DOI: 10.3901/JME.2013.12.024

基于多目标的高强度钢材料参数稳健反求方法^{*}

李维逸 王 琥

(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室 长沙 410082)

摘要: 研究表明,不同类型的先进高强度钢将呈现出不同的应变率效应,材料参数能否正确描述应变率效应直接影响到仿真的精度。因此,如何获取精确的材料参数是保证汽车碰撞仿真结果可靠性的前提。为此,在混合数值法的基础上,提出基于多目标优化的材料参数稳健反求方法。该方法的特点在于:在保证反求精度的前提下,考虑试验设计中的不确定性,将试验稳定性作为除试验结果误差外的另一目标函数。此外,为了保证试验数据的客观性,同样采用反求技术对动态单向拉伸试验的结果进行滤波。为了验证该方法的有效性,采用多目标优化反求方法获取 Johnson-Cook 模型的材料参数,并通过碰撞试验和仿真对其进行验证。结果表明,该反求方法的结果具有足够的精度和稳健性。

关键词: 材料参数反求方法 稳健性 多目标优化 先进高强度钢

中图分类号: TG142

Multi-objective-based Robust High-strength Steel Material Parameter Inverse Method

LI Weiyi WANG Hu

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body,
Hunan University, Changsha 410082)

Abstract: Research has shown that different advanced high-strength steel (AHSS) will render a different strain-rate effect, whether the material parameter describe the strain-rate effect correctly or not will affect the accuracy of simulation. Therefore, the reliability of the vehicle crash simulation is based on the accuracy of material parameter. A robust material parameter inverse method is suggested based on the popular hybrid numerical method and multi-objective optimization. On the premise of ensuring the accuracy of inversion, the proposed method considers the uncertainties in experiment. Furthermore, the stability of experimental technology should be another objective function besides the error of the experiment results. To ensure the reliability of the experimental data, the dynamic uniaxial tensile test results are filtered by inverse technology similarly. To validate the effectiveness of the proposed method, the Johnson-Cook model parameters are identified by the multi-objective based inverse method, car crash experiments and simulations are also performed. The result has shown that the inverse result by this method has enough accuracy and robustness.

Key words: Material parameter inverse method Robust Multi-objective optimization Advanced high-strength steel

0 前言

汽车耐撞性仿真分析是一个涉及几何非线性、材料非线性和边界非线性的动力学问题,是现代汽车研发的一个重要领域。随着计算机硬件技术以及数值仿真技术的发展,正逐步替代部分传统的物理整车的碰撞安全性试验,在汽车设计过程中发挥着

越来越重要的作用。此外,汽车车身的主要零部件是由薄钢板冲压而成,薄板材料的动态力学性能对车身耐撞性有重要影响。与静载相比,弹塑性材料在动载作用下的本构关系具有一系列不同的力学特性。其中最重要的特性之一是在快速加载条件下,许多金属材料的屈服极限明显提高,而屈服的出现却有滞后现象。材料的动态和静态本构关系的主要差别之一在于前者需要考虑应变率效应的影响。汽车耐撞性仿真分析的精度在很大程度上取决于所选材料的本构方程,尤其是本构方程中的材料参数能否正确描述应变率效应。因此,准确获得材料参数对提高汽车耐撞性仿真分析结果的可靠性有着显著

^{*} 国家自然科学基金(11172097, 61232014)、新世纪优秀人才支持计划(NCET-11-0131)、湖南省自然科学基金(11JJJA001)和国家高技术研究发展计划(863 计划, 2012AA111802)资助项目。20121121 收到修改稿, 20130423 收到修改稿

的科学意义和实际应用价值^[1]。

目前国际上主流的材料参数反求方法为混合数值法, 主要通过计算仿真获得的场变量数值和试验结果之差 ε , 并采用相应的优化方法获取 ε 的极小值, 从而获得最合适的材料参数^[2-3]。目前国内外学者对该类方法的研究主要集中在利用不同优化算法以及近似模型等技术, 以减少反求的迭代次数, 进而提高反求的求解效率。文献[1]利用序列响应面法反求 DP800 高强钢的材料参数, 文献[4]利用基于支持向量机回归的近似模型方法反求 DP600 高强钢的材料参数, 文献[5]利用 Levenberg-Marquardt 优化算法反求 AISI 52100 铝合金的材料参数。

近年来, 随着光学测量技术的发展, 数字影像通信(Digital image correlation, DIC)技术可以准确测量试件在不同加载情况下相关位移, 基于 DIC 技术和有限元仿真的材料参数反求方法得到的材料参数精度有了大幅度提高, 该类方法也得到了广泛应用。文献[6]利用 DIC 技术和硬度试验反求激光拼焊板中焊缝材料参数, 文献[7]利用 DIC 技术和双向拉伸试验反求 DC06 钢的材料参数。

除了混合数值法外, PROMMAA 等^[8]提出基于虚拟场方法(Virtual field method, VFM)的材料参数反求方法。VFM 方法分别建立系统内力和外力所产生的虚功方程, 并根据二者最小化原则获取材料参数, 不需要进行有限元数值计算, 可大幅度提高参数反求的计算效率。但选择不同的场量, 其反求结果差异较大; 且测量中的误差对反求精度的影响也明显高于数值混合算法。因此该类方法的应用不及混合数值法广泛。

混合数值法的精度建立在两个假设之上: 试验数据的客观性和仿真算法的准确性。其最大技术瓶颈在于稳健性, 当试验存在诸多不确定因素时, 试验数据的客观性难以保证。因此, 对于稳定性较好的静态和准静态问题, 混合数值法的可行性较好; 然而, 对于基于动态的试验, 由于其稳健性不佳, 每次试验的结果均存在一定的差距, 甚至出现相差很大的情况。目前的反求方法基本上都是利用单次试验的结果进行反求, 未能将多次试验的结果综合起来求解, 已经不能满足需要。

为此, 本文从两个方面对目前的反求方法进行修正。

(1) 数据源: 利用反求技术对原始数据滤波后, 根据应变的稳定性获取加载曲线。

(2) 多目标稳健反求方法: 对于材料参数反求问题, 通常采用单目标优化方法。而本文提出的方法, 将多次数值方法与试验结果的误差和标准差同时作为反求的目标函数, 以提高其稳健性。

1 试验方法和试验方案

1.1 试验方法

本文按照 GB/T 228-2002 金属材料拉伸试验方法对 DP590 薄钢板进行了准静态单向拉伸试验及动态拉伸试验, 板材厚度为 1.4 mm, 试件的具体形状如图 1 所示。准静态拉伸试件平行段长度为 50 mm, 宽度为 15 mm, 动态拉伸试件平行段长度为 20 mm, 宽度为 15 mm。试件的准静态单向拉伸试验在 INSTRON 5984 系列材料试验机上进行, 动态单向拉伸试验在 INSTRON 动态拉伸试验机上进行。动态拉伸试验中材料应变率的大小是由试验机横梁产生的拉伸速度决定的, 通过改变试验机横梁的位移速度, 从而改变试件的拉伸速度, 最终得到不同的拉伸应变率。

(a) 准静态拉伸试验试件几何形状

(b) 动态拉伸试验试件几何形状

图 1 试件几何形状

1.2 试验方案

为了进行滤波处理、获取材料本构模型的静态参数以及材料在不同应变率下的应力应变曲线, 进行了准静态单向拉伸试验和不同拉伸速度(0.3 m/s, 2 m/s, 10 m/s, 16 m/s)下的动态拉伸试验。为降低测试设备环境、测试人员以及测试试件对试验客观性的影响, 提高参数反求的稳健性, 对于不同拉伸速度下的高速拉伸分别进行了两次试验。

由于试件打滑、测量仪器误差等原因, 出现了起点滞后、数值为负数、应变非单调递增等现象, 必须对原始数据进行处理。在滤波之前选取实际起点, 删去其之前的数据行, 将数据的第一行置零, 并删掉出现负值的数据行。

2 滤波频率反求

2.1 滤波频率的确定

对动态拉伸试验结果进行滤波处理通常都是

先进行频谱分析, 得出幅值频率曲线, 然后将一个对应幅值较小的频率作为低通截止频率, 该方法具有很强的主观性。为了获得精确的滤波频率, 本文结合遗传算法和最小二乘法反求滤波频率, 其目标函数可以定义为

$$\min \left(\sum_{i=1}^N (\hat{\sigma}_i(f) - \sigma_i)^2 \right) \quad (1)$$

式中, σ_i 为滤波前的工程应力, $\hat{\sigma}_i(f)$ 为以 f 作为滤波频率滤波后的工程应力, N 为高应变率的应力应变曲线第一波峰前的区间采样点的数目。该方法的主要优势在于使高应变率的应力应变曲线第一波峰前的区间与准静态应力应变曲线的对应区间尽量吻合, 这样既去除了噪声干扰, 也使高应变率的应力应变曲线的弹性段更加可靠, 屈服点的选取更加准确。其具体流程如图2所示。

图2 滤波频率反求方法

2.2 滤波过程及结果

进行频谱分析, 得出应力-时间曲线的幅值-频率曲线, 以确定滤波频率的范围, 如图3所示。

图3 幅值-频率曲线(拉伸速度 0.3 m/s)

结合遗传算法和最小二乘法反求滤波频率, 使高应变率的应力应变曲线第一波峰前的区间与准静态应力应变曲线的对应区间尽量吻合。最终结果如图4所示。

(a) 拉伸速度 0.3 m/s

(b) 拉伸速度 2 m/s

(c) 拉伸速度 10 m/s

(d) 拉伸速度 16 m/s

图4 滤波后应力应变曲线

3 材料参数反求

3.1 本构模型

目前常用的率相关本构模型主要有 Johnson-Cook(JC)模型^[9]、Zerilli-Armstrong(ZA)模型^[10]、Follansbee-Kocks(FK)模型^[11]及 Bodner-Paton (BP)模型^[12]等。其中 BP 模型将总应变张量分为弹性和塑性两部分,弹性部分采用 Hook 定律来描述,塑性部分则是从位错动力学出发,建立塑性应变速度张量与应力偏张量第二不变量 J_2 之间的关系,该模型引入较多材料参数,应用起来比较困难。FK 模型是以机械临界应力作为内部变量的,同样也引入较多的材料参数,形式也比较复杂。相比之下, JC 模型与 ZA 模型的形式都比较简单,都引入材料的应变强化、应变速度强化及热软化参数。ZA 模型常用于体心立方及面心立方金属,但是对于不同的晶体结构有着不同的表达形式。JC 模型是一个以经验为主的本构模型,主要应用于大应变、高应变速度、高温变形的材料,可应用于各种晶体结构,适用于大多数金属材料从准静态变形到高速变形的仿真,典型的应用包括爆炸、金属成形、弹道穿透和碰撞的仿真^[13-14]。因此本文选择 JC 模型作为 DP590 的本构模型,其一般形式为

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) (1 + T^*{}^m) \quad (2)$$

$$T^* = \frac{T - T_{\text{room}}}{T_{\text{melt}} - T_{\text{room}}} \quad (3)$$

式中, ε , $\dot{\varepsilon}$, $\dot{\varepsilon}_0$ 分别为塑性应变、应变率和参考应变率, $\dot{\varepsilon}_0 = 0.001 \text{ s}^{-1}$, T^* 为量纲一温度, T 为材料温度, T_{room} 为室温, T_{melt} 为材料熔点温度, m 为温度软化指数。在不考虑温度效应的情况下,待定参数为 A, B, n, C 。

由于大变形本构关系是用真实应力和真实应变描述的, JC 模型中采用的是塑性应变,还需要根据式(4)~(6)对滤波后得出的工程应力、工程应变进行转换^[15]

$$\varepsilon_{\text{true}} = \ln(1 + \varepsilon_{\text{eng}}) \quad (4)$$

$$\sigma_{\text{true}} = \sigma_{\text{eng}} (1 + \varepsilon_{\text{eng}}) \quad (5)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{true}} - \sigma_{\text{true}} / E \quad (6)$$

式中 $\varepsilon_{\text{true}}$ ——真实应变

ε_{eng} ——工程应变

σ_{true} ——真实应力

σ_{eng} ——工程应力

ε ——塑性应变

E ——弹性模量

为保证塑性应变为正数且单调递增,对于得出的数据还需要删去某些数据行。

3.2 基于多目标遗传算法的稳健反求方法

从优化的角度反求材料参数,首先需要确定适应度函数,即目标函数。从单向拉伸试验测得的应变数据中,在选定的反求区间内,每隔一定的应变值选取一个采样点,作为 JC 模型的拟合点,从拟合精度的角度出发,反求的第一类目标函数定义为

$$\min \left(\sum_{j=1}^K \left(\sum_{i=1}^N \frac{(\bar{\sigma}_i - \sigma_{ij})^2}{N-1} \right) \right) \quad (7)$$

式中, N 为采样点数目, K 为试验设计的次数, σ_{ij} 为第 j 次试验的第 i 个采样点, $\bar{\sigma}_i$ 为第 i 个采样点的拟合估计值。此外,在考虑测试稳健性的前提下,建立反求的第二类目标函数^[16-17]

$$\min \left(\sum_{j=1}^K \left(\sum_{i=1}^N \frac{(\bar{\sigma}_i - \sigma_{ij})^2}{N-1} \right) \right) \quad (8)$$

式中, $\bar{\sigma}_i$ 为第 i 个采样点对应的应力的样本平均值, σ_{ij} 为第 j 次试验的第 i 个拟合点。

本文采用 NSGA-II 算法来求解材料参数反求的多目标优化问题。NSGA-II 是 DEB 等^[18-19]于 2002 年对其算法 NSGA 的改进,是迄今为止最优秀的进化多目标算法之一。相对于 NSGA 而言,其具有以下优点:采用了基于分级的快速非支配排序算法,大大降低了计算复杂度;采用了拥挤距离和拥挤距离比较算子,代替了 NSGA 中的适应度共享方法,使当前 Pareto 前沿面的个体能够扩展到整个 Pareto 前沿面,并尽可能地均匀遍布;引入精英保留机制,经选择后参加繁殖的个体所产生的后代与其父代个体共同竞争来产生下一代种群,有利于保留优良的个体,提高种群的整体进化水平。NSGA-II 的具体流程如下所述。

(1) 随机产生初始种群 P_0 , 然后对种群进行非劣排序,每个个体被赋予秩;再对初始种群执行二元锦标赛选择、交叉和变异,得到新的种群 Q_0 , 令 $t=0$ 。

(2) 形成新的种群 $R_t = P_t + Q_t$, 对种群 R_t 进行非劣排序,得到非劣前端 F_1, F_2 。

(3) 对所有 F_i 按拥挤比较操作进行排序,并选择其中最好的 N 个个体形成种群 P_{t+1} 。

(4) 对种群 P_{t+1} 执行复制、交叉和变异, 形成种群 Q_{t+1} 。

(5) 如果终止条件成立, 则结束; 否则, $t = t + 1$, 转到步骤(2)。

材料参数反求的具体算法流程如图5所示。

图5 多目标稳健参数反求方法

在反求过程中, 由于准静态拉伸是一个非常稳定的过程, 对于静态参数 A 即屈服强度, 根据 GB/T228-2002 可得 $A = \sigma_{0.2} = 435 \text{ MPa}$, 对于静态参数 B, n 的反求采用第一类目标函数即可。利用遗传算法, 设置种群大小为 50, 最大迭代次数为 50。迭代过程如图6所示, 目标函数即试验值与拟合值的最小二乘在前 16 代快速下降, 从第 17 代开始趋于收敛, 目标函数值基本不发生变化, 最后目标函数值收敛于 16.55。

图6 静态参数反求迭代过程

对于动态参数 C 的反求则必须结合第一类目标函数和第二类目标函数, 将反求精度和稳健性统筹考虑在内。利用 NSGA-II 优化得到的非劣解集正则化后如图7所示。

传统的挑选最优解的方法是根据个人偏好为各个目标函数设置相应的权值, 然后加权求和转化

图7 多目标优化 Pareto 前沿曲线

为能直接比较大小的单目标问题来处理的, 权值的选取带有较大的主观性, 难以真正地挑选出最优解。本文利用最小距离选解法能快速有效地从非劣解集中挑选出最优解并且不带有主观性和不需要先验知识^[20]。最小距离选解法即

$$\min D = \left(\sum_{i=1}^n d_i^2 \right)^{1/2} \quad (9)$$

$$d_i = [f_{ki} - \min(f_i(x))]^2 \quad (10)$$

式中 n ——目标矢量中分量的个数

f_{ki} ——非劣解集中第 k 个非劣解的第 i 个目标分量

采样点区间、个数和搜索区间及反求结果如下表所示。待定系数 B, n, C 的反求结果如图8、9所示, 可见试验曲线和反求曲线较为吻合。

表 反求参数设置及结果

反求参数	采样点区间	采样点个数	搜索区间	反求结果
B	[0.002, 0.2]	100	[800, 1 400]	983
n	[0.002, 0.2]	100	[0.1, 0.6]	0.526
C	[0.052, 0.2]	75	[0.001, 0.030]	0.004 8

图8 静态参数 B, n 的反求结果

(a) 拉伸速度 0.3 m/s

(b) 拉伸速度 2 m/s

(c) 拉伸速度 10 m/s

(d) 拉伸速度 16 m/s

图 9 动态参数 C 的反求结果

4 试验验证

将使用传统混合数值法以及使用本文提出的

方法反求得出的 Johnson-Cook 模型材料参数用于落锤以及台车的碰撞仿真, 并将仿真结果和试验结果进行对比, 以验证该方法的有效性。

4.1 落锤试验验证

落锤试验是为了模拟汽车侧碰中 B 柱的最大侵入量, 其整体结构如图 10 所示。由夹紧装置、导轨、触发装置、冲击锤头、位移传感器等部分构成, 位移传感器用于测量 U 形梁盖板的最大位移。对应的有限元模型如图 11 所示, 所有部件均为 BT 壳单元。U 形梁的尺寸为 $70 \text{ mm} \times 60 \text{ mm} \times 1\,000 \text{ mm}$, 单元大小为 $5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ 。U 形梁与一支撑柱通过旋转副连接, 与另一支撑柱摩擦接触。锤头定义为刚体, 以 10 m/s 的速度撞向 U 形梁。由于焊点类型对仿真结果影响不大, U 形梁与盖板之间通过直径为 6 mm 的可失效的梁单元连接。

图 10 落锤试验机

图 11 落锤试验的有限元模型

仿真与试验的结果对比如图 12 所示。可以看出, 使用本文提出的方法反求得出的参数, 仿真和试验的最大位移相差较小, 然而使用传统方法针对两次试验结果分别反求出来的两组参数进行仿真, 其结果则和试验存在较大的偏差。经计算, 三组参数得出的最大位移仿真值和试验值的相对误差分别为 1.3% 、 -7.1% 、 9.5% , 均在可接受的范围之内, 但使用本文提出的方法得出的参数结果更佳。

图 12 试验和仿真的位移曲线对比

图 15 试验和仿真的加速度曲线对比

4.2 台车试验验证

图 13 为台车的实物照片, 台车质量为 536 kg, 以 38 km/h 的速度撞向刚性墙。对应的有限元模型如图 14 所示, 防撞梁的尺寸为 410 mm×80 mm×90 mm, 单元大小为 5 mm×5 mm, 单元类型为 BT 壳单元。

图 13 台车实物照片

图 14 台车的有限元模型

台车碰撞仿真与试验的结果对比如图 15 所示。可以看出, 使用本文提出方法和传统方法得出的三组参数, 仿真和试验的最大加速度均相差较小, 加速模式也比较一致。经计算, 最大加速度的相对误差分别为 1.3%、3.8%、-1.7%, 平均加速度的相对误差分别为 5.3%、5.1%、5.9%, 考虑到模型计算误差及试验误差等, 误差值均在可接受的范围之内。使用本文提出方法反求材料参数进而得出的相对误差介乎于使用传统方法得出的两组相对误差之间, 具有良好的稳健性。

5 结论

(1) 提出了一种直接利用多组不同工况下试验数据进行材料参数反求的新方法。从提高材料参数反求的精度和稳健性的角度出发, 对传统的混合数值法从数据源和优化目标两方面进行修正, 对该方法的具体流程进行了详细阐述。

(2) 通过试验, 从落锤试验的位移曲线和台车正碰试验的加速度曲线与使用传统方法反求参数的结果对比中可以看出: 使用该方法反求参数得出结果与试验的相对误差较小, 具有足够的精度; 使用该方法反求参数得出结果的相对误差介乎于使用传统方法反求参数的相对误差之间, 更具稳健性。

(3) 为了验证该方法的通用性, 还对 DP780、DP980、TRIP590 等材料进行了参数反求以及试验验证, 均得出与上文中所述类似的结论。由此说明, 该方法适用于一般的先进高强度钢, 具有广泛应用于工程实践的潜力。

参 考 文 献

- [1] 张勇, 陆勇. 基于序列响应面方法的高强度钢材料参数反求[J]. 中国机械工程, 2010, 21(18): 2255-2259. ZHANG Yong, LU Yong. Inverse method for material parameters estimation for high strength steel based on successive response surface method [J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(18): 2255-2259.
- [2] GHOUATI O, GELIN J C. A finite element-based identification method for complex metallic material behaviors[J]. Computational Materials Science, 2001, 21(1): 57-68.
- [3] KAJBERG J, LINDKVIST G. Characterisation of materials subjected to large strains by inverse modelling based on in-plane displacement fields[J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(13): 3439-3459.

- [4] 李恩颖, 王琥, 李光耀. 基于支持向量机回归的材料参数反求方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(6): 90-95.
LI Enying, WANG Hu, LI Guangyao. Material parameter inverse technique based on support vector regression[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(6): 90-95.
- [5] SHORT A, BÄKER M. Determination of Johnson-Cook parameters from machining simulations [J]. Computational Materials Science, 2012, 52(1): 298-304.
- [6] 付磊, 刘迪辉, 孙光永, 等. 基于 DIC 技术和硬度试验的焊缝材料参数识别新方法[J]. 中国机械工程, 2013, 24(2): 274-279.
FU Lei, LIU Dihui, SUN Guangyong, et al. A refined method to identify material parameters of weld line based on DIC technique and hardness test [J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(2): 274-279.
- [7] COOREMAN S, LECOMPTE D, SOL H, et al. Identification of mechanical material behavior through inverse modeling and DIC[J]. Experimental Mechanics, 2012, 48(4): 421-433.
- [8] PROMMAA N, RAKA B, GRÉDIAC M, et al. Application of the virtual fields method to mechanical characterization of elastomeric materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(3-4): 698-715.
- [9] HOLMQUIST T J, JOHNSON G R. Determination of constants and comparison for various constitutive models [J]. Journal of Applied Physics, 1991, 1(3): 853-860.
- [10] ZERILLI F J, ARMSTRONG R W. Dislocation-Mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations[J]. Journal of Applied Physics, 1987, 61(5): 1816-1825.
- [11] FOLLANSBEE P S, KOCKS U F. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable[J]. Acta Metallurgica, 1988, 36(1): 81-93.
- [12] BODNER S R, PARTOM Y. Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening material[J]. Journal of Applied Mechanics, 1975, 42(2): 385-389.
- [13] 杨扬, 曾毅, 汪冰峰. 基于 Johnson-Cook 模型的 TC16 钛合金动态本构关系[J]. 中国有色金属学报, 2008, 18(3): 505-510.
YANG Yang, ZENG Yi, WANG Bingfeng. Dynamic constitutive relationship of TC16 titanium alloy based on Johnson-Cook model[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2008, 18(3): 505-510.
- [14] LIN Y C, CHEN Xiaomin, LIU Ge. A modified Johnson-Cook model for tensile behaviors of typical high-strength alloy steel[J]. Materials Science and Engineering A, 2010, 527(26): 6980-6986.
- [15] MILANI A S, DABBOUSSI W, NEMES J A, et al. An improved multi-objective identification of Johnson-Cook material parameters[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009, 36(2): 294-302.
- [16] DU Xiaoping, CHEN Wei. Towards a better understanding of modeling feasibility robustness in engineering design[J]. Journal of Mechanical Design, 2000, 122(4): 385-394.
- [17] TAGUCHI G, CARIAPA V. Taguchi on robust technology development[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 1993, 115(3): 336-337.
- [18] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [19] 公茂果, 焦李成, 杨咚咚, 等. 进化多目标优化算法研究[J]. 软件学报, 2009, 20(2): 271-289.
GONG Maoguo, JIAO Licheng, YANG Dongdong, et al. Research on evolutionary multi-objective optimization algorithms[J]. Journal of Software, 2009, 20(2): 271-289.
- [20] 孙光永, 李光耀, 陈涛, 等. 多目标粒子群优化算法在薄板冲压成形中的应用[J]. 机械工程学报, 2009, 45(5): 153-159.
SUN Guangyong, LI Guangyao, CHEN Tao, et al. Application of multi-objective particle swarm optimization in sheet metal forming[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(5): 153-159.

作者简介: 李维逸(通信作者), 男, 1987 年出生。主要研究方向为材料参数反求技术。

E-mail: liweiyi99@gmail.com

王琥, 男, 1975 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为数值计算方法、工程优化问题。

E-mail: wanghuenyong@hotmail.com