DOI: 10.3901/JME.2014.17.157

基于自由曲面的刚齿刀结构设计*

李 佳 娄本超 陈新春

(天津大学机构理论与装备设计教育部重点实验室 天津 300072)

摘要: 针对实际生产对刚齿刀的迫切需求, 基于自由曲面设计理论和制造技术, 提出适应各种渐开线圆柱齿轮刚齿加工的刀具结构设计方案。以设计原理和可制造性为依据, 选择球面为初始前刀面, 建立其自由曲面模型; 基于曲面共轭原理, 建立待加工齿面的共轭面模型; 以无理论加工齿形误差为目标, 采用前刀面与齿面共轭面的交线作为主刃, 建立其数学模型; 以一系列的主刃为基础, 建立自由曲面形式的后刀面的数学模型; 按照与后刀面设计相同方法, 建立顶刃和顶后刀面的数学模型; 通过计算实例验证设计方法和数学模型的有效性和可行性。

关键词: 齿轮刀具; 齿轮加工; 刚齿刀; 拓扑结构

中图分类号: TH132

Structural Design of Slice Cutter Based on Free-form Surface

LI Jia LOU Benchao CHEN Xinchun

(Key Laboratory of Mechanism and Equipment Design of Ministry of Education,
Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract: In order to meet the requirements of actual produce for the design method of slice cutter, a new cutter design method for involute cylindrical gear is proposed based on free-form surface. According to the design principle and the realizability of manufacture, sphere is chosen to be as initial rake face and its free-form mathematical model is established. From the theory of conjugation, the model of the plane conjugating to the surface to be processed is built. Taking the error-free design as the goal, the major is designed to be the intersection between the rake face and the conjugate surface and its mathematical model is established. The mathematical model of free-form major flank which consists of a series of major edges is built. Then the mathematical model of top edge and top flank face are established based on the same theory to major flank face. A calculation example is given to verify the availability and feasibility of the design method and mathematical model.

Key words: gear cutter; gear machining; slice cutter; topology

0 前言

刚齿是 21 世纪出现的一种全新的直接从毛坯切制齿廓的圆柱齿轮加工方法^[1-3], 该方法能够加工传统加工方法无法加工的非贯通螺旋内齿。目前, 刚齿原理、刚齿刀设计、数控刚齿机设计等方面的研究已经取得一些成果, 但是距离工程实际要求还有很大差距, 尤其是刚齿刀设计理论还远远没有达到指导刀具设计实践的水平。在刚齿工艺系统中, 刚齿刀是最重要的组成部分。目前, 关于刚齿刀设计方面的研究成果较少。文献[4-5]给出了一种切削刃的数学模型, 但是没有给出刀具结构。文献[6]介绍了德国 WERA 公司的 Scudding 技术, 该技术类

似于刚齿, 但没有关于刀具设计理论与方法的文献发表。文献[7]提出了一种直齿刚齿刀结构, 采用球面作为前刀面, 在插齿刀设计理论基础上, 经改进, 设计后刀面。试验表明, 采用此刀具加工出来的产品能达到一定的加工精度, 具有较高的加工效率。但是该刀具存在理论齿形误差, 此误差随着前、后角的增大而增大。在此基础上, 文献[7]结合共轭理论提出了一种刀具结构, 设计了无理论齿形加工误差的刀具。由于刚齿的加工特性所致, 刀具切入刃与切出刃的实际切削角度不一, 文献[7-8]中的刀具切削角度无法改变, 导致加工出来的齿轮齿面质量不同^[9]; 此外, 以上两种刀具只用于设计直齿刚齿刀, 加工斜齿轮。综上所述, 目前还没有较理想的刚齿刀结构。本文借助自由曲面设计理论和加工技术^[10-13], 试图将自由曲线、自由曲面的设计制造理论与方法应用到刚齿刀结构设计中, 形成具有一定

* 国家自然科学基金资助项目(51175376)。20130929 收到初稿, 20140418 收到修改稿

通用性的刷齿刀结构。首先,介绍刷齿刀的几何结构,然后,以渐开线内斜齿轮加工为例,根据曲面共轭原理,建立工件齿面的共轭面;根据自由曲面设计理论,建立刷齿刀拓扑结构的数学模型;最后,通过计算实例证明本研究方法的可行性。

1 刀具拓扑结构

刷齿刀的结构要素如图 1 所示,包括前刀面、主后刀面、顶后刀面、顶刃和主刃,主刃又分为切入刃和切出刃^[8]。

图 1 刷齿刀结构要素

按照文献[7]给出的刷齿加工原理,工件表面是由刀具与工件强制啮合切削产生的一系列微小沟槽形成的,其实质是空间曲线沿齿向扫略形成曲面。如果刀具切削刃在工件齿面的共轭面上,即可保证加工出来的齿面无理论齿形误差。如图 2 所示,齿廓 AB 、 CD 所在的面为工件齿面, $MNGH$ 构成的面为刀具前刀面,齿廓 AB 、 CD 所在的面分别为工件的左右齿面, BC 所在的面为工件的齿根圆柱面, $MNEF$ 为工件左齿面的共轭面。将主刃 MN 设计为 $MNEF$ 与前刀面 $MNGH$ 的交线,刀具刃磨后,前刀面变为 $M_1N_1G_1H_1$,主刃 M_1N_1 变为工件左齿面的共轭面 $M_1N_1E_1F_1$ 与前刀面 $M_1N_1G_1H_1$ 的交线。同理,将主刃 GH 与顶刃 NG 分别设计为工件右齿面的共轭面与齿根圆柱面的共轭面与前刀面 $MNGH$ 的交线,主刃 G_1H_1 与顶刃 N_1G_1 分别为刃磨之后的工件右齿面的共轭面与齿根圆柱面的共轭面与前刀面 $M_1N_1G_1H_1$ 的交线。如此,可用这一系列的主刃构成刀具的主后刀面,一系列的顶刃构成刀具的顶后刀面。

为了解决文献[7]和文献[8]只能设计直齿刀具的问题,本文将前刀面、主后刀面与顶后刀面设计成自由曲面形式,顶刃、主刃均为自由曲线。这样,就可以根据实际加工角度分别设计刀具的切入刃与切出刃。刷齿刀各要素及其关系如图 3 所示。这里

的重点是三个面的构造。

图 2 切削刃与后刀面

图 3 刷齿刀各要素及其关系

为了保证合理的切削角度,曲面的局部调整功能必不可少,三次 B 样条模型具有良好的局部控制性,并且应用最为广泛,因此,本文以三次 B 样条模型构造三个刀面。

2 前刀面数学模型

文献[8]比较了锥面与球面作为前刀面的刷齿刀切削状况,结果表明,球面更适合作为刷齿刀前刀面。本文将球面作为初始前刀面。

由于球面只有一部分作为前刀面,为了便于后期的计算,将作为前刀面的球面部分取出,建立刷齿刀坐标系如图 4a 所示。 Oxy 平面与刀具前端面重合;原点 O 与刀具前端面圆心重合; z 轴沿刀具轴线重合,指向刀具实体; x 轴与刀具对称线重合。随着刃磨的进行,刀具前刀面的球面半径、圆心位置均会发生变化。图 4b 所示为刀具 Oxz 剖面, R' 为原点 O 到球心的距离,设在此剖面内,前刀面上某一点与 z 轴的夹角为 θ 。图 4c 所示为刀具 Oxy 剖面,设在此剖面内,前刀面上的某一点与 y 轴的夹角为 β 。则前刀面上任意一点的参数表达式如下

$$\begin{cases} x_q = (R + \Delta b) \sin \theta \sin \beta \\ y_q = (R + \Delta b) \sin \theta \cos \beta \\ z_q = (R + \Delta b) \cos \theta - R_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中 x_q, y_q, z_q ——前刀面上点的坐标;
 R_1 ——球心到原点的距离;
 Δb ——刀具沿 z 轴刃磨量;
 R ——初始前刀面半径。

图 4 前刀面型值点网格

考虑到前刀面与齿面共轭面的位置关系, 在 θ 与 β 范围内离散出 $M \times N$ 个网格点。根据 $M \times N$ 个型值点进行三次 B 样条曲面的拟合的前提是需要先求出对应的控制点。首先在 M 个型值点的方向(u 向)上, 求出各控制多边形的顶点, 然后根据控制多边形的顶点沿 N 个型值点的方向(w 向)计算多特征网格。设第 J 条($J=1, 2, \dots, N$) u 向的曲线的型值点为 $Q_{i,J}$, 控制点为 $V_{i,J}$ ($i=1, 2, \dots, M+2$), 则第 J 个多边形控制点的方程组如下

$$\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ \frac{1}{4} & \frac{7}{12} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{7}{12} & \frac{1}{4} \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{2,J} \\ V_{3,J} \\ V_{4,J} \\ \vdots \\ V_{M-1,J} \\ V_{M,J} \\ V_{M+1,J} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6Q_{1,J} \\ Q_{2,J} \\ Q_{3,J} \\ \vdots \\ Q_{M-2,J} \\ Q_{M-1,J} \\ 6Q_{M,J} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{cases} V_{1,J} = Q_{1,J} \\ V_{M+2,J} = Q_{M,J} \end{cases} \quad (3)$$

将上面算出的控制点 $V_{i,J}$ 看成 w 方向的 $M+2$ 组型值点列, 再按照上述相同的算法可以得到网格控制点 $P_{i,j}$, 代入式(2)可以得到自由曲面形式的前刀面

$$f_i(u, w) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} P_{i,j} N_{i,3}(u) N_{j,3}(w) \quad (4)$$

式中 $N_{i,3}(u)$, $N_{j,3}(w)$ ——三次 B 样条基函数。

3 主刃数学模型

按照本文第 1 节介绍的刀具结构, 主刃为齿面共轭面与刀具前刀面的交线。因此需要建立工件齿面与其共轭面的共轭关系, 然后利用前刀面与共轭面求交, 获得主切削刃。

3.1 工件齿面及其法矢

如图 5 所示, 齿面可以看作齿廓沿工件轴线以导程 P_z 做螺旋运动所形成的渐开螺旋面。该齿面方程可表达为

$$\begin{cases} x = \rho \cos(\sigma + \delta) \\ y = \rho \sin(\sigma + \delta) \\ z = p\delta \end{cases} \quad (5)$$

式中 x, y, z ——工件齿面上点的坐标;

P ——齿廓上某一点的极径;

Σ —— ρ 与 x 轴的夹角;

Δ ——齿廓做螺旋运动旋转角;

P ——端面齿廓在转动单位弧度时, 沿轴线的移动量;

$$p = \frac{P_z}{2\pi}。$$

图 5 工件齿面形成过程

由式(6)可得到工件齿面上任意点的法矢

$$\begin{cases} n_x = p \frac{\sin(\sigma + \delta + \alpha_y)}{\cos \alpha_y} \\ n_y = -p \frac{\cos(\sigma + \delta + \alpha_y)}{\cos \alpha_y} \\ n_z = \rho \end{cases} \quad (6)$$

式中, α_y 为齿廓上该点的压力角, 其余参数意义同式(5)。

3.2 共轭关系

结合刚齿加工模型, 建立刚齿刀具设计计算坐标系如图 6 所示。设工件齿面为 Σ , 其转轴为 a_1 ; 刀具转轴为 a_2 , 在 a_1 上以工件端面中心为原点 O , 沿工件角速度 ω_1 方向设立坐标轴 z , 沿 OO_p 方向设

立坐标轴 x ，再按照右手定则确立坐标轴 y ，从而建立 Σ 的计算坐标系 $S(Oxyz)$ ，各坐标轴上单位矢量依次为 i, j, k 。同样，在 a_2 上以刀具前端面中心为原点 O_p ，沿刀具角速度 ω_2 的方向设立坐标轴 z_p ，沿 OO_p 方向设立坐标轴 x_p ，按右手定则确定坐标轴 y_p ，建立刀具的坐标系 $S_p(O_px_py_pz_p)$ ，各坐标轴上单位矢量为 i_p, j_p, k_p 。图 6 中， $OO_p = d_0$ 为两转轴的公垂线，即加工时工件与刀具的中心距，其随着刀具刃磨而发生变化。工件与刀具做同步旋转，在刀具坐标系下生成工件齿面的共轭面 Σ_p 。

图 6 刀具设计计算坐标系

实际加工中，工件与刀具之间存在轴交角 γ ， $S(Oxyz)$ 与 $S_p(O_px_py_pz_p)$ 坐标系间的单位矢量存在如下关系

$$\begin{pmatrix} i_p \\ j_p \\ k_p \\ 1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -d_0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

设 Σ 上一点 $M(x, y, z)$ ，经过时间 Δt 进入接触位置，在这段时间内 M 转过了转角 φ_1 ，沿 w_1 移动了距离 l_1 ，向径变为 r_1 。在 $S(Oxyz)$ 中， M 点的新坐标 (x_1, y_1, z_1) 可由式(8)求得

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} = A_1^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

与之相对应的共轭面上的一点 $M_p(x_p, y_p, z_p)$ ，经过 Δt 时间后进入接触位置，在这段时间内 M_p 转过了转角 φ_2 ，向径变为 r_2 ，在 $S_p(O_px_py_pz_p)$ 中， M_p 的新坐标位置 (x_2, y_2, z_2) 可由式(9)求得

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} = A_2 \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

M 点与 M_p 点接触时，它们的向径满足

$$r_1 = r_2 - d_0 \quad (10)$$

联立式(6)、(8)~(10)，可以求得齿面与共轭面上任意一点共轭接触的关系

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} = A_2 \cdot A \cdot A_1 \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中，两个面的转角 φ_1 与 φ_2 满足

$$\frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\varphi_2}{\omega_2} \quad (12)$$

如果两个面共轭，它们在接触处的相对运动速度应该位于该处的公切面内，即满足

$$N \cdot v_1 = 0 \quad (13)$$

式中 N ——接触点的法线，在接触点，由式(6)得到；

v_1 ——共轭面切削点处的相对速度。

文献[2]给出了刚齿加工中工件转速、刀具转速和工件沿轴线进给速度的关系为

$$\omega_2 = \frac{z_1}{z_2} \omega_1 - \frac{2 \sin \beta_1}{m_n z_2} v_1 \quad (14)$$

式中 z_1 ——工件齿数；

z_2 ——刀具齿数；

m_n ——工件法向模数；

β_1 ——工件螺旋角；

v_1 ——工件轴向进给速度。

在 $S(Oxyz)$ 坐标系中的接触点 M ，其角速度和沿轴线移动速度可以用矢量 w_1 及 v_1 表达为

$$\begin{cases} w_1 = w_1 k \\ v_1 = v_1 k \end{cases} \quad (15)$$

在 $S_p(O_px_py_pz_p)$ 坐标系中的接触点 M_p ，其角速度可以用矢量 w_2 表示

$$w_2 = -w_2 k_p \quad (16)$$

由图 6 可以得到在 $S(Oxyz)$ 坐标系中 w_2 的表达式

$$w_2 = -w_2 \sin \gamma j + w_2 \cos \gamma k \quad (17)$$

则接触点的相对运动速度为

$$v_{12} = w_1 \times r_1 + v_1 - w_2 \times r_2 \quad (18)$$

联立式(11)、(16)、(17)和式(18)化简整理得

$$v_{12} = \nu_{12x} i + \nu_{12y} j + \nu_{12z} k \quad (19)$$

式中 $\nu_{12x} = -yw_1 + zw_2 \sin \gamma + yw_2 \cos \gamma$;

$$\nu_{12y} = xw_1 - (x - d_0)w_2 \cos \gamma ;$$

$$\nu_{12z} = (x - d_0)w_2 \sin \gamma - v_1 ;$$

x, y, z ——接触点的坐标。

在切削参数给定的情况下，给定工件轴与刀具轴的距离 d_0 ，联立式(5)~(9)，便可以求得仅含未知数 φ_2 的方程；对方程求解，便可以获得啮合面每点处于共轭状态对应的位置参数 φ_2 ；同时根据式(14)可以求得相应的 φ_1 与 l_1 ，这样，代入式(11)便可以得到共轭面上一系列的特征点；将这些特征点代入式(2)、(3)，可以得到共轭面上特征点的控制点；根据式(4)，用三次 B 样条进行拟合，便可以得到工件齿面的共轭面。最终求得的共轭面如式(20)所示

$$g(s, t) = \sum_{i=0}^{h-1} \sum_{j=0}^{l-1} T_{i,j} N_{i,3}(s) N_{j,3}(t) \quad 0 \leq s \leq 1 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (20)$$

3.2 主刃数学模型

主刃为式(4)给出的刀具前刀面与式(20)给出的齿面共轭面的交线，文献[14]给出了用改进的尤拉算法求两个自由曲面交线上交点的方法。第 i 个前刀面的方程可以写为

$$f_i(u, w) = [x_1(u, w), y_1(u, w), z_1(u, w)] \quad 0 \leq u \leq w \leq 1 \quad (21)$$

共轭面的方程可以写为

$$g(s, t) = [x_2(s, t), y_2(s, t), z_2(s, t)] \quad 0 \leq s \leq t \leq 1 \quad (22)$$

切削刃上的点，必然同时满足式(21)和式(22)。因此有

$$\begin{cases} h_1(u, w, s, t) = x_1(u, w) - x_2(s, t) = 0 \\ h_2(u, w, s, t) = y_1(u, w) - y_2(s, t) = 0 \\ h_3(u, w, s, t) = z_1(u, w) - z_2(s, t) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

式(23)中，齿面共轭面与前刀面相交，在交线起点处齿面共轭面的参数 s 为 0，此时，可以得到其余三个参数的值，从而得到交线的初始点。

用改进尤拉方法的迭代格式如下。

预报

$$\begin{cases} u_p = u_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(w, s, t)} \bigg|_k \\ w_p = w_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(u, s, t)} \bigg|_k \\ s_p = s_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(u, w, t)} \bigg|_k \\ t_p = t_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(u, w, s)} \bigg|_k \end{cases} \quad (24)$$

式中 h ——迭代步长，考虑求交精度取得。

校正

$$\begin{cases} u_c = u_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(w, s, t)} \bigg|_p \\ w_c = w_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(u, s, t)} \bigg|_p \\ s_c = s_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(u, w, t)} \bigg|_p \\ t_c = t_k + h \frac{D(h_1, h_2, h_3)}{D(u, w, s)} \bigg|_p \\ u_{k+1} = \frac{1}{2}(u_p + u_c) \\ w_{k+1} = \frac{1}{2}(w_p + w_c) \\ s_{k+1} = \frac{1}{2}(s_p + s_c) \\ t_{k+1} = \frac{1}{2}(t_p + t_c) \end{cases} \quad (25)$$

则交线上点的坐标为

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_1(u_{k+1}, w_{k+1}) \\ y_{k+1} = y_1(u_{k+1}, w_{k+1}) \\ z_{k+1} = z_1(u_{k+1}, w_{k+1}) \end{cases} \quad (26)$$

求出这些交点以后，利用式(2)、(3)，便可求出主刃上的点对应的控制点，利用式(27)，可以得出拟合的曲线，即切削刃

$$q_i(u') = \sum_{j=0}^3 N_{j,3}(u') V'_{i+j} \quad 0 \leq u' \leq 1 \quad (27)$$

式中 u' ——参数；

$N_{j,3}(u')$ ——三次 B 样条基函数；

$V'(u')$ ——特征点的控制点。

4 主后刀面数学模型

由第 1 部分可知，刀具的主后刀面是由一些列的主刃构成的。主后刀面形成过程如图 7 所示，在初始位置，工件齿面的共轭面为 Σ_1 ，前刀面为 f_1 ，

此时利用式(23)~(25)对前刀面和共轭面求交,可以得到主刃上系列的特征点,对其利用式(27)进行拟合,可以得到主刃 q_1 。当刀具刃磨后,前刀面变为 f_2 ,同时,刀具齿顶圆半径变小。在加工内齿时,为了保证加工工件的全齿高,刀具工件中心距增大,在此基础上,会形成新的共轭面 Σ_2 ,对前刀面和共轭面求交,可以得到新的主刃上系列的特征点,进而得到新的主刃 q_2 。因此,刀具每刃磨一次,都会得到新的主刃上的特征点。对这些特征点利用式(2)、(3)进行可以得到主后刀面上特征点的控制点,之后代入式(4),可以获得主后刀面的数学模型。如式(28)所示

$$e(s, t) = \sum_{i=0}^{h-1} \sum_{j=0}^{l-1} D_{i,j} N_{i,3}(u) N_{j,3}(w) \quad 0 \leq u \leq 1 \quad w \leq 1 \quad (28)$$

式中 $D_{i,j}$ ——主后刀面特征点的控制点。

主后刀面上求得特征点的个数为 $h \times l$ 。

图 7 主后刀面形成示意图

5 顶刃与顶后刀面数学模型

工件齿根处是一圆柱面,与式(5)类似,其方程为

$$\begin{cases} x = r_f \cos(\sigma' + \delta) \\ y = r_f \sin(\sigma' + \delta) \\ z = p\delta \end{cases} \quad (29)$$

式中 r_f ——齿面的齿根圆半径;

σ' ——齿根圆上一点与极径的夹角,其余参数同式(6)。

该面的法矢为

$$\begin{cases} n_x = pr_f \cos(\sigma' + \delta) \\ n_y = pr_f \sin(\sigma' + \delta) \\ n_z = 0 \end{cases} \quad (30)$$

顶刃与顶后刀面的求取过程与第 3、4 节完全相仿,这里不再赘述。

6 计算实例

为了进一步说明基于自由曲面的通用的刚齿刀结构及设计过程,将本文研究成果通过内斜齿轮加工刀具设计实例加以实现。已知待加工工件为内斜齿圆柱齿轮,其基本参数如表 1 所示。设定加工参数如下:工件转速为 1 000 r/min,轴向进给量 0.1 mm/r,刀具齿数为 30,转速为 1 539.489 r/min,刀具轴与工件轴交角为 20°。

表 1 加工工件参数

齿数 z	法向模数 m_n / mm	法向压力角 $\alpha / (^\circ)$	螺旋角 $\beta' / (^\circ)$	旋向	齿宽 B / mm
57	1.55	20	15	左	10

根据式(5),结合工件参数,将工件某一齿槽的左右齿面离散成 10×10 的点阵,将齿根圆柱面离散成 5×5 的点阵。根据式(6),求解出对应点阵上点的法线方向。根据式(8),可以得到在 $S(oxyz)$ 坐标系中含有未知数 φ_2 的某一点的坐标及其法线表达式。结合实际加工参数,根据式(19)可以得到实际切削过程中含有未知数 φ_2 的某一点的切削速度。将其代入到式(13)中,可以求解出每点处于共轭状态的对应位置的参数 φ_2 。利用式(11)可以得到共轭面上系列的特征点。将其代入式(2)、(3),可以获得共轭面上特征点的控制点,之后代入式(4),用三次 B 样条拟合共轭面。然后,根据第 3.3 节所述,求得主刃的数学模型。

刀具每次刃磨后, z 轴刃磨量 Δb 会发生变化,相应地,加工中心距会发生变化。取初始中心距为 21 mm,每次刃磨中心距增加 0.1 mm,重复上述过程可以获得此条件下的工件齿面共轭面及切削刃。取初始前刀面为球心为(0, 0, -298),半径为 301 的球面。图 8 为刃磨 5 次时前刀面与共轭面的交线,其中心距增量 Δa 、 Δb 、 θ 与 β 的关系如表 2 所示。

求出各条主刃之后,根据第 4、5 部分,可以求出主后刀面与顶刃、顶后刀面的数学模型,最终设计的刀具如图 9 所示。

图 9 中,设计出的刚齿刀螺旋角为 5°,由于主刃 1 与主刃 2 是分别设计,因此其形状并不对称,这符合刚齿加工的实际要求。刀具顶后刀面为螺旋面,顶刃为一空间曲线且主刃 2 的一侧略高,这也与刚齿加工相符,从而,本文中的设计方法可行。

图 8 前刀面与共轭面求交

表 2 每次刃磨后各参数的关系

	中心距 增量 $\Delta a/\text{mm}$	z 轴 刃磨量 $\Delta b/\text{mm}$	前刀面各点与 z 轴夹角范围 $\theta/(^{\circ})$	前刀面各点 与 y 轴夹角范 围 $\beta/(^{\circ})$
图 7a	0	0	3.9 ~ 4.9	-0.12 ~ 0.12
图 7b	0.1	1.5	3.9 ~ 4.9	-0.12 ~ 0.12
图 7c	0.2	3.0	3.9 ~ 4.9	-0.12 ~ 0.12
图 7d	0.3	4.5	3.9 ~ 4.9	-0.12 ~ 0.12
图 7e	0.4	6.0	3.9 ~ 4.9	-0.12 ~ 0.12

图 9 设计实例

7 结论

(1) 基于自由曲面设计理论，提出了一种新的刚齿刀具拓扑结构，该结构适用于各种形面的直/斜齿、内/外齿圆柱齿轮加工，为进一步建立刚齿刀设计理论体系打下了基础，具有一定的通用性。

(2) 基于本文提到的设计方法，在下一步具体刀具设计过程中，可以通过改变切削刃在共轭面上的位置来调整刀具角度，刀具前角、后角可以较大幅度改进，以满足实际加工需求。

(3) 本文研究可作为其他非渐开线齿轮加工刀具设计的参考。

参 考 文 献

- [1] 李佳, 陈新春, 张鸿源. 圆柱齿轮刚齿技术[J]. 机械工程学报, 2011, 47(19): 193-198.
LI Jia, CHEN Xinchun, ZHANG Hongyuan. Slicing technology for cylindrical gear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(19): 193-198.
- [2] 陈新春. 圆柱齿轮刚齿技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2010.
CHEN Xinchun. A study on the slicing technology of cylindrical gears[D]. Tianjin: Tianjin University, 2010.
- [3] 李佳, 陈新春, 李锡晗. 圆柱齿轮刚齿加工方法[P]. 中国: 201010031366, 2010.
LI Jia, CHEN Xinchun, LI Xihan. Slicing method of cylindrical gears machining: China, 201010031366[P]. 2010.
- [4] 金精. 车齿法原理与实验结果[J]. 西安交通大学学报, 1962(2): 69-97.
JIN Jing. The principle of gear turning and experimental results[J]. Chinese Journal of Xi'an Jiaotong University, 1962(2): 69-97.
- [5] 李旺辉, 段甲申, 任百山. 车齿原理与刀具设计[J]. 工具技术, 1990, 24(8): 7-11.
LI Wanghui, DUAN Jiashen, REN Baishan. The principle of gear turning and cutter design[J]. Journal of Tool Engineering, 1990, 24(8): 7-11.
- [6] ANN. Wera profilator introduces scudding process[EB/OL]. (2009-06-09)[2013-05-29]. [http : //www.geartechnology.com/news.php?In=1471](http://www.geartechnology.com/news.php?In=1471).
- [7] CHEN Xinchun, LI Jia, LOU Benchao. A study on the design of error-free spur slice cutter[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(1-4): 727-738.
- [8] 陈新春, 李佳, 贺友平. 直齿刚齿刀结构设计与计算[J]. 天津大学学报, 2012, 45(5): 411-416.
CHEN Xinchun, LI Jia, HE Youping. Structure design and calculation of spur slice cutter[J]. Journal of Tianjin University, 2012, 45(5): 411-416.
- [9] CHEN Xinchun, LI Jia, LOU Benchao, et al. The effect of the cutter parameters and machining parameters on the

- interference in gear slicing[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 26(6): 1118-1126.
- [10] 庄中. 汽车齿轮加工的新技术和发展动向[J]. 汽车工艺与材料, 2008(6): 43-47.
- ZHUANG Zhong. New technology and development direction of the automobile gear machining[J]. Automobile Technology & Material, 2008(6): 43-47.
- [11] 陈良骥,王永章. 整体叶轮五轴侧铣数控加工方法的研究[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(1): 141-146.
- CHEN Liangji, WANG Yongzhang. Five-axis CNC flank milling method of integral impeller[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2007, 13(1): 141-146.
- [12] 王峰,林浒,刘峰,等. 五轴加工奇异区域内的刀具路径优化[J]. 机械工程学报, 2011, 47(19): 174-180.
- WANG Feng, LIN Hu, LIU Feng, et al. Tool path optimization of five-axis machining in singular area[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(19): 174-180.
- [13] BIAN Keke, KE Yinglin. Topology recovery technique for complex freeform surface model after local geometry repair[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 26(1): 197-206.
- [14] 谭建荣. 平面曲线和各类空间曲线的统一绘制方法[J]. 浙江大学学报, 1989, 3(23): 417-428.
- TAN Jianrong. A united method for drawing both plane curve and space curve[J]. Journal of Zhejiang University, 1989, 3(23): 417-428.
-
- 作者简介: 李佳(通信作者), 男, 1955 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数控装备、数字临床技术。
E-mail: jli@tju.edu.cn
- 姜本超, 男, 1988 年出生。主要研究方向为数控装备、先进制造技术。
E-mail: tjulbc@163.com
- 陈新春, 男, 1984 年出生, 博士研究生。主要研究方向为先进制造技术、高档数控装备及刀具设计。
E-mail: chenchunzhaolin@163.com