。车林仙等^[13-15]应用改进 DE 求并联机器人机构的位置正解,实质上是求解非线性方程组。沿前述思路,本文应用 DE 求串联机械臂机构的位置逆解。为提高 DE 的优化性能,将基本 DE 与复合形法(Complex method, CM)有机融合,提出一种自适应分工复合形差分进化算法(Adaptive division complex DE algorithm, ADCDE)。根据个体适应度信息,该算法将种群划分为开采子群和勘探子群,前者采用 DE/best/2/bin 变异策略生成变异个体,而后者采用复合形算子生成变异个体,可有效平衡算法

的精细搜索和全局优化能力。

以 6 自由度 TX60 型 Staubli 空间 6R 串联机械臂为研究对象,在给出末端执行器位姿计算方法的基础上,建立求机械臂位置逆解的非线性方程组,再应用 ADCDE 求解该方程组。最后,给出仿真实例,并应用多种计算智能方法求位置逆解。计算结果表明,ADCDE 能求得全部高精度位置逆解,且计算性能优于对比算法。

1 空间 6R 机械臂位置逆解数学模型

图 1 所示为 6 自由度 TX60 型 Staubli 空间 6R 串联机械臂运动简图。若自下而上将 6 个转动副(R)依次记为 $R_i(i=1, 2, \dots, 6)$, 则有 $R_1 \perp R_2 // R_3 \perp R_4 \perp R_5 \perp R_6$ (表示 R_i 副轴线之间的几何关系)。点 O_0 为机械臂座心,点 O_i 为 R_i 的中心参考点($i=1, 2, \dots, 6$),点 P 为末端执行器参考点。 O_0 至 O_1 的距离为 a_1 , O_1 至 O_2 的距离为 a_2 , O_2 至 O_3 的距离为 a_3 , O_3 至 O_4 的距离为 a_4 , 而 R_4 、 R_5 和 R_6 的轴线汇交于点 $O_4(O_5, O_6)$, O_4 至 P 的距离为 a_5 。过点 O_0 建立定坐标系 $O_0x_0y_0z_0$, z_0 轴的正向沿 O_0O_1 方向, y_0 轴的正向沿 O_1O_2 方向,按右手坐标系确定 x_0 轴。又过点 O_i , 在 R_i 副上建立动坐标系 $O_ix_iy_iz_i$ ($i=1, 2, \dots, 6$)。图 1 中所示位姿系机械臂初始位姿。

图 1 TX60 Staubli 机械臂机构运动简图

该机械臂的位置逆解问题可描述为,已知末端夹持器在定坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 中的姿态角($\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$)及参考点 P 在定坐标系中的坐标(x_{P0}, y_{P0}, z_{P0}),求 6 个转动副的驱动角(相对于初始位姿的转角) θ_i 。

设 R_i 副在坐标系 $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ 中的轴向单位矢量为 ω_i , 可应用 Rodrigues 公式计算自坐标系 $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ 到坐标系 $O_ix_iz_i$ 的旋转矩阵^[16], 即

$$\text{rot}(\omega_i, \theta_i) = \exp(\theta_i \hat{\omega}_i) = I_3 + \hat{\omega}_i \sin \theta_i + \hat{\omega}_i^2 (1 - \cos \theta_i) \quad i=1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

式中 $\text{rot}(\omega_i, \theta_i)$ —— 绕 ω_i 旋转 θ_i 角所得旋转矩阵

I_3 —— 3 阶单位矩阵

$\hat{\omega}_i$ —— 单位矢量 ω_i 的伴随矩阵

若令 $\omega_i = (\omega_{i1} \ \omega_{i2} \ \omega_{i3})^T$, 则有

$$\hat{\omega}_i = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{i3} & \omega_{i2} \\ \omega_{i3} & 0 & -\omega_{i1} \\ -\omega_{i2} & \omega_{i1} & 0 \end{pmatrix}$$

设点 P 在坐标系 $O_ix_iz_i$ 中的坐标矢量为 $P_i = (x_{Pi} \ y_{Pi} \ z_{Pi})^T$, 可应用坐标变换法求得点 P 在坐标系 $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ 中的坐标矢量

$$P_{i-1} = \xi_i + \text{rot}(\omega_i, \theta_i) P_i \quad i=1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

式中, ξ_i 为坐标系 $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ 中点 O_{i-1} 到点 O_i 的位移矢量。

根据 6 个 R 副的几何关系, 可得 6 个位移矢量 ξ_i 和轴向单位矢量为 $\omega_i (i=1, 2, \dots, 6)$, 分别为

$$\begin{cases} \xi_1 = (0 \ 0 \ a_1)^T \\ \xi_2 = (0 \ a_2 \ 0)^T \\ \xi_3 = (0 \ 0 \ a_3)^T \\ \xi_4 = (0 \ 0 \ a_4)^T \\ \xi_5 = (0 \ 0 \ 0)^T \\ \xi_6 = (0 \ 0 \ 0)^T \end{cases} \begin{cases} \omega_1 = (0 \ 0 \ 1)^T \\ \omega_2 = (0 \ 1 \ 0)^T \\ \omega_3 = (0 \ 0 \ 1)^T \\ \omega_4 = (0 \ 0 \ 1)^T \\ \omega_5 = (0 \ 1 \ 0)^T \\ \omega_6 = (0 \ 0 \ 1)^T \end{cases}$$

于是, 机械臂末端夹持器在定坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 中的姿态矩阵为

$$M = \prod_{i=1}^6 \text{rot}(\omega_i, \theta_i) \quad (3)$$

按式(2)进行递推, 可得末端夹持器参考点 P 在定坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 中的坐标矢量, 其表达式为

$$P_0 = \xi_1 + \text{rot}(\omega_1, \theta_1) \{ \xi_2 + \text{rot}(\omega_2, \theta_2) \times [\dots (\xi_6 + \text{rot}(\omega_6, \theta_6) P_6)] \} \quad (4)$$

若令 $x = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_6)^T = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_6)^T$, 则按式(3)计算姿态矩阵的结果为

$$M = \begin{pmatrix} m_{11}(x) & m_{12}(x) & m_{13}(x) \\ m_{21}(x) & m_{22}(x) & m_{23}(x) \\ m_{31}(x) & m_{32}(x) & m_{33}(x) \end{pmatrix} \quad (5)$$

当采用 Z-Y-X 型 Euler 角 (α, β, γ) 表示末端执行器的姿态时^[17], 其姿态矩阵为

$$M = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \\ \cos \beta \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (6)$$

由于每一姿态矩阵 M 对应多组 Euler 角 (α, β, γ) , 这样不便于求解。为使姿态矩阵 M 与 Euler 角 (α, β, γ) 之间具有一一对应关系, 有必要对角度取值区间加以限制。为此给出如下定理。

定理 若姿态角 (α, β, γ) 为机器人的 Z-Y-X 型 Euler 角, 则 (α, β, γ) 与 $(\pi+\alpha, \pi-\beta, \pi+\gamma)$ 为表示同一姿态的两组等效 Euler 角。

证明 将 Euler 角 $(\pi+\alpha, \pi-\beta, \pi+\gamma)$ 代入式(6), 其姿态矩阵 M 不变, 故 (α, β, γ) 与 $(\pi+\alpha, \pi-\beta, \pi+\gamma)$ 为表示同一姿态。换言之, 同一位姿矩阵 M 对应的多组 Euler 角 (α, β, γ) 可相互转化。

虽然 β 可在 $[-\pi, \pi]$ 范围内取值, 但当 β 位于第 2、3 象限时, 可应用上述定理将 β 转换至第 1、4 象限, 使位姿矩阵 M 与 Euler 角 (α, β, γ) 一一对应。于是, 可令 $\beta \in [-\pi/2, \pi/2]$, 显然有 $\cos \beta \geq 0$ 。比较式(5)与式(6), 可得

$$\begin{cases} \alpha(x) = \arctan 2(m_{21}(x), m_{11}(x)) \\ \beta(x) = -\arcsin(m_{31}(x)) \\ \gamma(x) = \arctan 2(m_{32}(x), m_{33}(x)) \end{cases} \quad (7)$$

式中, $\arctan 2(\cdot, \cdot)$ 为在 4 个象限取值的双变量反正切函数。

空间 6R 串联机械臂的位置逆解问题可转化为求解非线性方程组

$$(f_1(x), f_2(x), \dots, f_6(x))^T = \theta_{6 \times 1} \quad (8)$$

式中, $f_i(x)$ 为非线性方程, $i=1, 2, \dots, 6$

$$\begin{cases} f_1(x) = \alpha(x) - \alpha_0 \\ f_2(x) = \beta(x) - \beta_0 \\ f_3(x) = \gamma(x) - \gamma_0 \\ f_4(x) = x_P(x) - x_{P0} \\ f_5(x) = y_P(x) - y_{P0} \\ f_6(x) = z_P(x) - z_{P0} \end{cases}$$

进而将非线性方程组式(8)的求解转化为无约束优化问题

$$\min f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^6 f_i^2(\mathbf{x}) \quad (9)$$

2 自适应分工复合形差分进化算法

2.1 基本差分进化算法

不失一般性, 本文仅考虑全局最小化问题

$$\min \{f(\mathbf{x}): \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbf{R}^D\} \quad (10)$$

式中, $f(\mathbf{x})$ 为目标函数, Ω 为解空间, $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_D)^T (\in \Omega)$ 为优化变量, D 为优化变量的维数。优化变量 $\mathbf{x}$ 的上、下界约束矢量分别为 $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_D)^T$, $\mathbf{l} = (l_1 \ l_2 \ \dots \ l_D)^T$ 。在本文的 DE 中, 直接以目标函数 $f(\mathbf{x})$ 作为适应度函数。对于问题式(10), 适应度越小个体越优秀。

设 DE 的种群规模为 N , 最大进化代数数为 T , 第 t 代个体为 $\mathbf{x}_i^{(t)} = (x_{i,1}^{(t)} \ x_{i,2}^{(t)} \ \dots \ x_{i,D}^{(t)})^T (t=0, 1, \dots, T; i=1, 2, \dots, N)$, 第 t 代种群为 $S^{(t)} = \{\mathbf{x}_1^{(t)}, \mathbf{x}_2^{(t)}, \dots, \mathbf{x}_N^{(t)}\}$ 。种群利用个体的适应度和方向信息来更新基因, 通过贪婪选择确定子代种群。如此不断进化, 直至找到全局最优解。标准 DE 的计算流程如下。

(1) 初始化。在待优化问题的解空间 Ω 内随机初始化种群 $S^{(0)}$, 初始个体为

$$x_{i,j}^{(0)} = l_j + \text{rand}() (u_j - l_j)$$

$$i=1, 2, \dots, N \quad j=1, 2, \dots, D$$

式中, $\text{rand}()$ 为 $(0, 1)$ 内服从均匀分布的随机数。

(2) 变异与交叉操作。对第 t 代个体 $\mathbf{x}_i^{(t)} = (x_{i,1}^{(t)} \ x_{i,2}^{(t)} \ \dots \ x_{i,D}^{(t)})^T (i=1, 2, \dots, N)$ 实施变异和交叉操作, 生成试验个体 $\mathbf{y}_i^{(t)} = (y_{i,1}^{(t)} \ y_{i,2}^{(t)} \ \dots \ y_{i,D}^{(t)})^T$ 。本文采用 DE/best/2/bin 变异策略生成试验个体^[12], 即

$$y_{i,j}^{(t)} = \begin{cases} x_{\text{best}}^{(t)} + F[(x_{r_1,j}^{(t)} - x_{r_2,j}^{(t)}) + (x_{r_3,j}^{(t)} - x_{r_4,j}^{(t)})] & \text{rand}() \leq C_R \ \vee \ j_r = j \\ x_{i,j}^{(t)} & \text{其他} \end{cases}$$

$$i=1, 2, \dots, N \quad j=1, 2, \dots, D \quad (11)$$

式中, $r_1, r_2, r_3, r_4 \in \{1, 2, \dots, N\} \setminus \{i\}$, 为随机生成的 4 个互异且与 i 不同的整数; $\mathbf{x}_{\text{best}}^{(t)} = (x_{\text{best},1}^{(t)} \ x_{\text{best},2}^{(t)} \ \dots \ x_{\text{best},D}^{(t)})^T$ 为种群中直至第 t 代的最优个体; F 为比例因子, 一般在 $(0, 2]$ 范围内取值, 最佳取值区间为 $[0.5, 0.9]$ ^[12]; $j_r \in \{1, 2, \dots, D\}$, 为随机生成的整数; $C_R \in (0, 1)$, 为交叉因子。若分量 $y_{i,j}^{(t)}$ 越界, 则在其取值范围内随机生成该维分量。

(3) 选择操作。比较个体 $\mathbf{x}_i^{(t)}$ 和 $\mathbf{y}_i^{(t)}$ 所对应的适

应度, 按贪婪策略式(12)选择适应度好的作为下一代个体。

$$\mathbf{x}_i^{(t+1)} = \begin{cases} \mathbf{y}_i^{(t)} & f(\mathbf{y}_i^{(t)}) < f(\mathbf{x}_i^{(t)}) \\ \mathbf{x}_i^{(t)} & \text{其他} \end{cases}$$

$$i=1, 2, \dots, N \quad (12)$$

(4) 终止判断。若满足终止条件, 则输出最优解; 否则, 返回步骤(2), 循环进行变异、交叉和选择操作, 直到满足终止条件。

2.2 复合法

CM 是在单纯形法的基础上发展起来的, 其基本思想是在受约束的 D 维空间中, 选 K 个顶点构成多面体(复合形), 然后对复合形的顶点函数值逐一比较, 不断丢掉函数值最劣的顶点, 代之以满足约束条件且函数值有所改善的新顶点, 如此重复, 逐步逼近最优解为止。CM 的映射收缩算子为

$$\mathbf{x}_{\text{new}} = \mathbf{x}_{\text{cen}} + \lambda(\mathbf{x}_{\text{cen}} - \mathbf{x}_{\text{wor}}) \quad (13)$$

式中 λ ——映射系数;

$\mathbf{x}_{\text{wor}}$ —— K 个顶点中的最坏点($K>3$);

$\mathbf{x}_{\text{cen}}$ ——除最坏点外其余顶点的几何中心。

$$\mathbf{x}_{\text{cen}} = \frac{1}{K-1} \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{\text{wor}} \right) \quad (14)$$

2.3 自适应分工复合形差分进化算法

DE 具有较高收敛精度和计算效率, 但有时因种群趋同而呈现进化停滞现象, 导致早熟收敛^[15]。CM 具有大范围寻优的特点, 可以跳出局部最优区域, 保持较强的全局搜索能力, 但收敛精度不高。为充分发挥 DE 和 CM 的优势, 本文将这两种方法有机融合, 形成 ADCDE。

对进化至第 t 代的种群 $S^{(t)}$, 按适应度优劣对所有个体排序。由适应度较优的前 $N_0 (0 < N_0 < N)$ 个个体组成的子群称为第 t 代的开采子群 $S_1^{(t)}$, 而由其余适应度较差的个体组成的子群称为第 t 代勘探子群 $S_2^{(t)}$ 。由于 $S_1^{(t)}$ 和 $S_2^{(t)}$ 分别由较优秀和较差个体组成, 优秀个体通常位于当前最优个体 $\mathbf{x}_{\text{best}}^{(t)}$ 附近区域, 而较差个体通常离 $\mathbf{x}_{\text{best}}^{(t)}$ 较远, 因此, 在进化中后期, $S_1^{(t)}$ 的多数个体汇聚于 $\mathbf{x}_{\text{best}}^{(t)}$ 附近区域, $S_2^{(t)}$ 的多数个体远离 $\mathbf{x}_{\text{best}}^{(t)}$ 。为充分发挥 DE 收敛精度和计算效率高的优势, 在 ADCDE 中, $S_1^{(t)}$ 采用基本差分进化机制, 对局部区域进行深度开采; 而 $S_2^{(t)}$ 则采用拟 CM 搜索机制, 对整个解空间执行大范围勘探。由于 DE 对种群规模有较高依赖性, 较小规模易导致种群趋同^[15], 因此建议 $S_1^{(t)}$ 的子群规模取 $N_0 = (0.7 \sim 0.8)N$ 。

综上所述, ADCDE 的进化机制为, 对开采子

群 $S_1^{(t)}$ 中的所有个体, 采用式(11)生成试验个体; 对勘探子群中的所有个体, 采用 CM 生成试验个体 $S_2^{(t)}$ 。复合形算子为

$$y_{i,j}^{(t)} = \begin{cases} x_{cen,j}^{(t)} + \lambda(x_{cen,j}^{(t)} - x_{wor,j}^{(t)}) & \text{rand}() \leq C_R \vee j_r = j \\ x_{i,j}^{(t)} & \text{其他} \end{cases}$$

$$i=1, 2, \dots, N \quad j=1, 2, \dots, D \quad (15)$$

式(15)中, 若分量 $y_{i,j}^{(t)}$ 越界, 则在其取值范围内随机生成该维分量。

在 $S^{(t)}$ 中随机选择 4 个异于 $x_i^{(t)}$ 的不同个体(即式(14)中取 $K=4$), 其中的最差个体为 $x_{wor}^{(t)}$, 其余 3 个个体的几何中心为 $x_{cen}^{(t)}$ 。映射系数 λ 为服从正态分布的随机数, 取

$$\lambda \sim N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$$

式中 μ_λ ——正态分布的均值;

σ_λ^2 ——正态分布的方差。

本文提出的 ADCDE 与基本 DE 相比, 有以下异同点。

(1) 在两种算法的计算流程中, 除步骤(2)变异与交叉操作外, 其余步骤完全一致。在 ADCDE 的步骤(2)中, 对进化至第 t 代的种群 $S^{(t)}$, 首先按适应度优劣将 $S^{(t)}$ 划分为开采子群 $S_1^{(t)}$ 和勘探子群 $S_2^{(t)}$ 。若某个个体属于 $S_1^{(t)}$, 则按式(11)生成该个体的相应试验个体; 否则, 按式(15)生成其试验个体。

(2) 在每次迭代中, ADCDE 与基本 DE 相比, 前者仅增加按适应度对 N 个个体排序的计算开销。ADCDE 中的个体进行拟 CM 搜索时, 仅通过复合形生成 1 个与之对应的新个体, 并未反复迭代。因此, 两种算法的适应度函数评价次数和计算复杂度相同, 函数评价次数均为 NT , 计算复杂度均为 $O(ND)$ 。

(3) 基本 DE 只应用单一变异策略生成试验个体, 难以平衡收敛精度和计算可靠性; 而 ADCDE 通过对个体的自适应分工生成试验个体, DE/best/2/bin 具有较高收敛精度和较快收敛速度, 而复合形算子具有较强全局优化能力, 因此 ADCDE 可有效平衡收敛精度和计算可靠性。

3 机械臂位置逆解实例

3.1 算例描述

已知 TX60 型 Staubli 空间 6R 串联机械臂的结构参数: $a_1=0.375$ m, $a_2=0.020$ m, $a_3=0.290$ m, $a_4=0.310$ m, $a_5=0.012$ m。显然, 末端执行器参考点 P 在动坐标系 $O_6x_6y_6z_6$ 中的坐标矢量为 $P_6=(0 \ 0 \ a_5)^T$ 。

若期望末端夹持器在定坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 中的 Z-Y-X 型 Euler 角为 $(\pi/3, \pi/3, -\pi/4)$ rad, 参考点 P 在该定坐标系中的坐标矢量为 $P_0=(0.20 \ 0.10 \ 0.75)^T$ m, 试确定 6 个驱动角 $(\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_6)$ 。

3.2 算法优化性能对比分析

应用 HEM^[1]、GHSA^[2]、基本 DE^[12](其中, 将采用 DE/rand/1/bin 变异策略的基本 DE 简记为 DEr1, 而将采用 DE/best/2/bin 变异策略的基本 DE 简记为 DEb2)、自适应控制参数 DE(简记为 jDE)^[18]、带选择文档的自适应 DE(简记为 JADE)^[19]、多进化模式协作 DE(简记为 MEDE)^[20] 和本文提出的 ADCDE 求该机械臂的位置逆解, 并比较上述算法的优化性能。jDE、JADE 和 MEDE 系近年提出的新型改进 DE, 数值试验结果表明, 它们求解 benchmarks 测试函数时具有良好优化性能。

各种算法的种群规模(GHSA 为和声记忆库规模)和最大进化代数相同, 均取 $N=40$, $T=300$ 。HEM 的其余参数与文献[1]第 4 节相同, GHSA 的其余参数与文献[2]第 4 节相同。DEr1、DEb2、MEDE 和 ADCDE 的缩放因子 $F=0.5$, 交叉因子 $C_R=0.8$ 。jDE、JADE 的其余参数分别与文献[18-19]一致。ADCDE 中, 开采子群规模 $N_0=0.8N$, 均值 $\mu_\lambda=0.5$, 方差 $\sigma_\lambda^2=0.1$ 。关节驱动角取值下限 $\boldsymbol{l}=\pi/180 \times (-180 \ -127.5 \ -142.5 \ -180 \ -122.5 \ -180)^T$ rad, 上限 $\boldsymbol{u}=\pi/180 \times (180 \ 127.5 \ 142.5 \ 180 \ 132.5 \ 180)^T$ rad^[1]。

除 HEM 外, 其余 7 种算法的适应度函数评价次数相同, 均为 12 000, 耗时基本相当, 其比较是相对公平的。而 HEM 的粒子群每次执行类电磁机制迭代搜索之后, 还以最优粒子为初始点, 执行模式搜索, 故与其余 7 种算法相比, HEM 的函数评价次数有较大幅度增加, 耗时更长。

每种算法分别独立运行 50 次, 对其性能指标进行统计分析。在优化结果中, 最好、最差和平均目标函数值分别记为 f_b 、 f_w 和 f_{av} , 标准差记为 σ_f 。8 种算法求机械臂位置逆解的性能指标见表 1, 最优适应度的平均进化曲线如图 2 所示。

表 1 8 种算法求机械臂位置逆解实例的性能指标统计

算法	最好目标 函数值 f_b	最差目标 函数值 f_w	平均目标 函数值 f_{av}	标准差 σ_f
HEM	6.687×10^{-7}	7.793×10^{-5}	1.412×10^{-5}	1.588×10^{-5}
GHSA	2.084×10^{-22}	5.831×10^{-2}	7.906×10^{-3}	1.661×10^{-2}
DEr1	5.030×10^{-12}	1.228×10^{-2}	2.976×10^{-4}	1.749×10^{-3}
DEb2	2.348×10^{-20}	2.926×10^{-3}	1.070×10^{-4}	5.320×10^{-4}
jDE	2.755×10^{-5}	4.012×10^{-2}	9.040×10^{-3}	1.170×10^{-2}
JADE	1.849×10^{-17}	2.814×10^{-2}	5.320×10^{-3}	6.098×10^{-3}
MEDE	4.984×10^{-28}	1.829×10^{-5}	3.658×10^{-7}	2.586×10^{-6}
ADCDE	2.678×10^{-22}	3.529×10^{-12}	7.077×10^{-14}	4.990×10^{-13}

图2 8种算法求机械臂位置逆解实例的最优适应度平均进化曲线

由表1可知, ADCDE除指标 f_b 比MEDE差、与GHSA相当外, 其余指标 f_w 、 f_{av} 和 σ_f 均好于7种对比算法。ADCDE的最差结果 f_w 仍具有高精度, 且 σ_f 很小, 表明ADCDE在较小计算开销的情况下, 可求出机械臂的高精度位置逆解, 并具有高可靠性。HEM和jDE的 f_b 与 f_w 数量等级均悬殊不大, 表明这两种算法均具有较好鲁棒性, 但其收敛速度较慢、精度不够高, 由图2的最优适应度平均进化曲线也可得出同样结论。

GHSA、DEr1、DEb2、JADE和MEDE 5种算法均可求出高精度位置逆解, 但其中有部分位置逆解的精度较低, 因此其计算可靠性和鲁棒性不够高, 导致最优适应度的平均值在进化中后期较平坦, 收敛速度较慢(图2)。

ADCDE的突出优势主要与其全局勘探和局部

精细开采能力有关。对勘探子群中的个体, 采用复合形算子生成试验个体, 具有大范围跳跃和对称映射的特点, 可以跳出局部最优区域, 保持较强的全局搜索能力。对开采子群中的个体, 采用DE/best/2/bin变异策略生成试验个体, 因以当前最优个体为基准矢量, 故可对最优解附近区域进行局部精细搜索, 保持较高收敛精度。两种策略可以较好平衡算法的全局开采能力和局部精细搜索能力, 因此, ADCDE在计算可靠性和收敛精度等方面具有明显优势。

3.3 求出全部位置逆解的能力分析

为考察ADCDE搜索多组或全部位置逆解的能力, 算法设置存储矩阵, 以保存求得的不同位置逆解及其适应度。算法独立运行多次, 每次运行结束后(即算法完成 T 代进化后), 都将求得的最优解与存储矩阵中的所有解逐一比较, 以判定解的异同。若该最优解与存储矩阵中所有解的欧氏距离均大于 10^{-5} , 则认为它与存储矩阵中的全部解均相异, 即求得了新的位置逆解, 将该最优解及其适应度放入存储矩阵; 否则, 认为它与存储矩阵中的某解相同, 舍弃。通过多次试验分析得知, ADCDE平均独立运行36次可获得机械臂的全部8组位置逆解。结果表明, 新算法的全局搜索能力强, 收敛精度高, 计算可靠性较高, 可有效求解机械臂的位置逆解问题。应用ADCDE求得的机械臂全部8组位置逆解见表2, 均具有高精度。

表2 ADCDE求得的8组位置逆解

序号	关节驱动角 θ/rad						目标函数值 $f_{\min}$
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	
1	0.323 550	1.338 523	-1.535 553	1.506 623	1.214 794	-0.177 205	$2.914 1 \times 10^{-22}$
2	0.323 550	-0.261 365	1.535 553	1.920 222	1.476 196	-1.676 682	$5.041 6 \times 10^{-21}$
3	0.323 550	-0.261 365	1.535 553	-1.221 370	-1.476 196	1.464 911	$7.460 2 \times 10^{-24}$
4	0.323 550	1.338 523	-1.535 553	-1.634 970	-1.214 794	2.964 388	$1.304 8 \times 10^{-21}$
5	-2.637 966	0.261 365	-1.535 553	1.877 356	-1.313 139	1.408 630	$8.042 0 \times 10^{-20}$
6	-2.637 966	0.261 365	-1.535 553	-1.264 236	1.313 139	-1.732 962	$1.348 8 \times 10^{-18}$
7	-2.637 966	-1.338 523	1.535 553	-1.809 708	1.249 596	-0.182 839	$9.003 2 \times 10^{-20}$
8	-2.637 966	-1.338 523	1.535 553	1.331 884	-1.249 596	2.958 753	$6.285 6 \times 10^{-22}$

4 结论

(1) 根据6自由度TX60型Staubli空间6R串联机械臂的机构运动简图和工作特性, 应用Rodrigues公式计算自动坐标系 $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ 到动坐标系 $O_ix_iy_iz_i$ ($i=1, 2, \dots, 6$)的旋转矩阵及其伴随矩阵, 建立求机械臂位置逆解的非线性方程组。以末端执行器位姿误差最小为目标函数, 将非线性方程组的求解

转化为无约束最优化问题。

(2) 给出机械臂末端执行器同一姿态等效Euler角转换定理。根据该定理, 可对Euler角的取值范围加以限制, 使末端执行器的姿态与Euler角实现一一对应, 有效降低位置逆解的计算难度。

(3) 针对无约束优化问题, 提出一种改进算法ADCDE, 可有效平衡算法的收敛精度和计算可靠性。

(4) 应用ADCDE求空间6R串联机械臂的位置

逆解, 仿真结果表明: 新算法的优化性能优于 7 种对比算法, 收敛精度高, 计算可靠性较高。通过独立多次运行该算法, 可求出机械臂的全部 8 组位置逆解。本文方法可推广到其他串联机器人逆运动学分析中。

参 考 文 献

- [1] 任子武, 王振华, 孙立宁. 基于混合类电磁机制算法的机械臂逆运动学解[J]. 机械工程学报, 2012, 48(17): 21-28.
REN Ziwu, WANG Zhenhua, SUN Lining. Inverse kinematics solution for robot manipulator based on hybrid electromagnetism-like mechanism algorithm[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(17): 21-28.
- [2] 任子武, 王振华, 孙立宁. 全局和声搜索方法及其在仿人灵巧臂逆运动学求解中的应用[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(7): 867-876.
REN Ziwu, WANG Zhenhua, SUN Lining. A global harmony search algorithm and its application to inverse kinematics problem for humanoid arm[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(7): 867-876.
- [3] MANSEUR R, DOTY K L. Structural kinematics of 6-revolute-axis robot manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 1996, 31(5): 647-657.
- [4] MANOCHA D, CANNY J F. Efficient inverse kinematics for general 6R manipulators[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 1994, 5(10): 648-657.
- [5] 刘松国, 朱世强, 王宣银. 基于矩阵分解的一般 6R 机器人实时高精度逆运动学算法[J]. 机械工程学报, 2008, 44(11): 304-309.
LIU Songguo, ZHU Shiqiang, WANG Xuanyin. Real-time and high-accurate inverse kinematics algorithm for general 6R robots based on matrix decomposition[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(11): 304-309.
- [6] 倪振松, 廖启征, 魏世民, 等. 空间 6R 机器人位置反解的对偶四元数法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(11): 25-29.
NI Zhensong, LIAO Qizheng, WEI Shimin, et al. Dual four element method for inverse kinematics analysis of spatial 6R manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(11): 25-29.
- [7] QIAO Shuguang, LIAO Qizheng, WEI Shimin, et al. Inverse kinematic analysis of the general 6R serial manipulators based on double quaternions[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(2): 193-199.
- [8] CHENG H, GUPTA K C. A study of robot inverse kinematics based upon the solution of differential equations [J]. Journal of Robotic Systems, 2007, 8(2): 159-175.
- [9] 印峰, 王耀南, 夏汉民. 多关节机器人逆运动学问题的实时求解[J]. 中国机械工程, 2010, 21(10): 1143-1148.
YIN Feng, WANG Yaonan, XIA Hanmin. Real-time solution of inverse kinematics problem of multi-joint robots[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(10): 1143-1148.
- [10] YIN Feng, WANG Yaonan, WEI Shuning. Inverse kinematic solution for robot manipulator based on electromagnetism-like and modified DFP algorithms[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(1): 74-82.
- [11] CHIDARWAR S S, BABU N R. Comparison of RBF and MLP neural networks to solve inverse kinematic problem for 6R serial robot by a fusion approach[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2010, 23(7): 1083-1092.
- [12] DAS S, SUGANTHAN P N. Differential evolution: A survey of the state-of-the-art[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(1): 4-30.
- [13] 车林仙, 程志红, 何兵. 4-PRUR 并联机构及其位置分析的差分进化算法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(23): 36-44.
CHE Linxian, CHENG Zhihong, HE Bing. 4-PRUR parallel mechanism and its displacement analysis based on differential evolution algorithm[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 2010, 46(23): 36-44.
- [14] 车林仙, 何兵, 程志红. 6-CRS 并联机器人机构及其位置分析[J]. 中国机械工程, 2010, 21(14): 1669-1675.
CHE Linxian, HE Bing, CHENG Zhihong. A 6-CRS parallel manipulator and its positional analysis[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(14): 1669-1675.
- [15] 车林仙. 面向机构分析与设计的差分进化算法研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2012.
CHE Linxian. Study on differential evolution algorithms orientating analysis and design of mechanisms[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2012.
- [16] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑, 等. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.
YU Jingjun, LIU Xinjun, DING Xilun, et al. Mathematical foundation of robot mechanisms[M]. Beijing: China Machine Press, 2008.
- [17] 车林仙, 何兵, 易建, 等. 对称结构 Stewart 机构位置

- 正解的改进粒子群算法[J]. 农业机械学报, 2008, 39(10): 158-163.
- CHE Linxian, HE Bing, YI Jian, et al. Improved particle swarm optimization for forward positional analysis of symmetrical Stewart parallel manipulators[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(10): 158-163.
- [18] BREST J, GREINER S, BOSKOVIC B, et al. Self-adapting control parameters in differential evolution: A comparative study on numerical benchmark problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(6): 646-657.
- [19] ZHANG Jingqiao, SANDERSON A C. JADE: Adaptive differential evolution with optional external archive[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(5): 945-958.
- [20] 贺毅朝, 王熙照, 刘坤起, 等. 差分演化的收敛性分析与算法改进[J]. 软件学报, 2010, 21(5): 875-885.
- HE Yichao, WANG Xizhao, LIU Kunqi, et al. Convergent analysis and algorithmic improvement of differential evolution[J]. Journal of Software, 2010, 21(5): 875-885.
-
- 作者简介: 何兵(通信作者), 男, 1972 年出生, 博士研究生, 副教授。主要研究方向为机械优化设计、机器人机构学、计算智能及机电一体化等。
E-mail: lzhqm@tom.com
- 车林仙, 男, 1971 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为机构数值分析与综合、并联机器人机构学、机械优化设计及计算智能。
E-mail: lx.che@163.com
- 刘初升, 男, 1963 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械动态设计理论、机械优化设计。
E-mail: liuchushengcumt@163.com
- 黄勇刚, 男, 1976 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为并联机器人机构学、机构数值分析与综合。
E-mail: huangygh@21cn.com