DOI: 10.3901/JME.2019.15.163

并联机构的运动学多目标轨迹规划方法^{*}

陈栋 李世其 王峻峰 何旺 丰意
(华中科技大学机械科学与工程学院 武汉 430074)

摘要: 提出了一种能够满足装配任务对多种性能需求的并联机构无奇异轨迹规划方法。以运动学分析为基础,证明了一定姿态条件下实现并联机构无奇异轨迹规划的充要条件。然后利用五次B样条曲线对并联机构末端轨迹进行了参数化表达。选取了与装配任务相关的三个运动学性能指标,即总调姿时间,各支链急动度和调姿难易度,并定义为目标函数以评价轨迹的优劣。在仿真实例中,利用人工免疫算法求解了多目标轨迹优化模型并得到了末端轨迹中的36个B样条参数。最后利用平均最优解的评价方法得到了满足装配任务需求的并联机构末端最优轨迹及各支链轨迹。

关键词: 并联机构; 轨迹规划; B样条曲线; 多目标优化

中图分类号: TP242

Method of Multi-objective Trajectory Planning of Parallel Mechanism Based on the Kinematics

CHEN Dong LI Shiqi WANG Junfeng HE Wang FENG Yi

(School of Mechanical Science & Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074)

Abstract: A singular-free trajectory planning method based on the kinematics is proposed to meet the various requirements of the assembly task. On the basis of kinematic analysis of parallel mechanism, a sufficient and necessary condition is proved for realizing the singular-free trajectory planning of parallel mechanism under certain pose conditions. Then a five-order B-spline curve is employed to parameterize the trajectory of the end-effector of the parallel mechanism. Three kinematic indexes related to the assembly task, that is, the total adjustment time, the jerk of each link and the difficulty of aligning the pose of the end-effector, are selected and defined as three objective functions to evaluate the performance of the trajectory. In a simulation case, the artificial immune algorithm is used to optimize the multi-objective optimization model of the parameterized trajectory and thirty-six B-spline parameters of the trajectory are obtained. Finally, the optimal trajectory of the parallel mechanism and each link satisfying the requirement of assembly task are obtained by means of average optimal evaluation method.

Key words: parallel mechanism; trajectory planning; B-spline curve; multi-objective optimization

0 前言

在自动化装配领域,具备多自由度运动能力且具有承载能力强、运动误差小等优点的并联机构逐渐被开发为自动化设备,实现大部件总装对接^[1-2]。在执行装配任务时,并联机构需要将对接部件从初始位姿运送至终点位姿,完成与目标部件的对接。实现这一目标的技术关键在于规划并联机构的运动轨迹^[3]。传统轨迹规划方法主要利用多项式函数在轨迹点之间插值,或采用多种线性函数进行轨迹拟合。朱永国等^[4]利用五次多项式函数规划了冗余驱动型调姿机构的运动轨迹。李小为等^[5]利用轨迹分割的方法规划

机械臂最优时间轨迹,在分割得到的数段轨迹之间以3-5-3混合多项式的方式进行不同阶次的插值。梅江平等^[6]对三自由度Delta并联机械手的研究也表明关节空间内基于五次非均匀有理B样条的轨迹规划方法比操作空间利用3-4-5次多项式轨迹规划方法优势明显。由多项式插值法得到的轨迹难以满足装配任务对效率、能耗、平稳性等多种技术指标的需求。近年来,以样条曲线为插值曲线的轨迹规划方法正受到越来越多的关注与研究。CHEN等^[7]利用三次B样条曲线规划了6-SPS型并联机器人的轨迹,以运动时间和能量消耗最小为目标,通过遗传算法对进行了轨迹优化。CHEN等^[8]还提出了一种将粒子群算法与局部共轭梯度方法相结合的优化算法,求解时间和能量最优的轨迹。针对4(UPS)-PU型机器人的加工需求,JAHANPOUR等^[9]利用NURBS曲线为末端规划加工

^{*} 国防基础科研计划(JCKY2016204A502)和装备预研重点基金(61409230103)资助项目。20180822收到初稿,20181128收到修改稿

轨迹,并确保了各关节的轨迹都能稳定平滑。WANG 等^[10]针对微运动并联机器人高精度轨迹的需求,利用七次 B 样条曲线规划了急动度平稳且连续光滑的运动轨迹。这些方法的共性可归纳为:先利用样条曲线生成参数化轨迹,再运用优化算法来获得最优轨迹。沿用这种思路研究的轨迹规划方法,在通用性和实用性上较传统方法更强。此外,在规划并联机构的运动轨迹时,还需要考虑轨迹的奇异性问题。若轨迹上存在奇异位姿点,将会使机构在该点产生奇异位形,严重影响其运动及力传递性能^[11]。针对并联机构的无奇异轨迹规划,KHOUKHI 等^[12]利用变分框架研究了并联机器人最优时间和能量的轨迹规划问题,并在工作空间以及机构物理限制的条件下避开轨迹奇异点。但规划的轨迹局限在二维 Oxy 平面内, z 方向的位移及姿态未被考虑。DASGUPTA 等^[13]利用概率图的思想研究了六自由度并联机器人的无奇异轨迹规划方法。其无奇异轨迹是通过对工作空间中大量的无奇异位姿点连线生成的,容易导致轨迹加速度不连续。李保坤等^[14-15]利用逐步搜索和二分法研究了 Gough-Stewart 的无奇异姿态空间,并根据给定姿态的三维无奇异位置空间分布,研究了无奇异路径存在与否的判别及规划方法。这种方法依然是先划出一系列无奇异的点,再将离散点连接生成无奇异轨迹。既未考虑轨迹优化问题,也忽略了轨迹平滑性等问题。

综合以上研究可知,关于无奇异轨迹规划的研究,很少考虑成本、效率、平稳性等多个指标的组合优化问题,且规划的无奇异轨迹容易在位姿连接点处出现加速度不连续等问题,导致轨迹平滑性降低。而在已有的多目标轨迹规划中,借助动力学模型中的驱动力约束,虽然在一定条件下可确保其规划的轨迹无奇异,但复杂的动力学建模及较长的计算耗时使得该方法实用性大大降低^[16]。本文将无奇异规划问题和多目标规划问题结合,吸取两种轨迹规划方法的优点并加以改进,提出一种基于运动学特性的多目标无奇异轨迹规划方法。该方法主要利用了调姿机构逆雅可比矩阵在工作空间中的分布特性,并通过调整 B 样条曲线的控制点和节点矢量将末端轨迹进行参数化表达,并采用人工免疫算法进行轨迹优化,最终实现了多目标下无奇异轨迹的目标。

1 并联调姿机构运动学模型

并联调姿机构包含两层结构:下层为 6-UPU 型六自由度并联机构,主要由末端(动平台)、基座(静平台)和六个折返式电动缸组成。在工作空间内为对接部件提供六自由度的调姿运动;上层为柔性支撑

装置,为对接部件提供浮动及推力支撑。

在机构执行装配任务时,首先借助测量设备获取对接部件的初始位姿和目标位姿,再分别由坐标系变换关系转化为末端几何中心的位姿始末点。通过为并联机构末端规划一条从起点到终点的运动轨迹即可利用该轨迹实现舱段的调姿对接。由于并联机构的逆运动学较正运动学简便,通常先规划机构末端即动平台几何中心的运动轨迹,然后反解出各支链即每个电动缸的位移、速度等物理参数曲线^[17]。考虑到调姿机构的实际运动行程有限以及对接安全性问题,对接部件的端面与目标部件端面之间实际间距通常保持在 200 mm 以内。在较短的运动行程内,调姿机构末端的加减速不能过大,因而忽略动力学因素对于轨迹的影响。那么,建立在运动学基础上的并联机构轨迹规划主要包括末端运动轨迹规划和各支链运动轨迹规划。如图 1 所示为机构的整体结构模型及对接轨迹规划任务示意图。

图 1 并联调姿机构模型及对接轨迹规划示意图

方便运动学分析,以构建闭环矢量链在基座中心建立惯性坐标系 $\{S\}$ $O_S S_x S_y S_z$ 。为描述末端相对于基座的位姿,在末端中心建立固连坐标系 $\{M\}$ $O_M M_x M_y M_z$ 。则末端位姿可表示为

$$P = \begin{bmatrix} {}^S_R & {}^S_T \\ {}^M_R & {}^M_T \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

式中, S_T 表示末端中心的位移矢量 $[x, y, z]^T$, M_R 为欧拉角 $[\alpha, \beta, \gamma]^T$ 构建的旋转矩阵,表示末端姿态。若采用 z - y - x 欧拉角形式,可将旋转矩阵 S_R 表达为

$${}^S_R = R_z(\alpha) R_y(\beta) R_x(\gamma) = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (2)$$

假设基座上各铰点 ($i=1, 2, \dots, 6$) 在 $\{S\}$ 中的坐标为 A_i , 末端各铰点在 $\{M\}$ 中坐标为 B_i 。建立如图

1 所示的闭环矢量链关系, B_i 相对于 $\{S\}$ 的坐标为 b_i

$$b_i = {}^S_M T + {}^S_M R B_i \quad (3)$$

由闭环矢量关系可知支链矢量 L_i 等于基座铰点坐标和末端铰点坐标的矢量差

$$L_i = b_i - A_i \quad (4)$$

若每条支链看作由上、下两个部分构成, 则上、下部分对应的矢量及长度可分别用 L_{i1}, L_{i2} 及 l_{i1}, l_{i2} 表示, 以 S_i 表示沿各支链的单位矢量, 则

$$L_i = L_{i1} + L_{i2} = (l_{i1} + l_{i2}) S_i \quad (5)$$

因此, 并联调姿机构的逆运动学方程可表示为

$$(l_{i1} + l_{i2}) S_i = {}^S_M T + {}^S_M R B_i - A_i \quad (6)$$

由于铰点坐标 A_i, B_i 已知, 经式(6)可求出平台在任意位姿 $[\begin{smallmatrix} S \\ M \end{smallmatrix} R \quad \begin{smallmatrix} S \\ M \end{smallmatrix} T]^T$ 时的各支链位移。而各支链的速度、加速度和急动度可分别对逆运动学矢量方程求一、二、三阶导获得

$$\begin{aligned} v_i S_i &= {}^S_M \dot{R} B_i + {}^S_M \dot{T} \\ a_i S_i &= {}^S_M \ddot{R} B_i + {}^S_M \ddot{T} \\ j_i S_i &= {}^S_M \dddot{R} B_i + {}^S_M \dddot{T} \end{aligned} \quad (7)$$

同时考虑六条支链, 其速度矢量 v_L 与末端广义速度矢量之间满足关系

$$v_L = \left[S^T \left({}^S_M R B \times S \right)^T \right] \left[v_{O_M} \quad \omega_{O_M} \right]^T \quad (8)$$

v_{O_M} 和 ω_{O_M} 分别表示动平台末端几何中心 O_M 的线速度和角速度。若 $\left[S^T \left({}^S_M R B \times S \right)^T \right]$ 满秩, 则

$J = \left[S^T \left({}^S_M R B \times S \right)^T \right]^{-1}$ 为并联机构的速度雅可比矩阵, 可描述关节空间中各支链速度到操作空间中末端速度的映射关系。

2 运动学无奇异轨迹规划的充要条件

当逆雅可比矩阵 $J^{-1} = \left[S^T \left({}^S_M R B \times S \right)^T \right]^{-1}$ 满秩时, 即 $\det(J^{-1}) \neq 0$ 才可根据末端速度由式(8)求六条支链速度。因此在考虑机构自身物理条件限制的前提下, $\det(J^{-1})$ 可用于判别机构在工作空间中的运动位姿点是否奇异。 $\det(J^{-1})$ 也可量化机构调姿能力, 其值越大则机构在当前位姿下的无奇异姿态空间越大, 具备的调姿能力越强; 当值降为零时, 表示机构已处于奇异位形, 不具备调姿能力。

根据并联调姿机构的位移方向行程范围 $[-100 \text{ mm}, 100 \text{ mm}]$ 和转角范围 $[-10^\circ, 10^\circ]$, 任意选取某个 $\det(J^{-1}) \neq 0$ 的位姿, 以 $[23, 1.026, -44, -3.5^\circ, 6.3^\circ, 2.5^\circ]$ 为例。采用控制变量法, 在该位姿处依次改变

每一个位姿分量的值, 同时设定其余 5 个位姿分量为定值。仅单个位置量变化时, $\det(J^{-1})$ 分布曲线如图 2 所示。仅单个姿态量变化时, $\det(J^{-1})$ 分布曲线如图 3 所示。

图 2 各位置分量变化时逆雅可比行列式值的分布曲线

图 3 各姿态分量变化时逆雅可比行列式值的分布曲线

图 2 及图 3 的仿真结果表明: 单独的位移分量和单独的姿态分量的 $\det(J^{-1})$ 曲线呈现出单峰性, 即峰值两侧具有相反的单调性。根据 $\det(J^{-1})$ 曲线单峰性, 当分别对每个位姿分量进行轨迹规划时, 若令该轨迹从 $\det(J^{-1})$ 为最大值的位姿点处出发, 到 $\det(J^{-1})$ 为最小非零值的位姿点处结束, 只要使得轨迹上各位姿分量的值满足单调性, 就能确保该条轨迹的 $\det(J^{-1})$ 保持单调递减且始终非零。因此, 只要始末位姿取点合理, 就可以规划出每个位姿分量的无奇异轨迹。

同时, 由各位姿分量轨迹“合成”位姿曲线时,

同样需要判断位姿量的 $\det(J^{-1})$ 变化情况。在并联调姿机构工作空间内, 令位姿的三个姿态角量为定值, 依次改变三个位置量, 得到位置空间中不同姿态角下的逆雅可比矩阵行列式的等值面, 如图 4 所示。图 4 中仿真结果表明: 姿态角的逆雅可比矩阵

等值面为单峰弧形曲面, 当改变姿态角的值时, 只会令逆雅可比等值面的梯度矢量方向发生改变。然后, 令末端位姿的三个位置量为定值, 通过改变三个旋转角, 得到姿态空间中不同位置量下的逆雅可比矩阵等值面, 如图 5 所示。图 5 中仿真结果表明: 位置量固定时, 其姿态空间的逆雅可比等值面呈非

(a) 姿态角为 $[-10^\circ, -10^\circ, -10^\circ]$ 时的逆雅可比矩阵行列式等值面

(b) 姿态角为 $[0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$ 时的逆雅可比矩阵行列式等值面

(c) 姿态角为 $[10^\circ, 10^\circ, 10^\circ]$ 时的逆雅可比矩阵行列式等值面

图 4 仅位置量变化时的逆雅可比矩阵等值面

(a) 位置量为 $[-100, 100, -100]$ 时的逆雅可比矩阵行列式等值面

(b) 位置量为 $[0, 1050, 0]$ 时的逆雅可比矩阵行列式等值面

(c) 位置量为 $[-80, 100, 80]$ 时的逆雅可比矩阵行列式等值面

图 5 仅姿态角变化时的逆雅可比矩阵等值面

正规球面, 若改变位置量的值, 只会使非正规球型等值面的球心位置及半径大小发生改变。

根据上述位置量和姿态量的逆雅可比等值面分布特性, 在利用位姿分量合成位置和姿态轨迹时, 该轨迹上 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 都有可能满足单调变化的条件。但即使 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 不满足单调变化条件, 也仍然满足轨迹上所有位姿点的 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 不小于初始位姿点 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 和目标位姿点 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 中较小者的条件。若始末位姿点处的 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 非零, 只要确保位姿分量的值呈单调性变化, 那么轨迹上所有位姿点的 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 都不为零。

因此, 并联调姿机构运动学无奇异轨迹规划的充要条件是: 在始末位姿点均无奇异的前提下, 只要确保轨迹上所有位姿点满足单调及有序性, 就能为机构末端规划一条无奇异运动轨迹。

3 末端轨迹的 B 样条曲线参数化

为了使轨迹上的所有位姿点满足单调及有序性, 本节利用造型自由度更高的 B 样条曲线规划并联机构末端运动轨迹。其原理为: 首先利用运动学边界条件对控制点及节点矢量做简化处理, 得到末端位姿的 B 样条参数化方程。采用一种区间比例映射的方法, 将控制点累加后映射在初始位姿与目标位姿所确定的约束区间上, 从而使所有控制点满足单调有序性。然后利用末端参数化轨迹方程对六维位姿分量即 x 、 y 、 z 、 α 、 β 、 γ , 分别构造一条从相应初始位姿分量到目标位姿分量的 B 样条曲线, 这 6 条位姿分量轨迹曲线具有相同的时间节点矢量。最后利用各分量轨迹“合成”末端在工作空间中无奇异位置及姿态轨迹。

k 次 B 样条曲线的一般方程为

$$p(\mathbf{u}) = \sum_{i=0}^n c_i N_{i,k}(\mathbf{u}) \quad (9)$$

式中, c_i 为控制点, $\mathbf{u}$ 为节点矢量。 $N_{i,k}(\mathbf{u})$ 为第 i 个 k 阶 B 样条规范基函数, 满足 Deboor-Cox 递推关系

$$\begin{cases} N_{i,0}(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1 & u_i \leq \mathbf{u} < u_{i+1} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ N_{i,k}(\mathbf{u}) = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(\mathbf{u}) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(\mathbf{u}) \\ 0 = 0; \quad 0 \times \infty = 0 \end{cases} \quad (10)$$

k 次 B 样条曲线的 m 阶微分为 $k-m$ 次 B 样条曲线, 其表达式如下

$$p^{(m)}(\mathbf{u}) = \sum_{i=0}^{n-m} c_i^{(m)} \cdot N_{i,k-m}(\mathbf{u}) \quad (11)$$

其中 $c_i^{(m)}$ 的表达式如下

$$c_i^{(m)} = \begin{cases} c_i & m=0 \\ \frac{k-m+1}{t_{i+k+1} - t_{i+m}} (c_{i+1}^{(m-1)} - c_i^{(m-1)}) & m>0 \end{cases} \quad (12)$$

理论上, 所采用的 B 样条阶次越高, 控制点越多, 插值时间间隔越小, 将来规划的轨迹就越光滑。但同时也增大了计算负担。实际上, 在部件装配任务中, 所规划的轨迹要确保末端从起始点平稳地运动至目标点, 同时要能够满足任务中一些性能指标的需求^[18]。因此在保证较高计算效率和精度的前提下, 本文采用具有 11 个控制点的五次 B 样条曲线将并联调姿机构的末端轨迹表达为

$$P(\mathbf{t}) = \sum_{i=0}^{10} d_i^p \cdot N_{i,5}(\mathbf{t}) \quad (13)$$

由于装配任务要求并联调姿机构的末端能够从任意的初始位姿点到达目标位姿点, 且始末位姿处的速度、加速度应为零。B 样条曲线应具备 Clamped 特性, 即曲线始末端点分别与始末位姿点相切。需要令前三个控制点坐标与初始位姿相等, 最后三个控制点坐标与目标位姿坐标相等

$$\begin{aligned} d_i &= P_{\text{ini}} \quad i=0,1,2 \\ d_j &= P_{\text{fin}} \quad j=8,9,10 \end{aligned} \quad (14)$$

式中, P_{ini} 和 P_{fin} 表示初始位姿和目标位姿的坐标值。由于位姿为六维矢量, 这里采用广义坐标的形式将上述关系表达为

$$\begin{aligned} [d_i^1, d_i^2, d_i^3, d_i^4, d_i^5, d_i^6]^T &= \\ [P_{\text{ini}}^x, P_{\text{ini}}^y, P_{\text{ini}}^z, P_{\text{ini}}^\alpha, P_{\text{ini}}^\beta, P_{\text{ini}}^\gamma]^T \quad i=0,1,2 \\ [d_j^1, d_j^2, d_j^3, d_j^4, d_j^5, d_j^6]^T &= \\ [P_{\text{fin}}^x, P_{\text{fin}}^y, P_{\text{fin}}^z, P_{\text{fin}}^\alpha, P_{\text{fin}}^\beta, P_{\text{fin}}^\gamma]^T \quad j=8,9,10 \end{aligned} \quad (15)$$

其余控制点 $\{d_3, d_4, d_5, d_6, d_7\}$ 未经处理时, 将会在优化求解时随机生成。为了确保所规划的 B 样条轨迹上所有位姿点具有单调有序性, 采用了一种区间比例映射的方法, 将其余控制点累加, 然后再映射到初始位姿与目标位姿所确定的约束区间上。

对于将来随机生成的具有二进制编码格式的控制点, 假设经解码后的控制点广义坐标为 k_n , 则新控制点广义坐标为 K_i 将按照以下方式累加生成

$$K_i = \sum_{n=3}^i k_n \quad i=3,4,\dots,7 \quad (16)$$

按照区间比例关系映射后, 可得到第 i 个有序化的控制点坐标为

$$d_i = P_{ini} + \frac{K_i}{K_7} (P_{fin} - P_{ini}) \quad i=3,4,\dots,7 \quad (17)$$

此外, Clamped 型 B 样条曲线还要求始末节点矢量具有 $k+1$ 次的重复度, k 指 B 样条次数。那么, 具有 6 次重复度的节点矢量可表达为

$$\begin{aligned} t_i^P &= \{0, 0, 0, 0, 0, 0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_6, t_6, t_6, t_6\} \\ 0 &< t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4 \leq t_5 < t_6 \end{aligned} \quad (18)$$

将节点矢量 u 按照固定插值点个数或固定插值间隔的方式, 将其转换为时间节点矢量, 并在优化求解时以增量 Δt_i 来计算 t 值

$$\begin{aligned} t_i^P(u) &= t_i + u_i^P(\delta t) \\ \Delta t_i &= t_i - t_{i-1} \quad i=1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (19)$$

至此, 所规划的并联调姿机构末端轨迹是一条以有序控制点 $\{d_3, d_4, d_5, d_6, d_7\}$ 及时间节点增量 $\{\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \Delta t_4, \Delta t_5, \Delta t_6\}$ 为变量的五次 B 样条参数化轨迹。

4 调姿轨迹的运动学多目标优化建模

经参数化的 B 样条轨迹仅能符合装配任务的基本要求, 还需要进一步优化以充分发挥机构性能并满足装配任务中不同的指标需求。本文主要考虑部件对接效率, 调姿运动平稳性和调姿过程难易程度等技术指示。因此, 结合并联调姿机构的运动学特性, 将调姿总时间, 各驱动支链急动度的最大绝对值, 调姿难易度分别定义为目标函数以建立多目标轨迹优化模型。

首先, 与对接效率密切相关的总调姿时间, 由时间节点增量累加得到, 其表达式为

$$t_{\text{total}} = \sum_{i=1}^6 \Delta t_i \quad (20)$$

其次, 与对接效率的需求相比, 调姿机构上所负载部件的运动平稳性和对接过程的安全性需求更为重要, 而各驱动支链的急动度则与之密切相关。因此, 当各支链急动度的最大绝对值越小时, 机构运动稳定性越高, 摩擦损耗也越小。由式(7)得

$$j_{\max} = \max \{|j_i|\} \quad (21)$$

最后, 为了降低调姿难度, 在避免轨迹奇异点

的同时, 尽量通过提高整条轨迹上的 $\det(J^{-1})$ 值来增加机构的调姿能力。选取轨迹上 n 个位姿点的 $\det(J^{-1})$ 平均值的对数来评价沿该条轨迹运动时机构的调姿难易程度, 其表达式为

$$N = 10 / \lg \left(\sum_{i=1}^n \det(J_i^{-1}) \right) \quad (22)$$

此外, 受机构自身的物理条件限制, 各支链位移, 速度, 加速度的约束为

$$\begin{aligned} |l_i| &\leq |L_i(P)|_{\max} \\ |v_i| &\leq |\dot{L}_i(P, \dot{P})|_{\max} \\ |a_i| &\leq |\ddot{L}_i(P, \dot{P}, \ddot{P})|_{\max} \quad i=1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (23)$$

联立式(20)~(23), 可得到多目标下的轨迹优化模型为

$$\begin{aligned} \min \quad & F(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x)) \\ f_1(x) &= t_{\text{total}} = \sum_{i=1}^6 \Delta t_i \\ f_2(x) &= j_{\max} = \max \{|j_i|\} \\ f_3(x) &= N = 10 / \log_{10} \left(\sum_{i=1}^n \det(J_i^{-1}) \right) \\ \text{s.t.} \quad & |l_i| \leq |L_i(P)|_{\max} \\ & |v_i| \leq |\dot{L}_i(P, \dot{P})|_{\max} \\ & |a_i| \leq |\ddot{L}_i(P, \dot{P}, \ddot{P})|_{\max} \quad i=1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (24)$$

5 人工免疫算法及多目标轨迹优化

由于多目标优化问题存在目标冲突的情况。多目标优化算法可通过对所有目标同时优化, 再经搜索得到 Pareto 最优解集, 又称为非劣解集。解集中各个优化解的目标函数之间无法比较相对优劣, 且对于每个解来说在改进任意子目标函数值的同时无法保证其他目标函数值不被削弱。常见优化算法包括 NSGA-II、MOGA、PAES 等, 本文从解的多样性和收敛性角度考虑, 最终选择两者较为均衡的人工免疫算法^[19-20]。人工免疫算法是一种模拟人体免疫系统自我调节过程的智能启发式随机搜索算法, 具有多样性、自我调整性、克隆变异与学习记忆等特点。该算法中, 待优化问题的目标函数相当于入侵免疫系统的抗原, 而优化解相当于免疫系统产生的抗体。优化解与目标函数的匹配程度即为抗体与抗原之间的亲和度。初始解种群对应未成熟抗体细

胞集, 优化所得非劣解对应于成熟抗体细胞, 而非劣解集则对应于成熟记忆细胞集。算法主要通过计算抗体期望繁殖率来促进具有优良基因抗体的克隆选择与变异, 并利用记忆细胞集中的择优抗体抑制后续进化过程中相似抗体的继续生成以加速解的收敛。

人工免疫算法求解式(24)的主要步骤如下。

(1) 种群初始化。

1) 抗体种群初始化。式(13)所定义的一条B样条参数化曲线共有36个变量, 即5个控制点的6维广义坐标和6个时间节点增量, 可组成免疫算法中的一个抗体。利用二进制编码在变量决策空间随机生成 N 个抗体, 得到初始抗体种群 $A|_{it=0}$ 。即初始化一组B样条轨迹。同时设定最大迭代次数 $it_{\max}$ 和克隆规模 cn 。

2) 成熟细胞集初始化。根据初始抗体种群 $A|_{it=0}$ 计算每个抗体对应的三个抗原值 $f_i|_{it=0}, (j=1,2,3)$, 通过比较得到初代非劣解集, 完成成熟细胞集的初始化。

3) 记忆细胞集初始化。将初代非劣解集复制, 完成记忆细胞集的初始化。

(2) 约束及迭代条件判定。

根据第 i 代抗体种群, 即第 i 代B样条轨迹, 由运动学方程计算出各支链位移, 速度, 加速度, 急动度, 判定其是否满足式(23)的约束条件。若满足则计算其对应的抗原, 即三个目标函数。否则将其赋予无穷大而惩罚出局。判定迭代次数是否为最大。若为最大则终止迭代, 并输出当前记忆细胞集。否则按照步骤(3)~(6)更新种群并继续迭代。

(3) 抗体种群克隆。

计算抗体种群 $A|_{it=i}$ 中各抗体的亲和度、期望繁殖率和克隆概率, 并按照克隆概率由大到小的顺序克隆前 cn 个抗体以组成抗体种群 $A_{cl}|_{it=i}$ 。

(4) 抗体种群交叉。

采用单点交叉方法。即将抗体种群 $A_{cl}|_{it=i}$ 两两分组, 对每组抗体产生随机数 $\xi \in [0,1]$, 若 $\xi < p_c$ (交叉概率), 则随机产生一个整数 s , 交换该组两个抗体位于 s 之后的基因片段, 从而得到抗体种群 $A_{cr}|_{it=i}$ 。

(5) 抗体种群变异。

采用多点变异方法。即针对抗体种群 $A_{cr}|_{it=i}$ 中的每个抗体, 产生随机数 $\psi \in [0,1]$, 若 $\psi < p_m$ (变异概率), 则随机产生三个整数 a,b,c , 将该抗体位于 a,b,c 位置处的基因由0变为1或由1变为0, 即取反操作, 得到抗体种群 $A_{mu}|_{it=i}$ 。

(6) 种群更新。

1) 抗体种群更新。重新随机生成由 $N-cn$ 个抗体组成的抗体种群 $A_{nb}|_{it=i}$, 令 $A|_{it=i+1} = A_{nb}|_{it=i} \cup A_{mu}|_{it=i}$ 即得到新一代抗体种群。

2) 成熟细胞集更新。对抗体种群 $A|_{it=i+1}$ 中的所有抗体依据步骤(2)、(3)计算其三个优化性能指标函数值, 然后相互比较得到该代抗体种群的非劣解集 $A_{nd}|_{it=i+1}$ 以实现成熟细胞集的更新。

3) 记忆细胞集更新。将非劣解集 $A_{nd}|_{it=i+1}$ 复制添加到记忆细胞集 $A_m|_{it=i}$ 中以组成记忆细胞集 $A_m^1|_{it=i}$, 通过比较记忆细胞集 $A_m^1|_{it=i}$ 中各抗体之间三个性能指标函数值的大小确定其支配关系, 删除其中的被支配抗体和重复抗体, 得到有效的记忆细胞集 $A_m^2|_{it=i}$ 。利用最小距离剔除法对记忆细胞集 $A_m^2|_{it=i}$ 进行死亡筛选, 得到优化记忆细胞集 $A_m^3|_{it=i}$ 。

6 仿真实例及分析

并联调姿机构在每个位移方向的行程范围设定为 $[-100\text{ mm}, 100\text{ mm}]$, 转角范围设定为 $[-10^\circ, 10^\circ]$, 其上铰点和下铰点分别在动、静平台坐标系下的坐标值如表1所示。

表1 动、静平台铰点坐标值

静平台 铰点	坐标值/mm			动平台 铰点	坐标值/mm		
	X	Y	Z		X	Y	Z
A_1	273.616	0	-751.754	B_1	-239.414	0	-657.784
A_2	514.230	0	-612.835	B_2	689.365	0	-121.553
A_3	514.230	0	612.835	B_3	689.365	0	121.553
A_4	273.616	0	751.754	B_4	-239.414	0	657.784
A_5	-787.846	0	138.918	B_5	-449.951	0	536.231
A_6	-787.846	0	-138.918	B_6	-449.951	0	-536.231

为了充分利用机构的运动行程, 在远离并联机构零位的两侧, 任意选取两个无奇异位姿点作为轨迹规划的始末位姿点

$$P_{\text{ini}} = [49.21, 975.35, 14.45, 2.03^\circ, 4.89^\circ, -1.73^\circ]^T$$

$$P_{\text{fin}} = [-92.86, 1027.26, -17.28, -4.36^\circ, 1.58^\circ, 3.54^\circ]^T$$

并联调姿机构的运动学约束条件为: 电动缸最大伸缩量 $l_{\max} = 300\text{ mm}$, 最大速度 $v_{\max} = 20\text{ mm/s}$ 最大加速度 $a_{\max} = 8\text{ mm/s}^2$ 。为节省轨迹规划的计算时长, 将机构末端的最大运动时间设定为 $t_{\max} = 60\text{ s}$ 。

人工免疫算法参数设定为: 抗体种群规模 $N = 180$, 最大迭代次数 $it_{\max} = 500$, 抗体交叉概率 $p_c = 0.8$, 抗体变异概率 $p_m = 0.02$, 抗体克隆个数 $cn = 500$, 抗体相似度阈值 $p_{\text{sim}} = 0.6$, 距离筛选阈值 $dt = 0.01$; 此外, 位置控制点各分量的插值精度

为 $p_{\text{pre}} = 0.01 \text{ mm}$ ，姿态角控制点各分量的插值精度为 $a_{\text{pre}} = 0.001 \text{ rad}$ ，时间节点增量的插值精度为 $t_{\text{pre}} = 0.01 \text{ s}$ 。

经过 500 次迭代仿真后，共得到 59 组 Pareto 解集，所有解集的 Pareto 分布前沿如图 6 所示。选择其中 6 组解集即三个目标函数值的解以及对应的 36 个 B 样条优化变量的解分别列表 2 和表 3。其中，表 3 中第 1、2、3 列 B 样条参数分别与表 2 中第 1、2、3 行的三个目标函数值各自最小的情况相对应。即当总调姿时间最小时，其目标函数值为 18.390 s；当支链最大急动度值最小时，其目标函数值为 0.019 mm/s^3 ；当调姿难度最小时，其评价函数值为 1.101 5。

图 6 Pareto 分布前沿

表 2 运动学目标函数的优化结果

函数	总调姿时间/s	支链急动度/(mm/s ³)	调姿难度
Num.1	18.390	8.258	1.100 9
Num.2	53.605	0.019	1.101 4
Num.3	51.778	0.201	1.101 5
Num.4	40.503	0.373	1.100 5
Num.5	36.754	0.568	1.100 4
Num.6	35.225 9	1.171	1.100 6

根据表 3 中前 3 列的 36 个 B 样条参数，可得到各单目标最优即总调姿时间最小、支链最大急动度值最小、调姿难度最小时末端位姿各分量的轨迹方程，得到并联调姿机构末端位姿六个分量 x 、 y 、 z 、 α 、 β 、 γ 的轨迹曲线则分别如图 7 所示。然后再将各分量轨迹“合成”，可得到并联调姿机构末端在工作空间中从初始位姿至目标位姿的运动轨迹，包含单目标最优时的空间位置曲线和空间姿态曲线，如图 8 所示。在三个目标函数值各自最小的情况下，末端运动轨迹曲线上所有位姿点的逆雅可比矩阵行列式的值即 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 随时间的变化曲线如图 9 所示。

表 3 轨迹曲线控制点及节点矢量增量参数的 Pareto 解

参数	Num.1	Num.2	Num.3	Num.4	Num.5	Num.6
d_{3x}^P	13.749	32.404	35.837	25.368	27.949	38.477
d_{3y}^P	-7.225	9.199	6.574	5.556	10.555	29.207
d_{3z}^P	-37.109	-28.420	-7.193	-8.603	-2.195	-9.793
d_{3a}^P	-78.620	-29.483	-36.011	-21.995	-29.033	-31.046
$d_{3\beta}^P$	-89.812	-69.869	-66.304	-76.874	-78.487	-61.362
$d_{3\gamma}^P$	982.860	986.782	983.617	976.231	975.350	978.215
d_{4x}^P	994.676	995.633	992.954	981.667	980.888	984.488
d_{4y}^P	1 003.912	1 008.648	1 004.402	982.550	981.491	985.831
d_{4z}^P	1 006.979	1 011.925	1 020.223	992.293	991.153	1 004.749
d_{4a}^P	1 016.348	1 023.145	1 023.789	1 010.640	1 009.935	1 008.122
$d_{4\beta}^P$	6.194	8.891	6.386	9.525	9.610	13.689
$d_{4\gamma}^P$	1.903	0.966	2.097	4.217	4.395	12.673
d_{5x}^P	-7.293	-2.897	-4.349	-1.944	-1.735	4.767
d_{5y}^P	-9.478	-7.960	-4.954	-8.614	-8.764	-2.511
d_{5z}^P	-14.780	-13.871	-13.789	-16.000	-16.022	-11.309
d_{5a}^P	0.022	0.028	0.032	0.022	0.018	0.013
$d_{5\beta}^P$	0.009	-0.001	0.028	0.008	0.001	0.000
$d_{5\gamma}^P$	-0.025	-0.019	0.002	0.003	-0.006	-0.033
d_{6x}^P	-0.045	-0.022	-0.021	0.003	-0.006	-0.056
d_{6y}^P	-0.069	-0.029	-0.051	-0.038	-0.042	-0.056
d_{6z}^P	0.081	0.065	0.073	0.068	0.068	0.066
d_{6a}^P	0.068	0.061	0.073	0.052	0.052	0.055
$d_{6\beta}^P$	0.053	0.061	0.064	0.037	0.037	0.039
$d_{6\gamma}^P$	0.040	0.052	0.052	0.037	0.037	0.039
d_{7x}^P	0.028	0.040	0.035	0.030	0.030	0.030
d_{7y}^P	-0.008	-0.017	-0.011	-0.016	-0.017	-0.007
d_{7z}^P	0.013	-0.012	-0.011	0.001	0.002	-0.006
d_{7a}^P	0.021	0.010	0.004	0.013	0.014	0.005
$d_{7\beta}^P$	0.031	0.036	0.015	0.037	0.038	0.028
$d_{7\gamma}^P$	0.052	0.062	0.040	0.060	0.060	0.039
Δt_1	8.143	12.438	14.643	7.881	7.881	7.881
Δt_2	1.075	10.101	6.440	9.883	9.883	9.890
Δt_3	2.320	3.528	0.566	1.286	0.355	1.367
Δt_4	2.669	2.080	4.970	4.955	4.933	2.699
Δt_5	0.384	12.671	14.068	2.276	0.442	3.121
Δt_6	3.798	12.787	11.091	14.221	13.260	10.269

图 7 各单目标最优时的末端位姿分量曲线

图8 各单目标最优时的末端空间位置及姿态曲线

图9 轨迹上逆雅可比矩阵行列式的值随时间变化曲线

结合图7中的位姿分量曲线,并比较表2中各目标函数值发现:总调姿时间与支链急动度存在目标冲突情况。由于轨迹规划前并未对支链急动度进行约束,在轨迹运动时间达到最小的18.390 s时,调姿效率达到最大,但支链最大急动度值达到8.258 mm/s³。相反,若支链最大急动度值被控制在最小值0.019 mm/s³时,末端运动极为平稳,时间消耗却达到53.605 s,几乎接近设定的60 s最大运动时间。总调姿时间和调姿难易度也存在一定的冲突情况。由于所规划的轨迹起点处 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 值为最大,而在终点处 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 值达到最小。因此,为了使沿着整条轨迹的调姿难度最小,在优化时,算法会将整条轨迹上的 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 平均值保持在较高的水平。本例中,整条轨迹上起始位姿点的 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 值为最大,因此图7中调姿难度最小轨迹显示,在位姿起点附近有较长时间停留,而在接近终点时会快速运动。

图9中各条轨迹的逆雅可比曲线反映出图8中各单目标最优的轨迹均在大于 8.500×10^8 的无奇异区域内变化,其中 8.500×10^8 是略大于并联机构工作空间 $\det(\mathbf{J}^{-1})$ 下限值 8.122×10^8 的取整值,该值被作为奇异区和无奇异区的分界值。图9的仿真结

果表明所规划的单目标最优轨迹均为无奇异运动轨迹。

由于每个单目标最优轨迹之间存在目标冲突情况,若想得到满足多种目标且适用于装配任务的最优运动轨迹,还需要对结果进行处理。本文采用一种平均最优的评价方法,通过评价目标函数值,在众多Pareto解集中选择各目标均衡的平均最优解作为最终解。评价指标的表达式为

$$\min \bar{F} = \sum_{i=1}^3 \omega_i \frac{f_i(x) - f_i(x)_{\min}}{f_i(x)_{\max} - f_i(x)_{\min}} \quad (25)$$

式中, $f_i(x)_{\min}$ 和 $f_i(x)_{\max}$ 是解集中目标函数 $f_i(x)$ 对应的最大值和最小值。 ω_i 作为权重系数,该例中全部取值为1。将59组目标函数值代入式(25)计算后,可得到平均最优解下的36个B样条优化参数序列的值分别为:[27.559, 10.763, -0.385, -27.716, -78.194, 975.350, 980.894, 981.498, 991.095, 1 009.897, 9.649, 4.324, -1.757, -8.869, -16.070, 0.019, 0.002, -0.005, -0.007, -0.043, 0.068, 0.052, 0.037, 0.037, 0.030, -0.017, 0.002, 0.013, 0.038, 0.060, 7.881, 9.883, 1.286, 4.817, 2.306, 5.807]。根据以上参数,可得到末端位姿各分量最优曲线及末端的空间位姿曲线如图10和图11所示。

图10 末端位姿各分量最优轨迹曲线

图11 末端的空间位置和姿态最优曲线

在平均最优条件下得到的末端轨迹,其三个目标函数值分别为:调姿时间 31.979 s,各支链最大急动度 2.574 mm/s^3 ,调姿难度评价值为 1.100。与三种单目标最优的情况相比,虽然平均最优轨迹在运动效率和轨迹平稳度上有所牺牲,但各目标函数值均达到了装配任务指标的需求范围。根据末端轨迹方程,由逆运动学反解又分别得到各支链位移,速度,加速度,急动度曲线如图 12 所示。图 12 中各支链的位移、速度、加速度均在算法设定的运动学约束范围内变化。但在位移仿真曲线中需要指出,当平台位于零位时,并未将各支链的伸长量作为位移量初始值,而是将初始位移量设定为初始位姿下各支链的伸长量。因此,在各支链的位移曲线中,

图 12 各支链位移、速度、加速度和急动度最优曲线

位移量即各支链伸长量的值是从零开始变化,并在接近末端位姿的过程中不断增大。

此外,本文在对末端轨迹进行 B 样条曲线参数化时,并未考虑各支链急动度的在边界条件,只对始末位姿点处的速度和加速度为零设置了边界条件约束,且对 B 样条曲线的首末控制点仅进行了三次重复。因此在支链急动度仿真曲线中就出现了始末值非零的情况。若对首末控制点进行四次重复处理,则能够得到支链急动度始末值为零的变化曲线。支链急动度曲线反映出除末值幅度变化较大外,整个运动过程仍能保持在较低水平。可见平均最优轨迹下的运动更加趋于平稳。最后,由于仿真迭代次数较少,且抗体克隆规模与初始种群规模均较小,在实际中可酌情增大这些参数的值,将会在优化时增加 Pareto 解的数量,在利用平均最优评价方法也能在多目标下得到更优的解。

7 结论

(1) 针对并联调姿机构的部件装配对接任务,本文在确保始末位姿无奇异的情况下,利用控制点有序化的方法,实现了 B 样条曲线规划机构无奇异轨迹的目标。

(2) 针对装配任务的多目标需求,本文建立了基于并联机构运动学的多目标轨迹优化模型,并通过人工免疫算法得到了单目标最优轨迹及满足多目标要求的平均最优轨迹。

(3) 仿真结果表明所提出轨迹规划方法有效可行。另外该方法的实用性和通用性较强,可以为其他类型并联机器人的无奇异轨迹规划提供参考。

参 考 文 献

- [1] LIU X R. The accuracy analysis of parallel mechanism assembly robot[J]. Applied Mechanics & Materials, 2013, 423-426: 2769-2775.
- [2] 邹冀华,周万勇,韩先国. 飞机装配中基于 3-RPS 的并联机构法向调整算法[J]. 中国机械工程, 2011(5): 557-560.
ZOU Jihua, ZHOU Wanyong, HAN Xianguo. Normal adjusting algorithm of a 3-RPS parallel mechanism in airplane assembly[J]. China Mechanical Engineering, 2011(5): 557-560.
- [3] 张斌,方强,柯映林. 大型刚体调姿系统最优时间轨迹规划[J]. 机械工程学报, 2008, 44(8): 248-252.
ZHANG Bin, FANG Qiang, KE Yinglin. Optimal time trajectory planning method for a kind of posture aligning system of large rigid bodies[J]. Chinese Journal of

- Mechanical Engineering, 2008, 44(8): 248-252.
- [4] 朱永国, 黄翔, 宋利康, 等. 基于理想驱动力的中机身调姿多项式轨迹规划[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(7): 1790-1796.
- ZHU Yongguo, HUANG Xiang, SONG Likang, et al. Polynomial trajectory planning method based on ideal drive forces for aircraft fuselage pose adjustment[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(7): 1790-1796.
- [5] 李小为, 胡立坤, 王琥. 速度约束下 PSO 的六自由度机械臂时间最优轨迹规划[J]. 智能系统学报, 2015(3): 393-398.
- LI Xiaowei, HU Likun, WANG Hu. PSO-based time optimal trajectory planning for six degrees of freedom robot manipulators with speed constraints[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015(3): 393-398.
- [6] 梅江平, 臧家炜, 乔正宇, 等. 三自由度 Delta 并联机械手轨迹规划方法[J]. 机械工程学报, 2016, 52(19): 9-17.
- MEI Jiangping, ZANG Jiawei, QIAO Zhengyu, et al. Trajectory planning of 3-DOF delta parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(19): 9-17.
- [7] CHEN C T, PHAM H V. Trajectory planning in parallel kinematic manipulators using a constrained multi-objective evolutionary algorithm[J]. Nonlinear Dynamics, 2011, 67(2): 1669-1681.
- [8] CHEN C T, LIAO T T. A hybrid strategy for the time- and energy-efficient trajectory planning of parallel platform manipulators[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27(1): 72-81.
- [9] JAHANPOUR J, MOTALLEBI M, PORGHOVEH M. A novel trajectory planning scheme for parallel machining robots enhanced with NURBS curves[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2016, 82(2): 257-275.
- [10] WANG S A, WU S, KANG C, et al. Trajectory planning of a parallel manipulator based on kinematic transmission property[J]. Intelligent Service Robotics, 2015, 8(3): 129-139.
- [11] 程世利, 吴洪涛, 王超群, 等. 平面平台型 Stewart 并联机构的奇异性分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(9): 1-7.
- CHENG Shili, WU Hongtao, WANG Chaoqun, et al. Singularity analysis of Stewart parallel mechanism with planar platform[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(9): 1-7.
- [12] KHOUKHI A, BARON L, BALAZINSKI M. Constrained multi-objective trajectory planning of parallel kinematic machines[J]. Robotics & Computer Integrated Manufacturing, 2008, 25(4): 756-769.
- [13] DASGUPTA B, MRUTHYUNJAYA T S. Singularity-free path planning for the Stewart platform manipulator[J]. Mechanism & Machine Theory, 1998, 33(6): 711-725.
- [14] 李保坤, 郭永存, 曹毅. 六自由度 Gough-Stewart 并联机构的姿态能力[J]. 北京工业大学学报, 2016, 42(5): 641-649.
- LI Baokun, GUO Yongcun, CAO Yi. Orientation capability analysis of Gough-Stewart parallel mechanism with six-degrees of freedom[J]. Journal of Beijing Polytechnic University, 2016, 42(5): 641-649.
- [15] 李保坤, 韩迎鸽, 郭永存, 等. Gough-Stewart 并联机构无奇异位置路径规划[J]. 工程设计学报, 2016, 23(6): 544-552.
- LI Baokun, HAN Yingge, GUO Yongcun, et al. Singularity-free position path planning of the Gough-Stewart parallel mechanism[J]. Journal of Engineering Design, 2016, 23(6): 544-552.
- [16] ZHANG N, SHANG W. Dynamic trajectory planning of a 3-DOF under-constrained cable-driven parallel robot[J]. Mechanism & Machine Theory, 2016, 98: 21-35.
- [17] HAN D P, FANG X, WEI Q, et al. A review of task-space trajectory planning[J]. Techniques of Automation & Applications, 2008(5): 5-9.
- [18] HARON H, REHMAN A, ADI D I S, et al. Parameterization method on B-Spline curve[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, 1: 541-556.
- [19] AKBARZADEH T M R, KHAIRDOOST N. Multi-objective artificial immune algorithm for flexible job shop scheduling problem[J]. International Journal of Hybrid Information Technology, 2012, 5: 1.
- [20] AYDIN I, KARAKOSE M, AKIN E. A multi-objective artificial immune algorithm for parameter optimization in support vector machine[J]. Applied Soft Computing Journal, 2011, 11(1): 120-129.

作者简介: 陈栋, 男, 1988 年出生, 博士研究生。主要研究方向为数字化装配, 并联机器人控制。

E-mail: chd_15@163.com

李世其(通信作者), 男, 1965 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人控制, 虚拟样机建模与仿真。

E-mail: sqli@hust.edu.cn