

DOI: 10.3901/JME.2015.01.182

# 散乱点集拓扑邻域均值逆向漂移查询算法\*

孙殿柱 白银来 李延瑞 李 聪

(山东理工大学机械工程学院 淄博 255049)

**摘要:** 为获取散乱点集的拓扑邻域数据, 提出一种基于均值逆向漂移的自适应迭代搜索查询算法, 基于 R\*树动态空间索引, 采用动态扩展空心球  $k$  邻域查询算法快速获取目标样点的拓扑邻域参考数据, 根据邻域查询与点集密度分布的关系, 采用核密度估计描述点集的分布规律, 利用均值漂移算法计算得到能够反映散乱点集局部分布特征的均值漂移矢量和均值点, 将邻域搜索区域沿逆向均值漂移矢量移动进行邻域查询并实时更新样点的拓扑邻域参考数据, 进而完成拓扑邻域查询的均值逆向漂移迭代计算, 最终实现样点拓扑邻域数据的自适应搜索查询。试验表明, 该算法可快速获取复杂型面均匀或非均匀采样点集的邻域数据, 查询结果包含 Voronoi 邻域及其他有效邻域参考数据, 能更好地反映散乱点集局部型面特征。

**关键词:** 散乱点集; 拓扑邻域查询; R\*树; 核密度估计; 均值逆向漂移

**中图分类号:** TP391

## Mean Reverse Shift Query Algorithm for Topological Neighbors of Scattered Point-cloud

SUN Dianzhu BAI Yinlai LI Yanrui LI Cong

(School of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049)

**Abstract:** A self-adaptive iterative query algorithm based on mean reverse shift is proposed, which can be used to query topological neighbors for 3d scattered point-cloud. R\*-tree is applied to organize the dynamic spatial index structure of scattered cloud-point. The topological neighboring reference points of object point are obtained by the  $k$ -nearest neighbor query algorithm based on R\*-tree. According to the relationship between neighbors query and density distribution of the point set, kernel density estimation is used to describe the distribution law of point set. The mean shift vector and mean point which can reflect the local distribution features of sampling points are computed by mean shift algorithm. The topological neighbors self-adaptive iterative query algorithm is realized through the iterative search process by shifting neighbors search area along the reverse mean shift vector and querying new neighbors. The experimental results show that this method can obtain topological neighbors of arbitrary complicated scattered point-cloud efficiently, and the neighbors include Voronoi neighbors as well as some more available neighborhood reference data, which can reflect the local surface features around the object point better.

**Key words:** scattered point-cloud; topological neighbors query; R\*-tree; kernel density estimation; mean reverse shift

## 0 前言

逆向工程中广泛采用产品数据点集型面特征分析技术, 对数据点集所表达的型面信息进行特征区域分析, 并将分析结果作为曲面建模的特征参考数据<sup>[1]</sup>。样点邻域数据对型面特征分析结果的准确性具有重要影响, 且其查询效率直接决定型面特征分析效率<sup>[2]</sup>。随着测量技术和测量设备的不断发展,

以高效率、高精度为特点的高精细测量技术已成为实体模型外形数据采集的主要方法, 但是采样点集具有数据量大、无明显拓扑关系等特点, 不便于点集的邻域数据查询。

目前常用的邻域数据查询方法有  $k$  邻域查询<sup>[3-6]</sup>、Delaunay 邻域查询<sup>[7]</sup>以及 Voronoi 邻域查询<sup>[8]</sup>等。 $k$  邻域查询是应用最广泛的邻域查询方法, 将距目标样点最近的  $k$  个数据点作为样点的邻域数据, 为提高查询效率, 邻域查询普遍采用空间索引组织散乱数据。文献[3-5]对点集进行空间栅格划分, 在目标样点所在栅格及邻近栅格中查询邻域数据,

\* 国家自然科学基金资助项目(51075247)。20140216 收到初稿, 20140918 收到修改稿

该算法采用静态索引，适应性较差。文献[6]通过引入动态空间索引R\*树提高了 $k$ 邻域查询效率和适应性。 $k$ 邻域查询算法原理简单容易实现，但对于非均匀点集，由于样点分布不均使得获取的 $k$ 邻域数据不能准确反映样点的局部拓扑邻接关系，查询结果易受点集分布状况的限制。

Delaunay 邻域查询和 Voronoi 邻域查询都属于拓扑邻域查询，克服了 $k$ 邻域查询易受点云分布制约等缺陷，查询结果能较准确地反映样点的拓扑邻接关系。文献[7]基于 $k$ 邻域查询算法获取样点的 $k$ 邻域数据，将其投影到最小二乘平面，从投影点中查寻样点的 Delaunay 邻域，再将其映射到三维空间，将投影点所对应的原始点作为拓扑邻域数据。该算法有效减少了邻域数据的数量，但对于投影有重叠的局部型面将无法获取有效邻域数据，且 Delaunay 邻域是 $k$ 邻域的一部分，所以该算法仍难以准确获取非均匀点集的局部型面参考数据。文献[8]利用偏心扩展和自适应扩展算法获取样点拓扑邻域参考数据，生成局部点集的 Voronoi 图，查询样点的 Voronoi 邻域便可准确获取样点的拓扑邻域数据，但该算法在构造 Voronoi 图时增加了计算量，提高了算法的空间复杂度和时间复杂度，影响了邻域查询效率。

本文提出一种基于均值逆向漂移的散乱点集拓扑邻域查询算法，根据散乱点集分布特征对邻域查询的影响，采用概率密度估计描述点集的区域特征分布规律，并基于此密度估计引入并改进能够迭代收敛至点集局部密度极大值的均值漂移算法，获取可反映散乱点集局部分布特征的逆向均值漂移矢量，进而使邻域搜索过程能够沿此矢量向点集密度减小的方向移动查询，在点集密度稀疏区域获取足够的有效邻域数据，最终完成散乱点集的拓扑邻域数据查询。均值逆向漂移查询过程需要拓扑邻域参考数据作为迭代运算数据，为提高数据查询效率构建散乱点集空间索引R\*树，并利用 $k$ 邻域查询算法快速获取样点的拓扑邻域参考数据。该算法无须构造散乱点集的 Delaunay 三角剖分或 Voronoi 图，可快速获取任意复杂型面散乱点集的拓扑邻域数据。

## 1 邻域查询与点集分布特征的关系

散乱点集的拓扑邻域是指与目标样点具有拓扑邻接关系的邻域数据，如常见的 Delaunay 邻域或 Voronoi 邻域。在图 1a 所示的散乱点集中，样点  $O$  的 Voronoi 拓扑邻域数据如图 1b 所示，不受点集分布特征影响而较均匀分布于样点周围。与拓扑邻域

数据相比， $k$  邻域数据通常分布不均匀，尤其对于非均匀点集邻域数据会出现严重偏向。图 1c 为样点  $O$  的  $k$  邻域查询结果，此时  $k$  值较小，更多的  $k$  邻域数据偏向点集密度较大的一侧。为了在点集密度较小区域获取足够的有效邻域数据，只能增加  $k$  邻域数据的查询数量，查询结果如图 1d 所示。此时虽然在稀疏区域得到更多的邻域数据，但增加了邻域数据的规模，尤其在稠密区域产生了大量的冗余数据，同时也增大计算量。由此可见，点集的分布对邻域数据查询具有很大影响，致使点集密度较大区域的数据容易查询，而密度较小区域的数据则难以获取，那么可根据点集的分布在不同特征区域内查询获取足够的有效邻域数据。

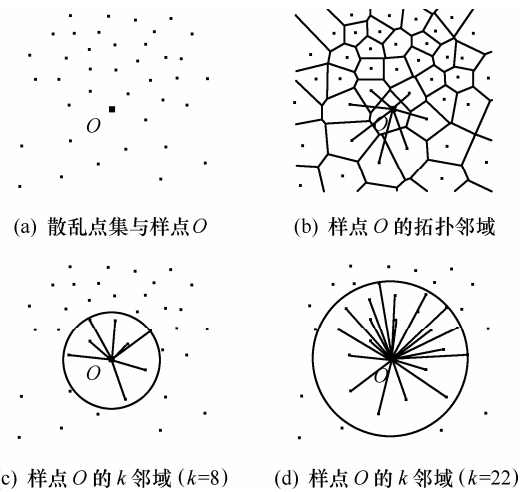


图 1 散乱点集的拓扑邻域与  $k$  邻域

点集的分布可利用概率密度进行描述。逆向工程中的采样数据通常散乱无序，可采用对先验知识要求较少的核密度估计方法<sup>[9-10]</sup>计算散乱点集的概率密度。

对于给定  $d$  维特征空间  $\mathbf{R}^d$  中的  $n$  个采样点， $S = \{x_i | i=1, 2, \dots, n\}$ ，可得到空间中任意位置点  $x$  的核概率密度估计  $\hat{f}(x)$ ，计算公式为

$$\hat{f}(x) = \frac{c_{k,d}}{nh^d} \sum_{i=1}^n k\left(\left\|\frac{x-x_i}{h}\right\|^2\right) \quad (1)$$

式中， $k(x)$  为核函数； $h$  为带宽； $c_{k,d}$  为归一化常量。核函数和带宽都是概率密度估计的关键参数，对算法的收敛性和准确性具有十分重要的作用<sup>[11]</sup>。

散乱点集中任何区域内的数据点将更多地落在沿概率密度增大的方向分布，从而使该方向的区域密度较大，而概率密度减小方向的区域密度较小。根据概率与统计推断知识，概率密度增大最快的方向就是概率密度函数的梯度方向，因此就能根据点集的概率密度梯度确定点集的区域分布特征，从而在密度较大区域能快速查询到适量邻域数据，同时

在密度较小区域又可准确获取足够的参考数据, 进而完成样点拓扑邻域数据的自适应查询。

## 2 拓扑邻域的均值逆向漂移查询算法

均值漂移(Mean shift, MS)是一种基于核密度估计的非参数特征空间分析方法, 通过自适应迭代步长将核密度中心沿均值漂移矢量移动迭代而逐步收敛至概率密度的局部极值点<sup>[12-16]</sup>, 主要步骤如下。

(1) 计算均值漂移矢量。

(2) 将核密度中心沿均值漂移矢量移动至新的位置, 即均值点, 继续进行下一次迭代计算。

均值漂移矢量由点集的概率密度梯度推导得出, 其计算公式为

$$M(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i g\left(\left\|\frac{x-x_i}{h}\right\|^2\right)}{\sum_{i=1}^n g\left(\left\|\frac{x-x_i}{h}\right\|^2\right)} - x \quad (2)$$

式中,  $g(x) = -f'(x)$ 。

均值漂移矢量正比于概率密度梯度, 因此总是指向概率密度增大最快的方向, 将与其模相等、方向相反的矢量称为逆向均值漂移矢量, 则该矢量将指向概率密度减小的方向, 也即相对密度较小区域的方向。若使邻域搜索区域沿逆向均值漂移矢量漂移, 则漂移序列向着密度值减小的方向移动, 通过若干次漂移迭代可收敛至密度极小位置, 在漂移过程中便可获取点集密度较小区域内的邻域数据。

### 2.1 散乱点集拓扑邻域参考数据的获取

拓扑邻域参考数据为均值逆向漂移算法提供初始迭代数据, 并在查询过程中实时进行更新, 当迭代收敛时作为样点的拓扑邻域数据。对于数据量庞大且分布无序的散乱点集, 为其建立合理索引可极大提高拓扑邻域参考数据的查询效率。鉴于动态空间索引 R\*树采用结点最小包围盒组织数据对象的空间邻近关系, 对于多维数据具有良好的空间索引性能<sup>[17]</sup>, 可将其作为散乱点集的空间索引, 并基于该索引采用动态扩展空心球算法<sup>[6]</sup>查询获取样点的  $k$  邻域点集, 将其作为样点的拓扑邻域参考数据。

对如图 2a 所示机械零件三维散乱点集构建 R\*树并查询样点  $O$  的初始拓扑邻域参考数据, 查询过程及各层结点外接包围盒的效果如图 2b~2e 所示。

### 2.2 拓扑邻域数据的均值逆向漂移查询算法

拓扑邻域参考数据的均值点是所有数据的加权平均位置, 也是均值漂移矢量指向的位置, 其计

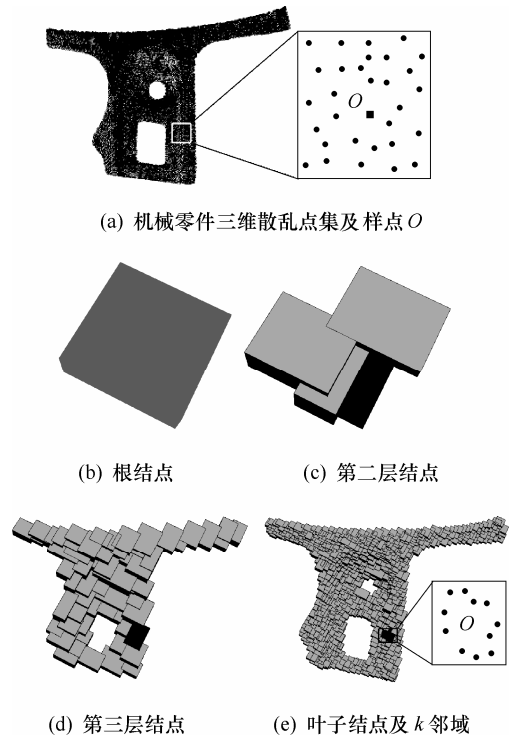


图 2 机械零件三维散乱点集空间索引及邻域参考数据

算公式可直接从式(2)中得到

$$m(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i g\left(\left\|\frac{x-x_i}{h}\right\|^2\right)}{\sum_{i=1}^n g\left(\left\|\frac{x-x_i}{h}\right\|^2\right)} \quad (3)$$

式中, 带宽  $h$  的选择非常重要, 它直接决定算法的收敛速度和准确性。样点的邻域参考数据由  $k$  邻域数据组成, 所以  $h$  取值为最终包含样点所有  $k$  邻域数据的最小空心球半径  $r_{\min}$ ,  $h$  是一个自适应带宽值。

均值点  $m(x)$  的位置由点集的分布特征决定, 若点集为均匀分布, 则  $m(x)$  近似位于点集中心, 与核密度中心  $x$  相距较近; 若点集为非均匀分布, 则  $m(x)$  更靠近点集密度较大的区域, 与核密度中心  $x$  相距较远, 如图 3 所示。

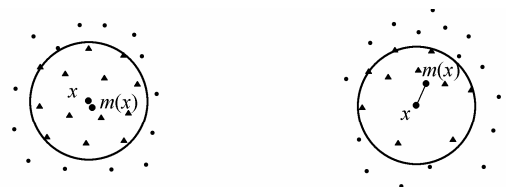


图 3 均值点分布示意图

当  $m(x)$  与  $x$  距离较大时, 说明更多的邻域参考数据位于点集密度较大一侧, 而密度较小一侧缺少足够的邻域数据, 因此需添加点集密度较小区域内

的数据点以减小  $m(x)$  与  $x$  的距离。可将邻域搜索区域沿逆向均值漂移矢量移动至逆向均值点, 并查询新的邻域数据, 此时得到更新的拓扑邻域参考数据的均值点将更加接近目标样点。对图 3b 所示的非均匀点集进行一次均值逆向漂移查询过程如图 4 所示, 经过此次查询后的均值点与目标样点的距离明显减小, 且邻域参考数据的分布也更加均匀。

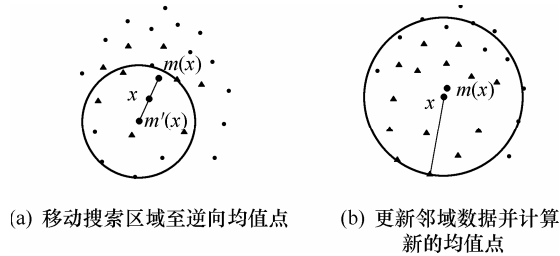


图 4 均值逆向漂移过程示意图

因为拓扑邻域搜索空间总是沿点集密度较小的区域移动, 使得此区域内新的邻域数据不断被添加到拓扑邻域参考数据中, 从而使均值点的位置也发生变动, 且总是向着目标样点靠近最终趋向收敛于目标样点。当均值点与目标样点足够接近而使漂移步长非常小时, 逆向漂移查询将无法获取更多邻域数据, 从而使得迭代过程收敛。此时, 拓扑邻域参考数据将均匀地分布在目标样点的周围, 能更好地反映样点的局部邻域拓扑关系和型面特征。

对于散乱点集及目标样点  $O$ , 给定核函数  $g(x)$  及邻域查询点数  $k$ , 则基于均值逆向漂移迭代算法的拓扑邻域查询步骤如下。

(1) 采用  $R^*$  树构建散乱点集的动态空间索引。

(2) 以目标样点  $O$  为初始邻域查询中心  $X$ , 利用动态扩展空心球算法获取  $O$  的初始邻域参考数据  $T = \{x_i | i = 1, 2, \dots, k\}$ 。

(3) 以  $O$  为核密度中心根据式(2)计算邻域参考数据  $T$  的均值漂移矢量  $M(O)$ , 进而计算逆向均值漂移矢量  $M'(O)$ 。

(4) 以  $O$  为起始点,  $M'(O)$  模长为偏移距离, 将  $k$  邻域查询中心沿逆向均值漂移矢量漂移至逆向均值点, 即  $X = O + M'(O)$ 。

(5) 在新的查询中心  $X$  进行  $k$  邻域查询以获取最新邻域数据, 如果得到新的邻域点, 则更新邻域参考点集  $T$ , 返回步骤(3), 否则算法结束, 此时将邻域参考点集  $T$  作为目标样点  $O$  的拓扑邻域数据。

基于均值逆向漂移的拓扑邻域查询算法对参数依赖性较低, 仅需设定邻域查询参数  $k$  的取值。由于均值逆向漂移算法依据均值点与目标样点的距

离实现自适应迭代运算,  $k$  邻域查询只完成拓扑邻域参考数据的更新, 所以  $k$  邻域查询对算法的精度影响较小, 但是当  $k$  值增大时需查询的数据会相应增多, 所需时间也会增加。为充分表达样点的拓扑邻接关系并减少计算量, 通常  $k$  取  $[8, 30]$  内的整数, 一般取 15, 对于均匀点集可适当减小, 而对于非均匀点集可适当增大<sup>[18]</sup>。

### 3 时间复杂度分析

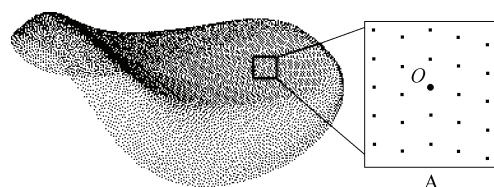
构建散乱点集空间索引  $R^*$  树的时间复杂度为  $O(n \lg n)$ ,  $n$  为点集的数量, 基于  $R^*$  树的  $k$  邻域查询算法的时间复杂度为  $O(\lg n)$ , 则基于均值逆向漂移的拓扑邻域查询算法的时间复杂度为  $cO(\lg n) + O(m)$ , 其中  $c$  为均值逆向漂移迭代的次数, 通常  $0 \leq c \leq 4$ ,  $m$  为邻域点集中样点的数量, 通常  $k \leq m \leq 3k$ 。

### 4 应用实例

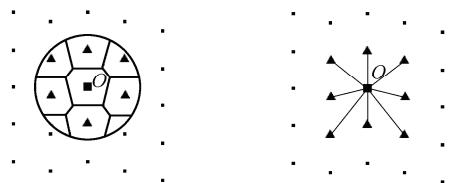
在硬件配置为 HP xw8600 Workstation (Inter(R) Xeon(R) CPU, 2.50 GHz, 4.0 GB 内存), 操作系统为 GNU/Linux 的测试环境中进行以下试验。

选取图 5~7 中 a 图所示的三个具有代表性实体模型三维散乱点集作为试验对象, 其中, 图 5a 为均匀点集及局部放大区域 A, 图 6a 为非均匀散乱点集及局部放大区域 B, 图 7a 为非均匀散乱点集及曲率变化较大的局部放大区域 C。分别采用文献[8]算法和本文算法对三类点集中的样点  $O$  进行拓扑邻域查询, 查询结果分别如图 5~7 中图 b、c 所示(图中用三角形点表示拓扑邻域数据)。

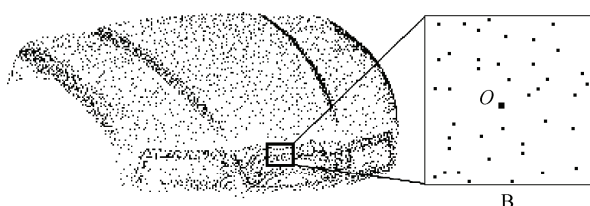
对比分析试验结果可知, 采用文献[8]算法查询的拓扑邻域数据与目标样点具有严格的 Voronoi 拓扑邻接关系, 因而得到的邻域数据较少, 对于均匀点集尚能满足基本查询要求, 但对于非均匀散乱点集仍无法得到足够的邻域数据。而采用本文算法获取的邻域数据包含 Voronoi 邻域数据的同时还包含更多能体现样点拓扑邻接关系的有效邻域参考数据, 使得样点的拓扑邻域数据不依赖散乱点集的空间分布, 避免因样点分布不均造成的邻域数据缺失, 因此能更好地反映样点所在位置的局部型面特征。而且, 本文算法不仅适用于均匀点集, 对于非均匀点集以及曲率变化较大的散乱点集同样可有效查询任意样点的拓扑邻域数据, 具有较强的适应性。



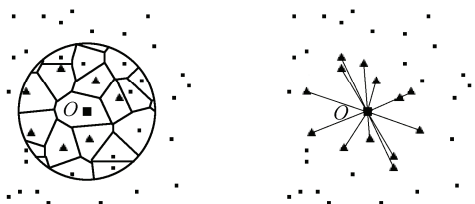
(a) 局部均匀点集



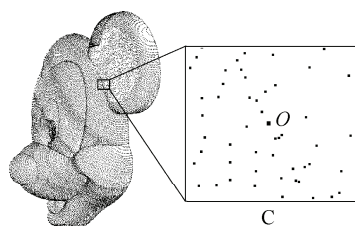
(b) 文献[8]算法查询结果 (c) 本文算法查询结果

图5 摩托车座散乱点集的拓扑邻域查询( $k=8$ )

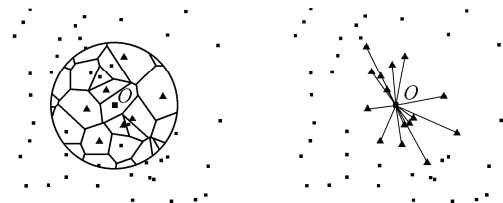
(a) 局部非均匀点集



(b) 文献[8]算法查询结果 (c) 本文算法查询结果

图6 汽车引擎盖散乱点集的拓扑邻域查询( $k=10$ )

(a) 曲率变化较大的局部散乱点集



(b) 文献[8]算法查询结果 (c) 本文算法查询结果

图7 米老鼠散乱点集的拓扑邻域查询( $k=15$ )

为验证本文算法的运行效率,分别采用文献[8]算法和本文算法对7组规模不同的散乱点集进行拓扑邻域查询,查询时间如图8所示。通过对比分析可知,文献[8]算法中构造 Voronoi 图的时间复杂度为  $O(n^2)$ ,而本文算法中均值逆向漂移运算的时间

复杂度为  $O(\lg n)$ ,因此本文算法的查询效率有明显提高,比文献[8]算法的效率提高 10%~40%,且查询的邻域数据量越大,查询效率相对越高。

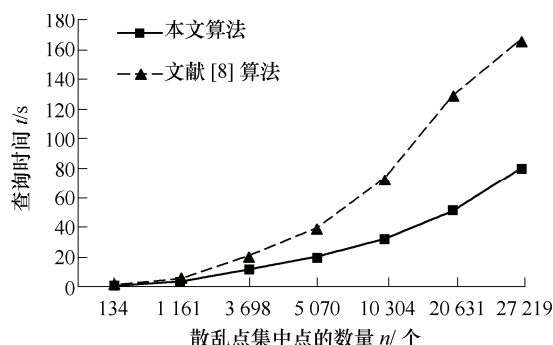


图8 拓扑邻域查询时间对比(横坐标为对数坐标)

## 5 结论

(1) 基于散乱点集动态空间索引可快速获取样点的  $k$  邻域数据,并将其作为样点的初始邻域参考数据,对于均匀点集,  $k$  邻域通常已包含样点的全部拓扑邻域数据从而无须继续进行迭代查询。

(2) 对于非均匀散乱点集,初始邻域参考数据也能包括样点的大部分拓扑邻域数据,无须借助构建时间复杂度为  $O(n^2)$  的 Voronoi 图或 Delauney 三角剖分等辅助手段,仅需进行数次时间复杂度为  $O(\lg n)$  的均值逆向漂移查询运算即可获取样点的全部拓扑邻域数据,在实际应用中查询效率提高 10%~40%。

(3) 基于均值逆向漂移查询获取的样点拓扑邻域数据包含 Voronoi 邻域及其他有效邻域数据,查询结果能更好地反映散乱点集的局部型面特征。

## 参考文献

- [1] VARADY T, MARTIN R R, COX J. Reverse engineering of geometric models – an introduction[J]. Computer Aided Design, 1997, 29(4): 255-268.
- [2] 孙殿柱, 范志先, 李延瑞, 等. 散乱数据点云型面特征分析算法的研究与应用[J]. 机械工程学报, 2007, 43(6): 133-136.  
SUN Dianzhu, FAN Zhixian, LI Yanrui, et al. Research and application of surface feature analysis for scatter data points[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(6): 133-136.
- [3] PIEGL L A, TILLER W. Algorithm for finding all  $k$  nearest neighbors[J]. Computer Aided Design, 2002, 34(2): 167-172.

- [4] LI X, CRIPPS R J. Algorithm for finding all  $k$ -nearest neighbours in three-dimensional scattered points and its application in reverse engineering[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2007, 221(9): 1467-1472.
- [5] 熊邦书, 何明一, 俞华璟. 三维散乱数据的  $k$  个最近邻域快速搜索算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(7): 909-911.
- XIONG Bangshu, HE Mingyi, YU Huajing. Algorithm for finding  $k$ -nearest neighbors of scattered points[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2004, 16(7): 909-911.
- [6] 孙殿柱, 朱昌志, 李延瑞, 等. 散乱点云局部型面参考数据的快速查询算法[J]. 农业机械学报, 2009, 40(5): 218-221.
- SUN Dianzhu, ZHU Changzhi, LI Yanrui, et al. Algorithm of local model reference data querying for scattered points[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(5): 218-221.
- [7] 单东日, 柯映林. 基于二维 Delaunay 近邻的空间散乱数据曲面重建算法[J]. 中国机械工程, 2003, 14(9): 756-758.
- SHAN Dongri, KE Yinglin. Surface reconstruction from scattered 3D points based on 2D Delaunay neighbors[J]. China Mechanical Engineering, 2003, 14(9): 756-758.
- [8] 孙殿柱, 刘健, 李延瑞, 等. 三维散乱点云的 Voronoi 拓扑邻域点集查询算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(1): 86-91.
- SUN Dianzhu, LIU Jian, LI Yanrui, et al. An algorithm for generating voronoi diagram of 3d scattered point-set[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(1): 86-91.
- [9] SILVERMAN B W. Density estimation for statistics and data analysis[M]. London: Chapman and Hall, 1986.
- [10] WAND M P, JONES M C. Kernel smoothing[M]. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2000.
- [11] 周芳芳, 樊晓平, 叶榛. 均值漂移算法的研究与应用[J]. 决策与控制, 2007, 22(8): 841-847.
- ZHOU Fangfang, FAN Xiaoping, YE Zhen. Mean shift research and applications[J]. Control and Decision, 2007, 22(8): 841-847.
- [12] FUKUNAGA K, HOSTETLER L. Estimation of the gradient of a density function and its applications in pattern recognition[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1975, 21(1): 32-40.
- [13] COMANICIU D, MEER P. Mean shift: A robust approach toward feature space analysis[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(5): 603-619.
- [14] CHENG Yizong. Mean shift, mode seeking, and clustering[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 17(8): 790-799.
- [15] COMANICIU D, MEER P. Mean shift analysis and applications[J]. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, 1999(2): 1197-1203.
- [16] 李乡儒, 吴福朝, 胡占义. 均值漂移算法的收敛性[J]. 软件学报, 2005, 16(3): 365-374.
- LI Xiangru, WU Fuchao, HU Zhanyi. Convergence of a mean shift algorithm[J]. Journal of Software, 2005, 16(3): 365-374.
- [17] 孙殿柱, 田中朝, 李延瑞, 等. 基于四维聚类的  $R^*$ -树节点分裂算法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(10): 180-184.
- SUN Dianzhu, TIAN Zhongchao, LI Yanrui, et al. Node splitting algorithm of  $R^*$ -tree based on four-dimensional clustering[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(10): 180-184.
- [18] 周儒荣, 张艳丽, 苏旭, 等. 海量算乱点的曲面重建算[J]. 软件学报, 2001, 12(2): 249-255.
- ZHOU Rurong, ZHANG Yanli, SU Xu, et al. Algorithmic research on surface reconstruction from dense scattered points[J]. Journal of Software, 2001, 12(2): 249-255.

作者简介: 孙殿柱(通信作者), 男, 1956 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数字化设计与制造。

E-mail: dianzhus@sdut.edu.cn

白银来, 男, 1988 年出生。主要研究方向为数字化设计与制造。

E-mail: baiyinlai@126.com

李延瑞, 男, 1979 年出生, 博士研究生。主要研究方向为数字化设计与制造。

Email: liyanrui.m2@gmail.com

李聪, 男, 1988 年出生。主要研究方向为数字化设计与制造。

E-mail: licong5337580@126.com