DOI: 10.3901/JME.2013.05.100

基于参数曲面映射的五轴数控螺旋 加工轨迹计算方法^{*}

周 波^{1,2} 赵吉宾¹ 刘伟军¹ 李 论¹

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所 沈阳 110016;

2. 中国科学院大学 北京 100049)

摘要: 采用五轴数控机床进行高速加工时, 加工干涉及曲面转角处的突变会造成刀轴矢量剧烈变化, 而采用传统的退刀再进刀的方法又难免导致加工效率及质量的降低。针对上述问题, 提出一种新颖的适用于五轴高速加工的刀具路径生成算法。该方法由偏微分方程的热传导模型, 计算得到映射参数域内满足加工参数的温度等值线, 制定映射规则并在标准参数域内规划出加工轨迹, 从而在对应参数域内映射生成螺旋轨迹, 并将该轨迹映射到参数曲面上获得曲面的螺旋加工轨迹, 该轨迹可以实现无退刀加工。采用上述算法进行了仿真, 仿真结果表明该方法优于现有加工方法, 可实现基于参数曲面及裁剪曲面的复杂型腔的高速加工。

关键词: 五轴数控加工 偏微分方程 映射规则 螺旋轨迹

中图分类号: TP391

Processing Calculation Method of 5-axis NC Spiral Trajectory Based on Parametric Surface Mapping

ZHOU Bo^{1,2} ZHAO Jibin¹ LIU Weijun¹ LI Lun¹

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016;

2. Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract: Using 5-axis CNC machine tools for high speed machining, once a mutation occurs somewhere in the processing interference and mutations of surface corner, the mutation of tool axis vector may occur rapidly, while the use of traditional methods including retracting and then engaging again, will inevitably lead to reduce the product quality and process efficiency. To solve the above problems, a novelty path generation algorithm for 5-axis high speed machining is proposed. The processes are carried out which are using partial differential equations of heat conduction model and defining the projection parameters of projection region for the calculation of contours within the projection region, selecting out of the temperature contours which meet the processing conditions, defining the mapping rules and planning processing trajectory within the standard parameter domain, then mapping trajectory to the corresponding parameter domain to generate spiral trajectory, and mapping the spiral trajectory to the parametric surface to generate the spiral processing trajectory. This processing trajectory can be achieved without retracting processing. Using the above algorithm to obtain the simulation results, it shows that the new method is superior to traditional processing methods. The results also show that this method can achieve high-speed processing based on the complexity of parametric surfaces and cavity of trimmed surface.

Key words: 5-axis CNC machining Tool partial differential equations Mapping rule Spiral trajectory

0 前言

目前, 五轴高速数控加工技术已经成为具有经

济前景的生产技术, 它以高效率和高精度、高表面质量等基本特征, 在复杂曲面的加工方面具有非常明显的优势, 已成为提高加工效率和加工质量、降低成本的主要途径。高速加工不仅对机床、夹具、刀具等提出了更高的要求, 对刀具运动路径拓扑几何形状和动力学性能的要求也极为严格。例如, 如

^{*} 国家重点基础研究发展计划(973 计划, 2011CB302400)和国家自然科学基金(50975274, 51175479)资助项目。20111017 收到初稿, 20130105 收到修改稿

果没有合理排布走刀轨迹, 则材料去除率的剧烈变化势必影响加工的效率与质量; 同时, 如果轨迹不连续或存在过多的路径转接, 将不可避免造成频繁的抬刀或加工方向的突然改变而引起刀具的振动^[1], 因此在高速加工过程中要保证切削载荷均匀、不产生剧烈的变化。为了防止切削时速度矢量方向的突然改变, 在刀轨拐角处需要增加圆弧过渡, 避免出现尖锐拐角, 所有进刀、退刀、步距和非切削运动的过渡也都需要尽可能圆滑。因此, 为减小刀具负载波动、刀具磨损、减少抬刀次数, 生成一条光顺连续的走刀轨迹对复杂曲面的高速切削加工就显得尤为重要。通常, 在高速加工中采用螺旋走刀方式规划刀具轨迹, 这种刀具轨迹不容易出现细碎的加工轨迹, 而且能够有效抑制刀具负载的波动及减少抬刀次数, 从而可以获得较高的加工质量, 因此这种连续进给方式对曲面五轴高速加工而言很值得重视。

目前针对螺旋轨迹生成算法的研究已经比较深入, 但大部分是基于参数曲面的研究, 这是因为网格曲面是对原始曲面的线性逼近, 因而存在曲面精度损失问题, 不易获得精确的刀位轨迹, 通常只能采用截面线型路径, 由于生成轨迹与边界的不一致性, 往往会导致大量较短的加工路径出现, 影响加工的效率与精度^[2], 因而其规划方法复杂且不易保证规划的螺旋轨迹加工精度, 研究相对较少。其中, REN 等^[3]通过建立 3D 空间曲面与给定平面域的映射关系, 使得加工轨迹的设计与规划在平面域上展开, 一定程度上降低了轨迹规划的复杂性, 进而规划出曲面螺旋加工轨迹, 但该方法是通过基于均值坐标参数域映射网格曲面, 从而获得网格曲面的螺旋加工轨迹, 并不适用于参数曲面加工; ZHU 等^[4]提出了一种基于三角网格模型的等残留高度的螺旋刀具路径生成方法, 该方法通过使用三角网格模型的底层多边形边界生成螺旋引导路径, 需要进行复杂的自交环类型判断及去除自交环的裁减运算, 但因其通过残留高度确定了加工行距, 相对于等参数法加工有一定的优越性; 而参数曲面的刀位轨迹生成方法研究则更为成熟, 如国内, 徐金亭等^[1]以等参数线型轨迹为基础, 生成等参数环形轨迹, 进而以对角曲线连接相邻路径, 构造能够实现连续切削的等参数螺旋轨迹; 国际上, LEE^[5]通过偏置曲面边界进而去除自交环获得等参数环, 同时通过等残留高度确定加工行距即偏置距离, 其行距的确定方法与 ZHU 等的^[4]相似; 上述方法的不足之处在于在进行曲面边界偏置运算后, 均涉及复杂的轨迹局部或全局自交干涉检测, 需要进行大量自交

环的类型分析与裁剪运算, 且生成的偏置轨迹线均有尖锐拐角, 不能形成光顺加工轨迹, 实际加工中易发生加工矢量突变, 影响加工质量, 难以适应实际加工需要, 更不适用于高速加工; PATELOUP 等^[6]同样通过等参数法偏置平面型腔工件的外轮廓线, 在生成轨迹的各拐角处分别进行 B 样条插值, 以实现各偏置轨迹转角处轨迹的光顺衔接, 进而生成螺旋轨迹, 但其算法除了需要进行自交环的判断及裁剪运算, 另外还需要进行复杂的插值计算, 且只适用于平面型腔的加工; 美国波音公司 BIETERMAN 等^[7]针对模型轮廓求解椭圆偏微分方程边值问题, 将得到的一系列等值线, 再由偏微分方程求解的空白区域的中心点, 构造数条等间隔角度的射线与上述生成的等值线求交点, 继而连接交点生成螺旋轨迹; 上海交通大学的詹阳烈等^[8]利用求解水平集的方法, 在加工平面生成了与前者类似的螺旋轨迹; 上述两种方法均首先通过加工区域外轮廓线构造出边界, 再设定边界条件, 进而求解偏微分方程获得加工区域内的等值线, 作为加工轨迹线。因等值线的分布不均, 将导致行距不固定, 这意味着在实际加工中难以保证加工参数, 会发生重复加工或遗漏加工区域, 同时这两种方法均只适用于简单的三轴平坦区域的加工; 且前者通过空白区域的中心点构造等间隔角度的射线获得与等值线交点再连接成螺旋轨迹的方法, 无疑将导致通过求解偏微分方程获得的具有光顺转角的等值线失去意义。综上, 上述的螺旋轨迹生成方法对参数曲面及裁剪曲面的轨迹生成问题, 均没有有效的解决方法。

为此, 本文将针对复杂参数曲面及裁剪曲面的高速数控加工技术中的轨迹生成问题, 提出新颖的算法, 构造能够实现连续切削的螺旋轨迹: 创造性地将偏微分方程中的热传导物理模型, 引入加工轨迹的生成计算中, 通过在参数曲面的映射域设定边界条件, 确定加工参数, 得到映射参数域内满足加工条件的温度等值线, 规划对应标准参数域的轨迹, 从而映射到加工曲面获得参数曲面及裁剪曲面的螺旋轨迹。仿真结果表明, 本文所提出的算法对复杂参数曲面及裁剪曲面具有非常优越的适用性, 可获得连续、光滑、低曲率、材料去除效率高且具有边界一致的高速数控螺旋加工轨迹。

1 算法概述

为满足五轴高速数控加工的实际需要, 本文提出的算法的加工行距可通过等参数、等截面等方法获得或通过残留高度确定, 走刀步长则通过弦高误

差控制,图 1 为技术路线流程图:① 在参数曲面上规划一组行切线集合,规划方法可选用残留高度法或等参数法;② 引入偏微分方程的热传导模型,在曲面投影最大轮廓线所构成的参数域内,以最大轮廓线作为边界,设定边界条件生成等值曲线,将曲面引导线以及行切线集合的交点映射到参数域内,获得对应的映射点,从而通过递归计算的方法缩小每个映射点两侧的等值线分度间距,直到选定满足条件的参数域内的等值曲线,如果映射点在空白区域处则表示其代表的温度值为负值,则按圆盘的对称解进行计算;③ 在选定的每两条等值曲线间插入由等弦高误差步长确定数量的等值线,在参数域的最外两圈等值线间插入等值线;④ 进而建立标准参数域及映射域的映射规则,在标准参数域规划轨迹;⑤ 将规划的轨迹映射到参数曲面生成螺旋轨迹。通过上述流程获得的曲面螺旋刀具轨迹满足实际加工参数的设定,产生的加工负荷更稳定,将有效减小刀具损坏概率,若使用残留高度法将会获得更大的加工行距,缩短加工时间及加工路径,并最终产生无切入切出的螺旋加工路径。

图 1 算法流程图

2 参数域内等值线的生成

本文提出的刀具路径生成算法的第一步是确定以曲面投影最大轮廓线为参数域边界的等值线,而等值线的确定及选取将影响刀具路径的质量。因残留高度将不会超过加工表面粗糙度,通过残留高度将确定等值线对应温度值并获得一组初始等值线。

2.1 热传导问题及其差分计算方法

自然科学与工程技术中种种运动发展过程与

平衡现象各自遵守一定的规律。这些规律的定量表述一般地呈现为关于含有未知函数及其导数的方程,此即偏微分方程。将只含有未知多元函数及其偏导数的方程,称之为偏微分方程。通常情况下,偏微分方程无定解,但通过限定边界条件,可以获得其定解^[9]。

对于诸如边界形状复杂、带有复杂镂空区域,边界具有恒定热性质且表面无热源 of 复杂平面热能分布问题的求解,需要用到热传导模型。因此,这里先对热传导问题进行求解并给出其差分计算方法。

热传导问题属于抛物型偏微分方程

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = Q + h(T_c - T) \quad (1)$$

式中, T 为温度, ρ 为密度, C 为比热容, λ 为热导率, Q 为热源, h 为对流热的传输系数, T_c 为环境温度, $h(T_c - T)$ 表示从环境向区域内部的传输热量,它描述平面的热传输现象,以及由轴对称三维问题经过降维后的热传输问题,下面应用数值求解二维传导方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_0 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

式中, $K_0 = k / \rho C$ 。基于热传导方程的有限差分方法,对时间前向差分与对空间中心差分的偏差分方程为

$$T_j^{(m+1)} = T_j^{(m)} + s \left(T_{j+1}^{(m)} - 2T_j^{(m)} + T_{j-1}^{(m)} \right) \quad (3)$$

这里引入二维网格点,并假设 $\Delta x = \Delta y$ 。利用时间前向差分以及基于 x 与 y 的中心差分对之前的式(3)得到^[10]

$$\frac{T_{j,l}^{(m+1)} - T_{j,l}^{(m)}}{\Delta t} = \frac{K_0}{(\Delta x)^2} \left[T_{j+1,l}^{(m)} + T_{j-1,l}^{(m)} + T_{j,l+1}^{(m)} + T_{j,l-1}^{(m)} - 4T_{j,l}^{(m)} \right] \quad (4)$$

式中, $T_{j,l}^{(m)} \approx T(j\Delta x, l\Delta y, m\Delta t)$ 。用式(4)随时间前行。因数值格式可能是不稳定的。这里做一个简化的稳定性分析,因此就忽略了边界条件。通过将 $T_{j,l}^{(m)} = Q^{t/\Delta t} \exp(i(\alpha x + \beta y))$ 代入式(4)考察空间周期波动的可能增长,立即得到

$$Q = 1 + s(\exp(i\alpha\Delta x) + \exp(-i\alpha\Delta x) + \exp(i\beta\Delta y) + \exp(-i\beta\Delta y) - 4) = 1 + 2s(\cos \alpha\Delta x + \cos \beta\Delta y - 2) \quad (5)$$

式中, $s = k\Delta t / (\Delta x)^2$ 和 $\Delta x = \Delta y$ 。为了确保稳定性, $-1 < Q < 1$, 由此导出二维热传导方程的稳定性条件为

$$s = \frac{K_0 \Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{4} \quad (6)$$

如图 2 所示的 L 形区域上考虑热传导方程。假设初始温度为 0, 并令在边界 $y=0$ 上 $u=1\ 000\ ^\circ\text{C}$, 而在边界的其他部分 $u=0\ ^\circ\text{C}$ 。以最大稳定时间步长做计算, $s=1/4[(\Delta x)^2/4K_0]$, 这样式(4)变为

$$T_{j,l}^{(m)} = \frac{T_{j+1,l}^{(m)} + T_{j-1,l}^{(m)} + T_{j,l+1}^{(m)} + T_{j,l-1}^{(m)}}{4} \quad (7)$$

图 2 L 形区域的数值解

在此数值格式下, 下一时刻的温度, 是四个临近网格点上当前温度的平均值。取 $\Delta x=1/10[1/400K_0]$, 在图 2 中给出了数值解的草图。并大概的绘出了等温线, 以便观察热能如何进入区域的内部。

由草图可以分析得出: 若曲面为裁剪曲面, 则对应的参数域为裁剪区域, 恰当地设定初始温度、边界条件及时间, 可以得到符合映射域的对应变微分方程的数值解。图 3 为应用本文算法得到的复杂边界参数区域的等值线。

图 3 小人形状边界曲线的等值线

2.2 圆盘内的拉普拉斯方程

加工件常见的回转体件有圆柱、球冠等, 因其构成均与圆相关, 因此这里研究圆盘上的热分布问题, 即对圆的对称解做求解, 并在后文应用该模型解决实际加工问题。

假设有一个半径为 r 的薄圆盘(具有恒定热性质且没有热源), 圆盘在边界上具有指定的温度。如果边界上的温度与时间无关, 就有理由确定平衡温度分布。温度满足拉普拉斯方程, $\nabla^2 T=0$ 。这个问题的几何特性表明要采用极坐标, $T=T(r, \theta)$ 。特别在圆周 $r=a$ 上, 温度分布是常数, $T(a, \theta)=T$, 则要求解的问题是圆的对称解。

平面情况下, $T_{xx} + T_{yy} = 0$, 在极坐标系下的方程为^[6]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = 0 \quad (8)$$

因为圆对称, 说明 T 与 θ 无关, 仅由 r 确定 $T=T(r)$, 故方程变为

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

即

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (9)$$

两边对 r 组合有

$$r \frac{dT}{dr} = c$$

继而得

$$dT = c_1 \frac{dr}{r} \quad (10)$$

再对 r 组合有

$$T = c_1 \ln r + c_2 \quad (11)$$

式中, c_1, c_2 为任意常数, 取 $c_1=1, c_2=0$, 有

$$T = \ln r \quad (12)$$

需要注意的是, 若取 $c_1=-1, c_2=0$, 类似地会获得 $T=-\ln r$ 。这样便得到温度为负值的等值线, 后文将会用到这一结果填充如图 3 中的中央空白温度区域, 如图 4 所示。

因此, 圆的对称解模型为一组同心圆, 其半径值与温度值 T 有直接对应关系。在后文, 将把圆盘的温度扩散模型增加附加边界条件后, 可用于圆盘、圆柱及圆球等曲面的表面加工, 就可以获得回转体的螺旋加工轨迹。

图 4 负温度等温线填充空白区域

3 刀具路径生成

走刀步长与行距的确定是刀轨生成过程中很重要的一环,这决定着加工的质量与效率^[11]。在曲面轮廓线投影域的等值线确定后,接下来的问题是通过切削行距及走刀步长的计算,进行参数域内等值线的选取及进行标准参数域到参数域的映射。

3.1 参数域内等值线的选取

参数域内等值线的间距将直接影响到最终映射到参数曲面的切削行距。切削行距是指两条相邻刀具轨迹间的间距,其大小是影响曲面加工精度和效率的重要因素。行距过小会导致编程效率低下并使加工时间成倍增加;行距过大则会使表面残留高度增大,后续处理变得复杂。因此,为了既满足加工精度和表面粗糙度的要求,又要有较高的生产效率,必须合理确定切削行距。

等残留高度法是指相邻两条刀具轨迹间残留高度等于许用加工误差,保证相邻刀轨间残留高度为定值,在同等加工条件下所用时间最短。本文通过残留高度法确定加工行距,同时因该方法是较成熟的计算方法,所以这里仅提供简化计算公式^[12]。

(1) 平面加工的行距计算。当用球头刀加工平面时,残留高度 h 与行距 L 之间的简化公式为

$$L \approx 2\sqrt{2Rh} \quad (13)$$

(2) 凸曲面加工的行距计算。当用球头刀加工凸曲面时,残留高度 h 与行距 L 之间的简化公式为

$$L \approx 2\sqrt{2hR\sqrt{\frac{R_b}{R_b+R}}} \quad (14)$$

(3) 凹曲面加工的行距计算。用与凸曲面类似的方法,当用球头刀加工凹曲面时,残留高度 h 与

行距 L 之间的简化公式为

$$L \approx 2\sqrt{2hR\sqrt{\frac{R_b}{R_b-R}}} \quad (15)$$

式中, R_b 为曲面曲率半径, R 为刀具半径。

需要注意的是,本文算法对于其他类型刀具如端铣刀等同样适用,只需要使用相应刀具所对应的残留高度 h 与行距 L 之间的计算公式即可,在此不再赘述。

3.1.1 由引导线确定初始行距线及等值线

首先,应用等残留高度法获得一组加工轨迹 A , 其中 A_i 为集合中元素且 $A_i \in A (1 \leq i \leq n-1)$, 再在曲面上确定一条引导线 C , 该引导线 C 与 A 中的每条加工轨迹 A_i 相交, 由此确定一系列的走刀行距点集 $P_0, P_1, \dots, P_n$ (其中 P_0 及 P_n 分别为引导线 C 的首末端点); 将引导线 C 及其上的等行距点映射到参数域平面, 则得到对应的映射线 C' 及其上映射点 $P'_0, P'_1, \dots, P'_n$, 见图 5。

图 5 曲面引导线及其映射线示意图

引导曲线 C 的确定原则要保证其上的交点集 $P_0, P_1, \dots, P_n$ 尽量均匀, 在满足尽量减少加工重复的同时要避免残留未加工区域。

如图 6 中 r_i, r_{i+1}, r_{i-1} 为相邻的等值线, 在映射平面上确定其间距分别为 d_i 与 d_{i-1} 。映射点 P'_i 处温度等值线生成流程如下: 首先将参数域边界设定温度为 T_h , 参数域内存在 0°C 区域, 等分温度为 T' , 则生成包括内外边界在内共 $T_h/T' + 1$ 组等值线。那么总会存在两条相邻的等温线 r'_j 与 r'_{j+1} , 间距为 d'_j , 其温度分别为 T'_j 与 T'_{j+1} , 投影点 P'_i 在它们之间, 则 P'_i 温度所在区间为 $T'_{j+1} \leq T'_i \leq T'_j (T'_j - T'_{j+1} = T')$ 。其次判断 d'_j 与设定间距 ε_d 的关系如下。

(1) $d'_j > \varepsilon_d$, 则再以等温线 r'_j 与 r'_{j+1} 分别作为外边界及内边界, T'_j 与 T'_{j+1} 分别为对应的温度值, 选取较小的等分温度 $\frac{T'}{10}$, 递归重复上述计算过程, 直至 $d'_j \leq \varepsilon_d$; 令最终求得的两条等值线为 r'_k 与 r'_{k+1} , 对应温度值分别为 T'_k 与 T'_{k+1} , 且满足 $T'_{k+1} \leq T'_i \leq T'_k \left(T'_k - T'_{k+1} = \frac{T'}{10w} \right)$, 其中 w 为递归计算的次数; r'_k 与 r'_{k+1} 与 $P_i P'_{i+1}$ 分别有交点, 命名为 P'_k 及 P'_{k+1} , 则由以下比例公式得到投影点 P'_i 所在温度值

$$T'_{P'_i} = \left| P'_{k+1} - P'_i \right| T'_k + \left(1 - \frac{\left| P'_{k+1} - P'_i \right|}{\left| P'_{k+1} - P'_k \right|} \right) T'_{k+1} \quad (16)$$

(2) $d'_j \leq \varepsilon_d$, 则无须进行递归计算, 所求可由比例公式

$$T'_{P'_i} = \left| P'_{j+1} - P'_i \right| T'_j + \left(1 - \frac{\left| P'_{j+1} - P'_i \right|}{\left| P'_{j+1} - P'_j \right|} \right) T'_{j+1} \quad (17)$$

直接计算得到。

按本节算法, 获得对应的温度 T_i 的等值线, 见图 6。

图 6 投影点处温度求解

需要注意的是, 若 0°C 的等值线之内, 仍有投影点由第 2.1 节中差分方法不能计算得到, 则需要由第 2.2 节中圆盘内的拉普拉斯方程公式做计算, 得到温度值为负值的等温线, 其获得投影点温度的方法与正值相同, 这里不再赘述。

3.1.2 由等弦高差步长确定初始等值线间插值

将对应的等值线 r_i 映射到参数曲面上, 获得每条等值线在参数曲面上对应的映射线记做 r'_i ; 对每条 r'_i , 由等弦高步长走刀的算法, 获得每条 r'_i 上的加工点 $P_i^1, P_i^2, \dots, P_i^m$; 再将这些点映射到对应的等值曲线 r_i 上, 对应的映射点为 $p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^m$ 。

本文采用的等弦高差步长估计算法是根据曲线离散点处域内的几何形状来估计满足逼近精度要求的离散步长, 应用非均匀递归插值方法获得当前刀触点, 再由此确定下一点的位置。算法简单可靠且效率相对较高, 对切削步长具有沿加工方向的曲率适应性, 加工效率高^[13]。

图 7 为等弦高误差非均匀递归插值拟合算法的原理图, 计算插值区段弦 $P_i P_{i+1}$ 中点坐标值 $P_{(2i+1)/2}$, 并由此计算相对应的曲线上点的坐标 $P_{(2i+1)/2}(u)$, 计算该点到弦的距离 d , 此距离为弦高 h , 同设定的弦高误差 δ_d 进行比较, 满足要求则退出, 否则递归调用计算。弦高值由式(18)计算

$$h = \frac{2 \left| y(u_{\frac{2i+1}{2}}) - \frac{y_i + y_{i+1}}{2} \right| |y_{i+1} - y_i|}{\sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2}} \quad (18)$$

式中, $y(u_i)$ 为工件轮廓曲线上一点 $P(u_i)$ 的 Y 轴矢量值, x_i, y_i, x_{i+1} 和 y_{i+1} 为刀具插值端点的坐标。

图 7 等弦高误差非均匀递归插值拟合算法原理图

在每一个子区间中, 将计算出的实际弦高 h 与给定的控制弦高误差 δ_d 的值进行比较, 如果 $h \leq \delta_d$ 。则不需要再进行插值计算, 如果不满足则再以中点 $P_{(2i+1)/2}$ 为端点把区间按二分法再分为 2 个子区间段继续递归, 再进行判断, 如此反复直到满足 $h \leq \delta_d$ 条件为止。这种控制策略可以保证各子插值区间内的

插值点数最少,而且利用弦高误差作为判断准则,可以求出最大参数步长,缩短走刀时间。

下面在相邻的行距曲线 r_i , r_{i+1} , r_{i-1} 间,由第2.1节及第2.2节方法,分别以临近边作为热传导的边界,插入相邻行距曲线上投影点数目较大的数目的等值线,见图8。如在等值曲线 r_i 与 r_{i+1} 之间,需要插入 m 数量的等值线,因 r_i 及 r_{i+1} 的对应的温度 T 值均已知,且分别为 T_i 与 T_{i+1} ; 则 r_i 及 r_{i+1} 之间,第 k 条等值线 r_i^k 的温度

$$T_i^k = T_i - \frac{T_i - T_{i+1}}{m-1}k \quad (19)$$

式中, $1 \leq k \leq m-1$ 。

图8 插入等值线示意图

3.2 参数域映射

本文根据裁剪曲面轮廓线特征,提出一种简化的参数映射方法,使一个重新规范化的参数区域与实际参数曲面投影的最大轮廓边界相匹配。该方法能够使刀轨严格与裁剪曲面相匹配,减少了冗余刀轨,提高了加工效率。

3.2.1 参数域与标准参数域点的对应关系

设沿参数域 X 方向为 u 参数方向, Y 方向为 v 参数方向。如图9a为初始参数曲面的参数域,图9b中空白区域为参数曲面沿 $-Z$ 方向投影到 XY 平面后得到的参数域。本文通过建立一个映射关系,使得图9b中经过布尔操作后的参数域与图9c所示规范化的参数域相对应。在图9d所示的参数域上规划刀轨,这样所生成的刀具轨迹便与实际的加工曲面相匹配。

在图9c参数域中任选一点 (s, t) , 要求在图9b所示实际参数域中找到其对应点 (u, v) , 且该对应点唯一。此时 (s, t) 便与 (u, v) 之间形成了某种映射。本文制定的映射关系如下。

映射条件(1): 通过 t 坐标值获得参数域内等值线编号

$$u' = \lfloor N_t t \rfloor \quad (20)$$

式(20)即用于确定选定的等值线的编号,得到对应

的等值线。其中, N_t 为初始等值线数目 n 与初始等值线间插值数目总和; 计算得出的下取整结果即为所确定的等值线编号数 u' 。

在确定等值线编号后,要确定 (s, t) 值对应的 (u, v) 点在该等值线上所在的线段,即映射条件(2)

$$v' = \lfloor L_{u'} s \rfloor \quad (21)$$

式中, $L_{u'}$ 表示经确定得到的等值线编号为 u' 的曲线长度 $L_{u'} = \sum_{i=1}^{n-1} d_i$; 上取整计算得出的是 (s, t) 对应的 (u, v) 所在的线段,令所求得的线段为 $D_{v'}$ 。

因为所设定的等值曲线是有方向的,所以确定所求点所在线段 $D_{v'}$ 后,即可以由 s 小数点第一位后其余部分构建线性插值公式

$$p(u, v) = (p'_{\text{end}} - p'_{\text{start}})(s \times 10 - \lfloor s \times 10 \rfloor) + p'_{\text{start}} \quad (22)$$

即可得到所对应的点在参数域内的坐标值。 p'_{start} 与 p'_{end} 分别为所在线段 $D_{v'}$ 的起始点与终点。

图9 参数域生成及规划示意图

这样便将规范化的参数域中的每一点与经过布尔操作后的参数域中的每一点对应起来。如图9c中规划的5条刀轨,映射之后的5条对应刀轨如图9d中所示。

3.2.2 标准参数域规划螺旋轨迹

由第3.2.1节,标准参数域的 t 值,可以一一对应等值线的编号; s 值用以确定该等值线上的点位;且初始投影线的参数曲面投影线的各个点均可以用 (s, t) 表示。

因为每条 r_i' 由等弦高步长走刀的算法,在曲面上对应得到的离散加工点数目 m 一般不等。所以相

邻两条等值线 r_i 、 r_{i+1} 上映射的数目也不一定相同。将相邻等值线 r_i 与 r_{i+1} 上映射数目较多的曲线上的每个映射点, 与到另一条曲线上距离最近的点连线, 就保证了相邻两个等值线均有相同数量的映射点。

如图 10 所示, 在 $r_{(s,t)}$ 、 $r_{(s,t)'}$ 上分别有数个映射点, 假定 $r_{(s,t)}$ 上的映射点数目大于 $r_{(s,t)'}$ 上映射点数目, 则将 $r_{(s,t)}$ 上映射点 $P_{(s,t)}^1, P_{(s,t)}^2, \dots, P_{(s,t)}^m$ 依次对应找到在 $r_{(s,t)'}$ 上的最近点 $P_{(s,t)'}^1, P_{(s,t)'}^2, \dots, P_{(s,t)'}^m$, 并将对应点连线。

图 10 临近等值线上映射点及其最近点连线

在标准参数域中规划轨迹后, 并按照 t 值由大到小的顺序连接各个规划轨迹点, 在参数域中将相应的获得螺旋轨迹, 见图 11。

图 11 规划标准参数域及获得螺旋轨迹

综上所述, 规划基于标准参数域螺旋点位的过程如下。

(1) 将前文 N_{total} 中等值线数目, 在标准参数域中按等比例划分 t 值, t 值按由小到大的顺序对应参数域内由外到内的等值线分布, 这样便对应完成所有等值线的输入, 且初始等值线满足等残留高度行距。

(2) 将每条初始等值线上的等弦高走刀点位 $P_{(u,v)}^k$, 对应到标准参数域内, 这样便完成等弦高差走刀的点位 $P_{(s,t)}^k$ 输入。

(3) 连接标准参数域中临近两组对应的 $P_{(s,t)}^k$ 点, 并由比例公式

$$g_{s,t}^k = (1 - \bar{L})P_{(s,t)}^k + \bar{L}P_{(s,t)'}^k \quad (23)$$

$$\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} |P_{(s,t)}^{k+1} - P_{(s,t)}^k|}{\sum_{i=1}^{m-1} |P_{(s,t)}^{k+1} - P_{(s,t)}^k|}$$

则得到轨迹点 $g_{(s,t)}^1, g_{(s,t)}^2, \dots, g_{(s,t)}^m$ 在标准参数域的坐标值, 由本节的映射方法, 就可以在参数域中得到坐标值, 再分别将其映射到参数曲面, 就最终得到满足残留高度法确定行距、弦高差法确定走刀步长的螺旋加工轨迹。

3.3 对加工参数的一些补充说明

螺旋铣削加工方法是指数控加工时刀具相对工件做连续环绕运动, 加工轨迹为一条光滑连续的螺旋线。从整体上看, 覆盖加工曲面的刀轨为一条连续刀轨, 但这样不便于直观认识和分析。在标准参数域中, 可将参数 s 从 0 变化到 1 的一段看成一条独立的刀轨(加工单元), 这样更容易理解。螺旋刀轨规划应满足如下要求。

(1) 因参数域中等值线均为整条闭合曲线, 对应的标准参数域中为参数 s 从 0 到 1 的一条直线段; 因此首末两条刀具轨迹在标准参数域中的规划方式为: 当前轨迹线的末尾点的 t 值即为下一条轨迹线的初始点的 t 值, 如图 11a 所示。

(2) 两相邻刀轨首尾相连, 包括首末两条刀轨在内, 每一条刀轨两参数 s 增量之比除回转体情况外, 一般均不是常数。

(3) 每一条刀轨的 t 参数增量均为常数。

(4) 任意相邻两条刀轨之间残留高度应满足允许加工误差要求。

4 算法实例

本文基于 ACIS R21 几何造型平台, 以 VC++ 2005 为编程实现工具, 完成算法的编程及造型显示。

4.1 型腔的精密切削加工

针对型腔类模型, 应用偏微分方程的热传导模型, 将外边界设定为 1000°C ; 在该曲面的边界曲线按 0.02 mm 的等弦高差步长参数, 每隔一段距离设置一个检查点, 加工完毕必须保证这些点的精度在 $\pm 0.02\text{ mm}$ 之内; 球头刀刀具半径为 10 mm ; 残留高度为 0.02 mm 。

按照本文提出算法在标准参数域中规划轨迹, 则在型腔曲面上对应获得 1 条光滑、连续的刀具轨迹, 如图 12 所示。

图12 应用热传导模型获得的型腔加工轨迹

针对义齿型腔,综合应用偏微分方程的热传导模型及圆的对称解,将外边界设定为 $1\,000\text{ }^{\circ}\text{C}$;球头刀刀具半径为 1.5 mm ;残留高度为 0.02 mm ;曲面的边界曲线按 0.02 mm 的等弦高差步长参数,每隔一段距离设置一个检查点,加工完毕必须保证这些点的精度在 $\pm 0.01\text{ mm}$ 之内。

在分别按照本文之前提出算法在标准参数域中规划轨迹,则在义齿组成曲面上对应获得3条光滑、连续的刀具轨迹,如图13所示。

图13 义齿加工轨迹

如图13a与图13b所示,义齿左右齿龈的螺旋轨迹生成方法与图12中型腔相同,这里不再赘述。

如图13c所示,义齿齿冠的螺旋轨迹生成方法在本文第3节中有详细阐述,这里不再赘述。

如图13d所示,义齿内部型腔的轨迹生成方法在第2.2节有阐述。义齿型腔的内部结构是由圆盘、圆柱、球冠及义齿底座的剪切曲面组成的。前三者均是回转体,其刀具轨迹的生成方法可以通过第2.2节中圆的对称解求得:在该回转体上通过设定的等残留高度值求解加工行距,并以这三者构成的回转体的母线为引导线,引导线及母线的交点的投影点

即为等温线的温度点,余下的义齿底座的剪切曲面的计算步骤均与型腔类工件相同,只需要将内外边界设定为不同温度值即可,具体可见算法实例第4.2节中的相关部分。

需要注意的是,在圆柱加工区域的参数域所对应的标准参数域中,刀具轨迹只需要规划成数条 s 由0到1的平行的线段即可。限定的温度变化条件如下:若边界沿 xy 方向有变化,即圆半径发生变化时才有热量损失,否则按无温度损失计算。可得知应用本文方法,有效避免了重复退刀及传统投影法难以避免的加工盲区,具有非常优越的实用性。

4.2 裁剪曲面型腔的精密切削加工

对于裁剪曲面型腔的加工计算,需要把裁剪区域的边界条件与曲面的外边界条件,设定成不同的温度值,分别做限定。如在本文中,将外边界设定为 $1\,000\text{ }^{\circ}\text{C}$,裁剪处边界条件设定为 $50\,000\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。其余加工参数的选取,则与算法实例第4.1节中的型腔类零件的参数选取相同。

首先,通过规划数组横纵(s, t)直线段,将其映射到参数曲面,与裁剪区域获得的交点,映射回标准参数域,从而在标准参数域中获得裁剪区域形状,并在标准参数区域按多边形的有效性原则将其划分为5个简单凸多边形,如图14a所示;继而在对应参数域中映射生成螺旋轨迹,如图14b所示;图14c为将该参数区域内的螺旋线投影到加工曲面后获得的螺旋轨迹。

(a) 标准参数域中生成等值线

(b) 参数域中生成螺旋轨迹

(c) 映射到裁剪曲面的螺旋轨迹

图14 裁剪曲面型腔的加工轨迹

5 结论

(1) 本文针对高速加工提出了一种新的刀具路径生成算法, 可确保高速精加工时的高效率及高质量。该方法有如下优点: 通过确定选取的等值线后, 进而生成螺旋轨迹线。刀具既可以由中心向外也可以由边界向中心的方式, 进行螺旋加工。这种螺旋轨迹光滑、连续、无须退刀。

(2) 该方法合理构建热传导物理模型, 确定其边界条件, 得到适合复杂型面及裁剪曲面型腔加工参数的加工轨迹。

(3) 该方法结合螺旋加工、由等残留高度法确定加工行距、由等弦高差确定走刀步长; 算法不产生自交环, 执行效率高。

参 考 文 献

- [1] 徐金亭, 刘伟军, 邱晓杰, 等. 自由曲面加工中的等参数螺旋轨迹生成方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(3): 148-151.
XU Jinting, LIU Weijun, QIU Xiaojie, et al. Isoparametric and spiral toolpath for free-form surfaces machining [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(3): 148-151.
- [2] 徐金亭, 刘伟军, 卞宏友, 等. 基于网格曲面模型的等残留刀位轨迹生成方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(11): 193-198.
XU Jinting, LIU Weijun, BIAN Hongyou, et al. Constant scallop tool path for triangular surface machining[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(11): 193-198.
- [3] REN Fei, SUN Yuwen, GUO Dongming. Combined reparameterization-based spiral toolpath[J]. Advanced Manufacturing Technology, 2009, 40(7-8): 760-768.
- [4] ZHU Hu, LIU Zhijun, FU Jianhui. Spiral tool-path generation with constant scallop height for sheet metal CNC incremental forming[J]. Advanced Manufacturing Technology, 2011, 54(9-12): 911-919.
- [5] LEE E. Contour offset approach to spiral toolpath generation with constant scallop height[J]. Computer-Aided Design, 2003, 35(6): 511-518.
- [6] PATELOUP V, DUC E, RAY P. B-spline approximation of circle arc and straight line for pocket machining[J]. Computer-Aided Design, 2010, 42(9): 817-827.
- [7] BIETERMAN M, SANDSTROM D R. A curvilinear tool-path method for pocket machining[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003, 125(4): 709-715.
- [8] 詹阳烈, 庄春刚, 熊振华. 螺旋刀具轨迹规划的水平集方法[J]. 机械制造, 2009, 47(3): 39-41.
ZHAN Yanglie, ZHUANG Chungang, XIONG Zhenhua. Level set method of spiral tool path generation[J]. Machinery, 2009, 47(3): 39-41.
- [9] 陆君安. 偏微分方程的 MATLAB 解法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2001.
LU Junan. MATLAB solution of partial differential equations[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2001.
- [10] HABERMAN R. Applied partial differential equations, with Fourier series and boundary value problems [M]. 4th ed. Beijing: China Machine Press, 2007.
- [11] 姬俊锋, 周来水, 安鲁陵, 等. 自由曲面叶片数控加工刀具轨迹规划方法[J]. 机械科学与技术, 2008, 27(5): 652-656.
JI Junfeng, ZHOU Laishui, AN Luling, et al. On tool path planning for NC machining of a free-form blade surface[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2008, 27(5): 652-656.
- [12] 霍颖. 基于等残留高度法的五轴 NC 加工刀位轨迹规划[D]. 西安: 西北工业大学, 2005.
HUO Ying. Tool path planning for 5-axis NC machining based on iso-scallop method[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005.
- [13] 牛文铁, 胡德计, 徐燕申, 等. 数控加工中定曲线方程轮廓的等弦高误差拟合算法研究[J]. 制造业自动化, 2001, 23(9): 7-10.
NIU Wentie, HU Deji, XU Yanshen, et al. An algorithm of equal chord deviation fitting in NC contour machining for an analytical formulation given curve[J]. Manufacturing Automation, 2001, 23(9): 7-10.

作者简介: 周波, 男, 1981 年出生, 博士研究生。主要研究方向为 CAD/CAM、计算机图形学。

E-mail: zhoubo@sia.cn

赵吉宾(通信作者), 男, 1970 年出生, 博士, 研究员。主要研究方向为快速成形技术和复杂曲面零件的加工及视觉检测技术。

E-mail: jbzhaos@sia.cn

刘伟军, 男, 1969 年出生, 博士, 研究员, 博士研究生导师。主要研究方向为快速成形技术和反求工程。

E-mail: wjliu@sia.cn

李论, 男, 1974 年出生, 博士, 副研究员, 硕士研究生导师。主要研究方向为快速成型技术、多轴数控加工轨迹与加工过程优化和复杂曲面零件在线检测技术。

E-mail: lilun@sia.cn