DOI: 10.3901/JME.2019.12.001

大口径索肋张拉式折展天线索网结构 动力学特性分析*

刘瑞伟^{1,2} 郭宏伟^{1,2} 刘荣强^{1,2} 唐德威^{1,2} 王洪祥² 邓宗全^{1,2}

(1. 哈尔滨工业大学机器人技术及系统国家重点实验室 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工业大学机电工程学院 哈尔滨 150001)

摘要: 索网结构是空间可展开网面天线的关键组成部分。为了更好地研究索网结构的动力学特性, 首先介绍大口径索肋张拉式折展天线的系统组成。基于索网结构的节点分布规律, 通过节点坐标矩阵和构件连接矩阵, 建立该折展天线索网结构的参数化数学模型。在此基础上, 针对索网结构的几何非线性特征, 采用非线性有限元法推导索网结构的整体切线刚度矩阵及质量矩阵, 建立索网结构的非线性动力学模型。并通过特征值分解, 得到索网结构的前六阶固有频率和振型。该方法适用于任意预应力索网结构和索-杆结构的非线性建模和求解。此外, 基于动力学模型, 分析结构参数对索网结构刚度的影响规律, 计算各参数的频率敏感度, 得出提高索网结构刚度的有效方法。

关键词: 折展天线; 索网结构; 非线性动力学; 模态分析; 敏感性分析

中图分类号: V474

Dynamic Characteristics Analysis of Cable Net for Large Cable-rib Tension Deployable Antenna

LIU Ruiwei^{1,2} GUO Hongwei^{1,2} LIU Rongqiang^{1,2} TANG Dewei^{1,2}
WANG Hongxiang² DENG Zongquan^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001;

2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract: The cable net is an important component of the space deployable mesh antennas. To study the dynamic characteristics of the cable net, the system composition of a large cable-rib tension deployable antenna is firstly introduced. Based on the node distribution law of cable net structure, a parametric mathematic model of cable net for a large cable-rib tension deployable antenna is established by the node coordinate matrix and the component connection matrix. On the basis of this, due to the strong nonlinear characteristics of the cable net, the nonlinear finite element method is used to obtain the overall tangent stiffness matrix and mass matrix of the cable net. The dynamic model of cable net is established by assembling these matrices, then the natural frequency and mode shape of the cable net are obtained through eigenvalue decomposition. This method is suitable for nonlinear modeling and solving of prestressed cable nets and cable-strut structures. Moreover, the effect of structural parameters on the stiffness of the cable net is analyzed, the sensitivities of the natural frequencies to each parameter is calculated, and an effective method to improve the stiffness of the cable net is obtained.

Key words: deployable antenna; cable net; nonlinear dynamics; modal analysis; sensitivity analysis

0 前言

由于大型可展开空间天线具有大口径、轻质量和结构简单的特点, 近年来成为世界各国研究的热

点, 并被广泛应用于对地观测、商业卫星通信和深空探测等领域。典型的可展开网面天线有日本宇航航空研究开发机构(JAXA)提出的 $19\text{ m}\times 17\text{ m}$ 的模块化天线 ETS-VIII^[1]和 30 m 的 TFDR 天线^[2], 美国 Harris 公司提出的 TerreStar 和 SkyTerra 折叠肋式天线^[3], 以及欧空局等研究机构提出的张拉整体式天线^[4-5]。

* 国家自然科学基金(51575119, 51675114, U1637207)和“111”创新引智计划(B07018)资助项目。20180605 收到初稿, 20181215 收到修改稿

索网结构作为可展开空间天线的关键组成部分,其主要功能是为反射金属网面提供支撑,保证反射面的型面精度达到应用的要求。而由于索网结构属于典型的柔性结构,为了保持理想的形状和刚度,索网结构中各索段需要具有一定的初始预应力。因此,目前对于网面的研究主要集中在索网的找形及形状优化上,其中力密度法^[6]、动力松弛法^[7]、能量法^[8]和迭代算法^[9]等被广泛应用。MORTERLOOE 等^[10]基于力密度法提出了一种新型的找形方法,为了同时保证均匀的预应力分布以及较高的型面精度,优化目标同时考虑了索网结构节点的空间位置和拉索的预应力,并通过不同类型的索网结构验证了找形方法的有效性。CAI 等^[11]基于力密度和分组方法提出了一种针对多应力模态张拉整体的找形方法,通过最小化能量函数来获得张拉整体结构的节点和拉索的空间位置,该方法同样适用于索网结构的找形问题。杨东武等^[12]针对前、后索网非对称的抛物面天线,提出了一种索网预应力优化算法,该方法很好地解决了非对称索网的找形问题。

目前索网结构的构型问题已得到了广泛的研究,但对于天线刚度的研究不能很好地满足天线口径越来越大的需求。现有的大部分对于大口径天线结构刚度的分析主要集中在支撑桁架上^[13-16],很少涉及索网结构的动力学特性分析。但由于其大尺寸、非线性的结构特点,其动力学特性研究具有重要的应用价值。

因此,本文针对索肋张拉式折展天线,通过节点矩阵和连接矩阵建立了索网结构的数学模型,并在此基础上,基于非线性有限元法,建立了索网结构的非线性动力学模型,进行了索网结构的模态分析和结构参数的敏感度分析,得出了提高索网结构刚度的有效方法。

1 天线系统组成

索肋张拉式折展天线主要由柔性索网和索肋支撑桁架组成。如图 1 所示,6 个可折展径向肋单元组成的肋式机构在展开锁定后,通过铰链锁定和拉索张紧形成一个稳定的结构。索网结构通过连接机构与支撑桁架相连,金属反射面贴附于前索网上,金属反射面的精度直接决定了天线系统的工作性能。

与经典的环形天线的对称索网结构不同^[17],由于该天线的支撑桁架的空间有限,为了避免与桁架内的张紧索发生缠绕等现象,本文的柔性索网结构采用非对称设计,主要由四部分组成:前索网、金属网反射面、纵向调节索和支撑索网,如图 2 所示。

图 1 索肋张拉式折展天线

其中,前索网由均匀分布在抛物面上的索段连接形成。金属反射面附着于前索网上,当索网结构处于张紧状态时,金属网反射面随之张紧,形成一个近似的空间抛物面。本文前索网采用三向网格形式设计,前索网和支撑索网节点呈一一对应关系,并通过中间的纵向调节索相连,同时,整个索网在展开后,保持一定的预应力,使得索网结构一直处于张紧状态而不松弛。此时索网部分节点连接在支撑桁架上并处于完全约束状态。

图 2 索网结构

2 索网结构的数学模型

索网结构中所有拉索均提供单向的拉力,因此可以通过描述结构所有节点之间及构件与节点之间的连接关系,实现对于索网结构的构型描述。本节基于节点坐标矩阵和连接矩阵来建立索网结构的数学模型。

2.1 节点分布规律

该索网结构中拉索数目较多(517 根),由于该结构具有强对称性,每个子区域中的节点具有相同的分布和排列,通过索网的节点分布规律能够简化模型的构建过程。因此仅需要对索网结构的 1/6 区域进行分析。如图 3 所示,将 1/6 区域的节点分为 4 类,即中心点(1 个)、径向等分节点(6 个)、外圈环向等分节点(5 个)和内部节点(10 个)。

图3 1/6索网结构的节点分布

2.2 节点矩阵

2.2.1 前索网节点矩阵

对于索肋张拉式折展天线, 设其坐标系为 oxy , 坐标原点 o 与支撑桁架中心点重合, y 轴沿其径向肋方向延伸, 如图4所示。

图4 坐标系设定

前网面结构的中心点 n_i 坐标可表示为

$$n_i = (0 \ 0 \ h) \quad (1)$$

式中, h 表示桁架中心点到前网面中心点的高度。

设索网面沿径向的最大分段数为 n ($n=6$), 则在 $o-yz$ 面内的径向等分节点的矢量矩阵可定义为

$$N_1 = (n_2 \ n_3 \ n_4 \ n_5 \ n_6 \ n_7) \quad (2)$$

其中任意一点的坐标通式可表示为

$$n_i = (0 \ (i-1)l_1/6 \ z_i) \quad (3)$$

式中, $i=2,3,4,5,6$ 。

式(3)中的 z_i 可通过抛物面方程式求得

$$z_i = \frac{1}{4f}(x_i^2 + y_i^2) + h \quad (4)$$

式中, f 为抛物面的焦距。

由于索网结构中存在6个相同的子区域, 因此对应的有6个径向节点矩阵, 其余5个径向节点矩阵可通过引入绕 z 轴的旋转矩阵 T 获得

$$N_{i+1} = N_i \cdot T \quad (5)$$

$$T = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中, $\alpha = \pi/3$ 。

即可获得索网结构中所有径向等分节点的矢量矩阵

$$N_J = (N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6) \quad (7)$$

同理, 可得到外圈环向等分节点矩阵 N_H 和内部节点矩阵 N_N 。将节点分布矩阵顺序排列, 则形成了前索网的总体节点矢量矩阵

$$N_Q = (n_1 \ N_J \ N_H \ N_N) \quad (8)$$

2.2.2 支撑索网节点矩阵

由于支撑索网中的节点与前索网的节点保持一一对应关系, 且调节索在网面展开成形后始终保持垂直状态, 如图4b所示。因此, 支撑索网节点的 x 、 y 坐标与前索网节点完全相同, 即有

$$(x_{front}, y_{front})^T = (x_{support}, y_{support})^T \quad (9)$$

式中, $(x_{front}, y_{front})^T$ 、 $(x_{support}, y_{support})^T$ 分别代表前索网和支撑索网节点在 x 和 y 方向的坐标。

为了提高整体索网结构的力均匀性, 确保索网形面精度, 在支撑索网设计中引入了垂跨比的概念。如图5所示, A 、 B 两点为最外圈支撑索与支撑桁架的连接点, 跨度用两点间距离 s 表示, 垂度用中间点到支撑索的距离 δ 表示, 则支撑索的垂跨比可定义为

$$\rho = \frac{\delta}{s} \quad (10)$$

图5 支撑索示意图

最外圈的支撑索等分节点的矢量矩阵可定义为

$$M_1 = (m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4 \ m_5 \ m_6) \quad (11)$$

式中, 节点 m_1 、 m_2 、 m_3 和节点 m_4 、 m_5 、 m_6 关于 z 轴对称分布, 则有

$$\begin{cases} m_1 = m_6 = (x_{front} & y_{front} & 0) \\ m_2 = m_5 = (x_{front} & y_{front} & 2\rho s/5) \\ m_3 = m_4 = (x_{front} & y_{front} & 4\rho s/5) \end{cases} \quad (12)$$

在此基础上,通过式(6)的旋转矩阵即可获得索网结构中所有最外圈支撑索的等分节点矩阵

$$\mathbf{M}_{s1} = (\mathbf{M}_1 \ \mathbf{M}_2 \ \mathbf{M}_3 \ \mathbf{M}_4 \ \mathbf{M}_5 \ \mathbf{M}_6) \quad (13)$$

同理,其余的支撑索网的节点矩阵均可获得,将节点分布顺序排列,则形成了支撑索网的总体节点矢量矩阵

$$\mathbf{M}_S = (\mathbf{M}_{s1} \ \mathbf{M}_{s2} \ \mathbf{M}_{s3} \ \mathbf{M}_{s4} \ \mathbf{M}_{s5}) \quad (14)$$

综上,索网结构的节点坐标矩阵可表示为

$$\mathbf{N} = (\mathbf{N}_Q \ \mathbf{M}_S) \quad (15)$$

2.3 构件连接矩阵

在索肋张拉式天线索网结构的数学模型中,通过构建连接矩阵可以反映各个索段和节点之间的函数关系。

该索网结构中涉及到的连接矩阵可分为 5 类,包括调节索、支撑索、径向索、环向索及内部索连接矩阵。虽然索构件的种类较多,但是连接矩阵的构建方法是相同的。

下面将以径向索的连接矩阵为例,详述连接矩阵的构建方法。

如图 6 所示,单个子区域内的径向索构件包含 7 个节点和 6 个索单元,索单元及其两端节点的具体连接情况如表 1 所示。

图 6 径向索构件

表 1 构件与节点对应关系

端点	构件 1	构件 2	构件 3	构件 4	构件 5	构件 6
起点	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
终点	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7

连接矩阵中起始点对应单元用“-1”表示,终止点对应的单元用“1”表示,其余元素表示为“0”,则其连接关系可表示为

$$C^{(k,p)} = \begin{cases} 1 & p = i \\ -1 & p = j \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

根据索单元和连接节点的关系,即可以推导出图 6 中径向索的连接矩阵为

$$\mathbf{C}_j = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

同样,可以通过相同的方法获得其余拉索及其两端节点关系和拉索的连接矩阵。

2.4 构件矢量矩阵

基于上述连接矩阵的构建思想,可实现整个抛物面索网结构连接矩阵 $\mathbf{C}$ 的构建。

抛物面索网结构的构件矢量矩阵 $\mathbf{S}$ 可以通过连接矩阵与节点矩阵的乘积获得,即

$$\mathbf{S} = \mathbf{N}\mathbf{C} \quad (18)$$

通过以上分析,编写 Matlab 程序,能够自动计算索网结构节点坐标矩阵、连接矩阵及构件矢量矩阵,建立索网结构的数学模型,为后续力学性能分析提供基础。

3 非线性有限元建模及模态分析

对天线网面精度的要求是卫星结构设计的重要要求之一,由于天线的反射面贴附与天线索网结构上,为了保证网面精度,抵抗外部环境带来的载荷变化,确保索网结构的刚度具有重要的意义。

索网结构属于典型的预应力结构,具有较强的几何非线性。在张紧状态下,索网结构的每根拉索内部均存在一定的预应力,几何非线性在计算分析过程中不可忽视,而通用的商业软件并不能很好地处理这种几何非线性在动力学中带来的影响。因此本文采用非线性有限元法对索网结构进行建模和分析。

3.1 振动方程

索网结构的动力学特性可通过动力学基本方程进行求解

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_T\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (19)$$

式中, $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{K}_T$ 分别代表索网结构的质量矩阵、阻尼矩阵和切线刚度矩阵; $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 和 $\ddot{\mathbf{u}}$ 分别为节点的位移、速度、加速度矢量; $\mathbf{F}$ 为结构节点所受的外载矢量。

对于索网结构,除了拉索的材料特性对结构刚度的贡献外,拉索内存在的用于维持索网结构平衡的初始预应力对结构的整体刚度也有重要影响。因

此, 拉索的切线刚度矩阵由两部分组成

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G \quad (20)$$

式中, $\mathbf{K}_E$ 表示弹性刚度矩阵, 为构件的固有属性, 反应了拉索抵抗轴向变形的能力; $\mathbf{K}_G$ 表示几何刚度矩阵, 反应拉索抵抗内力引起的变化的能力。

对于索网结构的非线性有限元模型构建, 其拉索的单元弹性刚度矩阵、几何刚度矩阵、质量矩阵可分别通过式(21)~(23)表示

$$\mathbf{K}_E = \left(\frac{EA}{L} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 & -\mathbf{I}_1 \\ -\mathbf{I}_1 & \mathbf{I}_1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_G = \left(\frac{T}{L} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{I}_2 & -\mathbf{I}_2 \\ -\mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\rho AL}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (23)$$

式中, E 为弹性模量; A 表示截面积; L 表示拉索的长度; T 为拉索的预应力; ρ 为拉索的密度。

由于式(21)~(23)建立的是基于局部坐标系 xyz 下的拉索的单元刚度矩阵和单元质量矩阵, 因此, 为了获得索网结构的整体刚度矩阵和质量矩阵, 必须引入相应的转换矩阵进行坐标转换^[18], 实现各个拉索单元在全局坐标系 $OXYZ$ 的统一表达

$$\mathbf{K}_T^G = \mathbf{T}_z^T \mathbf{K}_E \mathbf{T}_z + \mathbf{T}_z^T \mathbf{K}_G \mathbf{T}_z \quad (24)$$

$$\mathbf{M}_G = \mathbf{T}_z^T \mathbf{M} \mathbf{T}_z \quad (25)$$

式中, $\mathbf{K}_T^G$ 和 $\mathbf{M}_G$ 表示全局坐标系下的拉索单元的切线刚度矩阵和质量矩阵, $\mathbf{T}_z$ 为局部坐标系和全局坐标系之间的转换矩阵。

将所有经过坐标转换后的拉索单元矩阵组装, 即可得到索网结构在全局坐标系下的索网结构的整体刚度矩阵和质量矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{K}_C = \sum_{e=1}^{n_c} \mathbf{T}_z^T \mathbf{K}_E \mathbf{T}_z + \sum_{e=1}^{n_c} \mathbf{T}_z^T \mathbf{K}_G \mathbf{T}_z \\ \mathbf{M}_C = \sum_{e=1}^{n_c} \mathbf{T}_z^T \mathbf{M} \mathbf{T}_z \end{cases} \quad (26)$$

式中, $\mathbf{K}_C$ 和 $\mathbf{M}_C$ 分别为索网结构在全局坐标系下的整体切线刚度矩阵和质量矩阵; n_c 代表索网结构中拉索的数量。

分析索网结构动力学特性的关键在于固有频率和振型的求解。这类问题可归为求解特征值和特征矢量的问题。

将式(19)中的位移矢量 u 用广义坐标矢量表示

$$u = \Phi \sin(\omega t + \gamma) \quad (27)$$

式中, Φ 为体系的振动幅值矢量, 即振型; ω 为体系的自振角频率; γ 为初相角。

将式(27)代入式(19)中, 忽略阻尼作用和外力矢量, 振动方程可以重新表达如下

$$(\mathbf{K}_T - \omega^2 \mathbf{M}) \Phi = 0 \quad (28)$$

即有

$$\mathbf{K}_T - \omega^2 \mathbf{M} = 0 \quad (29)$$

式(29)即为索网结构的模态方程, 式中, $\omega = 2\pi f$, 为自由振动的圆频率; 通过矩阵 $\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}$ 的特征值分解^[19], 即可获得索网结构的 i 阶振动频率 ω_i 和对应的振型。

3.2 模态分析

通过第 3.1 节建立的索网天线结构的非线性有限元模型, 在 Matlab 软件环境下编制相应的计算程序, 即可进行索网结构的频率和模态分析。本文的分析建立在已完成索网结构找形的基础上, 即可行的预应力参数是已知的。索网结构的具体参数如表 2 所示。

表 2 索网结构参数

参数名称	参数值
索网直径/m	18
焦距/m	12.6
拉索直径/mm	1
密度/(g/cm ³)	1.44
弹性模量/GPa	131
泊松比	0.3

通过计算得到的索网结构的前 6 阶频率如表 3 所示。索网结构前 6 阶振型如图 7 所示。

表 3 索网结构前 6 阶频率和振型

阶数	频率/Hz	振型描述
1	8.27	关于 x 、 y 轴一阶对称扭转
2	10.54	关于 x 、 y 轴二阶对称扭转
3	10.81	关于 x 、 y 轴二阶反对称扭转
4	10.89	关于 x 、 y 轴一阶反对称扭转
5	10.97	关于 x 、 y 轴对称收缩
6	11.75	关于 x 、 y 轴反对称收缩

模态分析结果表明, 索网结构第 1 阶固有频率达到 8.27 Hz, 具有较好的刚度。此外, 2 到 6 阶固有频率分布较为密集, 且第 2 阶、第 3 阶和第 5 阶、

图7 前六阶振型

第6阶存在对称振型,这是由于索网结构构型具有强对称性引起的。

4 振动频率敏感度分析

索网结构由不同种类的拉索构成,拉索的各项结构参数会对索网结构的固有频率和振型产生影响。为了探索各参数对固有频率的影响规律,本节分别从预应力、拉索直径和拉索的弹性模量三方面进行了索网结构的频率敏感度分析。

4.1 预应力对频率的影响

为分析预应力变化对索网结构频率的影响,保持索网结构的其他参数不变,拟定了5组初始预应力值。通过改变各索段预应力的倍数,研究预应力对索网结构频率的影响。通过计算得到其前六阶频率的变化规律,如图8所示,索网结构前六阶频率均随着预应力的增加而增加,其中一阶频率从8.27 Hz增加到11.03 Hz,增幅为33.4%。高阶频率的增

图8 预应力对频率的影响

幅更为明显,这是由于预应力的增加直接带来了式(25)中的几何刚度矩阵 K_G 的增加,从而使索网结构的固有频率得到大幅增加。该结果表明,预应力对索网结构刚度的影响较大,类似的结论在含有大量拉索的张拉整体结构中也得到了证实^[18]。

4.2 拉索直径对频率的影响

为了分析拉索直径对索网结构频率的影响,本节首先对索网结构整体的拉索直径对频率的影响进行了分析。通过调整索网中拉索的直径由1~5 mm,计算获得对应的结构基频如图9所示。随着拉索直径的增加,索网结构的刚度逐渐降低,且在1~3 mm下降速率较高,3~5 mm下降速度放缓。此外,其前三阶频率分别降至1.66 Hz、2.18 Hz和2.35 Hz,降幅较为明显,在80%左右。这是由于截面积的增加带来了质量矩阵的增加,从而导致了索网结构刚度的降低。

图9 拉索直径对频率的影响

在此基础上,分别单独从抛物面索网、调节索网、及支撑索网三个方面展开分析,相应的索网结构的频率变化曲线图分别如图10a、图10b和图10c所示。其中,前索网和支撑索网的降幅较为明显,分别为75%和65%左右,调节索影响较小,降幅为33%左右。

(a) 前索网

图10 各类索网直径对频率的影响

因此,在实际的工程应用中,为了保证索网结构的刚度,不宜选取直径较大的拉索作为索网结构的组成单元。

4.3 弹性模量对频率的影响

材料也是结构性能的重要影响因素,而弹性模量是反映材料性能的重要参数,因此本节分析了拉索弹性模量对结构基频的影响。在将弹性模量逐渐增加至5倍的过程中,对应的结构基频变化如图11所示。结果表明,随着弹性模量的增加,索网结构的前三阶频率随之增加,但变化较小,其中增幅最大的为第三阶频率,为3.9%。后三阶频率则有小幅增加,其中第六阶增幅最大,为19%。

图11 弹性模量对频率的影响

4.4 影响因素敏感度分析

为了便于分析索网结构中结构参数对各阶固有频率的影响,本节进行了影响因素敏感度分析。

通过因变量的相对变化与自变量的相对变化之比,定义了索网结构各阶固有频率 f_i 对结构参数 x_j 的敏感度

$$\eta(f_i/x_j) = \lim_{\Delta x_j \rightarrow 0} \frac{\Delta f_i / f_i}{\Delta x_j / x_j} \quad f_i \neq 0 \quad x_j \neq 0 \quad (30)$$

式中, f_i 为索网结构的第 i 阶频率, x_j 为索网结构的某一结构参数, Δx_j 为结构参数的变化量, Δf_i 为结构参数变化引起的频率变化。

通过式(30)计算得出了各参数变化对索网结构前六阶频率的敏感度,如图12所示。图中的正值表示频率随着参数的增加而增加,负值表示频率随着参数的增加而减小。从图中可以看出,频率对预应力和拉索直径敏感度较高,对弹性模量敏感度则较低。其中预应力对第四阶对称振型正敏感度最高,拉索直径对第一阶振型负敏感度最高。

图12 索网结构频率对各参数的敏感度

通过以上的分析可知,提高拉索预应力水平和弹性模量,减小拉索直径是提高索网结构刚度的有效方法。

5 结论

(1) 通过节点坐标矩阵和构件连接矩阵,建立了索网结构的构件矢量矩阵,确定了索网结构数学模型与结构参数之间的函数关系。

(2) 基于非线性有限元法,建立了索网结构的动力学模型;通过特征值分解,对索网结构进行了模态分析,得到了索网结构的固有频率及振型。该方法可应用于任意预应力索网结构及索-杆结构的动力学建模及求解。

(3) 进行了结构参数敏感度分析,结果表明,索网结构的刚度随着预应力和弹性模量的增加而增加,随着索网拉索直径的增加而减小,其中预应力

对索网结构刚度的提高较为明显。该结果对于索网结构刚度的提高具有较高的应用价值。

参 考 文 献

- [1] MEGURO A, SHINTATE K, USUI M, et al. In-orbit deployment characteristics of large deployable antenna reflector onboard Engineering Test Satellite VIII[J]. *Acta Astronautica*, 2009, 65(9): 1306-1316.
- [2] NAKAMURA K, NAKAMURA N, OZAWA S, et al. Concept design of 15m class light weight deployable antenna reflector for l-band SAR application[C]// *Aiaa Spacecraft Structures Conference*, 2015: 3-12.
- [3] SEMLER D, TULINTSEFF A, SORRELL R, et al. Design, integration, and deployment of the TerreStar 18-meter reflector[C]// *Aiaa International Communications Satellite Systems Conference*, 2013: 1-13.
- [4] TIBERT A G, PELLERGRINO S. Deployable tensegrity reflectors for small satellites[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2002, 39(5): 701-709.
- [5] ZOLESI V S, GANGA P L, SCOLAMIERO L, et al. On an innovative deployment concept for large space structures[C]// *International Conference on Environmental Systems*, 2012: 1-14.
- [6] YANG D, LIU J, ZHANG Y, et al. Optimal surface profile design of deployable mesh reflectors via a force density strategy[J]. *Acta Astronautica*, 2017(130): 137-146.
- [7] BARNES M R. Form finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation[J]. *International Journal of Space Structures*, 1999, 14(2): 89-104.
- [8] PELLEGRINO S, TIBERT A G. Review of form-finding methods for tensegrity structures[J]. *International Journal of Space Structures*, 2011, 18(4): 209-223.
- [9] KOOHESTANI K, GUEST S D. A new approach to the analytical and numerical form-finding of tensegrity structures[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50(19): 2995-3007.
- [10] MOTEROLLE S, MAURIN B, QUIRANT J, et al. Numerical form-finding of geotensoid tension truss for mesh reflector[J]. *Acta Astronautica*, 2012, 76(4): 154-163.
- [11] CAI J, WANG X, DENG X, et al. Form-finding method for multi-mode tensegrity structures using extended force density method by grouping elements[J]. *Composite Structures*, 2018(187): 1-9.
- [12] 杨东武, 保宏. 非对称索网抛物面天线力平衡特性及预拉力设计[J]. *机械工程学报*, 2009, 45(8): 308-312.
- [13] LIU R, GUO H, LIU R, et al. Shape accuracy optimization for cable-rib tension deployable antenna structure with tensioned cables[J]. *Acta Astronautica*, 2017(140): 66-77.
- [14] LOPATIN A V, MOROZOV E V. Modal analysis of the thin-walled composite spoke of an umbrella-type deployable space antenna[J]. *Composite Structures*, 2009, 88(1): 46-55.
- [15] 刘荣强, 田大可, 邓宗全, 等. 多模块构架式空间可展开天线背架的模式分析[J]. *北京理工大学学报*, 2011, 31(6): 685-690.
- [16] LIU Rongqiang, TIAN Dake, DENG Zongquan, et al. Modal analysis of truss structure for deployable truss antenna with multi-module[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2011, 31(6): 685-690.
- [17] MORTEROLLE S, MAURIN B, DUBE J F, et al. Modal behavior of a new large reflector conceptual design[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015(42): 74-79.
- [18] THOMSON M W. The AstroMesh deployable reflector[C]// *Antennas and Propagation Society International Symposium. IEEE*, 2002: 1516-1519.
- [19] ALI N B H, SMITH I F C. Dynamic behavior and vibration control of a tensegrity structure[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2010, 47(9): 1285-1296.
- [20] BATHE K J. The subspace iteration method – Revisited[J]. *Computers and Structures*, 2013, 126(1): 177-183.

作者简介: 刘瑞伟, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为空间可折叠天线力学特性。

E-mail: liuruiwei8124@163.com

郭宏伟(通信作者), 男, 1980 年出生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为空间折展机构与控制, 可变构型结构与机构。

E-mail: guohw@hit.edu.cn

刘荣强, 男, 1965 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为空间大型可展开机构与控制。

E-mail: liurq@hit.edu.cn

唐德威, 男, 1966 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人技术, 特种机器人。

E-mail: dwtang@hit.edu.cn

王洪祥, 男, 1967 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为超精密加工及检测技术。

E-mail: whx@hit.edu.cn

邓宗全, 男, 1956 年出生, 中国工程院院士, 博士研究生导师。主要研究方向为宇航空间机构及控制, 特种机器人。

E-mail: dengzq@hit.edu.cn