DOI: 10.3901/JME.2014.15.001

基于数字化真实齿面的螺旋锥齿轮齿面接触分析*

汪中厚¹ 李 刚¹ 久保爱三²

(1. 上海理工大学机械工程学院 上海 200093;

2. 京都大学工学部 京都 606-8501 日本)

摘要: 通过导入假想全共轭齿面作为基准齿面, 即大齿轮基准齿面是采用由加工机床设定参数形成的理论齿面, 小齿轮基准齿面是采用与该大齿轮基准齿面完全相共轭的齿面, 该假想齿面是瞬时线接触, 无传动误差。对该基准齿面上的接触线进行拓扑网格划分, 引入数字化合成误差概念, 实现含有齿形误差和安装误差的螺旋锥齿轮的数字化真实齿面的构建。提出一种基于高精度数字化真实齿面的螺旋锥齿轮齿面接触分析(Tooth contact analysis, TCA)方法, 通过与 Gleason 公司 TCA 软件分析结果以及齿面磨损试验结果比较, 验证了本方法的可行性和有效性。

关键词: 螺旋锥齿轮; 真实齿面; 合成误差; 齿面接触分析

中图分类号: TH132

Tooth Contact Analysis of Spiral Bevel Gears Based on Digital Real Tooth Surfaces

WANG Zhonghou¹ LI Gang¹ KUBO Aizoh²

(1. School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093;

2. School of Engineering, Kyoto University, Kyoto 606-8501, Japan)

Abstract: By importing imaginary whole conjugated tooth surface as the reference tooth surface, namely the reference tooth surface of gear is consisted of theoretical tooth surface with machining tool setting parameters, and the reference tooth surfaces of pinion use the tooth surfaces conjugating with the reference tooth surfaces of gear. The imaginary tooth surface is instantaneous line contact without transmission error. Through the topological mesh of reference tooth surface contact lines, the digital synthetic error concept is introduced, and the digital real tooth surfaces of spiral bevel gear with tooth profile error and installation error can be built. A tooth contact analysis (TCA) method based on high precision digital real tooth surface of spiral bevel gears puts forward. The feasibility and effectiveness of this method can be verified through the comparison of TCA software analysis results by Gleason corporation and tooth wear test results.

Key words: spiral bevel gears; real tooth flank; composite error; tooth contact analysis

0 前言

螺旋锥齿轮作为一种齿面几何状况极为复杂的齿轮类型, 其理论齿面之间的接触为点接触。在啮合时处于相当复杂的变化过程之中, 如何模拟螺旋锥齿轮真实齿面的啮合状态, 一直是螺旋锥齿轮的研究的前沿问题。LITVIN^[1]根据齿面加工参数建立数学模型, 进行了理论齿面的接触理论研究。SIMON^[2]研究了齿形误差和安装误差对螺旋锥齿轮接触轨迹的影响; 唐进元等^[3-4]在传统齿面接触分析

(Tooth contact analysis, TCA)的基础上, 引入机床运动几何误差和安装误差, 提出了有误差的螺旋锥齿轮齿面接触分析(Error tooth contact analysis, ETCA)方法, 但未考虑存在热处理变形等形状误差的真实齿面。王延忠等^[5-6]研究中通过齿轮测量仪运用点阵式测量法进行齿面数据采集, 并利用非均匀 B 样条(NURBS)曲面逼近真实齿面, 再进行齿面接触分析。

本文通过导入螺旋锥齿轮假想共轭齿面作为基准齿面, 并在基准齿面接触线上进行拓扑网格划分。运用扫描式齿面测量技术^[7-8]测得实际齿面误差数据, 提出齿面合成误差概念, 实现螺旋锥齿轮数字化真实齿面构建。并提出无负载情况下数字化真实

* 国家自然科学基金资助项目(51075279)。20130901 收到初稿, 20140508 收到修改稿

齿面接触斑点算法,通过与 Gleason 公司 TCA 软件结果和齿面磨损试验结果比较,验证了本方法的可行性和有效性,有助于进一步研究实际螺旋锥齿轮振动噪声。

1 数字化真实齿面的构建

1.1 螺旋锥齿轮基准齿面的数字化

为方便之后齿面误差数据的处理,在此本文将螺旋锥齿轮的基准齿面假想为共轭齿面。这个假想共轭齿面采用如下方式定义:大轮基准齿面是采用由加工机床设定参数计算得到的理论齿面;小轮基准齿面是采用与该大轮基准齿面相共轭的齿面。因此,这个螺旋锥齿轮基准齿面是没有传动误差的理想齿面。根据加工机床设定参数,被加工的大轮齿面与刀具切削刃轨迹面在创成的时候接触示意图如图 1 所示。假设齿轮齿面与刀具刃轨迹面在创成时于 M 点接触。由于点 M 在被范成的齿面上,点 M 处的工件齿面与刀具刃轨迹面在共同法线方向上以同一速度移动,即刀具轨迹面与工件的共轭运动方程式

$$(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_c) \cdot \mathbf{N} = 0 \quad (1)$$

式中 $\mathbf{N}$ ——刀具切削刃轨迹面 M 点处法线矢量;
 $\mathbf{v}_w$ ——刀具轨迹面在 M 点处的移动速度;
 $\mathbf{v}_c$ ——齿轮工件在 M 点处的移动速度。

机床设置如图 2 所示。摇台轴的方向为 $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$ 。此时, $\mathbf{v}_w$ 、 $\mathbf{v}_c$ 分别为

$$\mathbf{v}_c = (\dot{\alpha}_1 \mathbf{k}) \times \mathbf{M} \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_w = (\dot{\alpha}_2 \mathbf{A}) \times (\mathbf{M} - \mathbf{O}_w) \quad (3)$$

式中 $\dot{\alpha}_1$ ——刀刃轨迹面绕摇台轴回转角速度;
 $\mathbf{M}$ ——点 M 在刀具坐标系 $O_{C1}X_{C1}Y_{C1}Z_{C1}$ 中位置矢量;
 $\dot{\alpha}_2$ ——工件绕通过 O_w 点的单位矢量 $\mathbf{A}$ 回转角速度;
 $\mathbf{O}_w$ ——点 O_w 在刀具坐标系 $O_{C1}X_{C1}Y_{C1}Z_{C1}$ 中位置矢量。

而且, $\dot{\alpha}_1$ 与 $\dot{\alpha}_2$ 在范成运动时保持一定比值

$$\kappa = \dot{\alpha}_1 / \dot{\alpha}_2 \quad (4)$$

设刀具切削刃上的点 M 绕刀具切削刃的圆锥轴的回转角为 α_c , 刀具圆锥的摇台轴回转角为 α_1 , 以及到刀具切削刃上部的距离 S_p , 在点 M 法线矢量 $\mathbf{N}$ 用 α_c 与 α_1 来表示。 α_1 与 α_2 的关系可用式(4)来表示,则下列公式成立

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(S_p, \alpha_c, \alpha_2) \quad (5)$$

图 1 切削运动时的工件与刀具轨迹面

图 2 刀具圆锥面与工件的关系(小轮)

把式(2)与式(3)代入到式(1)中,可得

$$[\kappa \mathbf{k} \times \mathbf{M} - \mathbf{A} \times (\mathbf{M} - \mathbf{O}_w)] \cdot \mathbf{N} = 0 \quad (7)$$

进一步,解式(5)和(6),可得 S_p 为

$$S_p = S_p(\alpha_c, \alpha_2) \quad (8)$$

$\mathbf{M}$ 可表示为

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(\alpha_c, \alpha_2) \quad (9)$$

对位置矢量 $\mathbf{M}$ 进行坐标变换,可以求得工件坐标系中的齿面任意点位置矢量 $\mathbf{r}_p$ 为

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_p(\alpha_c, \alpha_2) \quad (10)$$

根据齿轮共轭原理,实现小轮齿面坐标的计算^[9],完成基准齿面的构建。

大轮利用成形法加工的配置,工件轴固定,刀具的轨迹面的形状与大轮齿面的形状相同。

机床设定如图 3 所示。即刀具轨迹面固定在摇台坐标系上,工件的轴与通过点 O_w 的单位矢量 $\mathbf{A}$ 一致且固定。此时,刀具切削刃上的 M 点的位置矢量 $\mathbf{M}$ 可以用刀具切削刃的刀具圆锥轴的回转角 β_c

与刀具切削刃上的位置 S_g 来表示

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(\beta_C, S_g) \quad (11)$$

与小轮相同, 对位置矢量 $\mathbf{M}$ 进行坐标变换, 可得到工件坐标系中齿面任意点处位置矢量

$$\mathbf{r}_g = \mathbf{r}_g(\beta_C, S_g) \quad (12)$$

点 M 处的法线矢量 $\mathbf{n}_g$ 可由 β_C 来表示

$$\mathbf{n}_g = \mathbf{n}_g(\beta_C) \quad (13)$$

图 3 刀具圆锥与工件的关系(大轮)

1.2 基准齿面啮合接触状态的解析方法

本文以共轭运动的基准齿面为基础进行研究, 所以有必要对基准齿面的啮合接触状态进行解析, 大轮与小轮安装坐标系如图 4 所示。

图 4 大轮与小轮的安装坐标系

图 4 中, $O_g X_g, Y_g, Z_g$ 为大轮坐标系 G , $O_p X_p, Y_p, Z_p$ 为小轮坐标系 P , α_g 为大轮回转角度, α_p 为小轮回转角度, ω_g 为大轮的回转速度, ω_p 为小轮的回转速度, Σ 为轴夹角, O_{pg} 为安装距矢量 (绝对值 $E = |O_{pg}|$)。

在此将齿面上的位置矢量与法线矢量作为已知量, 根据大轮的回转角度 α_g , 可求得齿面上的任意点的位置矢量与法向矢量。假设大轮齿面上有一点 Q , 在初始回转角度上, 该点在坐标系 G 中的坐标与法线矢量为

$$\mathbf{r}_{g0} = \mathbf{r}_{g0}(\beta_C, S_g) = (x_{g0}, y_{g0}, z_{g0}) \quad (14)$$

$$\mathbf{n}_{g0} = \mathbf{n}_{g0}(\beta_C, S_g) = (n_{xg0}, n_{yg0}, n_{zg0}) \quad (15)$$

大轮回转角度 α_g 时的坐标系 G 中的点 Q 的位置矢量 $\mathbf{r}_g$ 和法线矢量 $\mathbf{n}_g$ 为

$$\mathbf{r}_g = x_g \mathbf{i} + y_g \mathbf{j} + z_g \mathbf{k} = (x_g, y_g, z_g) \quad (16)$$

$$\mathbf{n}_g = (n_{xg}, n_{yg}, n_{zg}) \quad (17)$$

式中 $x_g = x_{g0} \cos \alpha_g - y_{g0} \sin \alpha_g$;

$$y_g = x_{g0} \sin \alpha_g + y_{g0} \cos \alpha_g$$

$$z_g = z_{g0}$$

$$n_{xg} = n_{xg0} \cos \alpha_g - n_{yg0} \sin \alpha_g$$

$$n_{yg} = n_{xg0} \sin \alpha_g + n_{yg0} \cos \alpha_g$$

$$n_{zg} = n_{zg0}$$

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ —— x, y, z 轴方向的单位矢量。

坐标系 G 中, 点 Q 的大轮速度矢量为

$$\mathbf{v}_g = \omega_g \times \mathbf{r}_g = \begin{pmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ x_g & y_g & z_g \end{pmatrix} \quad (18)$$

假设, $\gamma = \omega_p / \omega_g$, 小轮的接触点在大轮的坐标系中, 点 Q 的小轮速度矢量为

$$\mathbf{v}_p = \omega_p \times \mathbf{r}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\omega_g \gamma \sin \Sigma & 0 & -\omega_g \gamma \cos \Sigma \\ x_g & y_g - E & z_g \end{pmatrix} \quad (19)$$

由于大轮与小轮做共轭啮合运动, 所以

$$(\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_g) \cdot \mathbf{n}_g = 0 \quad (20)$$

如图 5 所示, 设 M 点是大轮齿面中心部附近的一个点。 M 点的坐标 (β_{CM}, S_{gM}) 由式(21)及式(22)确定

$$\beta_{CM} = (\beta_{Ct0} + \beta_{Ch}) / 2 \quad (21)$$

$$S_{gM} = S_{gth} / 2 \quad (22)$$

式中 β_{Ct0} ——大轮齿面小端中点 M_{t0} 的 β_C 值;

β_{Ch} ——大轮齿面大端中点 M_h 的 β_C 值;

S_{gth} ——齿顶与大端交点 M_{th} 的 S_g 值。

图5 接触线与轮齿的边界线交点的求法

如果已知大轮的齿面上的点 M 的坐标, 则大轮的接触场合下的回转角度 α_{gM} 可用式(16)求出。

设过大轮的齿面上点 M 的接触线与大轮齿的齿顶边界线交点为 M_t , 且其坐标为 (β_C, S_g) 。初始点 M_t 到顶部边界线的距离满足式(23)

$$f(\beta_C, S_g) = 0 \quad (23)$$

另一方面, 该点的啮合角度位置 α_g 必须满足下列公式

$$g(\beta_C, S_g) = \alpha_g(\beta_C, S_g) - \alpha_{gM} \quad (24)$$

对于以上两个方程式, 初期值可定义为 $\beta_{C0} = \alpha_{gM}$ 、 $S_{g0} = S_{gM}$, 可以利用牛顿法求 M_t 的坐标 (β_C, S_g) 。

根据以上方法, 啮合角度为 α_{gM} 时的接触线与顶部边界线的交点 M_t 可以求出。这个接触线与底部边界线的交点 M_r , 可以根据上述求解点 M_t 的方法求解。依次求得齿轮以一定间隔回转角度运动时齿面上的所有接触线的两个端点的坐标。求解式(23)与式(24)相当的大端、小端的距离方程式。在本文中, 各个接触线间的距离相当于大轮节距的 $1/16$ 。求出此接触线的两个端点的坐标, 接触线上的分割点的坐标可以按下述的方法进行求解。将过点 M 的接触线两端点 M_r 与 M_t 的坐标值 (β_{Cr}, S_{gr}) 与 (β_{Cti}, S_{gti}) 进行任意分割, 点 M' 的坐标 $\beta_C = \beta_{Cn}$, 其 S_g 可以采用一次牛顿法来求解。由于 M' 点在接触线上, 则式(25)成立

$$g(S_g) = \alpha_g(S_g) - \alpha_{gM} = 0 \quad (25)$$

作为 S_g 的初始值, 设中心点 M 的 S_{gM} , 则 $i+1$ 次的解 $S_{g(i+1)}$ 为

$$S_{g(i+1)} = S_{gi} + \frac{g(S_{gi})}{\left(\frac{dg}{S_g}\right)_{i+1}} \quad (26)$$

$$\left(\frac{dg}{S_g}\right)_{i+1} = \frac{g(S_{gi} + 0.0001) - g(S_{gi})}{0.0001}$$

式中, $(dg/S_g)_{i+1}$ 为微系数; 收敛精度设置为 $g(S_{gi}) \leq 0.0001$ 。

大轮的凸面(驱动面)的啮合是从大端顶部到小端根部移动, 全体啮合重合度可以式(27)表示

$$R_d = \frac{|\alpha_{ghit} - \alpha_{grto}|}{\frac{2\pi}{N_g}} \quad (27)$$

式中 R_d ——驱动面的重合度;

α_{ghit} ——大轮大端与齿顶部边界线的交点啮合时的啮合角度;

α_{grto} ——小端与齿根部边界线的交点啮合时的啮合角度;

N_g ——大轮齿数。

利用上述的方法进行基准齿面上的接触线的计算结果的示例如图6所示。

图6 基准齿面上的接触线表现出的同时啮合的齿数

1.3 齿面合成误差的数字化表达

文献[6]中采用点阵式齿面测量方法, 并利用测量数据生成数字化齿面, 但利用点阵式测量方法在描述真实齿面时的拟合过程, 使得精确度降低。针对上述问题, 本文利用扫描式齿面测量方法^[10], 通过对基准齿面上的啮合线进行拓扑网格划分, 并提出齿面合成误差概念, 实现螺旋锥齿轮真实齿面的数字化表达, 更加合理地实现了实际齿面的描述。

1.3.1 合成误差的计算法

大小轮齿面上对应接触点处的法线方向的距离偏差值之和, 称为合成误差。

求合成误差时, 首先将大小轮的接触对应点上的角度偏差变换成相应的距离偏差, 然后把二者的

距离偏差相加就得到合成误差。根据大轮与小轮的安装坐标系(图 4), 取大轮坐标系中大轮齿面上某个接触点坐标、单位法线分别为 (x_g, y_g, z_g) 、 (n_{xg}, n_{yg}, n_{zg}) 。对应小轮坐标系中的小轮接触点处的坐标与单位法线矢量分别为 (x_p, y_p, z_p) 、 (n_{xp}, n_{yp}, n_{zp}) 。设 R_g 与 R_p 分别是大小轮的接触对应点的距离偏差, 则

$$R_g = \Delta\theta_g (-y_g n_{xg} + x_g n_{yg}) \quad (28)$$

$$R_p = \Delta\theta_p (-y_p n_{xp} + x_p n_{yp}) \quad (29)$$

式中 $\Delta\theta_g$, $\Delta\theta_p$ ——该点大小轮的角度偏差。

距离合成误差 R_{pg} 为

$$R_{pg} = R_g + R_p \quad (30)$$

角度合成误差 e_{pg} 全部用大轮的齿面上的角度表示

$$e_{pg} = \frac{R_{pg}}{x_g n_{yg} - y_g n_{xg}} = \Delta\theta_g + \Delta\theta_p \frac{x_g n_{yg} - y_g n_{xg}}{x_g n_{yg} - y_g n_{xg}} \quad (31)$$

由啮合原理可知, 大小轮在接触点的法线方向矢量的速度分量相同。在大小轮的安装坐标系中, 设某一接触点的对应的大、小轮坐标系的坐标与单位方向矢量为 (x_g, y_g, z_g) 、 (n_{xg}, n_{yg}, n_{zg}) 及 (x_p, y_p, z_p) 、 (n_{xp}, n_{yp}, n_{zp}) , 则大轮齿面上的该点的大轮坐标系中的速度 v_g 为

$$v_g = (-y_g \omega_g, x_g \omega_g, 0) \quad (32)$$

式中 ω_g ——大轮的回转速度。

法线方向的分量 v_{gn} 的绝对值为

$$|v_{gn}| = \frac{x_g \omega_g n_{yg} - y_g \omega_g n_{xg}}{\sqrt{(x_g \omega_g)^2 + (y_g \omega_g)^2}} \sqrt{(x_g \omega_g)^2 + (y_g \omega_g)^2} = \omega_g (x_g n_{yg} - y_g n_{xg}) \quad (33)$$

同理, 在小轮坐标系中小轮齿面上的该点的速度的法线方向分量的绝对值为

$$|v_{pn}| = \omega_p (x_p n_{yp} - y_p n_{xp}) \quad (34)$$

由于 $|v_{pn}| = |v_{gn}|$, 则式(35)成立

$$\frac{x_p n_{yp} - y_p n_{xp}}{x_g n_{yg} - y_g n_{xg}} = \frac{\omega_g}{\omega_p} \quad (35)$$

1.3.2 齿面测量形状偏差与合成误差

运用扫描式测量法, 沿齿轮理论接触线进行测量, 并通过计算机处理提取齿面形状误差。

以大轮的齿面上所有接触线为对象, 按照啮合

顺序, 以 $i=1, 2, \dots, N$ (N 为大轮齿面上几何接触线的总数) 进行编号。同时, 将每根几何接触线的长度划分为 19 等分, 从大端根部到小端顶部为序, 对各个分割点进行 $j=1, 2, \dots, 20$ 编号(图 7)。大轮齿面上某一点的位置, 可由几何接触线的序号与接触线上分割点的编号的组合来确定, 以此实现基准齿面上的啮合线进行拓扑网格划分。将齿面形状偏差导入基准齿面, 得到齿面上点 (i, j) 处的合成误差曲面, 如图 8 所示。根据数字化齿面上接触线的干涉长度与接触线的数量, 能够进行接触斑点的解析。同时, 根据数字化齿面任意接触线上的合成误差最大点的集合, 可以直观地推测出齿面潜在接触轨迹。

图 7 大轮齿面分割法

图 8 基准齿面上的合成误差表示法

1.3.3 安装误差的等价合成误差计算法

实际中, 齿轮安装状态大都不符合安装设计要求, 会存在一定的安装误差。螺旋锥齿轮的安装误差, 如图 9 所示, 可以分解为小轮轴向分量 P 、大轮轴向分量 G 、偏置距方向分量 E 等三个部分。同样, 在角度方面也有三个分量, 为了简化问题, 取影响效果最大的两个轴的夹角误差来进行研究, 一共有 4 个误差分量来表达轴的安装误差。

假设不存在安装误差, 在某一相对回转位置上, 可以确定齿面上接触线。设小轮齿面上某一点的基准角度位置的坐标值与法线矢量分别为 $P_{p0} = (x_{p0}, y_{p0}, z_{p0})$ 、 $n_{p0} = (n_{xp0}, n_{yp0}, n_{zp0})$, 该点的接触相对回转角度为 α_p , 同回转角度位置点的坐标值与法线矢量分别为

$$\begin{cases} x_p = x_{p0} \cos \alpha_p - y_{p0} \sin \alpha_p \\ y_p = x_{p0} \sin \alpha_p + y_{p0} \cos \alpha_p \\ z_p = z_{p0} \end{cases} \quad (36)$$

$$\begin{cases} n_{xp} = n_{xp0} \cos \alpha_p - n_{yp0} \sin \alpha_p \\ n_{yp} = n_{xp0} \sin \alpha_p + n_{yp0} \cos \alpha_p \\ n_{zp} = n_{zp0} \end{cases} \quad (37)$$

图9 螺旋锥齿轮的安装误差

小轮轴向分量为 P ，大轮轴向分量为 G ，偏置分量为 E ，轴交角分量为 Σ ，其等价合成误差 ΔP 、 ΔG 、 ΔE 、 $\Delta \Sigma$ 分别为

$$\begin{cases} \Delta P = P n_{zp} \\ \Delta G = G n_{zg} \\ \Delta E = -G n_{yg} \\ \Delta \Sigma = (n_{zg} x_g - N_{zg} z_g) \Sigma \end{cases} \quad (38)$$

按照上述方法，可将安装误差转化为等价合成误差，考虑到实际齿面中。通过实际齿面误差测量值的导入，将基准齿面扩展为真实齿面，完成螺旋锥齿轮数字化真实齿面的构建。

2 无负荷时的接触斑点解析法

2.1 数字化真实齿面接触斑点计算方法

图10表示齿面接触斑点的计算方法，假设小轮的基准面(以下称为基准面)涂有一定厚度的涂料。涂料层的表面与具有合成误差的大轮表面(以下称为合成误差表面)在最小合成误差点 D 的接触状态如图10a所示。大轮固定，转动小轮直到使小轮基准齿面上的点 D' 与大轮齿面上的点 D 接触(如图10b所示)。此时，其涂料层的表面与大轮表面的干涉区域 $\overline{AB}$ 就是该啮合瞬时的接触区域。点 D'' 表示接触起始点 D 在接触终止时的位置。如图10c所示， n_a 、 n_b 、 n_d 分别为点 A 、 B 及 D 的法线矢量，干涉区域的端点 A 、 B 及最小合成误差点 D 在法线方向上的距离合成误差等于涂料厚度，作为求解干涉区域 $\overline{AB}$ 的条件。

如图11a所示，小轮的齿面由与大轮接触点 D 回转某个角度处于虚线位置时，与大轮齿面的干涉区域 $\overline{A''B''}$ 作为接触斑点求解区域。区域 $\overline{AB}$ 与 $\overline{A''B''}$ 有一点细微差异，一般来说，由于涂料厚度较小，此差别可忽略。

当在某个回转角度，出现多对齿同时接触情况时，设某一条几何接触线上的合成误差 $e_{pg}(\ell, j)$ 的最小值为 $\min e_{pg}(\ell, j)$ ，同时啮合的 ℓ 条几何接触线上的各个 $\min e_{pg}(\ell, j)$ 中的最小值为 $e_{\min}$ 。在该啮合瞬间，仅在具有最小误差的 $e_{\min}$ 几何接触线位置与另一齿面发生点接触，其他位置的几何接触线不发生接触，如图11b所示。此时，如果另一齿轮涂有涂料，合成误差表面会在两齿轮之间间隙小于涂料厚度的部分与涂料发生干涉。随着齿轮啮合位置的变化，按照以上步骤在各个回转角度分别进行计算，便可以求出无负荷时的接触斑点。

图10 无负荷时接触斑点计算方法

图 11 齿面接触区域的确定

2.2 齿面接触斑点计算的数值处理

2.2.1 干涉深度的初始值

如图 11a 所示, 为求出干涉区域 $\overline{A''B''}$, 必须确定最大干涉深度的初始值。由于合成误差由几何接触线上的 20 个取样点的合成误差值组成, 首先要求出这条接触线上的最小合成误差值所在的分割点的位置。假设 $x_g(0)$ 、 $y_g(0)$ 分别为最小合成误差值对应齿面点的 x 轴、 y 轴的坐标值, $n_{xg}(0)$ 、 $n_{yg}(0)$ 分别为该点的 x 轴、 y 轴方向的法线矢量分量, 最小

合成误差值点的干涉深度的初期值 $e_{De}(0)$ 可以用式 (39) 求出

$$e_{De}(0) = \frac{R_{De}(0)}{\left| -y_g(0)n_{xg}(0) + x_g(0)n_{yg}(0) \right|} \quad (39)$$

式中, $R_{De}(0) = D_e$ 为涂料层厚度(距离上的值)。

2.2.2 斑点接触线长度

在干涉深度初始值 $e_{De}(0)$ 确定后, 如图 12 所示, 在几何接触线上计算基准齿面与合成误差表面的干涉区域的端点, 分两个步骤。

图 12 齿面接触斑点数值处理

(1) 计算最大干涉深度值为 $e_{De}(n)$ 。齿面上被涂料涂上的任何区域都有左右两个端点, 左端点由式 (40) 确定

$$\begin{cases} e_{pg}(\ell, j(n)) - e_{\min} \geq e_{De}(n) \\ e_{pg}(\ell, j(n)+1) - e_{\min} < e_{De}(n) \end{cases} \quad (40)$$

右端点由式(41)确定

$$\begin{cases} e_{pg}(\ell, j(n)-1) - e_{\min} < e_{De}(n) \\ e_{pg}(\ell, j(n)) - e_{\min} \geq e_{De}(n) \end{cases} \quad (41)$$

式中 ℓ ——齿对数 ($\ell=1, 2, \dots, n_\ell$; n_ℓ 为同时啮合齿数);

j ——分割点序号。

如图 12 所示, 20 个样本分割点的左右端点的坐标, 对于两个干涉区域来说, 分别是端点 $j_1(n)$ 到 $j_3(n)$ 和端点 $j_4(n)$ 到 $j_2(n)$ 之间的区域。

(2) 本文为了提高接触斑点的求解精度, 把端点 $j_1(n)$ 到端点 $j_2(n)$ 之间的区域再细分 28 等分, 在细分后的 29 分割点上再次计算干涉深度, 找出最大

干涉深度。假设这个最大干涉深度为 $e'_{De}(n)$ ，其对应的涂料厚度为 $R'_{De}(n)$ (距离上的干涉深度)为

$$R'_{De}(n) = \left| -y_g(n)n_{xg}(n) + x_g(n)n_{yg}(n) \right| e'_{De}(n) \quad (42)$$

式中 $x_g(n)$ ， $y_g(n)$ ——第 n 次计算后的最小合成误差点的 x 轴、 y 轴方向的坐标值；
 $n_{xg}(n)$ ， $n_{yg}(n)$ ——第 n 次计算后的该点 x 轴、 y 轴方向的法线矢量分量。

干涉深度计算终止条件为

$$\left| R'_{De}(n) - D_e \right| \leq 0.001 D_e \quad (43)$$

根据计算终止条件，最终接触斑点的区域由于干涉区域的端点来决定，如图 12 所示，该区域是由端点 $j'_1(n)$ 到 $j'_3(n)$ ，与端点 $j'_4(n)$ 到 $j'_2(n)$ 组成。

2.2.3 第 $n+1$ 次干涉厚度的计算

若式(44)不成立，则需进行第 $n+1$ 次的循环计算。最小合成误差点的干涉值 $e_{De}(n+1)$ 如果被求得的话，干涉区域就可以从前面的步骤(1)开始，直到式(44)满足后继续循环计算。

第 $n+1$ 次计算循环的最小合成误差点的干涉值 $e_{De}(n+1)$ 可以用牛顿 - 拉夫逊方法 (Newton-Raphson method) 来计算。即

$$e_{De}(n+1) = e_{De}(n) - \frac{R'_{De}(n)}{\frac{\partial f}{\partial (e_{De}(n))}} \quad (44)$$

$$\frac{\partial f}{\partial (e_{De}(n))} = \frac{(R'_{De}(n) + 0.000\,000\,1 \times B_R(n)) - R'_{De}(n)}{0.000\,000\,1}$$

式中 $B_R(n)$ ——角度合成误差向距离合成误差转换的倍率系数。

$$B_R(n) = \left| -y_g(n)n_{xg}(n) + x_g(n)n_{yg}(n) \right| \quad (45)$$

3 实例计算与结果比较

以某对螺旋锥齿轮为例，齿轮几何参数和加工机床设定参数分别如表 1、2 所示，根据相关加工机床设定参数完成齿轮加工，并使用 Hyb-35 型螺旋锥齿轮齿面测量仪进行扫描式测量。

按本文所提出的方法，在按照机床加工参数生成基准齿面的基础上，将齿面形状偏差和按照表 3 设定的安装误差通过数值处理得到等价齿面合成误差，并导入基准齿面，完成相应螺旋锥齿轮数字化真实齿面构建，并进行无负载情况下的齿面接触分

析，解析结果如图 13、图 14 所示。图 13 中带圈部分实线为无负荷情况下的啮合轨迹，其余实线部分为其余齿面合成误差最大点集合。

表 1 齿轮的几何参数

参数	小轮	大轮
齿数	6	37
模数/mm	8.243	
旋向	左旋	右旋
轴交角/(°)	90	
小轮偏置距/mm	31.75	
齿宽/mm	45.12	40
节锥角/(°)	11.72	77.97
面锥角/(°)	16.05	78.43
根锥角/(°)	11.25	73.52
节锥顶至相错点距离/mm	0.71	1.40
顶锥顶至相错点距离/mm	-3.14	1.40
根锥顶至相错点距离/mm	-7.59	1.39
外锥距/mm	155.35	155.92
大端直径/mm	84.07	305.52
节径/mm	304.99	

表 2 小轮加工机床调整参数

参数	凹面	凸面
刀盘直径/mm	227.08	221.74
刀齿齿廓角/(°)	14	35
齿坯安装角/(°)	-3.00	-4.08
机床中心至工件安装基准面距离/mm	5.26	10.57
床位/mm	22.60	37.56
齿坯偏置距/mm	25.51	44.64
刀盘安装偏心角	55.88	68.07
刀转角	269.55	292.35
刀盘主轴转角	49.40	54.93
挂轮比值	0.680 2	0.830 1

表 3 安装误差设定

方案	小轮安装误差 ΔH /mm	小轮偏置误差 ΔV /mm
方案 1	0.30	-0.25
方案 2	-0.30	0.20
方案 3	-0.02	0.01

为了验证上述方法的有效性和准确性，本文从以下两个角度进行了结果比较。

(1) 与 Gleason 公司仿真结果比较。该螺旋锥齿轮的机床切齿参数使用了 Gleason 公司的 TCA 软件计算得到不同装配条件下的接触斑点(涂料厚度为 6.35 μm)，解析结果见图 15。通过比较与 Gleason 公司的 TCA 软件仿真结果有以下几个特征。

图 13 接触轨迹仿真结果

图 14 接触斑点仿真结果

图 15 Gleason 公司的 TCA 计算结果

1) 接触点轨迹形状都呈 Z 字形。但是, 仿真结果得出的 Z 字形在齿面上的位置, 比 Gleason 公司的 TCA 软件仿真结果稍靠向小端。

2) 齿面接触斑点是在沿接触点轨迹周围扩大的接触面积。Gleason 公司的 TCA 软件仿真结果非常良好地反映了这种状况。本文算法的仿真结果也可以看出那种倾向(图 14a~14c 所示), 虽然与 Gleason 公司的 TCA 软件仿真结果有点细微的差异, 但是总体上两者的接触斑点非常相似。

由以上结果可以看出, 本齿面接触仿真方法具有相当高的精度。

(2) 与实际齿面磨损情况比较。为进一步证明本文算法的有效性, 本文通过磨损试验增加齿面形

状误差的复杂程度, 将按照表 1、2 加工出的 2 对齿轮, 在后桥试验机上进行了加载试验。在试验过程中, 为了更好地反映齿面磨损情况, 在润滑油中加入一些研磨粉, 人为使齿面产生磨损, 得到齿面磨损情况结果, 如图 16 所示。在试验中, 在试验齿轮的 1.3 L 润滑油中加入了 150 mg 的研磨粉。

本文通过磨损试验增加齿面形状误差的复杂程度(图 17、18), 随着齿面磨损情况的变化, 齿面接触区域由磨损前较为规则的椭圆形变化为复杂不规则形状, 图 18 中仿真结果较好地反映了齿面真实啮合情况, 并通过与磨损试验结果(图 17)的比较, 可以验证本文所提出的基于数字化真实齿面的螺旋锥齿轮齿面接触分析方法具有较高的准确度。

图 16 实际齿面磨损试验结果

图 17 磨损试验数字化真实齿面

图 18 磨损试验接触斑点数字化仿真结果

4 结论

(1) 通过导入假想全共轭齿面作为基准齿面, 对该基准齿面上的接触线进行拓扑网格划分, 引入数字化合成误差概念, 构建了含有齿形误差和安装误差的螺旋锥齿轮的拓扑真实齿面。

(2) 利用数字化拓扑真实齿面, 提出无负载情况下数字化真实齿面接触斑点计算方法。该方法的优点是数字化拓扑真实齿面有效地反映了如磨损情况下的实际齿面。

(3) 将本研究计算结果与 Gleason 公司 TCA 软件分析结果比较, 本解析法在接触轨迹和接触斑点计算方面具有相当高的精度。通过与齿面磨损试验结果比较, 可以看出基于数字化拓扑真实齿面的齿面接触分析方法能够准确地反映齿面实际啮合情况。

参 考 文 献

- [1] LITVIN F L. Local synthesis and tooth contact analysis of face-milled spiral bevel gears [R]. New York: NASA, CR4342, 1990.
- [2] SIMON V. Influence of tooth errors and misalignments on tooth contact in spiral bevel gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(2): 1253-1267.
- [3] 唐进元, 卢延峰, 周超. 有误差的螺旋锥齿轮传动接触分析[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 16-23.
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, ZHOU Chao. Error tooth contact analysis of spiral bevel gears transmission [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 16-23.
- [4] 唐进元, 卢延峰, 周超. 螺旋锥齿轮齿面接触分析改进算法研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(1): 189-195.
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, ZHOU Chao. Research on improved tooth contact analysis algorithm of spiral bevel gears [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(1): 189-195.
- [5] 王延忠, 周云飞, 周济, 等. 考虑轮齿制造误差的螺旋锥齿轮加载接触分析研究[J]. 机械科学与技术, 2002, 21(2): 224-227.
WANG Yanzhong, ZHOU Yunfei, ZHOU ji, et al. Loaded contact analysis of bevel gear tooth based on tooth manufacture error [J]. Mechanical Science and Technology, 2002, 21(2): 224-227.
- [6] 张军辉, 方宗德, 王成. 基于 NURBS 的弧齿锥齿轮真实齿面的数字化仿真[J]. 航空动力学报, 2009, 24(7): 1672-1676.
ZHANG Junhui, FANG Zongde, WANG Cheng. Digital simulation of spiral bevel gears' real tooth surfaces based on non-uniform rational B-spline [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(7): 1672-1676.
- [7] WANG Zhonghou, ZHOU Xiaoling, TETSUTARU O, et al. Surface error measurement of spiral bevel gears using scanning measurement [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, 28(2): 11-13.
- [8] 汪中厚, 赵东升, 久保爱三, 等. 螺旋锥齿轮测量仪精度评定法[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(8): 1752-1756.
WANG Zhonghou, ZHAO Dongsheng, KUBO A, et al.

Surface error measurement of spiral bevel gears using scanning measurement[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(8): 1752-1756.

[9] TAKEDA R, WANG Zhonghou, KUBO A, et al.

Performance analysis of hypoid gears by tooth flank form measurement [J]. Gear Technology, 2002, 7-8: 26-30.

[10] 汪中厚, 周晓玲. 汽车驱动桥锥齿轮齿面测量与质量控制[J]. 现代零部件, 2005(11): 57-61.

WANG Zhonghou, ZHOU Xiaoling. Tooth surface

detection and quality control of spiral bevel gears in automotive drive axle [J]. Modern Components, 2005, (11): 57-61.

作者简介: 汪中厚(通信作者), 男, 1963 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为齿轮系统动力学、三维复杂曲面测量技术。

E-mail: wang_zhonghou18@163.com

李刚, 男, 1986 年出生, 博士研究生。主要研究方向为齿轮系统动力学、三维复杂曲面测量技术。

E-mail: ligangteller@163.com

国家自然科学基金委员会机械工程学科 2012/2013 年度优秀结题项目简介

原位合成晶须增韧纳米陶瓷刀具及其磨损破损行为研究*

项目负责人: 黄传真(E-mail: chuanzhenh@sdu.edu.cn)

依托单位: 山东大学

项目批准号: 50975161

1. 项目简介

本项目克服传统晶须增韧和纳米颗粒增韧的缺点, 采用原位合成技术, 在微米或纳米基体材料上, 利用价格低廉的晶须先驱体直接合成分散均匀的晶须, 使晶须原位生长过程和陶瓷刀具烧结过程同时进行, 充分发挥原位合成晶须增韧补强和纳米颗粒增韧补强的协同作用, 研制具有优良力学性能的新型陶瓷刀具。系统研究原位分散合成晶须的生长机理和控制晶须生长数量及质量的制备技术。研究原位分散合成晶须增韧补强和纳米颗粒增韧补强的协同作用机理, 揭示其增韧补强的特殊规律。研究原位分散合成晶须和纳米颗粒界面力学行为的特殊性及其与陶瓷刀具力学性能、磨损破损行为和切削可靠性的关系。建立原位分散合成晶须增韧纳米陶瓷刀具切削可靠性和刀具组分、微观结构、力学性能之间的力学模型。原位合成晶须增韧纳米陶瓷刀具的研制成功必将扩大现有陶瓷刀具的加工范围, 提高陶瓷刀具的切削可靠性, 促进高速切削技术的发展, 具有重要的理论意义与实际应用价值。

2. 主要创新点及其主要研究进展

(1) 提出了碳热还原合成碳氮化钛系晶须的设计方案, 改变晶须原料配比的 C/Ti 比值, 可制备出 x 取值不同的 $\text{Ti}(\text{C}_x\text{N}_{1-x})$ 系晶须, 并研制成功了 $\text{Ti}(\text{C}_x\text{N}_{1-x})$ 系晶须。

(2) 研制成功了碳热还原合成晶须增韧陶瓷刀具材料 $\text{LTW310}(\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Ti}(\text{C}_{0.5}\text{N}_{0.5})_p/\text{Ti}(\text{C}_{0.3}\text{N}_{0.7})_w)$, $\text{LTW510}(\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Ti}(\text{C}_{0.5}\text{N}_{0.5})_p/\text{Ti}(\text{C}_{0.5}\text{N}_{0.5})_w)$ 和 $\text{LTW710}(\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Ti}(\text{C}_{0.5}\text{N}_{0.5})_p/\text{Ti}(\text{C}_{0.7}\text{N}_{0.3})_w)$, 具有良好力学性能。

(3) 提出了碳氮化钛晶须的气-固(VS)生长机理, 建立了晶须气-液-固和气-固微观生长机理模型。

* 此项目在“第十五届国际制造技术会议(IMCC2013)”上被评为优秀结题项目。