DOI: 10.3901/JME.2019.10.010

空气耦合超声换能器的频域声场研究*

李骥^{1,2} 李力¹ 邓勇刚³ PIWAKOWSKI Bogdan² 陈法法¹

- (1. 水电机械设备设计与维护湖北省重点实验室(三峡大学) 宜昌 443002;
2. 里尔中央理工电子、微电子与纳米技术研究所(法国国家科学研究中心) 里尔 59651 法国;
3. 中国石油川庆钻探工程有限公司安全环保质量监督检测研究院 广汉 618300)

摘要: 考虑介质的衰减及其引起的频散对频域声场的影响, 提出幂函数衰减介质中圆形换能器声场的解析公式。基于该公式研究空气耦合超声换能器的轴向声压与径向声压分布特征。结果表明: 空气中的衰减是引起声场变化的主要因素; 相对于零衰减介质, 空气中的声压幅度随着传播距离的增加而明显降低, 近场长度明显减小, 近场内轴向声压的零点、极大值点无偏移, 径向声压分布和声束扩散角无变化。研究结果对于空气耦合换能器的设计、空气耦合声场的测量、校准具有重要参考价值, 并可以作为 ASTM E1065/E1065-14 和 IEC 62127 标准的补充。

关键词: 空气耦合超声; 幂函数衰减; 频域声场; 轴向声压; 径向声压

中图分类号: TB533

Study on Acoustic Field of Air-coupled Ultrasonic Transducer in Frequency Domain

LI Ji^{1,2} LI Li¹ DENG Yonggang³ PIWAKOWSKI Bogdan² CHEN Fafa¹

- (1. Hubei Key Laboratory of Hydroelectric Machinery Design & Maintenance,
China Three Gorges University, Yichang 443002;
2. Institute of Electronics, Microelectronics & Nanotechnologies, Centrale Lille, Lille 59651, France;
3. CCDC Safety Environment and Quality Surveillance and Inspection Research Institute, Guanghan 618300)

Abstract: The influence of medium attenuation and the associated dispersion is considered of acoustic field in frequency domain. An analytical solution for the acoustic field radiated from circular ultrasonic transducer into lossy medium with power law attenuation is proposed. Based on the solution, a research on the axial-and radial-acoustic pressure distribution of air-coupled transducer is performed and it shows that: attenuation is the main factor causing acoustic field distortion in air; compared with non-attenuation case, in air, the amplitude of acoustic pressure drops down evidently as a function of propagation distance, the near-field length decreases, the zero-and maxima- points in near-field stay the same, the shape of directivity pattern and beam spread angle have no difference. The result is a good reference for the design of air-coupled transducer and the corresponding acoustic field measurement and calibration; as well it could be a compliment of transducer characterization standard ASTM E1065/E1065-14 and IEC 62127.

Key words: air-coupled ultrasonic; power law attenuation; acoustic field in frequency domain; axial acoustic pressure; radial acoustic pressure

0 前言

随着显微机械加工技术和材料技术的进步, 高效率、高灵敏度空气耦合超声换能器的发展取得了

较大的突破, 这也大大促进了空气耦合超声检测技术的发展。由于采用了空气替代传统的液体(如水、油等)耦合介质, 使得检测操作更加简单、快捷, 该技术在食品、纺织品、药品检测, 在复合材料、混凝土、木材等材料特性评价中得到广泛应用。文献[1-4]是对空气耦合超声检测技术及其应用进行全面的总结。

空气耦合超声检测的基本原理是采用空气耦合

* 法国国家科学研究中心(SENSO、ENDE)、国家留学基金委(CSC)和国家自然科学基金(51875314)资助项目。20180516 收到初稿, 20190102 收到修改稿

换能器向空气中发射超声波, 该波在被检测材料中传播并再次被空气耦合换能器检测到以用于材料评估。空气耦合换能器是整个检测系统的核心部件, 由于目前国内外尚无专门针对空气耦合换能器的相关标准, Ultragroup、MicroAcoustic 等空气耦合换能器生产厂商主要参照 ASTM E1065/E1065-14^[5]和 IEC 62127^[6]规范指导换能器的设计和校准。

在换能器设计的过程中, 一般需要根据换能器的几何形状(如线形、圆形、方形等)、尺寸对近场、远场、声束扩散角等声场特征参数进行调控。上述参数直接决定了换能器的工作性能, 例如近场距离代表了换能器的自然焦距, 且近场距离与声束扩散角共同决定了换能器声场的能量分布, 进而影响换能器在材料缺陷探测中的灵敏度。对于目前应用最广泛的圆形换能器, 在不考虑衰减的情况下(即在零衰减介质中), 换能器几何参数的选取可以依据经典的频域声场公式^[7]。该经典公式得到大量的试验验证, 因而被 ASTM 和 IEC 标准采纳, 并在水耦合换能器的设计中发挥了重要作用。但是, 文献[8-14]开展了空气耦合换能器的声场测量试验, 将测量值与上述经典公式预测值对比发现: 由于经典公式忽略了空气中的衰减, 其预测的频域声场特征与试验存在较大误差。

针对上述问题, 本文首先对上述经典公式进行发展, 将介质的衰减及其伴随的频散引入换能器声场的瑞利积分, 并进行求解得到幂函数衰减 $\alpha(\omega) = \alpha_0 \omega^\eta$ 介质中圆形换能器频域声场的解析公式。然后, 基于该公式具体研究了空气(二次方衰减 $\alpha(\omega) = \alpha_0 \omega^2$ 介质)耦合换能器的轴向和径向声场, 并进一步讨论了空气中的衰减对近场、远场、声束扩散角的影响。

1 理论

如图 1 所示 xyz 坐标系中半径为 a 的圆形换能器位于无限延伸的刚性平板中间。换能器表面 S 均匀垂直振动, 其法向速度为 $U_0 \exp(j\omega t)$ 。空间任意

图 1 圆形换能器辐射声场示意图

一点 M 的声压 P 可以采用瑞利积分表达

$$P(M, t) = j\rho_0 c \frac{U_0}{\lambda} \int_S \frac{1}{r'} \exp[j(\omega t - kr')] dS \quad (1)$$

式中, r' 分别为点 M 与单元 dS 之间的距离; ρ_0 为介质的质量密度, c 为波速, $\lambda = 2\pi c/\omega$ 为波长, $k = \omega/c$ 为波数。

工程实际中, 声波在大多数材料中传播时存在衰减, 且可以用幂函数表达为 $\alpha(\omega) = \alpha_0 \omega^\eta$, 式中 ω 为角频率, α_0 和 η 为非负常数。对绝大部分材料而言, 幂指数 η 在 0 到 2 之间。例如, 水下声学中, 沉积物的衰减一般表现为 $\eta = 1$; 在医学超声中, 人体组织的衰减表现为 $1 < \eta < 1.7$; 液体, 如油的幂指数通过测量得到 $1 < \eta < 2$ ^[15]。水和空气中 $\eta = 2$, 也即二次方衰减 $\alpha(\omega) = \alpha_0 \omega^2$ 。在常温常压下(25 °C, 101 kPa)水中的衰减常数 $\alpha_0 = 19.02 \times 10^{-4} [\text{dB}/(\text{cm} \cdot \text{MHz}^2)]$ ^[16]。IEC 62127 标准认为水中的衰减可以忽略, 同时也指出这将引入换能器校准中的不确定性。空气中衰减常数为 $\alpha_0 = 15.9 \times 10^{-1} [\text{dB}/(\text{cm} \cdot \text{MHz}^2)]$ ^[17], 约是水的 1 000 倍, 因而在空气耦合声场的计算中应当将衰减因素考虑在内。

一般情况下, 衰减可能从两方面引起声场的变化: ① 衰减会导致声波能量的耗散进而引起波动幅度的降低; ② 声波在自由空间(无边界或假设为无边界)中传播时, 衰减会引起频散(波速随频率变化), 且此时频散只能由衰减引起, 即衰减是频散的充分必要条件^[18]。大量的理论和试验研究证明了衰减与相应的频散 $c_a(\omega)$ 由 Kramers-Kronig 关系决定^[18-21]

$$c_a(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{c(\omega_0)} - \frac{2}{\pi} \alpha_0 \ln \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right| & \eta = 1 \\ \frac{1}{\frac{1}{c(\omega_0)} - \frac{2}{\pi} \alpha_0 \tan\left(\frac{\pi}{2} \eta\right) (\omega^{\eta-1} - \omega_0^{\eta-1})} & 0 \leq \eta \leq 2, \eta \neq 1 \end{cases} \quad (2)$$

式中, 必须满足 $\omega_0 \gg \omega$, 使得 $c(\omega_0) = c(\omega \rightarrow \infty)$ 成立。为了将衰减和频散两个因素同时考虑在波传播的过程中, 这里引入复波数

$$K = k_a(\omega) - j\alpha(\omega) \quad (3)$$

式中, $k_a(\omega) = \omega/c_a(\omega)$ 。

将复波数 K 代入式(1)替换 k 可得到

$$P(M, \alpha, t) = j\rho_0 c \frac{U_0}{\lambda} \int_S \frac{1}{r'} \exp[j(\omega t - Kr')] dS \quad (4)$$

将式(3)代入式(4)可进一步得到

$$P(\mathbf{M}, \alpha, t) = j\rho_0 c \frac{U_0}{\lambda}$$

$$\int_S \left\{ \frac{1}{r'} \exp[-\alpha(\omega)r'] \right\} \exp\{j[\omega t - k_\alpha(\omega)r']\} dS \quad (5)$$

式中, $\exp[-\alpha(\omega)r']/r'$ 表征了波在传播过程中的衰减引起的波动幅度降低, $\exp\{j[\omega t - k_\alpha(\omega)r']\}$ 表征频散引起的相位变化。式(4)、(5)即为圆形换能器向衰减介质中辐射声场的瑞利积分。一般情况下, 上述积分需要采用数值方法估计, 但其沿轴、径向方向的声场(轴、径向声压分布)的求解相对容易。

1.1 轴向声压分布

当图1所示的观测点位于圆形换能器中心轴上时, $\mathbf{M}(x, y, z) = \mathbf{M}(r)$, 则有 $r' = \sqrt{r^2 + \sigma^2}$ 。将 r' 代式(5)并通过凑积分法可以求得

$$P(r, \alpha, t) = \rho_0 c(\omega) U_0 k_\alpha(\omega) \times \left\{ \frac{\exp[\alpha(\sqrt{r^2 + a^2} - r)] - \exp[-jk_\alpha(\omega)(\sqrt{r^2 + a^2} - r)]}{k_\alpha(\omega) - j\alpha(\omega)} \right\} \times \exp(-\sqrt{r^2 + a^2}) \exp\{j[\omega t - k_\alpha(\omega)r]\} \quad (6)$$

对式(6)取模可以得到衰减介质中圆形换能器的轴向声压分布

$$P(r, \alpha) = \frac{\rho_0 U_0 \omega}{\sqrt{k_\alpha^2(\omega) + \alpha^2(\omega)}} \exp[-\alpha(\omega)(\delta + r)] \times \sqrt{\exp[2\alpha(\omega)\delta] - 2\exp[\alpha(\omega)\delta] \cos[k_\alpha(\omega)\delta] + 1} \quad (7)$$

式中, $\delta = \sqrt{r^2 + a^2} - r$ 。

当介质中的衰减为零时, 即 $\alpha(\omega) = 0$, 可得 $k_\alpha(\omega) = k$, $c_\alpha(\omega) = c$ 为常数, 则式(7)简化为著名的零衰减介质中轴向声压公式^[7, 22]。

$$P(r, \alpha = 0) = \rho_0 c U_0 \sqrt{2[1 - \cos(k\delta)]} = 2\rho_0 c U_0 \left| \sin \left\{ \frac{1}{2} k r \left[\sqrt{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2} - 1 \right] \right\} \right| \quad (8)$$

1.2 径向声压分布

距离换能器较近处的声场结构非常复杂, 而当观测点距离换能器足够远时, 即位于远场时声束呈现较好的一致性。因而, 通常采用远场的径向声压分布来表征换能器的声束扩散特征。为了便于式(4)的求解, 建立了其相应的求解几何示意图, 如图2所示。由式(4)和图2可知, 任意观测点 $\mathbf{M}(x, y, z)$ 处的声压为

$$P(\mathbf{M}, \alpha, t) =$$

$$j\rho_0 c_\alpha(\omega) \frac{U_0}{\lambda} \int_S \frac{1}{r'} \exp[j(\omega t - Kr')] dS =$$

$$j\rho_0 c_\alpha(\omega) \frac{U_0}{\lambda} \int_{x=-a}^a \int_{y=-L/2}^{L/2} \frac{1}{r'} \exp[j(\omega t - Kr')] dy dx \quad (9)$$

图2 径向声压求解几何示意图

当 $r \gg a$ 使得 $r' = r'' - y \sin \phi$ 成立时, 式(9)变为

$$P(\mathbf{M}, \alpha, t) = j\rho_0 c_\alpha(\omega) \frac{U_0}{\lambda} \times$$

$$\int_{-a}^a \frac{1}{r''} \exp[j(\omega t - Kr'')] \left[\int_{-L/2}^{L/2} \exp(jKy \sin \phi) dy \right] dx \quad (10)$$

式(10)方括号内的积分可以求得为

$$H(\phi) = \int_{-L/2}^{L/2} \exp(jKy \sin \phi) dy = L \frac{\sin\left(\frac{1}{2} KL \sin \phi\right)}{\frac{1}{2} KL \sin \phi} \quad (11)$$

式(11)为线声源在远场的径向声压分布。

令观测点 $\mathbf{M}$ 处于 xoz 平面内, 也即 $\phi = 0$, 则有 $H(\phi = 0) = L$, 因而式(11)可以简化为

$$P(\mathbf{M}, \alpha, t) =$$

$$j\rho_0 c_\alpha(\omega) \frac{U_0}{\lambda} L \int_{x=-a}^a \frac{1}{r''} \exp[j(\omega t - Kr'')] dx \quad (12)$$

由于 $r \gg a$, 对于 xOz 平面内的点 $\mathbf{M}(r, \theta)$, r'' 可以近似表达为

$$r'' = r - a \sin \theta \cos \phi \quad (13)$$

又因为 $L = 2a \sin \phi$, 联合式(13), 则式(12)变为

$$P(r, \theta, \alpha, t) = j\rho_0 c_\alpha(\omega) \frac{U_0 a}{\pi r''} k_\alpha(\omega) \times$$

$$\int_{-a}^a \exp\{j[\omega t - K(r - a \sin \theta \cos \phi)]\} \sin \phi dx \quad (14)$$

式(14)分母中 $r'' \rightarrow r$, 且 $x = a \cos \phi$, 则式(14)变为

$$P(r, \theta, \alpha, t) = j\rho_0 c_\alpha(\omega) \frac{U_0 a^2}{\pi r} k_\alpha(\omega) \times$$

$$\exp[j(\omega t - Kr)] \int_0^\pi \exp(jKa \sin \theta \cos \phi) \sin^2 \phi d\phi \quad (15)$$

式(15)中的积分即为 Bessel 函数^[23], 可以简化写为

$$P(r, \theta, \alpha, t) = \frac{j}{2} \rho_0 c_\alpha(\omega) U_0 \frac{a^2}{r} k_\alpha(\omega) \times \left[\frac{2J_1(Ka \sin \theta)}{Ka \sin \theta} \right] \exp[j(\omega t - Kr)] \quad (16)$$

式中, $J_n, n=0, 1, 2, \dots$ 为 n 阶 Bessel 函数, 将复波数 $K = k_\alpha(\omega) - j\alpha(\omega)$ 代入式(16)可得

$$P(r, \theta, \alpha, t) = \frac{j}{2} \rho_0 c_\alpha(\omega) U_0 \frac{a^2}{r} k_\alpha(\omega) \exp[-\alpha(\omega)r] \times \left\{ \frac{2J_1[k_\alpha(\omega)a \sin \theta - j\alpha(\omega)a \sin \theta]}{k_\alpha(\omega)a \sin \theta - j\alpha(\omega)a \sin \theta} \right\} \times \exp\{j[\omega t - k_\alpha(\omega)r]\} \quad (17)$$

令 $\kappa = k_\alpha(\omega)a \sin \theta, \chi = \alpha(\omega)a \sin \theta$, 则式(17)可以写为

$$P(r, \theta, \alpha, t) = \frac{j}{2} \rho_0 c_\alpha(\omega) U_0 \frac{a^2}{r} k_\alpha(\omega) \exp[-\alpha(\omega)r] \times \left[\frac{2J_1(\kappa - j\chi)}{\kappa - j\chi} \right] \exp\{j[\omega t - k_\alpha(\omega)r]\} \quad (18)$$

式(18)中出现了变量为复数的 Bessel 函数, 当 $\chi \ll 1$ 时, 有^[24]

$$J_1(\kappa - j\chi) \approx J_1(\kappa) - j\chi [J_0(\kappa) - J_2(\kappa)] \quad (19)$$

当 χ 较大时可用 Toit^[25]提供的程序进行精确计算。

当材料的衰减系数和换能器尺寸相对较小时, χ 可近似满足式(19)要求的条件, 故可以将式(19)代入式(18)并取模即可得到圆形换能器远场处的径向声压分布

$$P(r, \theta, \alpha) = \frac{1}{2} \rho_0 U_0 \frac{a^2}{r} \omega \times \sqrt{\frac{4J_1^2(\kappa) + [J_0(\kappa) - J_2(\kappa)]^2 \chi^2}{\kappa^2 + \chi^2}} \exp[-\alpha(\omega)r] \quad (20)$$

当 $\alpha = 0$ 时, $\kappa = ka \sin \theta, \chi = 0$, 由式(20)可得到著名的零衰减介质中径向声压分布^[7, 22]

$$P(r, \theta, \alpha) = \frac{1}{2} \rho_0 U_0 \frac{a^2}{r} \omega \left| \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right| \quad (21)$$

与零衰减介质中的声场式(8)和式(21)对比可知, 在衰减介质中, 声场公式(7)和式(20)中增加了衰减参数 $\alpha(\omega)$ 和频散参数 $k_\alpha(\omega)$, 二者共同调控换能器的轴、径向声压分布。值得注意的是, 在二次

方衰减情况下, 将幂指数 $\eta=2$ 代入式(2)可得 $c_\alpha(\omega) = c(\omega_0)$, 也即二次方衰减介质(如水、酒精和空气等)中由衰减引起的频散为零。由式(7)和式(20)可知, 此时衰减引起的能量损失是声场变化的主因。

2 空气耦合换能器声场

Ultragroup 提供中心频率 30~5 MHz, 半径覆盖 3.2~100 mm 的空气耦合换能器。这里以混凝土检测中常用的中心频率 350 kHz^[26]、半径 $a=25$ mm 圆形空气耦合换能器为例研究其声场特征, 包括近场、远场和声束扩散角, 如图 3 所示。常温常压下, 空气中的衰减为 $\alpha(f) = 15.9 \times 10^{-1} f^2$ dB/cm, 频率 f 的单位为 MHz, 声速 c_{air} 为 340 m/s。

图3 换能器声场特征示意图

2.1 轴向声场特性

根据式(7)求得在零衰减介质($\alpha(f)=0$)和空气($\alpha(f=0.35 \text{ MHz})=0.019 \text{ dB/cm}$)中的归一化轴向声压分布如图 4 所示。

(1) 当不考虑衰减时, 轴向声压在接近换能器的区域内反复几次达到极大值点和零点, 这个区域即为通常定义的近场。当通过最后一个极大值点后, 声压保持单调递减, 这个区域即为通常定义的远场。近场长度 N 代表了换能器的自然焦距, 可以通过式(8)求解得到^[7]

$$N = \frac{a^2}{\lambda} \quad (22)$$

式中, $\lambda = c_{\text{air}}/f$ 为空气中波长。

图4 轴向声压分布

(2) 当考虑空气中的衰减时, 近场内的声压反复波动, 且波动幅度会随着距离 r 增大而明显降低; 声压极大值点和零点的位置与零衰减的情况一致。但是, 近场长度明显减小, 也即 $N_{\text{air}} < N$ 。

根据式(7)无法直接求得空气中近场距离 N_{air} 的解析表达式, 因此, 这里基于式(7)模拟 20 kHz~1 MHz 频率范围内的轴向声压如图 5 所示。由图 5a 可知空气的二次方衰减使得高频成分能量损失十分严重, 直接导致了近场长度呈 J 形分布。图 5b 为零衰减情况的轴向声压, 其近场长度 N 满足式(22), 呈线性分布。对比图 5a、5b 可知。

(1) 在空气耦合换能器的设计过程中, 如果按照现行的 ASTM 和 IEC 标准, 即采用式(22), 定义空气中的近场长度, 会存在较大的系统误差, 例如, 当频率 $f = 1$ MHz 时, 误差可达 85%。

(2) 换能器电-声响应函数等参数的测定一般需要在远场 $z \geq N$ 区域内进行。但是, 因为空气中的远场范围更大, 测量距离 z 可以适当减小以获得更高的信噪比。

图 5 频带 20 kHz~1 MHz 范围内轴向声压分布

2.2 远场的径向声场特性

根据式(20)求得在零衰减介质($\alpha(f) = 0$)和空

气($\alpha(f = 0.35 \text{ MHz}) = 0.019 \text{ dB/cm}$)中的径向声压分布如图 6 所示。

(1) 图 6a 显示空气中的衰减极大地降低了声压幅度; 但是, 径向声压的主瓣、旁瓣及零点位置与零衰减介质中完全相同。

(2) 归一化径向声压图 6b 显示零衰减介质和空气中的轴向声压分布完全重合, 因而, 依据远场径向声压所定义的声束扩散角(声束能量下降-6 dB 或 50%时的径向角度)保持不变^[7]。

$$\beta_{\text{air}} = \beta = \arcsin\left(\frac{1.02c}{fa}\right) \quad (23)$$

图 6 远场的径向声压分布

3 结论

本文将复波数引入频域声场计算, 充分考虑了介质中的衰减及其伴随的频散, 提出了幂函数衰减介质中圆形换能器频域声场的解析公式。该公式具有一定的广泛性, 可作为 ASTM 和 IEC 换能器校准标准的补充。基于该公式研究空气耦合换能器的声场表明: 介质中的二次方衰减不会引起声波的频散,

因而,在空气耦合状态下衰减引起的能量损失是导致声场特征改变的主要因素。相对于零衰减介质,在空气中:①衰减会引起声压幅度随着传播距离的增加而明显降低,近场长度会减小;②近场内声压保持反复振荡特性,且零点和极大值点保持不变;径向声压的分布无变化,换能器声束扩散角不变。该研究结果对于空气耦合换能器的设计、校准和优化具有重要参考价值。

参 考 文 献

- [1] CHIMENTI D E. Review of air-coupled ultrasonic materials characterization[J]. *Ultrasonics*, 2014, 54(7): 1804-1816.
- [2] REMILLIEUX M C, ANDERSON B E, ULRICH T J, et al. Review of air-coupled transduction for nondestructive testing and evaluation[J]. *Acoustics Today*, 2014, 10(3): 36-45.
- [3] 周正干, 魏东. 空气耦合超声无损检测技术的发展[J]. *机械工程学报*, 2008, 44(6): 10-14.
ZHOU Zhenggan, WEI Dong. Progress of air-coupled ultrasonic non-destructive testing technology[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(6): 10-14.
- [4] 周正干, 孙广开. 先进超声检测技术的研究应用进展[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(22): 1-10.
ZHOU Zhenggan, SUN Guangkai. New progress of the study and application of advanced ultrasonic testing technology[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(22): 1-10.
- [5] American Society for Testing and Materials International, Standard Practice for Evaluating Characteristics of Ultrasonic Search Units. ASTM E1065/E1065M-14 [S]. West Conshohocken: ASTM International, 2014.
- [6] International Electrotechnical Commission. Ultrasonics-hydrophones Part 1: Measurement and characterization of medical ultrasonic fields up to 40 MHz. IEC 62127-1 [S]. Geneva: IEC, 2013.
- [7] KRAUTKRAMER J, KRAUTKRAMER H. Ultrasonic testing of materials[M]. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1990.
- [8] 孔涛, 徐春广, 张运涛, 等. 空气耦合超声换能器声场计算与测量研究[J]. *机械工程学报*, 2011, 47(22): 19-24.
KONG Tao, XU Chunguang, ZHANG Yuntao, et al. Investigation of acoustic field calculation and measurement method for air-coupled ultrasonic transducer[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(22): 19-24.
- [9] GACHAGAN A, HAYWARD G, KELLY S P, et al. Characterization of air-coupled transducers[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1996, 43(4): 678-688.
- [10] BASHFORD A G, SCHINDEL D W, HUTCHINS D A, et al. Field characterization of an air-coupled micromachined ultrasonic capacitance transducer[J]. *Journal of Acoustic Society of America*, 1997, 101(1): 315-322.
- [11] NEILD A, HUTCHINS D A, ROBERTSON T J, et al. The radiated fields of focusing air-coupled ultrasonic phased arrays[J]. *Ultrasonics*, 2005, 43(3): 183-195.
- [12] NEILD A, HUTCHINS D A. A theoretical model for a finite-size acoustic receiver[J]. *Journal of Acoustic Society of America*, 2003, 115(4): 1546-1556.
- [13] HUTCHINS D A, MCLINTOSH J S, NEILD A, et al. Radiated fields of capacitive micromachined ultrasonic transducers in air[J]. *Journal of Acoustic Society of America*, 2003, 114(3): 1435-1449.
- [14] LI J, PIWAKOWSKI B. A time-domain model and experimental validation of the acoustic field radiated by air-coupled transducers[J]. *Ultrasonics*, 2018, 82(1): 114-129.
- [15] SZABO T L. Time domain wave equations for lossy media obeying a frequency power law[J]. *Journal of Acoustic Society of America*, 1994, 96(1): 491-500.
- [16] PINKERTON J M M. The absorption of ultrasonic waves in liquids and its relation to molecular constitution[J]. *Proceeding of the Physical Society*, 1949, 62(2): 129-141.
- [17] BASS H E, SUTHERLAND L C, ZUCKERWAR A J. Atmospheric absorption of sound: Update[J]. *Journal of Acoustic Society of America*, 1990, 88(4): 2019-2021.
- [18] LEE C C, LAHHAM M, MARTIN B G. Experimental verification of the Kramers-Kronig relationship for acoustic waves[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1990, 37(4): 286-294.
- [19] WATERS K R, MOBLEY J, MILLER J G. Causality-imposed (Kramers-Kronig) relationships between attenuation and dispersion[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2005, 52(5): 822-833.
- [20] KELLY J F, MCGOUGH R J. Analytical time-domain Green's functions for power-law media[J]. *Journal of Acoustic Society of America*, 2008, 124(5): 2861-2872.
- [21] WATERS K R, HUGHES M S, MOBLEY J, et al. Differential forms of the Kramers-Kronig dispersion relations[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2003, 50(1): 68-76.
- [22] KINSLER L E, FREY A R, COPPENS A B, et al.

- Fundamentals of acoustics[M]. London: John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [23] WATSON G N, S. S D F R. A treatise on the theory of bessel functions[M]. London: Cambridge University Press, 1992.
- [24] YOUSIF H A, MELKA R. Bessel function of the first kind with complex argument[J]. Computer Physics Communications, 1997, 106(3): 199-206.
- [25] TOIT C F D. Bessel functions $J_n(z)$ and $Y_n(z)$ of integer order and complex argument[J]. Computer Physics Communications, 1993, 78(1-2): 181-189.
- [26] ABRAHAM O, PIWAKOWSKI B, VILLAIN G, et al. Non-contact, automated surface wave measurements for the mechanical characterization of concrete[J]. Construction and Building Materials, 2012, 34: 904-915.
-
- 作者简介:** 李骥, 男, 1988 年出生, 博士。主要研究方向为空气耦合超声检测。
E-mail: lij2615@outlook.com
- 李力(通信作者), 女, 1964 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为信号处理、故障诊断、超声无损检测等。
E-mail: li7466@ctgu.edu.cn