DOI: 10.3901/JME.2015.05.090

计及弹塑性及硬度随表面深度变化的结合部单次加载模型*

田红亮 钟先友 赵春华 赵新泽 方子帆

刘芙蓉 朱大林 林卫共 晏红

(三峡大学机械与动力学院 宜昌 443002)

摘要: 基于分形几何学理论和传统统计接触力学理论的无缝连接, 考虑微凸体由弹性变形向弹塑性变形以致最终向塑性流动转化的过程, 架构结合部单次加载模型。在此基础上, 应用带一个随机相位的 Weierstrass-Mandelbrot 函数构建粗糙表面的微观几何学形貌。数值仿真曲线图显示, 法向总接触载荷随着实际接触面积的增加而微凸弧式增加, 在相同实际接触面积下, 法向总接触载荷随着分形粗糙度的加大而变大; 实际弹塑性接触面积占实际接触面积的百分率随着实际接触面积的增加而凹弧式减小; 法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的比例随着实际接触面积的增加而凹弧式减小, 随着分形粗糙度的减小而变小; 法向总接触载荷随着分形维数的加大经历首先增加然后减小, 随后再增加最后再减小的 2 次循环过程; 随着分形维数的增加, 法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的百分比先减小后增加; 实际弹塑性接触面积占实际接触面积的比值随着分形维数的变大先减小后增加; 忽略弹塑性变形的 CEB 模型会导致预测的法向接触力大于弹塑性模型, CEB 模型法向接触力与弹塑性模型的相对误差为 4.798%~56.58%。结合部单次加载模型可为粗糙表面弹塑性接触的精确求解提供一定的理论基础。

关键词: 结合部; 弹塑性变形; 弹塑性接触载荷; 随机相位; 最小点接触面积; 极限平均压强; 圆频率

中图分类号: O344; TH117

One Loading Model of Joint Interface Considering Elastoplastic and Variation of Hardness with Surface Depth

TIAN Hongliang ZHONG Xianyou ZHAO Chunhua ZHAO Xinze

FANG Zifan LIU Furong ZHU Dalin LIN Weigong YAN Hong

(College of Mechanical and Power Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002)

Abstract: One loading model of joint interface is described by means of the seamless connection of fractal geometry theory and traditional statistic contact mechanics theory, considering asperity transition process from elastic deformation, through elastoplastic deflection, to eventually plastic flow. The rough surface micro geometry topography is proposed adopting Weierstrass-Mandelbrot function with one stochastic phase. Numerical emulation curves display that normal total contact load micro protrusively increases with the increasing of real contact area and normal total contact force adds due to the increase of fractal roughness with the same real contact area; the percentage of real elastoplastic contact area to real contact area concavely decreases with increase in real contact area; the ratio of normal elastoplastic contact load to normal total contact load concavely diminishes as real contact area enhances and fractal roughness reduces; when fractal dimension ascends, normal total contact load undergoes two cyclic course that it first improves then shrinks later gains finally diminishes; the share of normal elastoplastic contact force to normal total contact force firstly lessens afterward aggrandizes with the increment of fractal dimension; the share of real elastoplastic contact area to real contact area above all decreases subsequently rises with the augment of fractal dimension; CEB model of overlooking elastoplastic deformation leads that its predicting normal contact force is larger than the elastoplastic model's, besides, the relative error between CEB model's normal contact force and the elastoplastic's one lies within the range 4.798%-56.58%. Single loading model of joint interface will lay a theoretical foundation for the accurate solving of harsh surface elastoplastic contact.

Key words: joint interface; elastoplastic deformation; elastoplastic contact load; stochastic phase; contact area of the smallest spots; limiting average pressure; circular frequency

* 国家自然科学基金(51275273)和三峡大学博士科研启动基金(KJ2012B013)资助项目。20140318 收到初稿, 20140901 收到修改稿

0 前言

为了满足各种功能、性能和加工要求以及运输上的方便, 机床及各类机械一般都不是一个连续的整体, 而是由各种零件按照一定的具体要求组合起来的。由零件、组件、部件之间相互连接的接触表面即为机械结合部, 简称结合部。结合部问题的本质是 2 个粗糙表面的接触问题, 结合部的接触均为相异粗糙程度的粗糙表面间的接触, 真实接触仅出现在摩擦面较高的微凸体上, 使得摩擦表面真实接触面积远小于名义接触面积而且不连续, 造成较小真实接触面积上承担较大的载荷, 接触微凸体将发生塑性变形^[1], 这就给摩擦表面接触性质的了解、应力分析和摩擦副承载水平的求解带来了困难。

高档数控机床是由主轴系统、床身系统、多维工作台及其驱动系统等组成的复杂机电系统。这些系统通过系列结合部组成一个整体, 处于随机动态切削力、高速进给机构的冲击力、旋转轴不平衡质量的离心力及热载荷的作用之下, 其整机刚度的 60%~80% 及阻尼的 90% 来自结合部的影响, 结合部的动力学特性是影响机床本身动力学特性的主要因素。因此, 在机床结构数字化设计阶段, 建立机床整机静、动力学模型和接下来分析、计算、预估及评价机床整机的静、动态特性皆必须充分考虑包含机床结构中的各种结合部的影响, 否则会引起很大的绝对误差或相对误差, 导致结果的不可信与不可行。而结合部物理参数的确定至今一直是一个难点, 从而造成结合部动力学特性的建模与精确计算是整机设计和性能预测的瓶颈。重点突破结合部建模在整机结构创新设计中的瓶颈约束, 丰富机械设计理论, 对工业装备设计制造具有普遍意义。目前, 表达及分析结合部接触行为的 2 种主导求解方法是统计分析和分形理论。

(1) 描述结合部的统计分析方法。1966 年 GREENWOOD 等^[2]首次开发了结合部的一种基本弹性接触模型(简称 GW 模型)。基于 GW 模型, 1967 年 GREENWOOD 等^[3]提出粗糙半球体与刚性平面的弹性接触。1979 年 BUSH 等^[4]用抛物线椭圆体近似带随机过程的微凸体, 建立了强烈各向异性粗糙表面的统计弹性接触, 文献[3-4]却都始终局限在表面微凸体为弹性变形的假设。1972 年 PULLEN 等^[5]分析了粗糙表面的塑性接触, 能准确预测当极高载荷时的接触行为, 但仅适合于表面微凸体发生塑性变形的场合。上述弹性^[2-4]和塑性接触模型^[5]均未考

虑微凸体的弹塑性变形。实际上, 当两粗糙表面相互挤压时, 先接触的粗糙峰承受很大的载荷, 随后将发生屈服变形, 微凸体横向接触产生的能量损失就不能忽视。因此, 在建模中必须考虑摩擦接触时材料发生的弹塑性变形。为了校正此种弊端, 1987 年 CHANG 等^[6]依据塑性变形时微凸体的控制体积守恒构建了粗糙表面接触的弹塑性模型(简称 CEB 模型)。CEB 模型应用于微凸体既存在弹性变形也发生塑性变形(弹性变形面积、塑性变形面积均是 CEB 模型预测变形面积的特例)的表面接触, 却仍具备下列 3 点明显缺陷。① 微凸体从弹性向弹塑性转变时, CEB 模型提供的微凸体弹性临界变形量为

$$\delta_{ec} = \left(\frac{\pi KH}{2E'} \right)^2 R, \text{ 其中, } K \text{ 为最大接触压强系数,}$$

$K = 0.454 + 0.41\nu$, $0.454 < K < 0.659$, ν 为较软材料的泊松比, $0 < \nu < 0.5$; H 为较软材料的硬度, $H = \min(H_1, H_2)$, H_1 、 H_2 分别为硬质环、软质环材料的硬度; E' 为综合弹性模量,

$$E' = \frac{E_1 E_2}{(1 - \nu_1^2) E_2 + (1 - \nu_2^2) E_1}, \text{ } E_1、E_2 \text{ 分别为硬质环、}$$

软质环材料弹性模量, ν_1 、 ν_2 分别为硬质环、软质环材料泊松比; R 为微凸体顶端的曲率半径。一个微凸体承受的法向弹性接触载荷为

$$f_c = \frac{4}{3} E' \sqrt{R} \delta^{1.5}, \text{ 其中, } \delta \text{ 为微凸体顶端的变形量。}$$

一个微凸体的真实微弹性接触面积为 $a_e = \pi R \delta$ 。一个微凸体承受的法向弹性平均压强为

$$p_{ea} = \frac{f_c}{a_e} = \frac{4}{3\pi} E' \sqrt{\frac{\delta}{R}}, \text{ 其中, 下标 a 表示 average 的}$$

首字母。微凸体顶端的曲率半径为 $R = \left(\frac{2E'}{\pi KH} \right)^2 \delta_{ec}$,

进而可得 $p_{ea}(\delta) = \frac{2}{3} KH \sqrt{\frac{\delta}{\delta_{ec}}}$ 。所以 CEB 模型的第 1 点不足是, 在微凸体弹性临界变形量 δ_{ec} 处, 压强

从弹性区间的 $p_{ea}(\delta = \delta_{ec}) = \frac{2}{3} KH \sqrt{\frac{\delta_{ec}}{\delta_{ec}}} = \frac{2}{3} KH$ 跳跃

式变化到塑性区间的 KH , 导致产生跳跃间断点的

本质原因是 CEB 模型提供的 $\delta_{ec} = \left(\frac{\pi KH}{2E'} \right)^2 R$ 不合

理。② CEB 模型的第 2 点不足是, 没有严格区分塑性变形、弹塑性变形, 用塑性变形笼统代替了弹塑性变形, 会导致术语的歧义与混乱。③ CEB 模型的第 3 点不足是, 在同一塑性指数与法向接触载荷情况下, CEB 模型预估弹塑性变形比对应的弹性

变形具有更小的实际接触面积和愈大的法向距离,

也就是说弹塑性变形造成越大的法向接触刚度, 这种预测结论与 1992 年 HANDZEL-POWIERZA 等^[7]的试验数据完全相反, 也与人们的感官观察即弹性变形带来较大的法向接触刚度背道而驰, 因为已经发生塑性变形的微凸体, 由于局部的法向接触载荷已经使其发生塑性流动, 将不能继续承受法向接触载荷, 没有达到弹性极限的微凸体能够继续承受法向接触载荷。为了修订 CEB 模型的上述 3 个缺点, 2000—2001 年 ZHAO 等^[8-9]通过一个 3 次多项式的样板曲线体现了从弹性变形到塑性流动的过渡区间——弹塑性变形, 但该微凸体微接触模型同样兼具微凸体平均接触压强的变化在初始屈服点的临界干涉量 ω_1 、塑性流动点的临界干涉量 ω_2 处都不光滑, 塑性变形临界点未确定(只给出 $\omega_2 > 25\omega_1$ 与 $\omega_2 \geq 54\omega_1$), 以及未给出平均接触压强系数 k (建议取固定值 $k=0.4$ 显然不合理)与最大接触压强系数 K 之间关系的弊端。1994 年 KUCHARSKI 等^[10]采取有限元研究了粗糙表面的接触, 导出了法向接触载荷和实际接触面积的统计实用关系, 但该模型仅适合于极大载荷且微凸体进入弹塑性变形区的场合。2002—2004 年 KOGUT 等^[11-14]亦利用商务软件包 ANSYS 5.7 分析了单个球和刚性平面的弹塑性接触, 其中心思想是经过最小二乘法拟合推出了表征接触参数(法向接触载荷, 实际接触面积与平均压强)和钢球法向变形量之间关系的经验公式。2005 年 JACKSON 等^[15]在文献[11-14]的基础上, 采取商业程序 ANSYS^{TM} 和 ABAQUS^{TM} 分析后认定: 干涉量增加时, 接触几何形状改变, 最终导致材料硬度变化。

(2) 描述结合部的分形理论方法。1991 年 MAJUMDAR 等^[16]第一个利用分形几何学描述多尺度粗糙面的优点, 将传统的统计参数以分形参数取代, 建立了二维粗糙面的微观接触模型(简称 MB 模型), 但 MB 模型不计在高载荷下接触微凸体之间的相互作用, 各向异性表面, 弹塑性转变带来的加工硬化, 材料硬度随表面深度的变化以及变形微凸体之间的摩擦力; 此外, MB 模型认为: 功率谱表明即使在极小尺度下一个表面能够展现分形特点, 假设最小点接触面积 $a_s \rightarrow 0$ 是合理的, 事实上, 为了运用 Hertz 理论确定作用在微凸体上的接触力, 最小波长不能小于截止长度 L_s , L_s 大约等于 6 个晶格与晶格中心的间距, 且最小点接触面积为 $a_s = \pi r_s^2 = \pi(L_s/2)^2$ 。MB 模型后来得到了很大的发展, 形成了 2 套自成系统完整性理论——1994—1995 年 Wang-Komvopoulos 低速和快速滑动分形理论^[17-19]、1998 年 Yan-Komvopoulos 三维分形表面接

触分析^[20]。在该领域的国内研究中, 2000—2014 年山西省太原科技大学(原太原重型机械学院)机械工程学院研发人员张学良领导的课题组在广泛应用上述 3 套通用分形理论^[16-20]方面的开发非常活跃^[21-35], 在将分形理论怎样合理使用到机械工程方面张学良是领军人物。但文献[16-25, 27-34]均只思考了微凸体的 2 种变形形式, 或者弹性, 或者塑性, 但对两者的过渡区间——弹塑性变形未予考虑。文献[26, 35]基于 MB 接触分形理论及其修正模型和结合部切向阻尼损耗机理, 在弹性和塑性变形基础上, 虽然考虑弹塑性变形, 建立计及微接触面积分布域扩展因子影响的结合部法向接触刚度和切向接触阻尼能量耗散的弹塑性分形模型, 但理论公式含有大量的经验常数, 这些经验常数的物理意义不十分明晰。

学者在探明统计分析中发现, 某些几何图形中长度不是一个本质特征参量, 它会随着测量尺度的变化而变化, 而分形理论的分形表征参数不依赖于空间频率, 是和测量的特征尺度无关的固有参数^[36]。目前用于表达分形特征参数有 2 个——分形维数 D 和分形粗糙度 G 。产生分形的物理根源是多次独立重复作用的结果, 并非所有工程表面形成的原理皆符合这一规则, 因此, 分形并不适合用来描写某些加工的表面, 同时由于工程表面的复杂性, 许多表面在不同的分形粗糙度下具有不同的分形维数, 这些表面通常呈现双重分形或多重分形, 且分形参数所包含信息量较小, 同时具有相同分形维数的表面因其模拟方法不同, 可能具有相异的统计特征(如精车、珩磨、平磨等所机械加工的表面呈各向异性, 平磨表面正交轮廓相关系数很小, 相关性很弱), 这给准确合理地描述表面带来了困难, 这是分形理论的局限。

综上所述, 应该强调粗糙表面的 2 个侧面——根据统计分析描述结合部的随机特征和应用分形理论模拟结合部的不可导微观几何形貌。文章依据表面微凸体承受平均压强的连续性原理, 架构了顾及微凸体弹性变形、弹塑性变形、塑性变形的完整状态, 在弹塑性变形阶段, 计及材料硬度随着表面深度的变化而改变, 按照晶格与晶格中心的间距确定最小点接触面积, 运用带随机相位的 Weierstrass-Mandelbrot 函数生成粗糙表面的微观几何形貌。论文的核心思想是尝试将统计分析 with 分形理论 2 种方法无缝连接, 提出一种描述结合部单次加载变化 3 个过程的理论, 可望以更加科学与合理地描述粗糙表面的微观和宏观接触状态。

1 基于统计分析与分形理论无缝连接的结合部建模

1.1 微凸体弹性变形

为校正第 0 节中 CEB 模型的第 1 点不足——在微凸体弹性临界变形量 δ_{ec} 处, 压强从弹性区间的 $2KH/3$ 突变到塑性区间的 KH , 现修订相关公式。

CEB 模型认为, 当最大接触压强 $p_m = 0.6H$ 即平均接触压强 $p_{ea} = \frac{2}{3}p_m = 0.4H$ 时, 初始屈服出现。对于更加普遍的描写, 当塑性变形开始时, 弹性平均临界接触压强与硬度的关系为

$$p_{eac} = KH \quad (1)$$

式(1)不同于 CEB 模型^[6]中的最大接触压强原始表达式(12)($p_m = KH$), 因为即使在极端情况, 有些机械零件在整个使用寿命期间应力变化次数只有几百到几千次, 但最大应力值较大, 其疲劳属于低周疲劳范畴, 此时只有在严重过载的情况下疲劳破坏才会发生, 故微凸体变形由弹性向弹塑性转化时, 微凸体刚刚出现初始塑性屈服, 采用极限平均应力比采取最大应力更符合实际工程。

令第 0 节中的 $p_{ea} = \frac{4}{3\pi}E'\sqrt{\frac{\delta}{R}}$ 与式(1)相等, 可解得唯一解 δ , 即为微凸体由弹性区间迁移到弹塑性区间时的弹性临界变形量

$$\frac{4}{3\pi}E'\sqrt{\frac{\delta}{R}} = KH \quad (2)$$

$$\delta_{ec} = \delta = \left(\frac{3\pi KH}{4E'}\right)^2 R \quad (3)$$

式(3)校正了第 0 节中的 $\delta_{ec} = \left(\frac{\pi KH}{2E'}\right)^2 R$ 。

根据式(3)得

$$R = \left(\frac{4E'}{3\pi KH}\right)^2 \delta_{ec} \quad (4)$$

式(4)校正了第 0 节中的 $R = \left(\frac{2E'}{\pi KH}\right)^2 \delta_{ec}$ 。

当 $\delta < \delta_{ec}$ 时, 微凸体发生弹性变形; 当 $\delta \geq \delta_{ec}$ 时, 微凸体发生弹塑性变形或塑性变形。

将式(4)代入第 0 节中的 $p_{ea} = \frac{4}{3\pi}E'\sqrt{\frac{\delta}{R}}$ 得

$$p_{ea}(\delta) = KH\sqrt{\frac{\delta}{\delta_{ec}}} \quad \delta < \delta_{ec} \quad (5)$$

式(5)校正了第 0 节中的 $p_{ea}(\delta) = \frac{2}{3}KH\sqrt{\frac{\delta}{\delta_{ec}}}$ 。

根据式(5), 在微凸体弹性临界变形量 δ_{ec} 处,

压强从弹性区间的 $p_{ea}(\delta = \delta_{ec}) = KH\sqrt{\frac{\delta_{ec}}{\delta_{ec}}} = KH$ 连续式转化到塑性区间(严格来说指弹塑性区间, 下面

将在第 1.3 节中详细论述)的 KH 。

MB 模型和文献[17]基于确定性 Weierstrass-Mandelbrot 函数建立单个微凸体的接触变形方程, 但不能描写随机表面微观几何学形貌。实际机械工程表面形貌是一个非稳态的随机过程, 如数控机床以铣削方式加工相同尺寸的一大批零件, 要求表面粗糙度统一达到 $1.6 \mu\text{m}$, 在零件图纸的同一点, 机床加工后, 可能有的零件表面形貌是波谷, 但有的零件表面形貌是波峰。带一个随机相位的 Weierstrass-Mandelbrot 函数为

$$z(x) = L\left(\frac{G}{L}\right)^{D-1} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \frac{\cos \phi_{1,n} - \cos\left(\frac{2\pi\gamma^n x}{L} - \phi_{1,n}\right)}{\gamma^{(2-D)n}} \quad (6)$$

$$1 \leq D \leq 2$$

式中 x ——任意点到微凸体余弦函数最高点的水平距离;

L ——取样长度;

n ——频率指数;

$n_{\max}$ ——频率指数上限;

$$n_{\max} = \text{floor}\left(\log_{\gamma} \frac{L}{L_s}\right);$$

floor ——对数值向负无穷大方向取整;

γ ——轮廓频率密度控制参数, $\gamma > 1$;

$\phi_{1,n}$ ——在区间 $[0, 2\pi]$ 范围内生成均匀分布的

$1 \times (n_{\max} + 1)$ 维随机相位矩阵的任一元素。

在细观情况下一个粗糙表面相嵌许多微凸体, 2 个粗糙表面的接触能看作一系列大小不同的微凸体相接触, 这些微凸体的方程叠加而合成为式(6)。第 i 个微凸体在变形前的方程为

$$z_i(x) = L\left(\frac{G}{L}\right)^{D-1} \gamma^{(D-2)i} \left[\cos \phi_{1,i} - \cos\left(\frac{2\pi\gamma^i x}{L} - \phi_{1,i}\right) \right] \quad (7)$$

考虑横坐标 x 的正负对称性和余弦函数的主值

范围, 以及在一个取样长度 L 内^[16]计算微凸体的参数, 将式(7)作局部调整

$$z_i(x) = L \left(\frac{G}{L} \right)^{D-1} \gamma^{(D-2)i} \left[\cos \phi_{1,i} - \cos \left(\frac{\pi \gamma^i x}{L} - \phi_{1,i} \right) \right] \quad (8)$$

$$\frac{\left(\phi_{1,i} - \frac{\pi}{2} \right) L}{\pi \gamma^i} < x < \frac{\left(\phi_{1,i} + \frac{\pi}{2} \right) L}{\pi \gamma^i}$$

根据式(8)可得在任意点 x 处的第 i 个微凸体曲率半径为

$$\rho_i(x) = \frac{\left\{ 1 + \left[\frac{dz_i(x)}{dx} \right]^2 \right\}^{1.5}}{\left| \frac{d^2 z_i(x)}{dx^2} \right|} = \frac{\left[1 + \pi^2 \left(\frac{G}{L} \right)^{2D-2} \gamma^{2(D-1)i} \sin^2 \left(\frac{\pi \gamma^i x}{L} - \phi_{1,i} \right) \right]^{1.5}}{\pi^2 G^{D-1} \left(\frac{\gamma^i}{L} \right)^D \cos \left(\frac{\pi \gamma^i x}{L} - \phi_{1,i} \right)} \quad (9)$$

存在唯一解 $x = \frac{\phi_{1,i} L}{\pi \gamma^i}$ 使 $\rho_i(x)$ 最小, 即为微凸体顶端最小曲率半径

$$\rho_{i \min} \left(x = \frac{\phi_{1,i} L}{\pi \gamma^i} \right) = \frac{\left(\frac{L}{\gamma^i} \right)^D}{\pi^2 G^{D-1}} \quad (10)$$

微凸体顶端最小曲率半径的选取更有利于分析细观几何形貌, 取样长度 L 满足关系式

$$\frac{L}{\gamma^i} = \sqrt{a'} \quad (11)$$

式中, a' 为接触点截面积。

将式(11)代入式(10)可得微凸体顶端的最小曲率半径为

$$R = \frac{a'^{0.5D}}{\pi^2 G^{D-1}} \quad (12)$$

微凸体顶端的变形量 δ 与法向接触载荷的大小紧密相关, 在加载过程中, 随着法向接触载荷的逐渐变大, δ 将逐渐加大, 微凸体变形将逐渐由弹性向弹塑性并最终向塑性转变。

将 $x = \frac{\phi_{1,i} L}{\pi \gamma^i}$ 代入式(8)得

$$z_i \left(x = \frac{\phi_{1,i} L}{\pi \gamma^i} \right) = \frac{G^{D-1}}{L^{D-2}} \gamma^{(D-2)i} (\cos \phi_{1,i} - 1) \quad (13)$$

将一个特定随机相位^[37] $\phi_{1,i} = \pi/2$ 代入式(13)得

$$z_i \left(x = \frac{\phi_{1,i} L}{\pi \gamma^i} \right) = -G^{D-1} \left(\frac{\gamma^i}{L} \right)^{D-2} \quad (14)$$

将式(11)代入式(14)并考虑纵坐标 z 的符号相反取向, 可得微凸体顶端的实际变形量为

$$\delta = G^{D-1} a'^{1-0.5D} \quad (15)$$

将式(12)代入式(3)得

$$\delta_{ec} = \frac{9K^2 H^2 a'^{0.5D}}{16E'^2 G^{D-1}} \quad (16)$$

式(15)除以式(16)得

$$\frac{\delta}{\delta_{ec}} = \frac{16E'^2}{9K^2 H^2} G^{2(D-1)} a'^{D-1} \quad (17)$$

当 $\delta = \delta_{ec}$ 时, 可解得唯一解 a' , 即为微凸体从弹性区间连续式变化到弹塑性区间时的弹性临界截断面积

$$a'_{ec} = a' = \left(\frac{16E'^2}{9K^2 H^2} \right)^{\frac{1}{D-1}} G^2 \quad (18)$$

将式(18)代入式(17)得

$$\frac{\delta}{\delta_{ec}} = \left(\frac{a'_{ec}}{a'} \right)^{D-1} \quad (19)$$

实际弹性临界面积为

$$a_{ec} = 0.5a'_{ec} = 0.5 \left(\frac{16E'^2}{9K^2 H^2} \right)^{\frac{1}{D-1}} G^2 \quad (20)$$

因为 $1 < D \leq 2$, 由式(19)可知, 当 $a' > a'_{ec}$ (或 $a > a_{ec}$) 时, 有 $\delta < \delta_{ec}$, 接触微凸体发生弹性变形; 而当 $a' \leq a'_{ec}$ (或 $a \leq a_{ec}$) 时, 有 $\delta \geq \delta_{ec}$, 接触微凸体发生弹塑性变形或塑性变形。

顾及非零最小点接触面积, 连续随机变量 a 的概率分布密度为

$$n(a) = 0.5Da_L^{0.5D} a^{-1-0.5D} \quad a_s \leq a \leq a_L \quad (21)$$

式中, a_L 为最大的接触点面积。

式(21)不同于文献[16], 本文的不等式约束条件是 $a_s \leq a \leq a_L$, 文献[16]的不等式约束条件为 $0 \leq a \leq a_L$, 文献[16]认为 $a_s = 0$, 真正的“点”接触在实际机械工程中不能实现。

结合部的实际弹性接触面积为

$$A_{re}(a_L > a_{ec}) = \int_{a_{ec}}^{a_L} an(a) da \quad (22)$$

将式(21)代入式(22)得

$$A_{re}(a_L > a_{ec}) = \frac{D}{2-D} (a_L - a_L^{0.5D} a_{ec}^{1-0.5D}) \quad (23)$$

根据 Hertz 法向接触力学方程得

$$\delta = \frac{a_e}{\pi R} \quad (24)$$

将式(24)代入第 0 节中的 $f_e = \frac{4}{3} E' \sqrt{R} \delta^{1.5}$ 得

$$f_e = \frac{4E'a_e^{1.5}}{3\pi^{1.5}R} \quad (25)$$

将式(12)代入式(25)得

$$f_e = \frac{4\sqrt{\pi}E'G^{D-1}a_e^{1.5}}{3a'^{0.5D}} \quad (26)$$

仿照式(20)得

$$a' = 2a_e \quad (27)$$

将式(27)代入式(26)得

$$f_e(a) = \frac{4\sqrt{\pi}}{2^{0.5D}3} E'G^{D-1}a_e^{1.5-0.5D} = \frac{4\sqrt{\pi}}{2^{0.5D}3} E'G^{D-1}a'^{1.5-0.5D} \quad (28)$$

按照式(28)，结合部的法向弹性接触载荷为

$$F_e(a_L > a_{ec}) = \int_{a_{ec}}^{a_L} f_e(a)n(a)da = \frac{4\sqrt{\pi}}{2^{0.5D}3} E'G^{D-1} \int_{a_{ec}}^{a_L} a'^{1.5-0.5D} n(a)da \quad (29)$$

将式(21)代入式(29)得

$$F_e(a_L > a_{ec}) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\pi}D}{3(1.5-D)} E'G^{D-1} (0.5a_L)^{0.5D} (a_L^{1.5-D} - a_{ec}^{1.5-D}) & D \neq 1.5 \\ E'\sqrt{\pi}G(0.5a_L)^{0.75} \ln \frac{a_L}{a_{ec}} & D = 1.5 \end{cases} \quad (30)$$

1.2 微凸体塑性变形

一个微凸体承受的法向塑性平均压强为

$$p_{pa}(\delta) = H \quad (31)$$

式(31)不同于 CEB 模型塑性区间的平均压强 $KH \in (0.454H, 0.659H)$ ，可见 CEB 模型采用的屈服准则远未使微凸体塑性屈服。

圆锥体法向塑性平均压强的上界^[38]为

$$p_{pau} = 3Y \quad (32)$$

式中 Y ——较软材料的屈服强度；

$$Y = \min(Y_1, Y_2);$$

Y_1, Y_2 ——硬质环、软质环材料的屈服强度。

金属维氏金刚石四角形角锥体硬度^[39]为

$$H_V = 0.93p_{pau} \quad (33)$$

将式(32)代入式(33)得

$$H_V = 2.79Y \quad (34)$$

将式(34)代入式(31)得

$$p_{pa}(\delta) = 2.79Y \quad (35)$$

标志塑性区域开始的经验表达式^[11]为

$$\frac{p_{pa}(\delta)}{Y} = 1.61 \left(\frac{\delta_{pc}}{\delta_{ec}} \right)^{0.117} \quad (36)$$

式中， δ_{pc} 为塑性临界变形量。

将式(35)代入式(36)可得微凸体从弹塑性区间连续式变化到塑性区间时的塑性临界变形量为

$$\delta_{pc} = \left(\frac{279}{161} \right)^{\frac{1}{0.117}} \delta_{ec} = 109.860 2 \delta_{ec} \approx 110 \delta_{ec} > \delta_{ec} \quad (37)$$

将式(16)代入式(37)得

$$\delta_{pc} \approx \frac{495K^2H^2a'^{0.5D}}{8E'^2G^{D-1}} \quad (38)$$

当 $\delta > \delta_{pc}$ 时，微凸体发生塑性变形。

式(31)的完整形式为

$$p_{pa}(\delta) = H \quad \delta > \delta_{pc} \quad (39)$$

式(15)除以式(38)得

$$\frac{\delta}{\delta_{pc}} = \frac{8E'^2}{495K^2H^2} G^{2(D-1)} a'^{D-1} \quad (40)$$

设 $\delta = \delta_{pc}$ 时，可获得唯一解 a' ，即为微凸体从弹塑性区间连续式变化到塑性区间时的塑性临界截面面积

$$a'_{pc} = a' = \left(\frac{8E'^2}{495K^2H^2} \right)^{\frac{1}{D-1}} G^2 \quad (41)$$

将式(41)代入式(40)得

$$\frac{\delta}{\delta_{pc}} = \left(\frac{a'_{pc}}{a'} \right)^{D-1} \quad (42)$$

实际塑性临界面积为

$$a_{pc} = a'_{pc} = \left(\frac{8E'^2}{495K^2H^2} \right)^{\frac{1}{D-1}} G^2 \quad (43)$$

由于 $1 < D \leq 2$ ，由式(42)可知，当 $a' \geq a'_{pc}$ (或 $a \geq a_{pc}$) 时，则 $\delta \leq \delta_{pc}$ ，接触微凸体发生弹塑性变形

或弹性变形; 而当 $a' < a'_{pc}$ (或 $a < a_{pc}$) 时, 则 $\delta > \delta_{pc}$, 接触微凸体发生塑性变形。

结合部的实际塑性接触面积为

$$A_{tp}(a_{pc} > a_s) = \int_{a_s}^{a_{pc}} an(a) da \quad (44)$$

将式(21)代入式(44)得

$$A_{tp}(a_{pc} > a_s) = \frac{D}{2-D} a_L^{0.5D} (a_{pc}^{1-0.5D} - a_s^{1-0.5D}) \quad (45)$$

一个微凸体承受的法向塑性接触载荷为

$$f_p = p_{pa}(\delta)a \quad (46)$$

将式(31)代入式(46)得

$$f_p(a) = Ha \quad (47)$$

按照式(47), 结合部的法向塑性接触载荷为

$$F_p(a_{pc} > a_s) = \int_{a_s}^{a_{pc}} f_p(a)n(a) da = H \int_{a_s}^{a_{pc}} an(a) da \quad (48)$$

将式(21)代入式(48)得

$$F_p(a_{pc} > a_s) = \frac{D}{2-D} Ha_L^{0.5D} (a_{pc}^{1-0.5D} - a_s^{1-0.5D}) \quad (49)$$

1.3 微凸体弹塑性变形

因为 $1 \leq D \leq 2$, 则 $55 > 1 \geq 2^{D-2}$, 由式(43)、(20)可得以下不等式恒成立

$$a_{pc} = \left(\frac{8E'^2}{495K^2H^2} \right)^{\frac{1}{D-1}} G^2 < \frac{1}{2} \left(\frac{16E'^2}{9K^2H^2} \right)^{\frac{1}{D-1}} G^2 = a_{ec} \quad (50)$$

当 $a_{pc} \leq a \leq a_{ec}$ 或 $\delta_{ec} \leq \delta \leq \delta_{pc}$ 时, 接触微凸体既发生弹性变形也存在塑性变形, 即产生弹塑性变形。在这一承前启后的阶段, 一个微凸体承受法向弹塑性平均压强的求解将变得极为复杂。当 $\delta = \delta_{ec}$, 出现初始屈服时, 塑性变形发生在接触面积中心点以下一定深度一个微小的体积内, 塑性变形区被体积大得多的弹性变形区所完全包围, 实际接触面积内每一点仅发生弹性变形而无塑性变形。若 $\delta = \delta_{pc}$ 时, 实际接触面积内弹性变形部分极少, 绝大部分发生的是塑性变形。在计算弹塑性变形一个微凸体承受的法向弹塑性接触载荷时, 其结果与式(47)类似, 但此时的材料硬度 H 会随着表面深度的变化而改变, H 不是一个恒定值, 即式(34)不适用于弹塑性变形。为了反映接触几何形状的变化, 现在引进一个新的术语——极限平均压强 $H_G(a)$ (G 表示 geometry 的首字母)。

参照式(5)、(34), 可设 $H_G(a)$ 的幂函数拟合经验关系式为

$$H_G(a) = c_1 Y \left(\frac{a}{a_{ec}} \right)^c \quad a_{pc} \leq a \leq a_{ec} \quad (51)$$

式中, c_1 、 c 为待定系数。

$H_G(a)$ 应满足的 2 个连续边界条件为

$$H_G(a_{ec}) = p_{ea}(\delta_{ec}) \quad (52)$$

$$H_G(a_{pc}) = p_{pa}(\delta_{pc}) \quad (53)$$

将式(51)与式(5)代入式(52)得

$$c_1 Y = KH \quad (54)$$

将式(34)代入式(54)得

$$c_1 = 2.79K \quad (55)$$

将式(51)与式(35)代入式(53)得

$$c_1 Y \left(\frac{a_{pc}}{a_{ec}} \right)^c = 2.79Y \quad (56)$$

将式(55)代入式(56)得

$$c \ln \frac{a_{ec}}{a_{pc}} = \ln K \quad (57)$$

将式(20)与(43)代入式(57)得

$$c = \frac{(D-1) \ln K}{\ln 110 - (D-1) \ln 2} \quad (58)$$

将式(55)代入式(51)得

$$H_G(a) = 2.79KY a_{ec}^{-c} a^c \quad a_{pc} \leq a \leq a_{ec} \quad (59)$$

结合部的实际弹塑性接触面积为

$$A_{rep} = \int_{a_{pc}}^{a_{ec}} an(a) da \quad (60)$$

将式(21)代入式(60)得

$$A_{rep} = \frac{D}{2-D} a_L^{0.5D} (a_{ec}^{1-0.5D} - a_{pc}^{1-0.5D}) \quad (61)$$

一个微凸体承受的法向弹塑性接触载荷为

$$f_{ep} = H_G(a)a \quad (62)$$

将式(59)代入式(62)得

$$f_{ep}(a) = 2.79KY a_{ec}^{-c} a^{1+c} \quad (63)$$

按照式(63), 结合部的法向弹塑性接触载荷为

$$F_{ep} = \int_{a_{pc}}^{a_{ec}} f_{ep}(a)n(a) da = 2.79KY a_{ec}^{-c} \int_{a_{pc}}^{a_{ec}} a^{1+c} n(a) da \quad (64)$$

将式(21)代入式(64)得

$$F_{ep} = \frac{1.395DK}{1+c-0.5D} Y a_{ec}^{-c} a_L^{0.5D} (a_{ec}^{1+c-0.5D} - a_{pc}^{1+c-0.5D}) \quad (65)$$

1.4 整个结合部单次加载模型

整个结合部的实际接触面积为

$$A_r(a_L > a_s) = \int_{a_s}^{a_L} an(a) da \quad (66)$$

将式(21)代入式(66)得

$$A_r(a_L > a_s) = \frac{D}{2-D} a_L^{0.5D} (a_L^{1-0.5D} - a_s^{1-0.5D}) \quad (67)$$

整个结合部的法向接触载荷为

$$F = F_e + F_{ep} + F_p \quad (68)$$

将式(30)、(65)、(49)代入式(68)得

$$F(a_L > a_s) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\pi}D}{3(1.5-D)} E' G^{D-1} (0.5a_L)^{0.5D} (a_L^{1.5-D} - a_{ec}^{1.5-D}) + \\ \frac{1.395DK}{1+c-0.5D} Y a_{ec}^{-c} a_L^{0.5D} (a_{ec}^{1+c-0.5D} - a_{pc}^{1+c-0.5D}) + \\ \frac{D}{2-D} H a_L^{0.5D} (a_{pc}^{1-0.5D} - a_s^{1-0.5D}) \quad D \neq 1.5 \\ E' \sqrt{\pi G} (0.5a_L)^{0.75} \ln \frac{a_L}{a_{ec}} + \frac{2.0925K}{0.25+c} Y a_{ec}^{-c} a_L^{0.75} \times \\ (a_{ec}^{0.25+c} - a_{pc}^{0.25+c}) + 3H a_L^{0.75} (a_{pc}^{0.25} - a_s^{0.25}) \quad D = 1.5 \end{cases} \quad (69)$$

Weierstrass-Mandelbrot 函数式(6)的连续功率谱密度函数^[40]为

$$\bar{P}_c(\omega_c) = (2\pi)^{2(2-D)} \frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \omega_c^{2D-5} \quad (70)$$

式中, ω_c 为圆频率。

由式(70)可得表面高度的方差为

$$\sigma^2 \approx \int_{\omega_{cl}}^{\omega_{ch}} \bar{P}_c(\omega_c) d\omega_c = \frac{(2\pi)^{4-2D}}{4(2-D)\ln\gamma} G^{2(D-1)} (\omega_{cl}^{2D-4} - \omega_{ch}^{2D-4}) \quad (71)$$

式中 ω_{cl} —— 表面轮廓最低圆频率;

ω_{ch} —— 表面轮廓最高圆频率。

表面轮廓最低圆频率与最低频率之间的关系为

$$\omega_{cl} = 2\pi\omega_L \quad (72)$$

表面轮廓最高圆频率与最高频率之间的关系为

$$\omega_{ch} = 2\pi\omega_h \quad (73)$$

将式(72)、(73)代入式(71)得

$$\sigma^2 = \frac{G^{2(D-1)}}{4(2-D)\ln\gamma} (\omega_L^{2D-4} - \omega_h^{2D-4}) \quad (74)$$

表面高度的标准差为

$$\sigma = \frac{G^{D-1}}{2\sqrt{(2-D)\ln\gamma}} \sqrt{\omega_L^{2D-4} - \omega_h^{2D-4}} \quad (75)$$

表面轮廓最低频率为

$$\omega_L = \frac{1}{L} \quad (76)$$

表面轮廓最高频率为

$$\omega_h = \frac{1}{L_s} \quad (77)$$

将式(76)、(77)代入式(75)得

$$\sigma = \frac{G^{D-1}}{2\sqrt{(2-D)\ln\gamma}} \sqrt{L^{4-2D} - L_s^{4-2D}} \quad (78)$$

2 结合部单次加载模型仿真分析

为了彻底展现固定结合部的特点又让机械结构尽量简单, 易于他人再现实物装置和试验结果, 以 XHK5140 型自动换刀计算机数控立式镗铣床作分析对象, 设计了如图 1 所示含螺栓结合部的机械结构, 2 个性能等级 NL8.8 级(表示抗拉强度极限 800 MPa, 屈服极限 640 MPa), 表面氧化、A 级的内六角头螺栓(标记: 螺栓 GB/T 5782 M12×100, 螺纹最大长度 19+45+40=104 mm, 取螺纹公称长度 100 mm)将测试试件 1 和 2 连接。经过变大哑铃状测试

图 1 哑铃形对称测试试件

试件末尾两端的结构尺寸,即减小结合部的刚性,加大结合部的相对微观运动趋势,能够容易地激发出表现结合部相对微观运动趋势的模式振型。内螺纹的基本小径 13 mm 比联接螺栓 M12 的公称直径(基本大径)12 mm 稍大。哑铃形对称测试试件的参数见表 1。较软材料为灰口铸铁 HT250,故较软材料的泊松比 $\nu = \nu_2 = 0.27$,较软材料的屈服强度 $Y = Y_2 = 240$ MPa。截止长度 $L_s = 5$ nm。结合部的长 80 mm,宽 30 mm,故表观接触面积 $A_a = 2400$ mm²。按照文献[16],取实际接触面积的加载稳态值 $0.1A_a = 240$ mm²,使用数字显示扳手控制联接螺栓 M12 的预紧力矩,使实际接触面积的加载步长 $0.01A_a = 24$ mm²。

表 1 两哑铃形测试试件表面的参数

参数	数值	
	中碳钢 45 钢表面 1	灰口铸铁 HT250 表面 2
弹性模量/GPa	205	116
泊松比 ν	0.24	0.27
屈服强度/MPa	353	240

2.1 随机表面几何形貌的产生

当 $\gamma = 1.5$, $L = 7.04 \times 10^3$ nm, $G = 2.39 \times 10^{-4}$ nm 和 $D = 1.24$ 时,带一个随机相位的式(6)模拟二维表面形貌如图 2 所示。可见表面形貌具有点点连续、处处不可微的特点。图 2a 随机性幅值的波动量小于 $0.6 \mu\text{m}$,图 2b 随机性幅值的波动量小于 $0.5 \mu\text{m}$,图 2c 随机性幅值的波动量小于 $0.6 \mu\text{m}$,三者相差不大,且图 2a~2c 的幅值随机性都满足按照式(78)所求得表面几何形貌高度的标准差为 102.224 2 nm。

2.2 微凸体 3 种变形区域的划分

当 $\gamma = 1.5$, $G = 1.79 \times 10^{-3}$ nm 和 $D = 1.89$ 时,微凸体弹性变形区间、弹塑性变形区间和塑性变形区间如图 3 所示。根据式(50)可得 $a_{pc} < a_{ec} < 2a_{ec}$,再按照式(20)可得 $a_{pc} < a'_{ec}$,最后应用式(43)可得 $a'_{pc} < a'_{ec}$ 。根据图 3,当 $a' > a'_{ec}$ 或 $\delta < \delta_{ec}$ 时,接触微凸体发生弹性变形;当 $a'_{pc} \leq a' \leq a'_{ec}$ 或 $\delta_{ec} \leq \delta \leq \delta_{pc}$ 时,接触微凸体发生弹塑性变形;当 $a' < a'_{pc}$ 或 $\delta > \delta_{pc}$ 时,接触微凸体发生塑性变形。

2.3 分形粗糙度对单次加载的影响

当 $\gamma = 1.5$ 和 $D = 1.4$ 时,整个结合部的法向总接触载荷随着实际接触面积的变化曲线如图 4a 所示。整个结合部的法向总接触载荷与实际接触面积呈微凸弧非线性关系,在相同的法向总接触载荷下,随着分形粗糙度 G 的加大,整个结合部上实际接触面积变小,实际接触面积上压强变大,应力集中源产

图 2 非稳态二维随机表面几何学形貌

图 3 微凸体的 3 种变形区域分布

生, 理论应力集中系数越大, 相对于仅考虑弹性变形和塑性变形的情况, 考虑弹塑性变形对整个结合部的法向总接触载荷有影响, 使其明显增加, 且整个结合部的法向总接触载荷理论最大值 8 kN 小于联接螺栓 M12 的预紧力试验最小值 12.50 kN^[41], 表明本文所选仿真参数较合理。

图 4 分形粗糙度对单次加载曲线的影响

实际弹塑性接触面积占实际接触面积的比例与实际接触面积间的关系如图 4b 所示。实际弹塑性接触面积占实际接触面积的比例随着实际接触面积的增加而凹弧式减小, 因为实际接触面积越大, 小的塑性接触点合并形成大的弹性接触点, 且实际弹塑性接触面积占实际接触面积的比例随着分形粗糙度 G 的变小而减少。

法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的比例与实际接触面积间的关系如图 4c 所示。法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的比例随着实际接触面积的增加而凹弧式减小, 法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的比例随着分形粗糙度 G 的减小而变小。根据图 4, 需要考量微凸体弹塑性变形。

2.4 分形维数对单次加载的影响

当 $\gamma=1.5$ 和 $G=10^{-8}$ mm 时, 整个结合部的法向总接触载荷随着分形维数的变化曲线如图 5a 所示。随着分形维数的增加, 整个结合部的法向总接触载荷经历 2 次循环过程: 首先增加然后减小, 随后再增加最后再减小, 因为当分形维数较小时, 表面粗糙度较大, 表面微凸体越凹凸不平, 只有少量微凸体能够承担法向载荷, 故分形维数很小时, 法向载荷几乎是零; 随着分形维数的增加, 表面变得逐渐平坦, 微凸体承担法向载荷的能力增强; 随着分形维数的进一步增加, 更多的微凸体处于弹塑性变形状态甚至出现塑性变形, 微凸体承担法向载荷的能力变弱, 此时微凸体达到强化阶段; 微凸体经历强化阶段后, 随着分形维数的继续增加, 因冷作硬化微凸体承担法向载荷的能力变强; 微凸体经历多次单次加载后, 微凸体最后被压溃, 失去抵抗法向载荷的能力, 法向载荷降低。

计及微凸体弹塑性变形及未计微凸体弹塑性变形时, 整个结合部的法向总接触载荷随着分形维数的变化曲线如图 5b 所示。二者曲线的走向在起始和收尾阶段都略有不同, 不能忽视微凸体弹塑性变形。

法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的比例与分形维数间的关系如图 5c 所示。随着分形维数的增加, 法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的比例先减小后增加, 当分形维数较小或较大时, 微凸体弹塑性变形是不可忽略不计的。

实际弹塑性接触面积占实际接触面积的比例与分形维数间的关系如图 5d 所示。随着分形维数的增加, 实际弹塑性接触面积占实际接触面积的比例先减小后增加, 当分形维数较小或较大时, 不能忽

视不计微凸体弹塑性变形的影响。

图 5 分形维数对单次加载曲线的影响

3 本文模型与 CEB、GW 模型的比较

为了便于不同模型的比较, 首先介绍一下比较的基准。螺纹结合面具有传力的作用, 通过机械设计能将拧紧力矩折算到施加在图 1 所示整个螺栓结合部上的法向总接触载荷, 即法向总接触载荷是已知工程数据, 因此比较各种模型的理论法向总接触载荷具有实际意义。

当 $\gamma = 1.5$ 和 $G = 10^{-8}$ mm 时, 本文模型与 CEB、GW 模型整个结合部的法向总接触载荷随着分形维数的变化曲线如图 6a 所示。CEB 模型计算得到的接触力大于本文模型的接触力, 这是因为未计弹塑性接触载荷的 CEB 模型将弹塑性变形看作塑性变形, 对于一样的实际接触面积, 塑性接触力大于弹塑性接触力; GW 模型计算得到的接触力小于本文模型的接触力, 这是因为 GW 模型假设塑性接触面积与弹性接触面积之比为 0.02^[42], 当 2 个固体表面接触时, 由于表面粗糙, 实际接触只发生在表观接触面积的极小部分上, 实际接触面积与名义载荷近似成正比, 故 GW 模型可假设塑性接触载荷与整个结合部的接触载荷之比为 1/51, 所占比例极小。GW

图 6 本文弹塑性模型与 CEB、GW 模型的对比

模型并非弹性或塑性模型,而是弹塑性模型,并提出了塑性指数这一概念,根据塑性指数判定弹性、弹塑性或塑性变形。但是 GW 模型的塑性接触载荷与整个结合部的接触载荷之比为 1/51,所占比例非常小,因此 GW 模型属于基本弹性接触模型^[43]。CEB 模型高估整个结合部的接触载荷, GW 模型低估整个结合部的接触载荷,本文模型预断结果介乎 CEB、GW 模型之间。

CEB、GW 模型法向总接触载荷与本文模型的相对误差随分形维数的变化曲线如图 6b 所示。CEB 模型相对误差的范围为 4.798%~56.58%,尤其当分形维数接近上限 2 时,相对误差特别大;GW 模型相对误差的范围为-37.25%~20.39%,特别当分形维数接近下限 1 时,相对误差尤其大。本文模型考虑表面微凸体的弹塑性变形,对 CEB、GW 模型进行了调和,本文模型更可靠和更有效。

4 结论

(1) 运用带一个随机相位的 Weierstrass-Mandelbrot 函数产生粗糙表面的微观几何学形貌,表面形貌具有点点连续、处处不可微的分形特征。

(2) 整个结合部的法向总接触载荷与实际接触面积呈微凸弧非线性关系,在同一实际接触面积下,法向总接触载荷随着分形粗糙度的加大而增强。

(3) 实际弹塑性接触面积占实际接触面积的百分比随着实际接触面积的增加而凹弧式减小。

(4) 法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的百分比随着实际接触面积的增加而凹弧式减小,随着分形粗糙度的减小而变小。

(5) 随着分形维数的增加,整个结合部的法向总接触载荷经历首先增加然后减小,随后再增加最后再减小的 2 次循环过程。

(6) 随着分形维数的增加,法向弹塑性接触载荷占法向总接触载荷的百分比先减小后增加。

(7) 随着分形维数的增加,实际弹塑性接触面积与实际接触面积之比先减小后增加。

(8) 本研究基于文献[44-50],深度探索了 Weierstrass-Mandelbrot 分形函数的随机性等问题,重点推出弹塑性变形范围的接触方程。无缝连接统计分析和分形理论,建立了表面微凸体处于弹性变形区间、弹塑性变形区间和塑性变形区间共存的状态,架构固定结合部的法向接触力学模型,对现有结合部或者弹性变形或者塑性变形模型进行了改进。相关模型及仿真曲线图可为粗糙表面的接触行为特别是弹塑性的求解问题的研究提供理论基础,

有利于加深对粗糙表面摩擦及磨损机理的认识。

参 考 文 献

- [1] 黄健萌, 高诚辉. 弹塑性粗糙体/刚体平面滑动摩擦过程热力耦合分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(11): 87-92.
- [2] HUANG Jianmeng, GAO Chenghui. Thermo-mechanical research on frictional sliding between elasto-plastic rough solid and rigid flat[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(11): 87-92.
- [3] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of nominally flat surfaces[J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A Mathematical and Physical Sciences, 1966, 295(1442): 300-319.
- [4] GREENWOOD J A, TRIPP J H. The elastic contact of rough spheres[J]. Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 1967, 34(1): 153-159.
- [5] BUSH A W, GIBSON R D, KEOGH G P. Strongly anisotropic rough surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Lubrication Technology, 1979, 101(1): 15-20.
- [6] PULLEN J, WILLIAMSON J B P. On the plastic contact of rough surfaces[J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A Mathematical and Physical Sciences, 1972, 327(1569): 159-173.
- [7] CHANG W R, ETSION I, BOGY D B. An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 1987, 109(2): 257-263.
- [8] HANDZEL-POWIERZA Z, KLIMCZAK T, POLIJANIUK A. On the experimental verification of the Greenwood-Williamson model for the contact of rough surfaces[J]. Wear, 1992, 154(1): 115-124.
- [9] ZHAO Yongwu, MAIETTA D M, CHANG L. An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 2000, 122(1): 86-93.
- [10] ZHAO Yongwu, CHANG L. A model of asperity interactions in elastic-plastic contact of rough surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 2001, 123(4): 857-864.
- [11] KUCHARSKI S, KLIMCZAK T, POLIJANIUK A, et al. Finite-elements model for the contact of rough surfaces[J]. Wear, 1994, 177(1): 1-13.
- [12] KOGUT L, ETSION I. Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat[J]. Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 2002, 69(5): 657-662.
- [13] KOGUT L, ETSION I. A semi-analytical solution for the sliding inception of a spherical contact[J]. Transactions of

- the ASME Journal of Tribology, 2003, 125(3): 499-506.
- [13] KOGUT L, ETSION I. A finite element based elastic-plastic model for the contact of rough surfaces[J]. Tribology Transactions, 2003, 46(3): 383-390.
- [14] KOGUT L, ETSION I. A static friction model for elastic-plastic contacting rough surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 2004, 126(1): 34-40.
- [15] JACKSON R L, GREEN I. A finite element study of elasto-plastic hemispherical contact against a rigid flat[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 2005, 127(2): 343-354.
- [16] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1-11.
- [17] WANG Shao, KOMVOPOULOS K. A fractal theory of the interfacial temperature distribution in the slow sliding regime: Part I — elastic contact and heat transfer analysis[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 1994, 116(4): 812-823.
- [18] WANG Shao, KOMVOPOULOS K. A fractal theory of the interfacial temperature distribution in the slow sliding regime: Part II — multiple domains, elastoplastic contacts and applications[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 1994, 116(4): 824-832.
- [19] WANG Shao, KOMVOPOULOS K. A fractal theory of the temperature distribution at elastic contacts of fast sliding surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 1995, 117(2): 203-215.
- [20] YAN W, KOMVOPOULOS K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces[J]. Journal of Applied Physics, 1998, 84(7): 3617-3624.
- [21] 张学良, 黄玉美, 傅卫平, 等. 粗糙表面法向接触刚度的分形模型[J]. 应用力学学报, 2000, 17(2): 31-35.
ZHANG Xueliang, HUANG Yumei, FU Weiping, et al. Fractal model of normal contact stiffness between rough surfaces[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2000, 17(2): 31-35.
- [22] 张学良, 黄玉美, 韩颖. 基于接触分形理论的机械结合面法向接触刚度模型[J]. 中国机械工程, 2000, 11(7): 727-729.
ZHANG Xueliang, HUANG Yumei, HAN Ying. Fractal model of the normal contact stiffness of machine joint surfaces based on the fractal contact theory[J]. China Mechanical Engineering, 2000, 11(7): 727-729.
- [23] 张学良, 黄玉美, 温淑华. 结合面接触刚度分形模型研究[J]. 农业机械学报, 2000, 31(4): 89-91.
ZHANG Xueliang, HUANG Yumei, WEN Shuhua. Fractal model of contact stiffness of joint surfaces[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2000, 31(4): 89-91.
- [24] 温淑华, 张学良, 武美先, 等. 结合面法向接触刚度分形模型建立与仿真[J]. 农业机械学报, 2009, 40(11): 197-202.
WEN Shuhua, ZHANG Xueliang, WU Meixian, et al. Fractal model and simulation of normal contact stiffness of joint interfaces and its simulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(11): 197-202.
- [25] 兰国生, 张学良, 丁红钦, 等. 基于分形理论的结合面改进接触模型[J]. 农业机械学报, 2011, 42(10): 217-223, 229.
LAN Guosheng, ZHANG Xueliang, DING Hongqin, et al. Modified contact model of joint interfaces based on fractal theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(10): 217-223, 229.
- [26] 王南山, 张学良, 兰国生, 等. 临界接触参数连续的粗糙表面法向接触刚度弹塑性分形模型[J]. 振动与冲击, 2014, 33(9): 72-77.
WANG Nanshan, ZHANG Xueliang, LAN Guosheng, et al. Elastoplastic fractal model for normal contact stiffness of rough surfaces with continuous critical contact parameters[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(9): 72-77.
- [27] 张学良, 温淑华. 基于接触分形理论的结合面切向接触刚度分形模型[J]. 农业机械学报, 2002, 33(3): 91-93, 97.
ZHANG Xueliang, WEN Shuhua. A fractal model of tangential contact stiffness of joint surfaces based on the contact fractal theory[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2002, 33(3): 91-93, 97.
- [28] 张学良, 温淑华, 徐格宁, 等. 结合部切向接触刚度分形模型研究[J]. 应用力学学报, 2003, 20(1): 70-72.
ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, XU Gening, et al. Fractal model of the tangential contact stiffness of machined surfaces in contact[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(1): 70-72.
- [29] 温淑华, 张学良, 文晓光, 等. 结合面切向接触刚度分形模型建立与仿真[J]. 农业机械学报, 2009, 40(12): 223-227.
WEN Shuhua, ZHANG Xueliang, WEN Xiaoguang, et al. Fractal model of tangential contact stiffness of joint interfaces and its simulation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(12): 223-227.
- [30] 温淑华, 张宗阳, 张学良, 等. 固定结合面刚度分形模型[J]. 农业机械学报, 2013, 44(2): 255-260.

- WEN Shuhua, ZHANG Zongyang, ZHANG Xueliang, et al. Stiffness fractal model for fixed joint interfaces[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(2): 255-260.
- [31] 兰国生, 张学良, 丁红钦, 等. 基于分形理论的结合面静摩擦因数改进模型[J]. 农业机械学报, 2012, 43(1): 213-218.
- LAN Guosheng, ZHANG Xueliang, DING Hongqin, et al. Modified model of static friction coefficient of joint interfaces based on fractal theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(1): 213-218.
- [32] 张学良, 丁红钦, 兰国生, 等. 基于分形理论的结合面法向接触阻尼与损耗因子模型[J]. 农业机械学报, 2013, 44(6): 287-294.
- ZHANG Xueliang, DING Hongqin, LAN Guosheng, et al. Normal contact damping and dissipation factor model of joint interfaces based on fractal theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(6): 287-294.
- [33] 张学良, 温淑花, 兰国生, 等. 平面结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(5): 74-77, 136.
- ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, LAN Guosheng, et al. Fractal model for tangential contact damping of plane joint interfaces with simulation[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(5): 74-77, 136.
- [34] ZHANG Xueliang, WANG Nanshan, LAN Guosheng, et al. Tangential damping and its dissipation factor models of joint interfaces based on fractal theory with simulations[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 2014, 136(1): 011704-1-011704-10.
- [35] 张学良, 王南山, 温淑花, 等. 机械结合面切向接触阻尼能量耗散弹塑性分形模型[J]. 机械工程学报, 2013, 49(12): 43-49.
- ZHANG Xueliang, WANG Nanshan, WEN Shuhua, et al. Elastoplastic fractal model for tangential contact damping energy dissipation of machine joint interfaces[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(12): 43-49.
- [36] MANDELROT B. How long is the coast of Britain? statistical self-similarity and fractional dimension[J]. Science, 1967, 156(3775): 636-638.
- [37] YIN X, KOMVOPOULOS K. An adhesive wear model of fractal surfaces in normal contact[J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, 47(7-8): 912-921.
- [38] TABOR D. The hardness of metals[M]. Oxford: Oxford University Press, 1951.
- [39] JOHNSON K L. Contact mechanics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [40] YANG J, KOMVOPOULOS K. A mechanics approach to static friction of elastic-plastic fractal surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 2005, 127(2): 315-324.
- [41] LI Hongqi, LI Bin, MAO Kuanmin, et al. A parameterized model of bolted joints in machine tools[J]. International Journal of Acoustics and Vibration, 2014, 19(1): 10-20.
- [42] BHUSHAN B. Analysis of the real area of contact between a polymeric magnetic medium and a rigid surface[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 1984, 106(1): 26-34.
- [43] POLYCARPOU A A, ETSION I. Analytical approximations in modeling contacting rough surfaces[J]. Transactions of the ASME Journal of Tribology, 1999, 121(2): 234-239.
- [44] 缪小梅, 黄筱调, 袁鸿. 考虑微凸体弹塑性变形的结合面分形接触模型[J]. 农业机械学报, 2013, 44(1): 248-252.
- MIAO Xiaomei, HUANG Xiaodiao, YUAN Hong. Fractal contact model of joint interfaces considering elastic-plastic deformation of asperities[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(1): 248-252.
- [45] 田红亮, 方子帆, 朱大林. 赫兹点接触 133 年[J]. 三峡大学学报, 2014, 36(2): 88-97.
- TIAN Hongliang, FANG Zifan, ZHU Dalin. 133 years of Hertz point contact[J]. Journal of China Three Gorges University, 2014, 36(2): 88-97.
- [46] 田红亮, 赵春华, 朱大林, 等. 弹塑性三维各向异性分形表面的接触分析[J]. 三峡大学学报, 2012, 34(1): 69-73.
- TIAN Hongliang, ZHAO Chunhua, ZHU Dalin, et al. Contact analysis of elastoplastic three-dimensional anisotropic fractal surfaces[J]. Journal of China Three Gorges University, 2012, 34(1): 69-73.
- [47] 田红亮, 朱大林, 秦红玲. 固定接触界面法向静弹性刚度的改进弹簧分形模型[J]. 三峡大学学报, 2012, 34(6): 83-88.
- TIAN Hongliang, ZHU Dalin, QIN Hongling. Improved spring fractal model for normal static elastic stiffness of stationary contact interface[J]. Journal of China Three Gorges University, 2012, 34(6): 83-88.
- [48] 左婧, 徐卫亚, 王环玲, 等. 岩石电镜扫描图像的分形特征研究[J]. 三峡大学学报, 2014, 36(2): 72-76.
- ZUO Jing, XU Weiya, WANG Huanling, et al. Fractal analysis of SEM image for rocks[J]. Journal of China Three Gorges University, 2014, 36(2): 72-76.
- [49] 田红亮, 刘芙蓉, 朱大林. 4 种 NET 欧拉-伯努利直梁的动力学特性[J]. 三峡大学学报, 2013, 35(4): 85-93.
- TIAN Hongliang, LIU Furong, ZHU Dalin. Dynamic properties of four NET Euler-Bernoulli straight beam[J]. Journal of China Three Gorges University, 2013, 35(4): 85-93.

[50] 田红亮, 钟先友, 秦红玲, 等. 依据各向异性分形几何理论的固定结合部法向接触力学模型[J]. 机械工程学报, 2013, 49(21): 108-122.

TIAN Hongliang, ZHONG Xianyou, QIN Hongling, et al. Normal contact mechanics model of fixed joint interface adopting anisotropic fractal geometrical

theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(21): 108-122.

作者简介: 田红亮(通信作者), 男, 1973 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为界面力学。

E-mail: thl19732003@aliyun.com

第 4 届上银优秀机械博士论文奖——铜奖

空间对接超大型地面运动模拟器系统的基础问题研究

作者: 杨炽夫

毕业学校: 哈尔滨工业大学

指导教师: 韩俊伟

突破空间对接技术是 921 载人航天工程二期的主要目的, 对接机构的研制是实现航天器空间对接的关键。对接机构综合试验台是研制对接机构及其复杂动态对接过程的重大关键试验装备, 空间对接超大型地面运动模拟器系统是其最重要的核心。国际上, 只有美国和俄罗斯拥有地面模拟真实空间环境下对接动态过程的运动模拟器系统。目前, 美国对接模拟系统已不能正常工作, 俄罗斯对接模拟系统仍在正常运行, 已为“礼炮号”、“和平号”空间站对接机构进行了大量的试验。但依赖俄罗斯现有技术存在周期长、效率低、耗资巨大、不利于技术保密等重要缺陷, 最为关键的是俄罗斯现有技术难以满足 921 载人航天工程提出的对接运动模拟器系统的关键技术指标要求。因此, 研究空间对接超大型地面运动模拟器系统对于我国攻克空间对接技术意义十分重大。

空间对接超大型地面运动模拟器系统是空间多自由度运动模拟器系统在载人航天领域的极限应用。与现有的空间多自由度运动模拟器系统不同, 为实现精确的对接模拟和对接机构特性参数的综合测试, 921 载人航天工程提出了前所未有的超大运动范围、高响应和高精度的运动模拟要求。传统空间多自由度运动模拟技术, 基于刚体动力学建模方法和物理空间控制思想对运动模拟器系统进行理论分析与工程实现, 但这种分析和实现方法不能有效反映空间对接超大型地面运动模拟器系统的关键频段动态特性, 也无法解决该类型运动模拟器系统的新的控制问题。因此, 本文从理论和实际应用角度研究空间对接超大型地面运动模拟器系统的基础性问题, 具体研究内容包括以下几个方面。

为凝练空间对接超大型地面运动模拟器系统的新的科学技术问题, 本文从建模和控制两个方面, 基于传统刚体建模理论和传统物理空间(自由度空间和关节空间)控制理论研究了空间对接超大型地面运动模拟器系统的表征特性, 分析了面向空间对接超大型地面运动模拟器系统的传统刚体建模理论和物理空间控制理论的局限性, 发现了空间对接超大型地面运动模拟器系统存在的建模和控制问题, 提出了空间多自由度运动模拟器系统关于建模和控制的新的基础性和共性问题。

为解决空间多自由度运动模拟器系统刚体和柔性体建模的界定问题, 提出了空间多自由度运动模拟器系统的结构刚体和结构柔性体的合理界定判据。建立了空间多自由度运动模拟器系统等效离散振动模型及其等价液压系统传递函数模型, 推导了耦合频率与最小结构固有频率、液压固有频率之间函数关系, 定义了空间多自由度运动模拟器系统的结构刚体和柔性体, 给出了基于刚度关系的空间多自由度运动模拟器系统的结构刚体和柔性体的界定方法。

为解决空间对接超大型地面运动模拟器系统的建模问题, 以及空间多自由度运动模拟器系统关于建模的新的基础共性问题, 从基础理论研究角度, 提出了基于集中参数法和动静法的空间多自由度运动模拟器系统的刚柔混合体建模理论。考虑对接负载的一维柔性, 采用集中参数法和动静法, 建立了空间多自由度运动模拟器系统的振动数学模型。利用有限元法和基于 Welch 平均周期图辨识的试验方法, 验证了空间多自由度运动模拟器系统刚柔混合体建模理论的有效性和普适性, 以及建立的振动数学模型的正确性。基于模态分析理论, 研究了运动模拟器系统的振动本征和模态特性。采用特征值分解方法, 分析了运动模拟器系统的主振型、模态频率及模态空间的特征, 提出并证明了振型相关性、振型正交性、模态空间和模态频率唯一性的性质, 为空间对接超大型地面运动模拟器系统控制问题的解决提供了理论依据。

为解决空间对接超大型地面运动模拟器系统的控制问题, 以及空间多自由度运动模拟器系统关于控制的新的基础共性问题, 从基础理论研究角度, 提出了空间多自由度运动模拟器系统的模态空间控制理论。基于振型正交性和模态空间唯一性理论, 建立了空间多自由度运动模拟器系统的模态空间控制的理论基础, 即模态空间控制原理和模态空间动力解耦性质。基于模态空间控制的理论基础, 结合现有的成熟控制算法, 建立了模态空间 PID 控制理论和模态空间前馈控制理论。从理论角度, 界定了模态空间控制和传统物理空间控制的异同点, 诠释了空间多自由度运动模拟器系统的传统物理空间控制的实际物理意义和模态空间控制的优越性。基于时频域分析方法, 对比研究了空间多自由度运动模拟器系统的模态空间控制和传统物理空间控制的性能品质。

基于模态空间控制技术, 展开了空间多自由度运动模拟器系统的试验研究, 验证了模态空间控制理论的有效性和可行性。利用建立的模态模型和模态空间控制理论, 从动力解耦性、鲁棒性、控制精度、静态和动态响应特性等几个方面, 对空间多自由度运动模拟器系统进行了试验分析。通过试验对比研究, 得出了模态空间控制理论可解决空间对接超大型运动模拟器系统的控制问题, 实现模态控制空间动力解耦和模态独立控制, 起到提高系统的控制精度、拓展系统的整体频宽、改善系统的整体频响特性的结论。