DOI: 10.3901/JME.2019.01.149

一种面向低碳设计的多属性相似实例检索方法^{*}

任设东¹ 赵燕伟¹ 洪欢欢² 桂方志¹ 谢智伟¹

(1. 浙江工业大学特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室 杭州 310014;

2. 宁波大学高等技术研究院 宁波 315211)

摘要: 低碳设计纳入产品全生命周期对环境的影响因素, 是协调产品常规性能与低碳性能的回溯设计过程。设计知识重用技术在已有设计知识的基础上提高产品低碳设计效率, 而知识重用的前提是相似实例的检索。提出一种基于关联函数的多属性相似实例检索方法, 结合原有多维关联函数构造方法和侧距原理, 将可拓一维关联函数拓展到多维, 从最优点只在中点的应用条件推广到最优点在区间内任意点; 推导出多维关联函数的降维计算规则, 构建相似度函数。该方法应用于螺杆空压机多维低碳属性需求检索, 计算结果与实例空间位置关系相一致; 并与欧式几何距方法和 KNN 分类检索方法进行对比分析, 分析表明基于关联函数的方法与欧式几何距方法检索结果一致, 并且能够克服欧式距忽略属性物理含义造成检索不合理的缺陷; 与 KNN 方法的检索分类结果一致, 同时每维属性关联函数值可以作为对应属性修改难度的参考评价。

关键词: 知识重用; 多维属性; 实例检索; 关联函数; 降维

中图分类号: TH122; TP391

A Retrieval Method for Similar Cases with Multiple Attributes in Low-carbon Design

REN Shedong¹ ZHAO Yanwei¹ HONG Huanhuan² GUI Fangzhi¹ XIE Zhiwei¹

(1. Key Lab of Special Purpose Equipment and Advanced Manufacturing Technology, Ministry of Education & Zhejiang Province, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014;

2. The Research Institute of Advanced Technologies, Ningbo University, Ningbo 315211)

Abstract: Environmental factors are taken into account for low-carbon design in product life cycle, which is a multiple backs design process in balancing conventional performance and low-carbon performance. Efficiency and effectiveness of low-carbon design are promoted with knowledge reuse technique; however, the premise is similar cases retrieval. A retrieval method based on the dependent function is proposed. Firstly, previous construction method of multi-dimensional dependent function and mathematical principle of side distance are combined, the one-dimensional dependent function is expanded to the multi-dimensional dependent function, and application condition is also improved by setting the optimal point only in geometric center to arbitrary point. Rule of dimensionality reduction for multi-dimensional dependent function is derived, and similarity function is constructed. In final, the proposed method is applied to attributes retrieval for screw compressor cases, and the computational result is consistent with the spatial position of each case. Comparisons are analyzed with Euclidean geometry distance method and the KNN classification method; it reveals that the weakness of unreasonable retrieval due to the neglected natural property of each attribute is overcome by proposed method, and the retrieval result is similar to that of the Euclidean geometry distance method; the classification result is equal to that of KNN method, and each one-dimensional dependent function value can be taken as the criteria for adaptation of attributes.

Key words: knowledge reuse; multiple attributes; cases retrieval; dependent function; dimensionality reduction

0 前言

知识工程作为智能设计与智能制造的关键技

术, 通过知识获取、知识重用及推理、知识学习构建起供计算机使用的知识库, 辅助产品的设计与制造^[1-3]。随着国家生态建设战略的提出, 低碳设计被认为是从源头上, 从设计阶段考虑产品全生命周期对环境的影响。因此, 低碳设计在满足产品常规性能的同时纳入低碳性能的需求, 如产品生命周期各阶段碳足迹、功耗等^[4-5]。知识工程中知识重用、知

^{*} 国家自然科学基金(61572438, 51605231)和浙江省公益技术应用研究计划资助项目。20180130 收到初稿, 20180602 收到修改稿

识推理技术为产品低碳设计提供技术支持,在已有设计知识的基础上提高低碳设计效率。

知识重用技术实施的前提是知识的获取,如何检索获得与需求相应的产品实例是知识重用的关键。实例检索中最常用的方法是 K 值邻近方法(K-nearest neighbor, KNN)及在此基础上的各种改进方法^[6-7]。KNN 方法因其简单广泛应用于水平型实例库,但由于需要计算数据库中每个实例与需求实例的距离,因此在面对多实例多属性的数据库时 KNN 方法需要消耗很大的搜索匹配时间。相对于水平型实例库,结构树索引方法更适合应用于结构层次型实例库,该方法通过属性节点将实例库数据层次化划分成多个子集,通过检索符合实例要求的子集中实例提高搜索效率。HJALTSON 等^[8]总结了各种结构树索引方法,文献[9]指出该类方法在动态数据下结构扩展造成的实例库维护复杂性及针对重叠实例处理计算的局限性。此外,机器学习方法得到成功应用,如贝叶斯模型^[10],神经网络分类方法,遗传算法^[11],基于 k-medoid 方法等^[12]。

重用已有设计知识可以提高新产品设计效率和成功率。但在产品设计初期,即便是领域专家对产品某些性能指标也不能提供确切的设计参数,而是提供合理参数范围,因而对实例参数进行模糊化处理是合理、必要的^[13-15]。在产品开发过程中,设计人员发现通过检索获得的最相似实例不一定是最适合的实例,实例相似度高但需修改的属性修改难度大,成本高^[16-17]。为此,NOUAOURIA 等学者对实例的检索提出相似度和修改难度的双重标准^[18]。本文在可拓学一维关联函数基础上,将其拓展为多维关联函数,并构建相似函数。可拓学是一门横跨数学、哲学和工程学的交叉学科,解决工程实践中矛盾问题^[19-20]。可拓关联函数类比于模糊集理论中的隶属度函数,定量地刻画了事物属于某区间或某种性质的程度。将基于多维关联函数的检索方法应用于低碳设计相似实例检索中,实现产品多属性的相似度计算,划分出产品相似实例集;同时结合各属性一维关联函数值判断各属性符合需求程度,有利于设计者根据实例的修改难度择取相似实例。

1 相关知识

在构建多维关联函数前,本文对一维可拓距,可拓关联函数的定义与性质简要概述。可拓学为定量表征事物类内也有差异的特点,区别于经典数学中距离的概念定义了可拓距^[21]。设 x 为实轴上的任一点, $X=<a, b>$ 为实轴上的任一区间

$$\rho(x, X) = \left| x - \frac{a+b}{2} \right| - \frac{b-a}{2} \quad (1)$$

$\rho(x, X)$ 为点 x 与区间 X 的可拓距。其中,最优点在区间中点时取到,此时点 x 与区间 X 距离最小;区间 $<a, b>$ 即可以为开区间、闭区间或半开半闭区间。在一维可拓距的基础上,增加区间 $X_0=<a_0, b_0>$, 且满足 $X_0 \subseteq X$, 则点 x 关于区间 X_0 和 X , 且最优点为区间中点的一维关联函数表示为

$$k(x) = \begin{cases} \frac{\rho(x, X)}{D(x, X_0, X)} & \text{其他} \\ \frac{\rho(x, X)}{D(x, X_0, X)} + 1 & \rho(x, X) = \rho(x, X_0), x \in X_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中, $D(x, X_0, X)$ 在可拓学中定义为位值,其计算式表示为

$$D(x, X_0, X) = \begin{cases} \rho(x, X) - \rho(x, X_0) & \rho(x, X) \neq \rho(x, X_0) \\ a_0 - b_0 & \rho(x, X) = \rho(x, X_0) \end{cases} \quad (3)$$

一维关联函数有以下性质:当 $x \in X_0$ 时, $k(x) \geq 1$, 且 $x=a_0$ 或 $x=b_0$ 时, $k(x)=1$; 当 $x \in X - X_0$ 时, $0 \leq k(x) < 1$, 且 $x=a$ 或 $x=b$ 时, $k(x)=0$; 当 $x \notin X$ 时, $k(x) < 0$; 当 $x=(a_0+b_0)/2$ 时, $k(x)$ 取最大。

2 多维关联函数构建

SMARANDACHE 根据一维可拓距的性质,基于曲线引力点原理^[22]构建多维可拓距的计算方法及相应的多维关联函数,以二维可拓距为例,如图 1a 中所示。

按照一维可拓距的定义方式,定义 P 为可拓域 U 中任一点, S (矩形 $ABCD$) 为 U 中任一区间,则点 P 与区间 S 的可拓距表示为

$$\rho(P, S) = \begin{cases} |PO_S| - |P_1O_S| & P \neq O_S \\ -\max\{|O_SA|, |O_SB|\} & P = O_S \end{cases} \quad (4)$$

式中, O_S 为区间 S 几何中心,其与最优取值点 P_S 重合; P_1, P_2 为直线 PO_S 与区间 S 的交点;构建的二维可拓距具有以下性质。

(1) $P \in \text{Int}(S)$, $\rho(P, S) < 0$, $\text{Int}(S)$ 表示区间域 S 内部点集,不包括区间边界。

(2) $P \in \text{Fr}(S)$, $\rho(P, S) = 0$, $\text{Fr}(S)$ 为区间 S 边界。

(3) $P \notin S$, $\rho(P, S) > 0$ 。

文献[22]将可拓距计算从一维拓展到多维,使多属性条件下的可拓距计算更加客观化。但该方法要求多属性下的最优点必须与多维空间的几何中心

重合(O_S 与 P_S 重合), 这样的条件过于苛刻, 限制了其工程应用。产品低碳设计各属性最优特征值不一定都在区间中点取得, 如图 1b 所示, P_S 与 O_S 不重合, 因此在此情况下无法使用该方法计算多维属性需求下的可拓距。

图 1 特例可拓距与一般可拓距计算

2.1 多维可拓距构建

本文在文献[22]多维可拓距构建基础上, 并借鉴可拓侧距原理, 构建一般条件下的多维可拓距计算方法。可拓学一维左、右侧距的定义为: $P(x)$ 为可拓论域 U 中任一点, $S(AB=(a, b))$ 为 U 的任一区间, 当最优点 P_S 在区间中点 O_S 左侧, 则称为左侧距, 如图 2a 所示, 当最优点 P_S 在区间中点 O_S 右侧, 则称为右侧距, 如图 2b 所示。左、右侧距的计算式如文献[21]中 $P_{102-103}$ 。

图 2 一维侧距计算

以 SMARANDACHE 曲线吸引点原理重新构建一维可拓侧距。实轴上任意一点 P , 过点 P 与 P_S 的直线交区间 S 端点 P_1 、 P_2 , 其中 P_1 为离 P_S 较近点, P_2 为离 P_S 较远点, 如图 2a 和 2b 所示, 则左、右侧距计算式可统一为

$$\rho(P, P_S, S) =$$

$$\begin{cases} |PP_S| - |P_1P_S| & P \in \text{Ext}(P_S P_1) \\ \frac{|P_2P_S|}{|P_1P_S|} (|PP_S| - |P_1P_S|) & P \in P_S P_1 \\ |PP_S| - |P_2P_S| & P \in P_S P_2 \text{ 或 } \text{Ext}(P_S P_2) \end{cases} \quad (5)$$

式中, P_S 为区间 S 中最优点(不一定是 S 几何中点), $\text{Ext}(P_S P_1)$ 表示直线段 $P_S P_1$ 的延长线。

2.1.1 二维可拓距

式(5)统一了左右侧距, 但设计人员根据用户需求修改某些设计实例属性参数, 需要知道用户对各特征属性的偏向性喜好。因此, 辨别各属性的左、右侧距仍有一定的实际意义, 其方法如下: 将区间 S 分为四部分, S_1 、 S_2 、 S_3 和 S_4 , 如图 3 所示。当最优点 P_S 在 S_1 区间时, $x_{P_S} > x_{O_S}$, $y_{P_S} > y_{O_S}$, 此时 P_S 为右侧距最优点; 当最优点 P_S 在 S_3 区间时, $x_{P_S} < x_{O_S}$, $y_{P_S} < y_{O_S}$, P_S 为左侧距最优点; 当最优点 P_S 在 S_2 或 S_4 区间时, 需要根据具体情况分析。

图 3 最优点 P_S 在不同区间左右侧距判定

当 P_S 在 S_1 或 S_3 区间, 以 S_3 区间为例分析二维左侧距的构建, 如图 3a 所示。

在区间 S_3 中, 分为三种情况: ① 过点 P 与 P_S 的直线 P_1P_2 与两平行边界相交; ② 过点 P 与 P_S 的直线 $P_{11}P_{22}$ 与两垂直边界相交, 较近点 P_{11} 交于边界 AD ; ③ 过点 P 与 P_S 的直线 $P_{111}P_{222}$ 与两垂直边界相交, 较近点 P_{111} 交于边界 AB 。在①中由于分析方法相同, 省略直线与平行边界 AD 、 BC 相交情况; 在②, ③中, 没有画出直线 $P_{11}P_{22}$ 、 $P_{111}P_{222}$ 上的 P 点。

则①中二维侧距的计算可以类比将直线 P_1P_2

投影到垂直于两相交边界的 y 轴, 即 y 轴方向的一维左侧距; ② 中二维侧距的计算可以类比将直线 $P_{11}P_{22}$ 投影到与较近点 P_{11} 所在边界垂直的 x 轴, 即 x 轴方向的一维左侧距; ③ 中二维侧距的计算可以类比将直线 $P_{111}P_{222}$ 投影到与较近点 P_{111} 所在边界垂直的 y 轴, 即 y 轴方向一维左侧距。

下面分析 P_S 点在 S_2 和 S_4 区间的情况, 并以 S_2 区间为例说明, 如图 3b 所示。

在区间域 S_2 中, $x_{P_S} < x_{O_S}$, $y_{P_S} > y_{O_S}$, 需要根据直线位置判断左、右侧距。分为以下几类情形:

① 过论域中任一点 P 和区间最优点 P_S 作直线 P_1P_2 交两平行边界 AB 和 DC ; ② 过点 P 与 P_S 的直线 $P_{111}P_{222}$ 交两平行边界 DA 和 CB ; ③ 过点 P 与 P_S 的直线 $P_{11}P_{22}$ 交两垂直边界, 且较近点交于 DC ; ④ 过点 P 与 P_S 的直线 $P_{111}P_{222}$ 交两垂直边界, 且较近点交于 DA 。

则① 中二维可拓距的计算类比将直线 P_1P_2 投影到垂直于两平行边界的 y 轴, 即 y 轴方向一维右侧距; ② 中二维可拓距的计算类比将直线 $P_{111}P_{222}$ 投影到垂直于两平行边界的 x 轴, 即 x 轴方向一维左侧距; ③ 中二维可拓距的计算类比将直线 $P_{11}P_{22}$ 投影到与较近点 P_{11} 所在边界垂直的 y 轴, 即 y 轴方向一维右侧距; ④ 中二维可拓距的计算将直线 $P_{111}P_{222}$ 投影到与较近点 P_{111} 所在边界垂直的 x 轴, 即 x 轴方向一维左侧距。

综合上述分析, 二维可拓距计算式表示为

$$\rho(P, P_S, S) = \begin{cases} |PP_S| - |P_1P_S| & P \in \text{Ext}(P_S P_1) \\ \frac{|P_2P_S|}{|P_1P_S|} (|PP_S| - |P_1P_S|) & P \in P_S P_1, |P_S P_1| \neq 0, P \neq P_S \\ |PP_S| - |P_2P_S| & P \in P_S P_2 \text{ 或 } \text{Ext}(P_S P_2) \\ -\max\{P_S A, P_S B, P_S C, P_S D\} & P = P_S \end{cases} \quad (6)$$

式中, P_1 、 P_2 为论域中任意一点 P 与区间内最优点 P_S 所作直线与区间 S 边界的交点, 其中 P_1 点为离 P_S 较近点, P_2 点为离 P_S 较远点; $\text{Ext}(P_S P_1)$ 表示线段 $P_S P_1$ 的延长线; 当 P 点落在区间最优点 P_S , 此时可拓距为 P_S 点与边界端点距离最大的线段长度, 并取负值。当点最优点 P_S 与几何中点 O_S 重合时, 式(6)等价于式(4)。

2.1.2 三维可拓距

构建的三维区间域 S 为柱体, 如图 6 所示, O_S 为 S 的几何中心, 过空间内任意一点 P 与区间最优点 P_S 作直线 PP_S 交区间边界于 P_1 、 P_2 点, 其中 P_1 点为离 P_S 较近点, P_2 点为离 P_S 较远点。同二维区

间域, 可对 S 进行划分, 判别各实例属性的左右区间, 以利于设计人员参数修改, 三维可拓距计算式为

$$\rho(P, P_S, S) = \begin{cases} |PP_S| - |P_1P_S| & P \in \text{Ext}(P_S P_1) \\ \frac{|P_2P_S|}{|P_1P_S|} (|PP_S| - |P_1P_S|) & P \in P_S P_1, |P_S P_1| \neq 0, P \neq P_S \\ |PP_S| - |P_2P_S| & P \in \text{Ext}(P_S P_2) \text{ 或 } P_S P_2 \\ -\max\{|P_S M|\} & P = P_S \end{cases} \quad (7)$$

式中, M 为柱体各顶点, 当 $P = P_S$, 可拓距为点 P_S 与边界端点距离最大的线段长度, 并取负值。

2.1.3 n 维可拓距

通过对一维、二维及三维可拓距分析, 将其方法拓展到 n 维空间计算论域内任意点 P 与区间域 S 的可拓距, 如同式(7), 此时, M 表示超柱体的各顶点。同一维可拓距, 多维可拓距有以下性质: ① 点 $P \in \text{Int}(S)$, $\rho(P, S) < 0$, $\text{Int}(S)$ 表示 n 维空间 S 内部点集, 不包括区间边界; ② $P \in \text{Fr}(S)$, $\rho(P, S) = 0$, $\text{Fr}(S)$ 为 n 维空间 S 边界; ③ $P \notin S$, $\rho(P, S) > 0$ 。

2.2 多维关联函数构建

可拓学中, 用关联函数定量地表征论域中的元素具有某种性质的程度, 一维关联函数计算如式(2)所示, 在多维可拓距的基础上构建多维关联函数。

2.2.1 二维关联函数

论域 U 内区间 $S_0(ABCD)$, $S(EFGH)$, 满足 $S_0 \subseteq S$, 如图 4a 所示。其中 O_S 、 O_{S_0} 分别为区间域 S_0 和 S 的几何中点。产品低碳设计中, S_0 表示客户需求理想区间, S 表示可行区间, 因此两个区间最优取值点是一致的, 均为点 P_S 。则论域内任意一点 P 与区间 S_0 , S 的关联函数计算方法如下。

作过点 P 与 P_S 的直线与区间 S_0 交 P_1 , P_2 点, 其中 P_1 为离 P_S 较近点, 与 S 交于 Q_1 , Q_2 点, Q_1 为离 P_S 较近点。对位值公式(3)进行改写, 得

$$D(P, S_0, S) = \begin{cases} \rho(P, P_S, S) - \rho(P, P_S, S_0) & \rho(P, P_S, S) \neq \rho(P, P_S, S_0) \\ -|P_1P_2| & \rho(P, P_S, S) = \rho(P, P_S, S_0) \end{cases} \quad (8)$$

当区间 S_0 , S 拥有相同的最优取值点, 则满足 $\rho(P, P_S, S) \leq \rho(P, P_S, S_0)$, 且两区间有重合边界时存在 $\rho(P, P_S, S) = \rho(P, P_S, S_0)$; 则当 S_0 与 S 区间无重合时的关联函数计算式如

$$k(p) = \begin{cases} \frac{\rho(P, P_S, S)}{D(P, S_0, S)} & P \neq P_S \\ \max \left\{ \frac{|P_S M|}{|P_i M|} \right\} & P = P_S \end{cases} \quad (9)$$

式中, 当点 P 与最优取值点 P_S 重合, 此时关联函数值为 P_S 与 S 区间各端点 M 的距离 $|P_S M|$ 与 $|P_i M|$ 的比值取最大, 其中 M 指代 S 区间各端点, P_i 指代直线 $P_S M$ 与 S_0 区间的交点。

(a) 无重合边界二维关联函数计算

(b) 有重合边界二维关联函数计算

图 4 不同边界状态下二维关联函数计算

当区间域 S_0 和 S 有重合边界, 如图 4b 所示, 两区间左、右侧边界重合, 且当 P 点在线段 $P_S P_1$ 上时, 需要对关联函数进行补充, 调整后的关联函数计算式如

$$k(P) = \begin{cases} \frac{\rho(P, P_S, S)}{D(P, S_0, S)} & \text{其他} \\ \frac{\rho(P, P_S, S)}{D(P, S_0, S)} + 1 & \rho(P, P_S, S) = \rho(P, P_S, S_0), P \in S_0 \\ \max \left\{ \frac{|P_S M|}{|P_i M|} \right\} & P = P_S \end{cases} \quad (10)$$

当 S_0 与 S 有多条边界重合时, 其计算方法一致, 二维关联函数具有以下性质。

- (1) 当 $P \in S_0$, $k(P) \geq 1$, 且当 $P = \text{Fr}(S_0)$ 时, $k(P) = 1$ 。
- (2) 当 $P \in S - S_0$, $0 \leq k(P) < 1$, 且当 $P = \text{Fr}(S)$ 时, $k(P) = 0$ 。
- (3) 当 $P \notin S$, $k(P) < 0$ 。

2.2.2 三维关联函数

三维区间域如图 6 所示, 假设 S_0 为产品理想区间, S 为可行区间, 满足 $S_0 \subseteq S$ 。则任一点 P 与 S_0

和 S 的关联函数计算公式与式(10)相同。此处, $|P_S M|$ 表示最优点 P_S 与区间域 S 各端点的距离, $|P_i M|$ 表示直线 $P_S M$ 与边界面的交点 P_i 与端点 M 的距离。当区间域 S_0 和 S 有重合面, 其计算方法与二维区间重合计算方法一致, 且三维关联函数性质与二维关联函数性质一致。

2.2.3 n 维关联函数

在一维、二维、三维关联函数的基础上, 构建多维关联函数。假设可拓域 U 的理想区间 S_0 , 可行区间 S , 满足 $S_0 \subseteq S$ 。则可拓域内任意一点 P 与区间 S_0 , S 的 n 维关联函数计算方法与式(10)相同, 且拥有一维、二维、三维关联函数相同的区间性质。

3 关联函数降维计算及相似度构建

当实例特征呈现多维状态, 对多维关联函数进行降维处理以提高相似实例的检索效率。

3.1 二维关联函数降维计算

如图 5 所示为二维条件下关联函数降维计算图示。 S_0 , S 分别为理想区间和可行区间, $S_0 \subseteq S$; P_S 为空间域取值最优点, P 为空间内任意一点, 作直线 PP_S 交 S_0 于 P_1 , P_2 , P_1 为离 P_S 较近点, 交 S 于 Q_1 , Q_2 , Q_1 为离 P_S 较近点。

图 5 二维区间关联函数降维计算

令点 $P_S(x_S, y_S)$, $P(x_0, y_0)$, $P_1(x_1, b_2)$, $Q_1(x_2, d_2)$, 直线 PP_S 方程: $y - y_S = (y_0 - y_S)(x - x_S) / (x_0 - x_S)$, 并将点 P_1 , Q_1 代入直线 PP_S 方程得到坐标点

$$P_1 = \left(\frac{b_2 - y_S}{y_0 - y_S} (x_0 - x_S) + x_S, b_2 \right)$$

$$Q_1 = \left(\frac{d_2 - y_S}{y_0 - y_S} (x_0 - x_S) + x_S, d_2 \right)$$

则由式(6)、(8)、(9)计算点 P 与区间 S_0 , S 的关联函数

$$k(P) = \frac{\rho(P, P_S, S)}{D(P, S_0, S)} = \frac{\alpha_2 |PQ_1|}{\alpha_2 |PQ_1| - \alpha_1 |PP_1|}$$

$$\text{式中, } \alpha_1 = \frac{|P_2 P_S|}{|P_1 P_S|}, \alpha_2 = \frac{|Q_2 P_S|}{|Q_1 P_S|}.$$

根据坐标值计算 $|PQ_1|$ 及 $|PP_1|$ 长度, 并代入关联函数公式求解二维关联函数值, 如下式

$$|PQ_1| = \sqrt{\left(\frac{d_2 - y_S}{y_0 - y_S}(x_0 - x_S) + x_S - x_0\right)^2 + (d_2 - y_0)^2} =$$

$$(d_2 - y_0) \sqrt{\left(\frac{x_0 - x_S}{y_0 - y_S}\right)^2 + 1}$$

$$|PP_1| = \sqrt{\left(\frac{b_2 - y_S}{y_0 - y_S}(x_0 - x_S) + x_S - x_0\right)^2 + (b_2 - y_0)^2} =$$

$$(b_2 - y_0) \sqrt{\left(\frac{x_0 - x_S}{y_0 - y_S}\right)^2 + 1}$$

$$k(P) = \frac{\alpha_2 |PQ_1|}{\alpha_2 |PQ_1| - \alpha_1 |PP_1|} = \frac{\alpha_2 (d_2 - y_0)}{\alpha_2 (d_2 - y_0) - \alpha_1 (b_2 - y_0)}$$

现计算 y 轴方向一维可拓关联函数, 如图5中右侧 y 轴投影

$$k(P) = \frac{\rho(P, P_S, S)}{D(P, S_0, S)} = \frac{\beta_2 |PQ_1|}{\beta_2 |PQ_1| - \beta_1 |PP_1|} =$$

$$\frac{\beta_2 (d_2 - y_0)}{\beta_2 (d_2 - y_0) - \beta_1 (b_2 - y_0)}$$

$$\text{其中, } \beta_1 = \frac{(y_S - a_2)}{(b_2 - y_S)}, \beta_2 = \frac{(y_S - c_2)}{(d_2 - y_S)}.$$

假设二维区间域中直线 PP_S 与 y 轴夹角为 θ , 则有

$$\alpha_1 = \frac{|P_2 P_S|}{|P_1 P_S|} = \frac{|P_2 P_S| \cos \theta}{|P_1 P_S| \cos \theta} = \frac{(y_S - a_2)}{(b_2 - y_S)}$$

$$\alpha_2 = \frac{|Q_2 P_S|}{|Q_1 P_S|} = \frac{|Q_2 P_S| \cos \theta}{|Q_1 P_S| \cos \theta} = \frac{(y_S - c_2)}{(d_2 - y_S)}$$

因此, $\alpha_1 = \beta_1, \alpha_2 = \beta_2$, 即二维区间域可拓关联函数值等价于 y 轴方向一维关联函数值。可以证明当 $P \in P_1 Q_1, \text{Ext} P_1 Q_1, P_S P_2, P_2 Q_2, \text{Ext} P_2 Q_2$ 时, 将各坐标点代入侧距公式(6)、位值公式(8)、二维关联函数公式(9)可以得到相同的结论。

上述的计算可知, 当过空间内任意点 P 与空间最优取值点 P_S 的直线与区间 S_0 两平行边界及区间 S 两平行边界有交点时, P 点关于区间 S_0 和 S 的二维关联函数值等价于垂直于两平行边界方向一维关联函数值, 图5中为 y 轴方向, 并有以下性质。

子区域 S_1, S_3 的二维关联函数值等价于 y 轴方向一维关联函数值, 且由上述化简公式知, 关联函数值只与 P 点 y_0 坐标值相关, 因此, 图5中区域 S_1, S_3 单条水平线上的关联函数值相等; 子区域 S_2, S_4

的二维关联函数值等价于 x 轴方向一维关联函数值, 此时关联函数值只与 P 点 x_0 坐标值相关, 因此, 图5中 S_2, S_4 单条垂直线上的关联函数值相等。

3.2 三维关联函数降维计算

图6为三维区间域关联函数降维计算图示。论域内区间域 S_0, S 满足 $S_0 \subseteq S$, 过任意点 P 与空间取值最优点 P_S 作直线, 直线交 S_0 区间两平行平面于 P_1, P_2, P_1 为离 P_S 较近点, 交 S 区间两平行平面于 Q_1, Q_2, Q_1 为离 P_S 较近点; 过 P_S 点作直线 l 平行于 Z 轴, 则将点 P, P_1, Q_1, P_2, Q_2 投影到该直线对应点 W, U_1, V_1, U_2, V_2 。

图6 三维区间关联函数降维计算

由式(7)~(9)计算关联函数值, 其中 θ 为直线 PP_S 与 z 轴的夹角

$$k(P) = \frac{\rho(P, P_S, S)}{D(P, S_0, S)} = \frac{\alpha_2 |PQ_1|}{\alpha_2 |PQ_1| - \alpha_1 |PP_1|}$$

$$\text{其中, } \alpha_1 = \frac{|P_2 P_S|}{|P_1 P_S|} = \frac{|U_2 P_S|}{|U_1 P_S|}, \alpha_2 = \frac{|Q_2 P_S|}{|Q_1 P_S|} = \frac{|V_2 P_S|}{|V_1 P_S|}.$$

$$k(P) = \frac{\alpha_2 |PQ_1|}{\alpha_2 |PQ_1| - \alpha_1 |PP_1|} =$$

$$\frac{\alpha_2 |PQ_1| \cos \theta}{\alpha_2 |PQ_1| \cos \theta - \alpha_1 |PP_1| \cos \theta} =$$

$$\frac{\alpha_2 |WV_1|}{\alpha_2 |WV_1| - \alpha_1 |WU_1|} = \frac{\frac{|V_2 P_S|}{|V_1 P_S|} |WV_1|}{\frac{|V_2 P_S|}{|V_1 P_S|} |WV_1| - \frac{|U_2 P_S|}{|U_1 P_S|} |WU_1|}$$

该值等价于 z 轴方向一维关联函数值, 可以证明当 P 点在其他区域时, 可以得到相同的结论。因此, 当空间任意一点 P 与最优值点 P_S 的直线与区间域 S_0 的两平行边界具有交点, 与区间域 S 的两平行边界有交点, 则 P 点关于 S_0 和 S 的关联函数等价于垂直于平行边界所在方向一维关联函数值。

3.3 n 维关联函数降维计算

综合二维、三维关联函数降维计算方法，可以将其推广到 n 维状态下关联函数计算。可拓论域内有区间域 S_0, S ，满足 $S_0 \subseteq S$ ，过空间内任意一点 P 与空间最优取值点 P_S 的直线与区间 S_0 两平行边界有交点，与区间 S 两平行边界有交点，则 n 维空间 P 点关于 S_0, S 的关联函数值等价于垂直于平行边界方向一维关联函数值。

3.4 相似度函数构建

根据多维关联函数的性质，当 $k(P) \geq 1$ ，则实例完全满足客户需求；当 $0 \leq k(P) < 1$ ，客户可以接受该属性区间实例；当 $k(P) < 0$ ，实例不符合客户需求。因此构建实例检索相似度函数

$$\text{sim}(PR, P_i) = \begin{cases} 1 & k(P_i) \geq 1 \\ \exp(k(P_i) - 1) & k(P_i) < 1 \end{cases} \quad (11)$$

式中， PR 表示客户输入的需求； P_i 表示产品实例库中第 i 个实例。

4 实例验证

论文实例部分以高能耗的螺杆空压机为研究对象，根据低碳需求，并基于关联函数的检索方法获取实例库中相似实例；为验证该方法的可行性，对比分析部分给出了基于欧式几何距的检索方法，以及 KNN 分类检索方法。

4.1 基于关联函数的相似实例检索

本文以文献[23]表 2 中 10 组螺杆空压机实例数据中的排气量(A_1)、上市产品碳足迹(A_2)、使用阶段

碳足迹(A_3)构成的三维低碳属性实例为例，验证上述方法的可行性。对螺杆机原始数据进行归一化处理，计算实例各属性关联函数值 $k(A_i)$ 、综合关联函数值 k 及各实例相似度 sim ，计算结果如表 1 所示。

由客户需求理想域、可行域、最优点，构建三维需求空间及各实例在空间中的位置关系，如图 7 所示。实例 C2, C3 落在理想空间，表明这两个实例完全符合客户需求；表 1 中，C2, C3 对应的各属性一维关联函数 $k(A_1)$ 、 $k(A_2)$ 、 $k(A_3)$ 均大于等于 1，且综合三维关联函数值分别为 1, 1.589，由式(11)计算得到相似度为 1，即实例完全符合客户需求。

实例 C6, C8 落在理想域外，可行域内，表明这两个实例客户可以接受；表 1 中，实例 C6 $k(A_2) > 1$ ，表明属性 A_2 符合客户需求， $0 < k(A_1) = 0.498 < 1$ ， $0 < k(A_3) = 0.284 < 1$ ，表明实例 C6 属性 A_1, A_3 特征值客户可以接受；同理，实例 C8 中， $k(A_1) = 1.304 > 1$ ， $k(A_3) = 1.783 > 1$ ，表明属性 A_1, A_3 符合客户需求， $0 < k(A_2) = 0.626 < 1$ ，表明属性 A_2 特征客户可以接受；由式(11)计算得到实例的相似度值。

表 1 中，实例 C1, C4, C5, C7, C9, C10 的综合关联函数均小于零，说明该部分实例落在需求空间外，不满足客户需求，在图 7 中得到验证。其中，C7 实例 $k(A_1) = -0.333$ ，表明属性 A_1 不满足需求，而计算结果表明其余属性客户满足或可接受，因此，如果是基于修改难度的相似实例检索，C7 仍可以考虑留在备选实例集中。实例 C1, C4, C5, C9 均有两个实例不满足，实例 C10 三个属性均不满足，该部分实例的相似度低，可以在相似实例集中排除。

表 1 实例关联函数及相似度计算结果

实例号	A_1	A_2	A_3	$k(A_1)$	$k(A_2)$	$k(A_3)$	k	sim
C1	0.356	0.127	0.147	-4.364	0.794	-4.905	-4.903	0.002 73
C2	0.611	0.172	0.402	1	1.411	1.215	1	1
C3	0.578	0.219	0.420	1.589	1.486	1.863	1.589	1
C4	0.400	0.211	0.186	-3.030	1.481	-3.976	-3.978	0.006 89
C5	0.500	0.889	0.928	0	-3.082	-5.229	-4.351	0.004 74
C6	0.511	0.170	0.360	0.498	1.227	0.284	0.283	0.488 22
C7	0.489	0.159	0.369	-0.333	1.144	0.550	-0.333	0.263 69
C8	0.594	0.344	0.418	1.304	0.626	1.783	0.626	0.687 91
C9	0.578	0.752	0.907	1.589	-2.150	-4.929	-4.721	0.003 28
C10	0.711	0.876	0.926	-0.786	-2.993	-5.20	-4.377	0.004 62
理想域	$A_1: X_0=[0.533, 0.611]$			$A_2: X_0=[0.142, 0.289]$		$A_3: X_0=[0.395, 0.492]$		
可行域	$X=[0.500, 0.667]$			$X=[0.069, 0.436]$		$X=[0.353, 0.562]$		
最优点	$P_S=0.556$			$P_S=0.216$		$P_S=0.423$

图7 低碳实例理想域、可行域三维需求空间

在关联函数的降维计算中, 实例 $C1: k=k(A_3)$, $C2: k=k(A_1)$, $C3: k=k(A_1)$, $C4: k=k(A_3)$, $C6: k=k(A_3)$, $C7: k=k(A_1)$, $C8: k=k(A_2)$, 说明这部分实例多维关联函数计算可以约简为相应一维关联函数值的计算。以图7中 $C3$ 为例, 过实例参数点3与 P_s 的直线与理想区间交于 $P_1(0.533, 0.213, 0.426)$, $P_2(0.611, 0.223, 0.415)$, $|P_1P_s| < |P_2P_s|$, 与可行区间交于 $Q_1(0.500, 0.208, 0.431)$, $Q_2(0.667, 0.231, 0.408)$, $|Q_1P_s| < |Q_2P_s|$ 。 P_1 落在 $ADHE$ 区域内, P_2 落在 $BCGF$ 区域内, Q_1 落在 $ILTM$ 区域内, Q_2 落在 $JKRN$ 区域内, P_1, P_2, Q_1, Q_2 所在四个区域平行, 根据降维规则, 实例 $C3$ 的多维关联函数可约简为 A_1 属性方向的一维关联函数计算。

4.2 对比分析

(1) 欧式几何距检索。

采用欧式几何距检索方法, 将属性 A_1, A_2, A_3 作为实例的三维坐标, 各属性最优点 $P_s(0.556, 0.216, 0.423)$ 作为目标点, 计算实例 $C1 \sim C10$ 与目标点的几何距, 并进行排序, 如表2所示。

表2 基于欧式几何距检索结果

序号	实例号	距离
1	C3	0.022 405
2	C2	0.073 498
3	C6	0.090 056
4	C7	0.103 218
5	C8	0.133 615
6	C4	0.283 778
7	C1	0.352 274
8	C9	0.722 521
9	C5	0.843 262
10	C10	0.844 177

从表2中可知, $C3, C2$ 实例距离最小, 对应表1中 $C3, C2$ 相似度最大, 完全满足低碳需求; 表2中 $C6, C7, C8$ 几何距离接近, 对应表1中 $C6, C7, C8$ 的相似度在同一量级, 但是与表2中的排序并不一致; 表2中 $C1, C4, C5, C9, C10$ 几何距离较大, 表明这部分实例满足需求程度低, 对应表1中 $C1, C4, C5, C9, C10$, 其相似度均较小且在同一量级。因此, 采用欧式几何距离的检索方法和基于关联函数的检索方法获得的结果总体趋势是一致的, 但是实例的排序并不一致, 其原因在于欧式几何距离的方法是针对单一的需求最优点进行距离计算, 而关联函数的方法是针对需求区间进行可拓距的计算。如实例 $C7$, 在表2的方法中, $C7$ 排在 $C6$ 和 $C8$ 之间, 而表1的方法中 $C7$ 在 $C6, C8$ 之后, 原因在于采用关联函数方法, $C7$ 的属性 A_1 在可行区间外, 而 $C6, C8$ 的各维属性均在可行区间内, 因此 $C7$ 比 $C6, C8$ 相似度更低。

通过比较欧式距和可拓距的计算方法, 说明两者间的差异性, 如图8所示。图8a论述一维条件下欧式距和可拓距的计算差异性; 令属性 A_1 的最优点为 P_s , 则数轴上任意点 P 与 P_s 的欧式几何距 $d=|PP_s|$; 而可拓距的计算是针对需求区间展开, 在最优点 P_s 的基础上拓展出需求区间 X_0 , 当 P_s 为区间 X_0 中点时可由公式(1)计算数轴上任一点 P 与区间 X_0 关于最优点 P_s 的可拓距 $\rho(P, X_0)$ 。在设计初始阶段, 需求一般是模糊的, 以点与区间距离的模式映射到已有实例与模糊需求的相似度计算更加合理。在图8a中, 当点 P 落在 X_0 内时, $\rho(P, X_0) \leq 0$, 并且离 P_s 越近其值越小; 当 P 在 X_0 外, $\rho(P, X_0) > 0$, 并且离 P_s 越远, 其值越大。

此外, 在多维属性条件下, 采用单一最优点计

算欧式距的方法从某种程度上忽略了各维属性的物理含义,以图 8b 二维环境为例进行论述说明。

(a) 一维欧式距与可拓距计算

(b) 多维欧式距与可拓距计算

图 8 欧式距与可拓距对比分析

图中属性 A_1 (排气量), A_2 (碳足迹)构成二维空间, P_S 为需求最优点,存在实例 C_1, C_2 关于直线 l 对称。则采用欧式距离计算时, C_1, C_2 的距离相等,也即 C_1, C_2 的符合程度相同;而在考虑实际属性的物理意义时,在排气性能相同的情况下,实例 C_2 的碳足迹小于 C_1 ,更符合低碳需求。而采用基于区间的可拓距的计算方法,在图 8b 中增加区间约束,如虚线框区间,则 C_1, C_2 的可拓距值是不同的,约束内的 C_2 可拓距更小且满足需求,区间外的 C_1 不满足 A_2 属性将被排除,计算更符合实际意义。

(2) KNN 分类检索方法。

本节采用机器学习方法中对于分类学习较经典的 KNN 对低碳实例进行分类检索,并与基于关联函数的检索方法进行比较分析,KNN 操作步骤如下(本文在 C++程序中实现分类)。

1) 初始化训练数据集 `dataSet` 和测试数据 `testData`; 试验中的训练数据并不是真实的低碳实例,而是用空间中的坐标点代替实例;以柱体 $ABCD-EFGH$ 中的训练数据采集为例,作 $A_3=0.400, 0.430, 0.460, 0.490$ 四个平面,在每个平面上均匀选取 16 个坐标点,共获取 64 个坐标点作为训练样本,且该空间中每个样本均标记为 Label A。按照同样的方法在柱体 $ABCD-EFGH$ 外而在柱体 $IJKL-MNRT$ 内的空间区域采集 64 个样本点,标记为 Label B;在柱体 $IJKL-MNRT$ 外采集 64 个样本点,标记为 Label C。测试数据为实例 $C_1 \sim C_{10}$ 。

2) 用 `get_distance()` 计算测试数据 `testData` 与每一训练数据 `dataSet[index]` 的距离,用 `map_index_dis` 保存键值对 $\langle \text{index}, \text{distance} \rangle$,其中 `index` 代表第几个训练数据,`distance` 代表第 `index` 个训练数据和测试数据的距离。

3) 将 `map_index_dis` 按照 `distance` 的大小进行升序排列,取前 k ($k=10$)个样本,用 `map_label_freq` 记录每一个类标签出现的频次。

4) 遍历 `map_label_freq` 中的 `value` 值,返回 `value` 最大的 `key` 值,即为测试数据所属类。

按照上述 KNN 计算步骤,以 C_6 为例,计算获得其具体的前 10 个最近样本点,如表 3 所示。从表 3 中可知, C_6 属于 Label B,表 4 列出了 $C_1 \sim C_{10}$ 的 KNN 分类情况。

表 3 实例 C_6 KNN 分类数据

序号	Index	Label	坐标	距离
1	64	B	(0.525, 0.138, 0.360)	0.034 928
2	65	B	(0.530, 0.138, 0.360)	0.037 216
3	69	B	(0.528, 0.135, 0.360)	0.038 910
4	68	B	(0.528, 0.120, 0.360)	0.052 811
5	80	B	(0.525, 0.138, 0.420)	0.069 426
6	81	B	(0.530, 0.138, 0.420)	0.070 605
7	85	B	(0.528, 0.135, 0.420)	0.071 512
8	4	A	(0.575, 0.190, 0.400)	0.078 077
9	84	B	(0.528, 0.120, 0.420)	0.079 931
10	5	A	(0.575, 0.210, 0.400)	0.085 417

表 4 实例 $C_1 \sim C_{10}$ KNN 分类结果

实例号	map_label_freq			Label
	A	B	C	
C_1	0	4	6	C
C_2	7	3	0	A
C_3	10	0	0	A
C_4	0	7	3	B→C
C_5	0	0	10	C
C_6	2	8	0	B
C_7	1	8	1	B→C
C_8	0	10	0	B
C_9	0	0	10	C
C_{10}	0	0	10	C

从表 4 中可知, C_2, C_3 属于 Label A,即在理想域内; C_6, C_8 属于 Label B,即在可行域内, C_1, C_5, C_9, C_{10} 属于 Label C,即在需求域范围外,以上的分类与表 1 中基于关联函数的检索分类一致;而 C_4, C_7 应属于 Label C,说明 KNN 的分类方法依赖于邻近样本点的选取。当增大各区间域内的训练样本实例数,KNN 方法的测试结果将与基于关联函数方法的分类结果相一致。

此外,基于 KNN 分类检索方法通过计算测试实例与每个已知标签类别的样本实例距离来判定测试实例类别,并不能提供测试实例的符合程度量值;基于关联函数的检索方法在提供相似度的同时,通过综合关联函数值判定实例所属区间, $k \geq 1$,实例属于理想区间; $0 \leq k < 1$,实例属于可行区间; $k < 0$,

实例不满足需求;并且每维属性的一维关联函数值和可拓距可为设计人员提供各属性的修改难度信息。

针对本文提出的基于关联函数的低碳设计多属性相似实例检索方法还有以下不足,亟需进一步深入研究。

(1) 属性间相关性分析。本文构建的需求区间(理想域和可行域)均为规则几何体,其前提是假设各属性间相互独立,而实际应用中多属性间存在相互关联关系,此时构建的需求区间将是曲面体;因此本文的研究是特例情况,仍需要分析各属性的关联性,构建起一般条件下需求空间,使检索结果更加符合实际。

(2) 空间超多面体研究。本文以三维空间为例对螺杆空压机实例进行检索验证,该方法原理同样适用高维属性的检索,此时构建的空间为超多面体空间,在不满足降维规则条件下计算将更加复杂,这也是本方法需要进一步完善的地方。本文将论述的研究方法应用于产品低碳设计多属性相似实例检索中,该方法可以拓展到其他工程领域,用于解决多属性的检索和决策问题。

5 结 论

(1) 结合 SMARANDACHE 构造最优点在区间中点的多维距方法与可拓侧距构造原理,统一了可拓左侧距和右侧距计算式,并构建最优点为论域内任一点的一般条件下多维可拓距模型。在多维可拓距模型的基础上,构建多维关联函数,研究了多维条件下关联函数的降维准则;并基于关联函数构建产品实例检索的相似度函数。

(2) 将所构建方法应用于螺杆空压机产品实例多维低碳属性的检索,由相似度值判断,实例 C2, C3 完全符合客户需求, C6, C7, C8 可以作为备选方案,其余实例相似度低,计算结果与实例空间位置关系相一致,并验证了多维关联函数降维计算的可行性。

(3) 通过与欧式几何距检索方法的对比分析,由于欧式几何距离的检索方法是针对最优点的距离计算,而关联函数检索方法是基于区间的可拓距计算,因此造成检索实例排序的不一致,但两者检索结果总体趋势一致;并且基于关联函数的检索方法能够克服传统距离计算不考虑属性物理含义造成检索结果偏离实际的缺陷。

(4) 通过与 KNN 分类方法进行对比分析,验证了两种方法对于实例所属区间分类的一致性,并指出基于关联函数的检索分类方法在正确分类的同

时,能够包含相似实例的各属性修改难度信息,有助于设计人员对修改设计方案的总结评价。

参 考 文 献

- [1] 陆汝钤. 世纪之交的知识工程与知识科学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
LU Ruqian. Knowledge engineering and knowledge science at the turn of the century[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.
- [2] 谢友柏. 现代设计与知识获取[J]. 中国机械工程, 1996, 7(6): 36-41.
XIE Youbai. Modern design and knowledge acquisition[J]. China Mechanical Engineering, 1996, 7(6): 36-41.
- [3] 郭鑫, 赵武, 王杰, 等. 面向创新设计的工艺设计知识模型及检索方法研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(15): 66-72.
GUO Xin, ZHAO Wu, WANG Jie, et al. A study of knowledge modeling and retrieval methods oriented towards innovative design of manufacturing planning[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(15): 66-72.
- [4] HE B, WANG J, HUANG S, et al. Low-carbon product design for product life cycle[J]. Journal of Engineering Design, 2015, 26(10-12): 321-339.
- [5] 刘飞, 刘培基, 李聪波, 等. 制造系统能量效率研究的现状及难点问题[J]. 机械工程学报, 2017, 53(5): 1-11.
LIU Fei, LIU Peiji, LI Congbo, et al. The statute and difficult problems of research on energy efficiency of manufacturing systems[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(5): 1-11.
- [6] 钟智, 朱曼龙, 张晨, 等. 最近邻分类方法的研究[J]. 计算机科学与探索, 2011, 5(5): 467-473.
ZHONG Zhi, ZHU Manlong, ZHANG Chen, et al. Research on nearest neighbors classification techniques[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2011, 5(5): 467-473.
- [7] 董亭亭. 大数据下空间数据索引和 KNN 查询技术的研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2013.
DONG Tingting. The research of spatial data indexing and KNN query on large data sets[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2013.
- [8] HJALTASON G R, SAMET H. Index-driven similarity search in metric spaces[J]. ACM Transactions on Database Systems, 2003, 28(4): 517-580.
- [9] STEPHANE N, HECTOR R, MARC L L J. Effective retrieval and new indexing method for case based reasoning: Application in chemical process design[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2010, 23(6): 880-894.
- [10] PAL S K, SHIU S C K. Foundations of soft case-based

- reasoning[M]. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons, 2004.
- [11] BUENO R, TRAINA A J M, TRAINA C. Genetic algorithms for approximate similarity queries[J]. *Data & Knowledge Engineering*, 2007, 62(3): 459-482.
- [12] NARIONI M C N B, RAZENTE H L, TRAINA A J M, et al. Accelerating k-medoid-based algorithms through metric access methods[J]. *Journal of Systems and Software*, 2008, 81(3): 343-355.
- [13] GIACHETTI R E, YOUNG R E, ROGGATZ A, et al. A methodology for the reduction of imprecision in the engineering process[J]. *European Journal of Operational Research*, 1997, 100(2): 277-292.
- [14] AGARD B, BARAJAS M. The use of fuzzy logic in product family development: literature review and opportunities[J]. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2010, 23(5): 1445-1462.
- [15] ZHU G N, HU J, QI J, et al. An integrated AHP and VIKOR for design concept evaluation based on rough number[J]. *Advanced Engineering Informatics*, 2015, 29(3): 408-418.
- [16] SMYTH B, KEANE M T. Adaptation-guided retrieval: questioning the similarity assumption in reasoning[J]. *Artificial Intelligence*, 1998, 102(2): 249-293.
- [17] CASTRO J L, NAVARRO M, SANCHEZ J M, et al. Loss and gain functions for CBR retrieval[J]. *Information Sciences*, 2009, 179(11): 1738-1750.
- [18] NOUAOURIA N, BOUKADOUM M. Case retrieval with combined adaptability and similarity criteria: application to case retrieval nets[C]//*Proceedings of the 18th International Conference on Case-Based Reasoning Research and Development*, July 19-22, 2010, Alessandria, Italy. Berlin: Springer, 2010: 242-256.
- [19] 蔡文. 可拓论及其应用[J]. *科学通报*, 1999, 44(7): 673-682.
- CAI Wen. Extension theory and its application[J]. *Chinese Science Bulletin*, 1999, 44(7): 673-682.
- [20] 陈建, 赵燕伟, 李方义, 等. 基于转换桥方法的产品绿色设计冲突消解[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(9): 132-142.
- CHEN Jian, ZHAO Yanwei, LI Fangyi, et al. Transforming bridge-based conflict resolution for product green design[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(9): 132-142.
- [21] 杨春燕, 蔡文. 可拓学[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- YANG Chunyan, CAI Wen. *Extenics*[M]. Beijing: Science Press, 2014.
- [22] SMARANDACHE F. *Extenics in higher dimensions*[M]. Columbus, USA: Education Publisher, 2012.
- [23] 赵燕伟, 任设东, 陈尉刚, 等. 基于改进 BP 神经网络的可拓分类器构建[J]. *计算机集成制造系统*, 2015, 21(10): 2807-2815.
- ZHAO Yanwei, REN Shedong, CHEN Weigang, et al. Extension classifier construction based on improved BP neural network[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2015, 21(10): 2807-2815.
-
- 作者简介:** 任设东, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为产品低碳设计、可拓设计。
E-mail: renshedong@zjut.edu.cn
- 赵燕伟(通信作者), 女, 1959 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数字化设计与制造、可拓设计方法学、低碳设计。
E-mail: zyw@zjut.edu.cn