DOI: 10.3901/JME.2019.15.174

行星传动多体齿轮承载接触特性分析*

蒋进科¹ 方宗德² 刘红梅¹

(1. 长安大学汽车运输安全保障技术交通行业重点实验室 西安 710064;

2. 西北工业大学机电学院 西安 710072)

摘要: 根据行星齿轮功率分流传动的特点, 提出多个齿轮接触的齿面加载接触分析方法。考虑了安装误差条件下的齿面准确几何形态, 提出行星齿轮齿面几何接触分析(TCA)方法并获得外(内)各齿轮副的相对齿面间隙; 通过一次有限元柔度系数计算获得各齿轮的柔度系数, 各外(内)齿轮辐接触点的法向柔度系数通过分别插值太阳轮和行星轮(行星轮和齿圈)齿面网格节点的柔度系数并叠加获得; 结合齿轮的几何分析与力学分析, 将多个齿轮副受力接触转化为求解齿面有限个离散接触点的力学平衡问题, 通过数学规划的方法求解非线性方程组得到加载后各齿轮副的齿面变形、啮合刚度、载荷分布、行星轮均载系数。多载荷传动误差和载荷分配进一步反映了行星传动啮合性能, 为高性能行星传动齿面的修形设计、动力学分析奠定了理论基础。

关键词: 行星齿轮; 承载接触分析; 接触分析; 载荷分配; 传动误差; 均载系数;

中图分类号: TH132

Loaded Tooth Contact Characteristic Analysis of Multi-gear for Planetary Transmission

JIANG Jinke¹ FANG Zongde² LIU Hongmei¹

(1. Key Laboratory of Automotive Transportation Safety Techniques of Ministry of Transport, Chang'an University, Xi'an 710064;

2. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract: An approach of loaded tooth contact analysis of multi-gear for planetary transmission was proposed to simulate gears performances. The relative tooth clearances of external (internal) gear pair were calculated based on tooth contact analysis(TCA) considering accurate topography of tooth surfaces with alignment errors. The normal flexibility matrix caused by unit normal force of tooth surface point were obtained by computing flexibility coefficients based on finite element, and based on which normal flexibility coefficient of points on tooth contact lines for external (internal) gear pairs were calculated by interpolating and summing the the flexibility coefficient from sun and planet gears (planet gears and ring gear). With geometric analysis and mechanical analysis of gears, the tooth contact problem for gear pairs under load were represented to mechanical equilibrium problem of finite contact points. Besides, deformation, meshing stiffness, loads distribution and load sharing coefficient were obtained by solving the non-linear equations applied mathematical programming. Simulation results from transmission errors and load distribution under loads show validity of the method, which contribute to design of modified tooth surfaces and dynamic analysis for high-performance planetary gears.

Key words: planetary gear; loaded contact analysis(LTCA); tooth contact analysis(TCA); load distribution; transmission error; load sharing coefficient

0 前言

齿轮承载接触分析(Loaded tooth contact analysis, LTCA)技术是联接几何设计与力学分析的一座桥

梁。在各类齿轮的研究中, 尤其是孤齿锥齿轮的设计、分析和制造中, 都起了相当关键的作用; 其与传统的齿面接触分析(Tooth contact analysis, TCA)技术相比, 更能反映齿面实际啮合状况。

国内外针对单对齿轮副 LTCA 技术研究已取得了一定成果, 主要包括数值法和有限元法。LITVIN 等^[1]通过有限元法对孤齿锥齿轮进行 LTCA 仿真,

* 中央高校专项业务费资金资助项目(300102228103)。20180812 收到初稿, 20190304 收到修改稿

得到安装误差下的承载传动误差 (Loaded transmission error, LTE) 与接触应力; GOSSELIN 等^[2]借助于有限元法, 建立准双曲面齿轮 LTCA 模型, 得到轮齿 LTE; LI^[3-4]通过有限元法, 建立了包含安装误差、加工误差的修形直齿轮 LTCA 模型, 并对齿根应力、弯曲应力、载荷分布进行了分析; UMEYAMA 等^[5]结合有限元方法、Hertzian 理论建立 LTCA 模型, 分析了 LTE 与重合度关系; SIMON^[6-7]结合有限元法建立了考虑弯曲、剪切变形的全齿面 LTCA 模型, 通过优化 LTE 及齿面载荷得到弧齿锥齿轮机床调整参数。郑昌启等^[8]基于载荷当量安装调整值、角位移协调等建立了螺旋锥齿轮副 LTCA 模型, 黄昌华等^[9]在此基础上, 结合热弹流流体润滑, 建立轮齿润滑加载接触分析模型, 得到包括接触特性、运动曲线、力学特性、油膜厚度、油膜压力、温升与摩擦系数等更为全面的啮合性能。王延忠等^[10]从可靠性理论出发, 提出了计及安装误差的螺旋锥齿轮 LTCA 方法, 可得到轮齿实际接触区、承载传动误差、瞬时啮合的齿轮对数、齿间载荷分配等。唐进元等^[11]应用 ABAQUS 软件进行面齿轮承载接触分析, 研究了多齿模型接触应力、弯曲应力极值、重合度、传动误差、载荷分布系数等传动性能参数, 以及载荷对这些传动性能参数的影响规律。数值法研究中有的几何分析不足, 导致力学分析失真, 有些研究主要偏重几何分析, 力学模型过于简化; 还有些研究则计算模型过于繁琐, 难以在工程中应用推广。尽管商用有限元分析软件可用于行星齿轮传动加载分析, 然而该方法需要精确的齿面有限元模型和装配, 且计算结果受单元数及边界约束影响, 计算时间较长。FANG 等^[12-14]将 TCA 技术与有限元法结合起来, 提出了一种实用高效的 LTCA 数值计算方法, 该模型把力学分析和几何分析紧密联系起来, 为进一步的强度和振动分析奠定基础。

实际上,多对齿轮副啮合的情况如行星齿轮传动,功率分流分支传动等在航空、航海齿轮传动中更为普遍,且发挥着重要的作用,其对啮合性能的要求极高。行星传动各外(内)齿轮副存在载荷、接触间隙等耦合关系,因此,传统的 LTCA 方法无法准确计算齿面载荷及弹性变形。国内外针对多对齿轮副啮合的承载接触分析技术研究还是空白,为此,本文借鉴单对齿轮副 LTCA 技术^[13],针对斜齿行星传动系统,提出一种多体齿轮承载接触分析(Loaded tooth contact analysis of muti-planetary gears, PLTCA)数值计算方法,获得齿面载荷分配、承载传动误差、啮合刚度、均载系数等,为高性能

行星传动齿面的修形设计、动力学分析奠定了理论基础。

1 行星传动齿面初始间隙与接触点法向柔度

LTCA 技术原理为根据 TCA 技术求解的某啮合位置同时接触的齿对沿接触线有限个离散点的初始齿面间隙,应用有限元法获得接触的齿面节点的柔度系数,在此基础上插值得到齿轮副接触点的柔度系数;根据变形协调、力平衡、非嵌入条件的原理建立多齿对受力接触方程组,通过数学规划方法求解得到加载后的离散点载荷和轮齿变形。

1.1 行星齿轮齿面初始接触间隙计算

无载下的齿面间隙(初始间隙)由齿间间隙和齿面法向间隙如图 1 所示两部分组成。通过对行星齿轮系统的 TCA 分析得到。行星齿轮齿面接触分析不同于单对齿轮 TCA 的是: 各内(外)啮合齿轮副接触点的位矢和法矢需要转化到统一的固定坐标系中, 参考单对齿轮副 TCA 方法分别计算获得沿接触线的齿面法向间隙和几何传动误差, 这里的几何传动误差分别指行星轮相对太阳轮、齿圈相对行星轮, 其反映了各外或内齿轮副啮合的相对齿间间隙。

图 1 齿面间隙示意图

假设行星架固定, 太阳轮为输入, 齿圈为输出, 行星传动可看做是定轴的二级齿轮传动系统, 图 2

所示为系统 TCA 啮合坐标系, 各齿轮副间相对位置在轴截面内坐标系如图 2a 所示: ① $O_f X_f Y_f Z_f$ 是以行星架旋转中心为原点的固定坐标系, 且 Y_f 轴经过第 1 个行星轮中心; 第 1 个行星轮参考坐标系 $O_{fp1} X_{fp1} Y_{fp1} Z_{fp1}$ ($i=1, 2, \dots, K$, K 为行星轮数) 与之平行, 行星轮均布且其他行星轮参考坐标系相对第一个行星轮的参考坐标系 Z_f 旋转位置角 θ_i ; 太阳轮、齿圈参考坐标系为 $O_s X_s Y_s Z_s$ 、 $O_r X_r Y_r Z_r$; ② $O_{pi} X_{pi} Y_{pi} Z_{pi}$ 、 $O_s X_s Y_s Z_s$ 、 $O_r X_r Y_r Z_r$ 是行星轮、太阳轮及齿圈的动坐标系, 原点与各自的参考坐标系重合且绕 Z 轴旋转角为 θ_{pi} 、 θ_s 、 θ_r ; ③ 安装误差简化如下, 内、外啮合齿轮副的安装误差, 即太阳轮、齿圈参考坐标系相对 $O_f X_f Y_f Z_f$ 的轴交角误差和中心距误差, 各行星轮相对行星架无安装误差; E_l 是安装中心距 ($l=s, r$, 下标 “s” 代表外啮合副, “r” 代表内啮合副, γ_l 、 ΔE_l 分别是轴交角和中心距安装误差。第一个行星轮外(内)啮合副安装坐标系见图 2b, 其他行星轮的安装未画出。

(a) 各齿轮副 TCA 坐标系示意 (轴截面)

(b) 外(内)啮合齿轮副安装坐标系 (第一个行星轮)

图 2 行星齿轮 TCA 啮合坐标系

连续相切接触两齿面在同一坐标系 $O_f X_f Y_f Z_f$ 中任意时刻都有公共接触点和公法线即

$$\begin{cases} \mathbf{r}_f^{(1)}(u_l, l, \varphi_l) = \mathbf{r}_f^{(2)}(u_{pi}, l_{pi}, \varphi_{pi}) \\ \mathbf{n}_f^{(1)}(u_l, l, \varphi_l) = \mathbf{n}_f^{(2)}(u_{pi}, l_{pi}, \varphi_{pi}) \end{cases} \quad (l = s, r) \quad (1)$$

式中, u_l 、 l_l 为太阳轮(齿圈)齿面参数; u_{pi} 、 l_{pi} 为各行星轮齿面参数; 由于有 $|\mathbf{n}_f^{(1)}| = |\mathbf{n}_f^{(2)}| = 1$, 上式可得到五个独立的标量方程, 取一系列的 φ_l 为输入量, 求解其余 5 个未知量可得到两齿面的所有接触点, 进而确定各齿轮副几何传动误差与齿面接触印痕。为了计算各啮合副相对齿间间隙, 各齿轮副的几何传动误差初始转角是相同的。

$$\psi_{si} = (\varphi_s - \varphi_s^{(0)}) - (\varphi_{pi} - \varphi_{pi}^{(0)})(N_s / N_p) \quad (2)$$

$$\psi_{ri} = (\varphi_{pi} - \varphi_{pi}^{(0)}) - (\varphi_r - \varphi_r^{(0)})(N_p / N_r) \quad (3)$$

式中, N_s 、 N_r 和 N_p 分别为太阳轮、齿圈和行星轮齿数; $\varphi_s^{(0)}$ 、 $\varphi_r^{(0)}$ 、 $\varphi_{pi}^{(0)}$ 分别为太阳轮、齿圈和行星轮初始转角。将啮合点 M_0 处传动误差转化为齿面法向位移可得到该点齿间间隙即

$$\delta^{(M_0)} = \mathbf{r}^{(M_0)} \mathbf{n}^{(M_0)} \psi_l^{M_0} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{r}^{(M_0)}$ 和 $\mathbf{n}^{(M_0)}$ 分别为啮合点 M_0 处的位矢和单位法矢。

在固定坐标系中, 根据啮合点 M_0 处位矢 $\mathbf{r}_f^{(M_0)}$ 及法矢 $\mathbf{n}_f$ 计算瞬时接触椭圆长轴上点 M_j 处的位矢, 通过 M_j 点平行于 $\mathbf{n}_f$ 的直线与两齿面的交点坐标 (x_{j1}, y_{j1}, z_{j1}) 及 (x_{j2}, y_{j2}, z_{j2}) 得到法向间隙 b_j 。因此, 接触点 M_0 所在接触线上离散点 j 的初始间隙 w 表示为

$$w_j^{(M_0)} = \delta^{(M_0)} + b_j \quad (5)$$

1.2 齿面接触序列

LTCA 模型中, 假定了轮齿的几何特性和力学特性都是按齿重复的。对于行星齿轮传动, 太阳轮、行星轮、齿圈齿数存在一定的关系, 行星轮个数 K 不同导致各内(外)齿轮副存在相位差。某一啮合位置各内(外)啮合齿轮副法向啮合力总和是恒定的, 然而由于相位差的存在, 各齿轮副接触的位置不同, 将影响某时刻同时接触的齿对的齿面初始间隙大小, 特别是修形齿面, 这将进一步影响承载后的承载变形和齿面载荷分配。因此有必要对齿面接触序列进行研究。

某单对轮辐的齿面接触序列标记如图 3 所示, 一个啮合周期 T 分成 5 等份, 共 12 个接触位置。其中某个齿对在第 6 个啮合位置啮合时, 与该齿相邻的前面的齿对在第 11 个位置及相邻的后面的齿对第 1 个位置同时接触。行星传动各外(内)啮合副相位差为

$$\Delta t = \text{dec}(Z_l(i-1)/K)T \quad l = s, r \quad (6)$$

式中, $\text{dec}(A)$ 表示取 A 小数部分, $i=1 \sim K$ 。

图3 齿面接触位置序列

以表3行星齿轮系统齿数为例, 当行星轮个数取 $K=4$, 各齿轮副无相位差。无啮合相位差的内(外)两个齿轮副, 齿对接触序列如表1所示, 即在0时刻各行星轮在齿面位置“1”、“6”、“11”接触, 共计12条接触线。行星轮个数取 $N=5$, 各外(内)齿轮副有相位差。外齿轮副齿对接触序列如表2所示, 即在0时刻行星轮1的齿面位置为“1”、“6”、“11”, 星轮2的齿面位置为“4”、“9”, 星轮3的齿面位置为“2”、“7”、“12”, 星轮4的齿面位置为“5”、“10”及星轮5的齿面位置为“3”、“8”, 共计12条接触线。PLTCA模型正是针对这些位置的齿面初始间隙 w (几何特性)、法向柔度 F (力学特性)进行承载研究。

表1 内(外)啮合多齿对接触序列(无相位差)

时间	0	$0.2T$	$0.4T$	$0.6T$	$0.8T$
行星轮1	1	2	3	4	5
	6	7	8	9	10
	11	12	—	—	—
行星轮2	1	2	3	4	5
	6	7	8	9	10
	11	12	—	—	—

(a) 行星轮有限单元

(b) 内齿轮有限单元

(c) 太阳轮有限单元

(d) 网格旋转投影示意图

图4 有限元网格节点标定示意图

(1) 假设某外(内)啮合副齿面插值得到某单个接触齿对瞬时接触椭圆长轴 n 个离散点的柔度矩阵为

$$\mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(2) 假设忽略齿面摩擦, 载荷只对作用的轮齿产生位移, 某单个行星轮与太阳轮(行星轮与齿圈)在某啮合位置同时接触的齿对数为 M , 则单个外啮合副(内啮合副)的 M 对轮齿的法向柔度矩阵插值为

表2 外啮合多齿对接触序列(有相位差)

时间	0	$0.2T$	$0.4T$	$0.6T$	$0.8T$
行星轮1	1	2	3	4	5
	6	7	8	9	10
	11	12	—	—	—
行星轮2	—	—	1	2	3
	4	5	6	7	8
	9	10	11	12	—
行星轮3	—	—	—	—	1
	2	3	4	5	6
	7	8	9	10	11
行星轮4	12	—	—	—	—
	—	1	2	3	4
	5	6	7	8	9
行星轮5	10	11	12	—	—
	—	—	—	1	2
	3	4	5	6	7
行星轮5	8	9	10	11	12

1.3 接触点法向柔度的计算

齿轮三维有限元网格的自动生成是整个有限元柔度系数计算的重要步骤, 计算方法见文献[12], 图4a、4b、4c为生成的有限元模型。取边界条件为齿轮轮体部分两侧及下部边缘固定, 利用有限元计算得到网格节点柔度系数 f_{ij} , 再通过二元插值得到齿面接触线离散点(如图4d所示, $\circ$ 为网格节点, $\square$ 表示插值点)的柔度系数。行星齿轮系统的外(内)啮合齿面接触点法向柔度矩阵分别通过太阳轮与行星轮(行星轮与齿圈)的法向柔度矩阵叠加得到。外(内)啮合多对齿轮副接触点法向柔度计算步骤如下。

$$\mathbf{F}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{e1} & & 0 \\ & \mathbf{F}_{e2} & \\ 0 & & \mathbf{F}_{eM} \end{bmatrix} \quad (8)$$

(3) 假设某一啮合位置 K 个行星轮与太阳轮(行星轮与齿圈)分别同时啮合, 其法向柔度矩阵插值为

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{p1} & & 0 \\ & \mathbf{F}_{p2} & \\ 0 & & \mathbf{F}_{pk} \end{bmatrix} \quad (9)$$

(4) 假定一个啮合周期有 5 个啮合位置, 则法向柔度矩阵为

$$F = \begin{bmatrix} F_{k1} & & & 0 \\ & F_{k2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & F_{k5} \end{bmatrix} \quad (10)$$

2 行星齿承载接触分析模型

以行星齿轮个数 $M=2$ 的系统为例, 某啮合时刻

(a) 行星齿轮系统承载接触示意

(b) 同时接触的两对齿沿主方向离散点

图5 行星齿轮传动齿面承载接触分析模型

生的法向位移、受载后齿面接触间隙及刚体法向接近量应等于受载前的齿面初始间隙; ② 力的平衡: 沿齿面接触线同时作用的法向载荷之和应等于法向外载荷; ③ 齿面非嵌入条件如下, 在载荷 P 作用下, 接触线上的离散点如果不承受载荷, 该点必定仍然存在齿面间隙, 接触线上的离散点如果承受载荷, 该点必定无齿面间隙。上述条件用数学模型表为

$$\begin{cases} F_k p_k + w_k = Z_r e_k + d_k & k=I_1, II_1, I_2, II_2 \text{ 内啮合变形协调} \\ F_k p_k + w_k = Z_s e_k + d_k & k=III_1, IV_1, III_2, IV_2 \text{ 外啮合变形协调} \\ \sum p_{I_1} + \sum p_{II_1} + \sum p_{I_2} + \sum p_{II_2} = P & \text{内啮合力平衡} \\ \sum p_{III_1} + \sum p_{IV_1} + \sum p_{III_2} + \sum p_{IV_2} = P & \text{外啮合力平衡} \\ \text{s.t. } d_{jk} = 0 (p_{jk} > 0) \mid d_{jk} > 0 (p_{jk} = 0) & Z_r \geq 0, Z_s \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中, $w_k = [w_{1k}, w_{2k}, \dots, w_{ik}, \dots, w_{Nkk}]^T$ 、 $p_k = [p_{1k}, p_{2k}, \dots, p_{ik}, \dots, p_{Nkk}]^T$ 、 $d_k = [d_{1k}, d_{2k}, \dots, d_{ik}, \dots, d_{Nkk}]^T$ 分别为所标记的齿对 k ($k=I_1, II_1, I_2, II_2$) 沿接触椭圆长轴离散点的初始间隙、法向载荷及变形后的齿面间隙, 下标 “ N_k ” 表示齿对 k 齿面接触线离散点个数, e_k 为单位矢量; Z_r 、 Z_s 分别为内、外齿轮副的法向位移; F_k 是一对标记的接触齿对 k 的法向柔度矩阵。上式已知量为 F_k 、 w_k 、 P , 采用数学规划法求解加载轮齿接触问题得到结果为承载后的法向位移 Z_l

($t=0, 0.2T, \dots, 0.8T$), 齿面过瞬时接触椭圆长轴的法截面如图 5a 所示, 图中实际是沿啮合面将各齿轮接触受力展开, 图 5b 中展示了图 5a 中椭圆区域实际接触情况。轮齿变形前, 假设各内啮合齿轮副某一啮合位置同时啮合的两齿对标记为 “ I_m ” 和 “ II_m ”, 各外啮合齿轮副啮合齿对为 “ III_m ” 和 “ IV_m ”, 下标 $m=1, 2$ 为行星轮标记。在载荷 P 作用下轮齿仅发生弹性变形, 变形后满足条件: ① 变形协调: 齿面柔度影响齿面接触状况, 在不考虑齿面摩擦的情况下, 沿齿面瞬时接触线同时作用的法向载荷在载荷点产

($l=s, r$)、离散载荷 p 及齿面法向间隙 d , 计算流程如图 6 所示。将 Z_l 转化为啮合线上的位移, 用转角形

图6 PLTCA 计算流程

式表示, 即承载传动误差为

$$T_e = 3600 \times 180 Z_l / (\pi R_b \cos \beta) \quad (12)$$

式中, R_b 、 β 分别为各齿轮副被动轮基圆半径和螺旋角。某内(外)齿轮副行星轮 m 的轮齿在齿对 k 接触线上的载荷分配系数为

$$L_k = \sum_{j=1}^{N_k} p_{jk} / P \quad k = I_m, II_m \quad (13)$$

某内(外)齿轮副行星轮 m 的均载系数为

$$s_m = M \left(\sum_{j=1}^{n_{I_m}} p_{jI_m} + \sum_{j=1}^{n_{II_m}} p_{jII_m} \right) / P \quad (14)$$

行星轮 m 对应的内(外)齿轮副啮合刚度为

$$K_m = \left(\sum_{j=1}^{n_{I_m}} p_{jI_m} + \sum_{j=1}^{n_{II_m}} p_{jII_m} \right) / Z_r \quad (15)$$

3 算例与分析

以表 3 行星齿轮传动为例, 太阳轮输入扭矩 1500 N·m 安装误差为 $\Delta E_r = \Delta E_s = 0.005$ mm, $\gamma_s = \gamma_r = 0.1^\circ$ 。文中主要考虑的是各齿轮副无啮合相位差的情

况, 即无安装误差情况时内(外)各齿轮副均同时进入啮合, 行星轮个数为 4; 有啮合相位差时, 计算过程较为繁琐, 暂不予讨论。

表 3 行星传动齿轮副参数

	齿数	模数/mm	压力角/ $^\circ$	螺旋角/ $^\circ$	齿宽/mm	齿顶高/mm
太阳轮	72					1.8
行星轮	26	1.81	23.04	13.12	25	1.8
齿圈	124					1.8

(1) TCA 仿真见图 7, 内、外啮合接触点分别为 13、12; 中心距误差导致接触位置发生变化, 各齿轮副相对间隙增大。

(2) 内、外齿轮副均为 3 齿进入、2 齿退出交替啮合, 3 齿区变形小于 2 齿区, 且内啮合变形量小于外啮合, 这是由于轮齿的设计重合度决定的; 由于齿面无修形则法向间隙为 0, 仅存在齿间间隙; 随载荷的增加, 齿间间隙逐渐减小, 承载的行星齿轮数增加, 承载变形缓慢增加; 内、外齿轮分别在 300 N·m、800 N·m 后各齿轮副齿面间隙全部消除, 行星轮全部承载, 重合度不在变化, 随载荷的增加承载变形逐渐增大(图 8a、8b)。

图 7 行星传动 TCA 仿真($\Delta E_r = \Delta E_s = 0.005$ mm, $\gamma_s = \gamma_r = 0.1$)

(3) 由于承担的载荷不同, 刚度的波动量也是不同的(图 8c); 以外齿轮副为例, 由于齿间间隙(行星轮 2 < 行星轮 1 < 行星轮 3 < 行星轮 4)变化, 啮合过程中齿面承担载荷大小也是相应逐渐变化(行星轮 2 > 行星轮 1 > 行星轮 3 > 行星轮 4), 即齿面间隙越小, 承担的载荷越多; 齿面载荷分配系数显示了同一齿轮副齿面承担载荷状况, 同一啮合位置的所有齿轮副的齿面载荷之和等于总载荷, 例如位置 1、6、11

的所有内(外)齿轮副载荷分配系数之和等于 1(图 8d、8e)。

(4) 均载系数反映了行星轮间宏观的载荷分配, 以内齿轮副为例, 由于齿间间隙(行星轮 4 < 行星轮 1 < 行星轮 3 < 行星轮 2)变化, 啮合过程中齿面承担载荷大小也是相应逐渐变化(行星轮 4 > 行星轮 1 > 行星轮 3 > 行星轮 2), 某一啮合时刻的各行星轮均载系数之和等于 4, 且随载荷的增加, 各行星轮承

担的载荷逐渐相等即均载系数渐趋于1(图8f、8g)。

LTCA 方法计算的接触线载荷分配与物理模型规律是一致体现了该方法的有效性; LTCA 方程的求解不需要齿轮有限元柔度系数的计算, 仅是接触

点的柔度系数插齿计算, 极大地减少了计算工作量, 可用于修形齿面优化设计, 对于修形齿面方程中仅改变了啮合位置同时接触齿对的初始间隙, 体现了方法的先进性。

图 8 行星传动多体齿轮齿面承载啮合仿真

4 结论

(1) 建立行星齿轮多体齿轮承载接触模型, 通过数值计算方法获得加载后的齿面变形、啮合刚度、载荷分布、均载系数, 为高性能行星传动齿面的修形设计、分析奠定了理论基础。

(2) 通过一次有限元柔度系数计算各齿轮柔度矩阵, 结合行星齿轮 TCA 分析对各齿面接触点柔度插值, 再通过叠加获得啮合齿轮副接触点的齿面法向柔度矩阵, 使轮齿受力变形与齿面几何分析紧密地结合在一起。

(3) 该模型综合考虑安装误差、齿面几何误差、有限元方法、数学规划, 将齿轮副受力接触转化为求解齿面有限个离散接触点的力学平衡问题, 极大地减少了计算工作量。

(4) 多载荷传动误差和载荷分配进一步反映了行星传动啮合状况, 显示了 PLTCA 方法的有效性和先进性。

参 考 文 献

- [1] LITVIN F L, VECCHIATO D, YUKISHIMA K, et al. Reduction of noise of loaded and unloaded misaligned gear drives[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(41): 5523-5536.
- [2] GOSSELIN C, CLOUTIER L, NGUYEN Q D. A general formulation for the calculation of the load sharing and transmission error under Load of spiral bevel and hypoid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 1995, 30(3): 433-450.
- [3] LI S. Effects of machining errors, assembly errors and tooth modifications on loading capacity, load-sharing ratio and transmission error of a pair of spur gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(6): 698-726.
- [4] LI S. Finite element analyses for contact strength and bending strength of a pair of spur gears with machining errors, assembly errors and tooth modifications[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(1): 88-114.
- [5] UMEYAMAM, KATO M, INOUE K. Effects of gear dimensions and tooth surface modifications on the loaded transmission error of a helical gear pair[J]. Journal of Mechanical Design, 1998, 120(1): 119-125.
- [6] SIMON V V. Loaded tooth contact analysis and stresses in spiral bevel gears[C]// ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. ASME, 2009: 271-279.
- [7] SIMON V V. Design and manufacture of spiral bevel gears with reduced transmission errors[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(4): 041007.
- [8] 郑昌启, 黄昌华, 吕传贵. 螺旋锥齿轮加载接触分析计算原理[J]. 机械工程学报, 1993, 29(4): 50-54.
- [9] ZHENG Changqi, HUANG Changhua, LÜ Chuangui. Computational principle of loaded tooth contact analysis of spiroid gears[J]. Journal of Mechanical Engineering, 1993, 29(4): 50-54.
- [10] 黄昌华, 温诗铸, 李润方, 等. 弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮润滑加载接触分析[J]. 清华大学学报, 1996(4): 48-53.
- [11] HUANG Changhua, WEN Shizhu, LI Renfang, et al. Preliminary design tool-LLTCA for spiral bevel and hypoid gear[J]. Journal of Tsinghua University, 1996(4): 48-53.
- [12] 王延忠, 周云飞, 周济, 等. 考虑轮齿制造误差的螺旋锥齿轮加载接触分析[J]. 机械科学与技术, 2002, 21(2): 181-185.

224-227.

WANG Yanzhong, ZHOU Yunfei, ZHOU Ji, et al. Load tooth contact analysis of bevel gear based on manufacture error[J]. Mechanical Science and Technology, 2002, 21(2): 224-227.

- [11] 唐进元, 刘艳平. 直齿面齿轮加载啮合有限元仿真[J]. 机械工程学报, 2012, 48(5): 124-131.

TANG Jinyuan, LIU Yanping. Loaded meshing simulation of face-gear drive with spur involute pinion based on finite element analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(5): 124-131.

- [12] 方宗德. 斜齿轮齿面柔度矩阵与修形的有限元计算[J]. 航空动力学报, 1994, 9(3): 242-244.

FANG Zongde. Calculation on flexibility matrix and modification of helical gears by FEM[J]. Journal of

Aerospace Power, 1994, 9(3): 242-244.

- [13] 方宗德. 修形斜齿轮的承载接触分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 251-254.

FANG Zongde. Loaded tooth contact analysis of modification of helical gears[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 247-254.

- [14] ZHANG Y, FANG Z D. Analysis of transmission errors under load of helical gears with modified tooth surfaces[J]. Journal of Mechanical Design, 1997, 119(1): 120-126.

作者简介: 蒋进科, 男, 1981 年出生, 博士, 工程师。主要研究方向为齿轮啮合理论, 齿面分析及数控加工。

E-mail: jjk06@126.com

方宗德, 男, 1948 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为齿轮啮合理论, 齿面设计及分析, 汽车动力学等。

E-mail: fauto@nwpu.edu.cn