DOI: 10.3901/JME.2015.15.027

齿面磨损对齿轮啮合刚度影响的计算与分析*

冯松¹ 毛军红¹ 谢友柏^{1,2}

(1. 西安交通大学现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室 西安 710049;

2. 上海交通大学机械与动力工程学院 上海 200240)

摘要: 不考虑润滑剂影响, 针对理想渐开线直齿圆柱齿轮, 研究存在齿面磨损时齿轮啮合刚度的计算方法。基于齿轮共轭啮合原理计算滚齿加工条件下的齿廓曲线。根据 Timoshenko 梁理论, 考虑轮齿弯曲变形、剪切变形、压缩变形、齿轮基体变形和赫兹接触变形, 计算齿轮啮合刚度。针对运行过程中的齿面磨损, 提出轮齿等弧长离散方法, 分析齿面磨损对离散微元短梁的截面面积、截面面积矩和实际接触齿宽的影响, 计算分析存在均匀磨损、微点蚀和宏观点蚀等齿面磨损时的齿轮啮合刚度。结果表明, 100 μm 深的均匀磨损导致的啮合刚度变化不到 2%; 齿面产生 15% 的微点蚀时, 啮合刚度变化在 10% 以内, 啮合刚度对早期齿面磨损不敏感。本研究为计及齿面磨损的齿轮动力学建模提供了一条技术路径。

关键词: 齿轮; 啮合刚度; 磨损; 健康监测

中图分类号: TP277

Analysis and Calculation of Gear Mesh Stiffness with Tooth Wear

FENG Song¹ MAO Junhong¹ XIE Youbai^{1,2}

(1. Key Laboratory of Education Ministry for Modern Design & Rotor-Bearing System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049;

2. School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240)

Abstract: Without considering the effect of lubricant, a computational method of mesh stiffness of a gear pair with tooth surface wear is developed for ideal cylindrical spur gear. The coordinates of tooth profile curves processed by a hobbing machine are obtained according to conjugate engagement theory. Based on the theory of Timoshenko beam, the mesh stiffness is calculated in consideration of bending, shearing and compressing, contacting and fillet-foundation deformation. Discrediting the tooth profile curve according to the equal-arc method is proposed aimed at wear of gear teeth in running process, and then effects of tooth wear on the cross-sectional area, area moment of inertia and real width of contact of a short discrete beam element are taken into account to calculate and analyze mesh stiffness with uniform wear, pitting and micro-pitting. The results show that the decrease of mesh stiffness caused by 100 μm uniform wear is less than 2% and 15% micro-pitting results in a less than 10% variation of mesh stiffness. Mesh stiffness is not sensitive to early wear of gear teeth. This study is useful to improve the accuracy of dynamic modeling of a gear pair with tooth surface wear.

Key words: gear; mesh stiffness; wear; health monitoring

0 前言

据统计, 传动机械设备故障的 80% 是由齿轮失效引起的, 其中点蚀和磨损占齿轮失效的 41%^[1-2]。点蚀和磨损降低齿轮传动精度和效率, 诱发附加噪声, 并导致设备整体性能下降, 甚至导致严重的机械事故和重大的经济损失。对齿轮传动系统进行动力学分析, 是实现传动机械设备健康监测和故障诊断的基础。而准确有效地计算齿轮啮合刚度是齿轮

动力学分析的关键。研究点蚀和磨损引起的齿轮啮合刚度变化对齿轮传动系统的动力学及故障诊断研究具有重要意义。

齿轮啮合刚度的计算方法当前主要有: 材料力学法, 弹性力学法和有限元法^[3]。随着计算机技术的发展, 有限元法广泛地运用于齿轮的动力学分析中, 但过程复杂计算繁琐。在 ISO6336-1 和 GB3480-1997 等标准中, 齿轮啮合刚度的计算主要采用材料力学方法进行快速计算, 如石川公式法以及石川公式法的改进算法^[4-5], 但该方法难以计算故障齿轮的啮合刚度。当前故障齿轮的啮合刚度计算研究主要集中于齿根裂纹对啮合刚度及其动力学特

* 国家自然科学基金资助项目(50935004)。20141023 收到初稿, 20150320 收到修改稿

性影响的研究^[6-10]。齿面局部磨损(如点蚀,剥落等)对啮合刚度影响的研究相对较少。CHAARI 等^[11]基于 Weber 材料力学法,考虑轮齿的弯曲变形,剪切变形,压缩变形,齿轮基体变形以及赫兹接触变形,研究分析了齿面剥落以及齿顶剥落对啮合刚度的影响。MA 等^[12]运用 CHAARI 的方法计算齿轮啮合刚度,研究了齿面剥落对齿轮振动特征信号的影响。以上研究主要对单个齿面点蚀剥落坑进行建模分析,与现实的齿轮点蚀剥落磨损还存在较大差距,难以计算多点蚀坑、微点蚀以及均匀磨损等齿面磨损对啮合刚度的影响。

本研究提出了一种数值计算方法,分析计算存在点蚀和磨损时渐开线直齿圆柱齿轮的啮合刚度。根据滚齿加工的齿轮啮合原理,计算获得齿廓曲线坐标;对轮齿进行等弧长离散,实现了齿面均匀磨损,微点蚀以及宏观点蚀建模;考虑轮齿的弯曲变形、剪切变形、压缩变形、齿轮基体变形和赫兹接触变形,计算分析齿面存在不同程度的均匀磨损,宏观点蚀以及微点蚀时,齿轮的啮合刚度及其发展规律。

1 渐开线直齿轮齿廓曲线方程

假设渐开线直齿圆柱齿轮由压力角为 20° 的标准滚刀加工,滚刀直线部分切出齿廓渐开线,圆角部分切出过渡曲线,忽略加工过程产生的弹性变形。

齿廓坐标如图 1 所示,渐开线的方程为

$$\begin{cases} x_i = r_i \cos \gamma_i \\ y_i = r_i \sin \gamma_i \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\gamma_i = s/(2r) - (\text{inv} \alpha_i - \text{inv} \alpha)$, s 为分度圆齿厚, r 为分度圆半径, r_i 为渐开线齿廓上任意一点的回转半径, α 为分度圆压力角, α_i 为渐开线齿廓上任意一点对应的压力角。

图 1 渐开线齿面坐标

齿根过渡曲线坐标由齿轮共轭啮合原理求得。

如图 2 所示建立 $x_0O_0y_0$ 、 $x_1O_1y_1$ 、 $x_2O_2y_2$ 和 $x_gO_gy_g$ 四个坐标系。在 $x_1O_1y_1$ 中,滚刀圆角上任意一点的增广坐标 $\mathbf{r}_1 = (x_A, y_A + r_0 \sin \beta, 1)^T$, 由 $x_1O_1y_1$ 到

$x_gO_gy_g$ 的坐标变换,得到在 $x_gO_gy_g$ 中齿轮过渡曲线上的任意一点的增广坐标 $\mathbf{r}_f = (x_f, y_f, 1)^T$ 为

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{M}_{g2} \mathbf{M}_{20} \mathbf{M}_{01} \mathbf{r}_1 \quad (2)$$

式中, $\mathbf{M}_{01}$, $\mathbf{M}_{20}$ 和 $\mathbf{M}_{g2}$ 分别为 $x_1O_1y_1$ 到 $x_0O_0y_0$, $x_0O_0y_0$ 到 $x_2O_2y_2$, $x_2O_2y_2$ 到 $x_gO_gy_g$ 的变换矩阵

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -r\varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{M}_{20} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & r \cos(\pi/2 - \varphi_2) \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & r \sin(\pi/2 - \varphi_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_{g2} = \begin{pmatrix} \cos \theta_f & -\sin \theta_f & 0 \\ \sin \theta_f & \cos \theta_f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$\mathbf{M}_{g2}$ 中, $2\theta_f$ 为齿根圆弧对应的圆心角,表达式为^[13]

$$\theta_f = \frac{1}{z} \left[\frac{\pi}{2} + 2 \tan \alpha (h_a^* - r_c^* \sin \alpha) + \frac{2r_c^*}{\cos \alpha} \right] \quad (6)$$

式中, z 为齿数, h_a^* 为齿顶高系数, 刀具圆角系数 $r_c^* = c^*/(1 - \sin \alpha)$, c^* 为顶隙系数。

图 2 坐标变换

2 齿面磨损的啮合刚度计算建模

齿轮啮合刚度随啮合位置的变化而变化。一对

轮齿啮合时, 啮合点 j 处, 齿轮啮合刚度可表示为

$$k_j = \frac{1}{\frac{1}{k_{bj1}} + \frac{1}{k_{bj2}} + \frac{1}{k_{jf1}} + \frac{1}{k_{jf2}} + \frac{1}{k_{hj}}} \quad (7)$$

式中, 下标数字 1、2 分别代表主动轮与从动轮, k_{bj1} 和 k_{bj2} 为轮齿弯曲、剪切与压缩变形对应的刚度, k_{jf1} 和 k_{jf2} 为齿轮基体变形对应的刚度, k_{hj} 为赫兹接触变形对应的刚度。渐开线直齿轮啮合过程中, 单双齿交替出现, 一个完整啮合周期分为单齿啮合和双齿啮合两部分。双齿啮合时, 啮合刚度是两对轮齿啮合刚度的叠加。由齿轮几何参数确定单齿啮合区和双齿啮合区, 即可求得一个完整啮合周期内的齿轮啮合刚度。

将轮齿划分为 n 个微元, 与微元相连靠近齿顶的部分视为刚体。微元短梁的截面为矩形, 假设微元短梁厚度为 L_i , 截面面积为 A_i , 截面面积矩为 I_i , 微元距啮合点的距离为 S_{ij} , 啮合点对应的压力角为 α_j , 啮合点距轮齿中性层的距离为 Y_j 。由 Timoshenko 梁理论, 轮齿弯曲、剪切与压缩变形对应的刚度 k_{bj} 为^[13]

$$k_{bj} = \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{E_e} \left(\frac{L_i^3 + 3L_i^2 S_{ij} + 3L_i S_{ij}^2}{3I_i} \cos^2 \alpha_j - \frac{L_i^2 Y_j + 2L_i Y_j S_{ij}}{2I_i} \cos \alpha_j \sin \alpha_j + \frac{(12 + 11\nu)L_i}{5A_i} \cos^2 \alpha_j + \frac{L_i}{A_i} \sin^2 \alpha_j \right) \right]^{-1} \quad (8)$$

SAINOT^[13] 基于 Muskhelishvili 弹性圆环理论提出渐开线直齿圆柱齿轮基体变形对应的刚度 k_{fj} 为

$$k_{fj} = \left[\frac{\cos^2 \alpha_i}{BE_e} \left(L^* \frac{u_f^2}{S_f^2} + M^* \frac{u_f}{S_f} + P^* (1 + Q^* \tan \alpha_i) \right) \right]^{-1} \quad (9)$$

式中, 各参数见文献[13]。

一对轮齿在啮合线上的赫兹接触变形对应的刚度 k_{hj} 为常数, 表达式为^[14]

$$k_{hj} = \left[\frac{2}{\pi B} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]^{-1} \quad (10)$$

式中, B 为实际接触齿宽; E_1, E_2 为两齿轮的弹性模量; ν_1, ν_2 为两齿轮的泊松比。

2.1 齿面均匀磨损

齿面均匀磨损改变齿厚, 如图 3 所示。齿面均匀磨损改变微元短梁的 A_i 与 I_i (式(8)), 减小啮合刚

度。设微元 i 对应的磨损深度为 h_i , 齿面均匀磨损后微元的截面面积 A'_i 与截面面积矩 I'_i 分别为

$$A'_i = A_i - B h_i \quad (11)$$

$$I'_i = I_i - (y_i - h_i)^2 h_i B \quad (12)$$

式中, y_i 为微元 i 处齿面距轮齿中性层的距离。齿面均匀磨损导致 k_{bj} 减小, 从而减小齿轮的啮合刚度。将式(11)、(12)代入式(8)中, 联合式(7)~(10)求得齿面均匀磨损后的齿轮啮合刚度。

图3 齿轮均匀磨损的啮合刚度模型

2.2 齿面点蚀

微点蚀是由齿面局部应力集中产生的疲劳磨损, 伴有少量材料转移, 形成 $10 \sim 20 \mu\text{m}$ 深的凹坑^[15], 随着疲劳剥落发展, 逐步形成宏观点蚀。如图 4 所示, 微点蚀的存在改变了齿轮啮合的实际接触齿宽 B , 微元短梁的 A_i 以及 I_i 。按等时间步长对齿廓进行离散时, 从啮合起始点到终止点, 微元边长随啮合时间线性增加, 无法对点蚀坑尺寸进行准确控制。因此沿齿廓方向和齿宽方向对轮齿进行等弧长离散得到若干一定尺寸的正方形微元。

图4 齿面点蚀的啮合刚度模型

设正方形微元的边长 Δl_i 为定值, 且满足

$$\Delta l_i = \frac{r_b (\tan^2 \alpha_{i+1} - \tan^2 \alpha_i)}{2} = \frac{r_b (\tan^2 \alpha_i - \tan^2 \alpha_{i-1})}{2} = \Delta l_{i-1} \quad (13)$$

式中, r_b 为基圆半径, α_i 为微元短梁 i 对应的压力角。设角速度为 ω , 啮合起始角为 α_{SAP} , 式(13)可化为

$$\alpha_i = \arctan \left(\frac{v_n t_i}{r_b} + \tan(\alpha_{SAP}) \right) \quad (14)$$

$$\omega^2 (t_{i+1}^2 - 2t_i^2 + t_{i-1}^2) + 2 \tan(\alpha_{SAP}) \cdot \omega (t_{i+1} - 2t_i + t_{i-1}) = 0 \quad (15)$$

式中, v_n 为啮合点的移动速度, t_i 为啮合点 i 对应的时间点, 由式(14)的递推方程, 得到离散时间点为

$$t_i = \frac{-C_2 + \sqrt{C_2^2 + \frac{4C_1^2 T^2 + 4C_1 C_2 T}{N-1} \cdot i}}{2C_1} \quad (16)$$

式中, $i=0, 1, \dots, N-1$, $C_1 = \omega^2$, $C_2 = 2\omega \tan(\alpha_{SAP})$, T 为单对轮齿的啮合时长, N 为离散数目。则正方形微元的边长为

$$\Delta l = \frac{r_b(C_1 T^2 + C_2 T)}{2(N-1)} \quad (17)$$

将式(14)和式(16)代入式(1)中, 对轮齿进行等弧长离散, 计算得到渐开线齿廓曲线坐标。设啮合点 j 对应 p 个点蚀坑, 微元 i 对应 m 个点蚀坑, 则齿面产生微点蚀后的实际接触齿宽 B' 、微元 i 的截面积 A' 和截面面积矩 I'_i 分别为

$$B' = B - p\Delta l \quad (18)$$

$$A'_i = A_i - \sum_{k=1}^m h_{ik} \Delta l \quad (19)$$

$$I'_i = I_i - \sum_{k=1}^m (y_i - h_{ik})^2 h_{ik} \Delta l \quad (20)$$

式中, h_{ik} 为微元 i 上的第 k 个凹坑的深度。齿面微点蚀导致 k_{bj} 和 k_{hj} 减小, 从而减小齿轮啮合刚度。将式(18)~(20)代入式(8)、(10)中, 联合式(7)~(10)求得齿面产生微点蚀时的齿轮啮合刚度。同时, 控制正方形微元的边长、凹坑深度、数量以及在齿面上的位置, 也可计算分析宏观点蚀对齿轮啮合刚度的影响。

3 计算结果与分析

3.1 齿轮啮合刚度计算方法的验证

ISO 6336-1: 2006 中, 齿轮单齿啮合刚度的最大值为

$$c' = c'_{th} C_M C_R C_B \cos \beta \quad (21)$$

式中, 理论修正系数 $C_M = 0.8$, 轮坯结构系数 $C_R = 1$, 基本齿廓系数 $C_B = 1$, 齿轮螺旋角 $\beta = 0$, 单对齿啮合刚度的理论值 c'_{th} 的计算公式为

$$c'_{th} = \left(C_1 + \frac{C_2}{z_{n1}} + \frac{C_3}{z_{n2}} - C_4 x_1 - \frac{C_5 x_1}{z_{n1}} - \left(C_6 x_2 - \frac{C_7 x_2}{z_{n2}} + C_8 x_1^2 + C_9 x_2^2 \right)^{-1} \right) \quad (22)$$

式中, 各参数见标准 ISO 6336-1: 2006。

齿轮啮合刚度均值的计算公式为

$$c_\gamma = (0.75\varepsilon_\alpha + 0.25)c' \quad (23)$$

式中, ε_α 为重合度。

运用文献[6]方法和本文方法计算单齿啮合刚度最大值、齿轮啮合刚度均值, 并与 ISO 标准进行对比。采用文献[6]的齿轮参数, 模数 $m = 2$ mm, 压力角 $\alpha = 20^\circ$, 齿数 $z_1/z_2 = 25/30$, 齿宽 $B = 20$ mm, 材料碳钢。由表 1 可知, 本文结果与 ISO 标准更接近, 误差更小。本文方法可有效计算齿轮啮合刚度。

表 1 齿轮啮合刚度计算误差比较

	单齿啮合刚度最大值/ ($\times 10^8$ N/m)	与 ISO 标准的相对 误差(%)	齿轮啮合刚度均值/ ($\times 10^8$ N/m)	与 ISO 标准的相对 误差(%)
ISO 标准	2.58	0	3.78	0
文献[6]	1.97	-23.64	3.05	-19.31
本文	2.40	-6.98	3.76	-0.53

3.2 齿轮磨损对啮合刚度的影响

齿轮模数 $m = 6$ mm, 压力角 $\alpha = 20^\circ$, 齿数 $z_1/z_2 = 17/24$, 变位系数 $x_1/x_2 = 0.282/0.0707$, 齿宽 $B = 10$ mm, 材料为 45 钢。一个完整啮合周期内小齿轮的转角 $\theta_e = 2\pi\varepsilon_\alpha/z_1 = 0.532$, 其开始部分和结束部分均为双齿啮合区, 中间部分为单齿啮合区。图 5 为无磨损时的啮合刚度, 啮合刚度均值为 2.04×10^8 N/m。

图 5 无磨损齿轮的啮合刚度

图 6 为小齿轮齿面产生 20~100 μm 不同程度的均匀磨损时, 啮合刚度的变化。不同啮合点处的磨损对啮合刚度的影响不同, 随着磨损深度的增大, 齿轮啮合刚度减小, 但齿面早期轻微磨损引起的啮合刚度变化不明显。当齿面产生 100 μm 的齿面均匀磨损时, 啮合刚度的减少量不超过 0.2%。啮合刚度对早期齿面均匀磨损不敏感。

图 7 为小齿轮啮合齿面产生 5%~15%的微点蚀时, 啮合刚度的变化。对小齿轮齿面进行离散, 正方形微元的边长为 10 μm , 深度在 10~20 μm 内

随机变化, 微点蚀坑在齿面内呈随机均匀分布, 从而模拟微点蚀的影响。微点蚀的存在减小了齿轮啮合的实际接触齿宽, 减小齿轮啮合刚度。不同啮合点处的微点蚀产生的啮合刚度变化不同。齿面产生 15% 的微点蚀时, 啮合刚度变化小于 10%。

图 6 齿面均匀磨损对啮合刚度的影响

图 7 微点蚀对啮合刚度的影响

如图 8 所示, 节线附近的宏观点蚀坑, 深度 $h=1$ mm。图 9 为 $b=2$ mm, a 分别为 1 mm, 2 mm, 3 mm 时齿轮的啮合刚度; 图 10 为 $a=2$ mm, b 分别为 1 mm, 2 mm, 3 mm 时齿轮的啮合刚度; 由计算结果可知齿轮啮合刚度随 a 的增加而减小, 啮合刚度的变化量与 a 呈近似线性关系。

图 8 齿面宏观点蚀

4 结论

不考虑润滑剂影响, 针对理想渐开线直齿圆柱齿轮, 提出了一种计算存在齿面磨损时齿轮啮合刚

图 9 啮合刚度随点蚀长度的变化

图 10 啮合刚度随点蚀宽度的变化

度的方法。由齿轮共轭啮合原理计算获得滚齿加工条件下渐开线直齿轮齿廓曲线; 采用轮齿等弧长离散方法, 实现对存在齿面均匀磨损, 微点蚀和宏观点蚀时齿轮啮合刚度的建模。齿面磨损减小小齿轮啮合刚度, 不同啮合点处的磨损对啮合刚度的影响不同。齿面产生 100 μm 的均匀磨损时, 齿轮啮合刚度变化不超 0.2%; 齿面产生 15% 的微点蚀时, 啮合刚度的变化可达 10%。相对于齿面均匀磨损, 微点蚀将导致更明显的啮合刚度变化。可见, 早期齿面磨损对啮合刚度影响不大, 由此产生的振动激励小, 这给基于振动信号的齿轮磨损监测带来一定困难。

参 考 文 献

- [1] LI Z, YAN X, YUAN C, et al. Virtual prototype and experimental research on gear multi-fault diagnosis using wavelet-autoregressive model and principal component analysis method[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25: 2589-2607.
- [2] 韩振南. 齿轮传动系统的故障诊断方法的研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2003.
- HAN Zhennan. Study of method of local fault diagnosis of geared system[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2003.

- [3] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- LI Runfang, WANG Jianjun. Systematic dynamics of gear, vibration, shock, noise[M]. Beijing: Science Press, 1997.
- [4] 李亚鹏, 孙伟, 魏静, 等. 齿轮时变啮合刚度改进计算方法[J]. 机械传动, 2010, 34(5): 22-26.
- LI Yapeng, SUN Wei, WEI Jing, et al. Study on the improved algorithm of the time-varying meshing stiffness of gear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2010, 34(5): 22-26.
- [5] 王龙宝, 王贵成, 王志. 直齿圆柱齿轮啮合刚度的影响因素及其规律性[J]. 工具技术, 2007, 41(5): 44-48.
- WANG Longbao, WANG Guicheng, WANG Zhi. Influencing factors and regularity of meshing stiffness of spur gears[J]. Tool Engineering, 2007, 41(5): 44-48.
- [6] CHAARI F, FAKHFAKH T, HADDAR M. Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2009, 28(3): 461-468.
- [7] WU S, ZUO M J, PAREY A. Simulation of spur gear dynamics and estimation of fault growth[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 317(3): 608-624.
- [8] MOHAMMED O D, RANTATALO M, AIDANPÄÄ J O, et al. Vibration signal analysis for gear fault diagnosis with various crack progression scenarios[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 41(1): 176-195.
- [9] CHEN Z, SHAO Y. Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth[J]. Engineering Failure Analysis, 2011, 18(8): 2149-2164.
- [10] 万志国, 訾艳阳, 曹宏瑞, 等. 时变啮合刚度算法修正与齿根裂纹动力学建模[J]. 机械工程学报, 2013, 49(11): 153-160.
- WAN Zhiguo, ZI Yanyang, CAO Hongrui, et al. Correction algorithm for time-varying mesh stiffness and crack tooth root dynamics modeling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49 (11): 153-160.
- [11] CHAARI F, BACCAR W, ABBES M S, et al. Effect of spalling or tooth breakage on gear mesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2008, 27(4): 691-705.
- [12] MA R, CHEN Y, CAO Q. Research on dynamics and fault mechanism of spur gear pair with spalling defect[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(9): 2097-2109.
- [13] SAINSOT P, DUVERGER O, VELEX P. Contribution of gear body to tooth deflections—a new bidimensional analytical formula[J]. Journal of mechanical design, 2004, 126(4): 748-752.
- [14] YANG D C H, SUN Z S. A rotary model for spur gear dynamics[J]. Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1985, 107(4): 529-530.
- [15] International Organization for Standardization. ISO/TR 15144-1 Calculation of micropitting load capacity of cylindrical spur and helical gears[S]. Switzerland: International Organization for Standardization, 2014.

作者简介: 冯松, 男, 1987 年出生, 博士研究生。主要研究方向为磨损油液监测技术及其在装备全寿命期设计中的应用。

E-mail: vonseng@163.com

毛军红(通信作者), 女, 1965 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为磨损在线油液监测技术及其在装备全寿命期设计中的应用。

E-mail: jhmar@mail.xjtu.edu.cn