

DOI: 10.3901/JME.2013.23.088

3SPS+1PS 髋关节并联仿生试验系统 工作空间优化*

程 刚¹ 于敬利¹ 袁 欣¹ 庞宇松² 徐 鹏¹

(1. 中国矿业大学机电工程学院 徐州 221116;

2. 代尔夫特工业大学机械、海事及材料工程学院 代尔夫特 2628 CD 荷兰)

摘要: 为使人工髋关节试验系统具有仿生模拟人体髋关节运动特性的能力,不但要使其能模拟髋关节各种运动形式,而且其运动输出空间应完全覆盖实际人体髋关节的运动范围,这也使得对其运动空间进行深入分析成为必要。针对作为髋关节并联仿生试验系统核心运动模块的3SPS+1PS并联机构,利用四元数法建立其逆/正解运动学模型,基于动平台三点构造法构建了3SPS+1PS并联机构的量纲统一速度 Jacobian 矩阵,分别比较了该矩阵条件数在不同运动空间及结构参数下的取值变化情况,得到条件数平均值与机构定、动平台上球副中心连线长度比值、球副许用转角及动平台中心位置高度等参数之间关系,优化了机构结构参数,进而得到了运动性能良好的运动空间区域。髋关节并联仿生试验系统运动空间的研究对其运动路径规划、动态特性分析及控制系统设计具有重要的意义。

关键词: 3SPS+1PS 并联机构 仿生试验系统 四元数 运动空间优化

中图分类号: TH112 TP242

Study on Workspace Optimization of 3SPS+1PS Parallel Hip Joint Simulator

CHENG Gang¹ YU Jingli¹ YUAN Xin¹ PANG Yusong² XU Peng¹

(1. College of Mechanical & Electrical Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221116;

2. Faculty Mechanical, Maritime and Materials Engineering, Delft University of Technology,
Delft 2628 CD, Netherlands)

Abstract: In order to evaluate kinematics performance of an artificial hip joint, a novel hip joint simulator has been proposed, and the workspace analysis is necessary to ensure the capacity of simulating various activities and their motion ranges in daily human life. Comparing with the current simulators established by some serial manipulators, 3SPS+1PS parallel manipulator is designed as the key component of the hip joint simulator. Based on Quaternion method, the formulae for solving the inverse/forward kinematics equations are derived. The homogeneous velocity Jacobian matrix of 3SPS+1PS parallel manipulator has been established by constructing three related points on moving platform. Comparing the condition number variations in different workspace areas and structure parameters respectively, the structure parameters of the manipulator are optimized by analyzing the relationships among the mean values of the condition number and the design size ratio of base and moving platform, the allowable angles of spherical joints, the central height of moving platform are obtained. Furthermore, the suitable workspace to meet with the bionic essentiality of the hip joint has been obtained. The workspace optimization provided has great significance for trajectory planning, dynamic analysis and control design of the simulator.

Key words: 3SPS+1PS Parallel manipulator Bionic experiment system Quaternion Workspace optimization

0 前言

评价人工关节副材料的摩擦磨损特性及验证

理论计算结果与实际的吻合程度时,其摩擦学试验结果在很大程度上受试验设备的影响^[1-2]。目前国内使用的串联关节试验系统提供的运动轨迹较少,不能提供全面的复合摩擦轨迹^[3-4]。相对于由串联模块组成的髋关节试验系统,利用少自由度并联机构作为髋关节试验系统的核心运动模块,将会

* 国家自然科学基金资助项目(51275512)。20121230 收到初稿, 20130627 收到修改稿

弥补串联模块试验系统的缺陷, 其在应用上与串联机构呈互补关系^[5]。

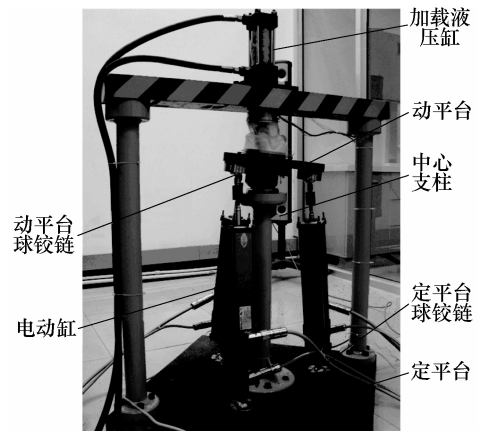
并联机构输出运动空间是衡量并联机构性能优劣的重要指标之一, 针对并联机构运动空间求解及优化方面等问题, 国内外学者开展了大量研究工作。KUMAR 等^[6]根据并联机构末端执行器位姿特点, 将其运动空间分为可达运动空间、灵活运动空间和可控灵活运动空间。李剑锋等^[7]通过分析机构位置空间内的运动灵活度, 给出了表征尺度参数改变与机构运动性能变化关系的图形描述。然而相对于位置空间, 姿态运动空间的求解和描述比较困难, 较早的有 MERLET 等^[8]进行了姿态空间的相关分析。BONVE 等^[9]基于修正后的 Euler 角描述了 6 自由度并联机构姿态运动空间。CAO 等^[10]基于四元数分析了 Stewart-Gough 并联机构的姿态运动空间。POND 等^[11]基于 Jacobian 矩阵条件数分析了 3 自由度并联机构的姿态运动空间。JIANG 等^[12]研究了 Gough-Stewart 平台的最大非奇异姿态空间。关于姿态空间的优化, 学者们提出了包括结构优化、灵巧度优化和体积优化等多种方法。HUANG 等^[13]提出利用局部灵巧度和运动空间半径比率衡量 Hexapods 并联机构的运动空间特性。HWANG 等^[14]和 YOON 等^[15]运用遗传算法分析了并联机构的位姿空间最大值及其空间性能, 获得了输出大姿态空间的支链优化参数。POND 等^[16]通过分析 Jacobian 矩阵的奇异值和条件数指标, 优化了并联机构的结构参数。ZHANG 等^[17]运用直接搜索的优化算法得到了最优的结构参数, 从而使得机构获得更大的姿态工作空间。BAI 等^[18]通过优化并联机构运动链的目标函数, 获得了所需的灵活运动空间。另外, 在对运动空间优化分析时, 根据优化指标分析得到的结果也各有不同, 所以如何针对不同机构类型选择恰当的表达参数及优化指标是研究的一项重点。

本文针对 3SPS+1PS 髌关节并联仿生试验系统, 对其进行运动学正、逆解建模, 在构建机构量纲统一速度 Jacobian 矩阵的基础上, 分析其条件数平均值随不同的运动空间及结构参数取值之间的变化关系, 得出各结构参数优化值, 进而构造出合理的机构运动空间。

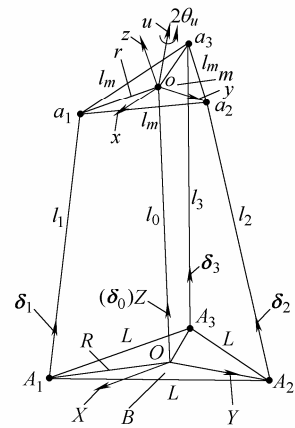
1 坐标系建立

3SPS+1PS 髌关节并联仿生试验系统样机如图 1a 所示, 其并联机构拓扑图如图 1b 所示, 由 3 个 SPS 驱动支链 $l_i(i=1, 2, 3)$ 、1 个 PS 驱动支链 l_0 、动平台 m 及定平台 B 构成。动平台 3 个球副中心点 $a_i(i=1, 2, 3)$ 构成正三角形 $\triangle a_1a_2a_3$, 其边长为 l_m , $\triangle a_1a_2a_3$ 中心为 o , 点 $a_i(i=1, 2, 3)$ 到中心 o 的距离

为动平台半径 r 。定平台 3 个球副中心点 $A_i(i=1, 2, 3)$ 也构成正三角形 $\triangle A_1A_2A_3$, 其边长为 L , $\triangle A_1A_2A_3$ 中心为 O , 点 $A_i(i=1, 2, 3)$ 到中心 O 的距离为定平台半径 R 。建立定平台坐标系 $OXYZ$, 设其坐标原点 O 位于 $\triangle A_1A_2A_3$ 中心, Y 轴指向 A_2 点, X 轴平行于定平台的边 A_1A_3 , 指向与矢量 A_1A_3 相反。 Z 轴由右手螺旋法则进行确定。建立动平台坐标系 $oxyz$, 设其坐标原点 o 位于 $\triangle a_1a_2a_3$ 中心, 初始位姿时动坐标系 $oxyz$ 与定坐标系 $OXYZ$ 平行。3 个边缘驱动支链与定、动平台通过球副 S 连接, 连接定、动平台中心的驱动支链 l_0 上端由球副 S 连接于点 o , 下端垂直固定于点 O , 且 4 个驱动支链均含有一个原动件直线移动副 $P_i(i=0, 1, 2, 3)$ 。



(a) 髌关节并联仿生试验系统样机



(b) 3SPS+1PS 并联机构拓扑结构图

图 1 3SPS+1PS 髌关节并联仿生试验系统及其拓扑结构图

2 运动学及运动空间分析

2.1 运动学分析

试验系统中的 SPS 支链含有 6 自由度, 对动平台不提供任何约束, 而仅有 PS 支链对动平台提供沿 X 轴与 Y 轴方向的平动约束。故动平台共有 4 个空间自由度, 分别为围绕过点 $(0, 0, Z_0)$ 且绕 X 、 Y 、 Z 轴线的转动和沿 Z 轴的平动。当以 4 个 P_i 副作为

驱动件时, 机构中的 3 个转动自由度即可模拟人体髋关节的实际运动。与其他姿态描述参数相比, 单位四元数^[19]具有参数个数较少和约束方程简单的特点, 采用单位四元数来描述刚体的运动, 可以得到线性化程度较高的运动学方程。

四元数是由一个标量和一个矢量构成的超复数。采用 Rodrigues-Hamilton 参数 q_0 和 $q_i (i=1, 2, 3)$ 确定刚体的姿态, 四元数 \mathbf{Q} 的解析式为

$$\mathbf{Q} = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} \quad (1)$$

式中, 4 个实元满足归一化条件:
 $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ 。

在此, 定义从定平台 B 坐标系 $OXYZ$ 到动平台 m 坐标系 $oxyz$ 的单位四元数为 $\mathbf{Q}(q_0, q_1, q_2, q_3)$ 。四元数表示的旋转, 是动坐标系 $oxyz$ 绕轴 u 的旋转一次后便与坐标系 $OXYZ$ 重合, 如图 1b 所示, 将动平台坐标系 $oxyz$ 从与定平台坐标系 $OXYZ$ 重合的位姿绕过原点的旋转轴 $u(\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3)^T$ 转过 $2\theta_u$ 角后到达实际位姿。动平台 m 相对于定平台的姿态可用角 θ_u 和角 $\alpha_i (i=1, 2, 3)$ 完全地确定, 也就是用四元数 $\mathbf{Q} = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k}$ 完全确定, 其中 $q_0 = \cos \theta_u$, $q_i = \sin \theta_u \cdot \cos \alpha_i (i=1, 2, 3)$ 。将绕轴 u 的一次旋转分解成绕定平台坐标系 $Z-Y-X$ 轴转过的欧拉角 (ψ, θ, φ) 的三次分旋转, 可得 $\mathbf{Q}(q_0, q_1, q_2, q_3)$ 与 (ψ, θ, φ) 的对应关系式见式(2)和式(3)

$$\begin{cases} q_0 = \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ q_1 = \sin(\varphi/2) \cos(\theta/2) \cos \psi - \cos(\varphi/2) \sin(\theta/2) \sin \psi \\ q_2 = \cos(\varphi/2) \sin(\theta/2) \cos \psi + \sin(\varphi/2) \cos(\theta/2) \sin \psi \\ q_3 = \cos(\varphi/2) \cos(\theta/2) \sin \psi - \sin(\varphi/2) \sin(\theta/2) \cos \psi \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sin \theta = -2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ \tan \varphi = 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) / [2(q_0 q_0 + q_3 q_3) - 1] \\ \tan \psi = 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) / [2(q_0 q_0 + q_1 q_1) - 1] \end{cases} \quad (3)$$

则定、动平台坐标转换矩阵

$$\mathbf{R}_m^B = \begin{pmatrix} 2q_0 q_0 + 2q_1 q_1 - 1 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2q_0 q_0 + 2q_2 q_2 - 1 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_0 q_1 + q_2 q_3) & 2q_0 q_0 + 2q_3 q_3 - 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

2.1.1 位姿逆解

用 \mathbf{A}_i^B 、 \mathbf{a}_i^B 分别表示定、动平台上球副铰点在定坐标系 $OXYZ$ 中的坐标; \mathbf{a}_i^m 表示动平台上球副铰点在动坐标系 $oxyz$ 中的坐标; 动坐标系原点 o 在定

坐标系中的坐标为 \mathbf{o}^B , \mathbf{A}_i^B 、 \mathbf{a}_i^m 、 \mathbf{a}_i^B 和 \mathbf{o}^B 可分别表示为

$$\mathbf{A}_i^B = \begin{pmatrix} X_{Ai} \\ Y_{Ai} \\ Z_{Ai} \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_i^m = \begin{pmatrix} x_{ai} \\ y_{ai} \\ z_{ai} \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_i^B = \begin{pmatrix} X_{ai} \\ Y_{ai} \\ Z_{ai} \end{pmatrix} \quad \mathbf{o}^B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_o \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_i^B = \mathbf{R}_m^B \mathbf{a}_i^m + \mathbf{o}^B \quad (6)$$

3 个 SPS 支链长度 $l_i (i=1, 2, 3)$ 可表示为

$$l_i^2 = \|\mathbf{a}_i^B - \mathbf{A}_i^B\|^2 = (X_{Ai} - X_{ai})^2 + (Y_{Ai} - Y_{ai})^2 + (Z_{Ai} - Z_{ai})^2 \quad (7)$$

各支链 l_i 单位矢量记为 δ_i , 用 \mathbf{r}_i 表示直线 r_i 的单位矢量, 可得

$$\delta_i = \frac{l_i}{l_i} = \frac{1}{l_i} \begin{pmatrix} X_{Ai} - X_{Bi} \\ Y_{Ai} - Y_{Bi} \\ Z_{Ai} - Z_{Bi} \end{pmatrix} \quad \mathbf{r}_i = \mathbf{a}_i^B - \mathbf{o}^B = \begin{pmatrix} X_{ai} \\ Y_{ai} \\ Z_{ai} - Z_o \end{pmatrix} \quad (8)$$

根据以上位姿逆解方程, 当位姿参数 $(0, 0, Z_o)$ 、 $\mathbf{Q}(q_0, q_1, q_2, q_3)$ 给定时, 可求得 l_i 、 δ_i 和 $\mathbf{r}_i (i=1, 2, 3)$ 。

2.1.2 位姿正解

由式(7)可得

$$\begin{aligned} l_o &= -2r(q_2 q_3 + q_0 q_1) \pm \\ &\sqrt{4r^2(q_2 q_3 + q_0 q_1)^2 + 2Rr(2q_0 q_0 + 2q_2 q_2 - 1) - R^2 - r^2 + l_2^2} \\ l_1^2 - l_3^2 &= Rr(2q_2 q_2 + 2q_0 q_0 - 1 + 2\sqrt{3}q_1 q_2 - 2\sqrt{3}q_0 q_3) + \\ &4\sqrt{3}r(q_1 q_3 - q_0 q_2) + l_o \\ \frac{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2}{3} &= l_o^2 + R^2 + r^2 + \\ &Rr[5 - 10q_0 q_0 - 6q_1 q_1 - 4q_2 q_2 - 2\sqrt{3}(q_0 q_3 + q_1 q_2)] \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)中方程联立求解, 可得位姿正解方程

$$\begin{aligned} l_1^2 - l_3^2 &= Rr(2q_2 q_2 + 2q_0 q_0 - 1 + 2\sqrt{3}q_1 q_2 - 2\sqrt{3}q_0 q_3) + \\ &4\sqrt{3}r(q_1 q_3 - q_0 q_2) - [2r(q_0 q_1 + q_2 q_3) \pm \\ &\sqrt{4r^2(q_0 q_1 + q_2 q_3)^2 - R^2 - r^2 + l_2^2 + 2Rr(2q_0 q_0 + 2q_2 q_2 - 1)}]^2 \\ l_o &= -2r(q_2 q_3 + q_0 q_1) \pm \\ &\sqrt{4r^2(q_2 q_3 + q_0 q_1)^2 + 2Rr(2q_0 q_0 + 2q_2 q_2 - 1) - R^2 - r^2 + l_2^2} \\ \frac{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2}{3} &= [-2r(q_0 q_1 + q_2 q_3) \pm \\ &\sqrt{4r^2(q_0 q_1 + q_2 q_3)^2 - R^2 - r^2 + l_2^2 + 2Rr(2q_0 q_0 + 2q_2 q_2 - 1)}]^2 + \\ &R^2 + r^2 + Rr[5 - 10q_0 q_0 - 6q_1 q_1 - 4q_2 q_2 - 2\sqrt{3}(q_0 q_3 + q_1 q_2)] \end{aligned} \quad (10)$$

给定 4 个支链长度 l_o 、 l_i ($i=1, 2, 3$) 时, 可由式 (10) 求得动平台位姿参数 $Q(q_0, q_1, q_2, q_3)$ 。

2.2 运动空间分析

为保证 3SPS+1PS 髋关节并联仿生试验系统能较好模拟髋关节的各种运动形式, 需研究其运动空间内的运动特性, 确保输出空间能够完全覆盖人体髋关节的实际运动范围。在求解机构运动空间之前, 须确定机构结构尺寸的约束条件及其取值范围, 主要包括如下。

(1) 支链长度限制。驱动支链长度应在其最大、最小杆长范围内。用 $l_{i\max}$ 和 $l_{i\min}$ 分别表示第 i ($i=0, 1, 2, 3$) 个支链的最大、最小杆长, 驱动支链长度需满足条件 $l_{i\min} \leq l_i \leq l_{i\max}$ 。

(2) 球副许用转角限制。在并联机构中, 球副的最大转角由其具体结构确定, 球副运动转角应小于其许用转角。取 l_{ni} 为定、动平台坐标系相互平行时第 i 个支链的矢量, 且 $l_{ni} = 0.5(l_{i\max} + l_{i\min})$ 。动平台上球副转角 θ_{ism} 及定平台上球副转角 θ_{isB} 分别表示为

$$\theta_{ism} = \arccos \frac{l_i(R_m^B l_{ni})}{|l_i||l_{ni}|} \quad \theta_{isB} = \arccos \frac{l_i l_{ni}}{|l_i||l_{ni}|}$$

(3) 各支链之间干涉限制。为确保 2 驱动支链之间不发生干涉, 则各支链的最大径向直径应小于相邻 2 支链之间的最短距离。设驱动支链的最大径向直径为 D , 相邻 2 支链之间距离为 $d(A_i a_i, A_j a_j)$, ($i=1, 2, 3, j=i+1$), 则避免各支链发生干涉的条件为 $d(A_i a_i, A_j a_j) > D$ 。

满足上述约束条件并不能保证求得最优运动空间, 为使求解的运动空间最优化, 可采用坐标搜索形式数值求解位姿运动空间。首先, 设定试验系统各运动部件结构参数的取值范围以及动平台位姿矢量, 再设定搜索空间离散点的间距, 从而求得所有满足要求的机构位姿离散点, 即可形成动平台位姿空间。

3 机构运动空间优化

3.1 运动空间优化步骤

为使 3SPS+1PS 髋关节并联仿生试验系统拥有更好的运动学性能, 对其运动空间进行优化是非常重要的。并联机构的运动 Jacobian 矩阵是描述其输入运动与输出运动之间映射关系矩阵, 运动空间性能评价指标通常采用 Jacobian 矩阵条件数, 然而对

于含有混合自由度的机构, 根据其运动学模型建立的 Jacobian 矩阵中各元素具有非统一的物理量纲, 可能会导致其逆矩阵精度降低, 从而导致并联机构的输入运动与输出运动之间映射关系失真。故须将矩阵中各元素进行单位统一或量纲统一。因此, 运动空间性能优化采用如图 2 所示步骤进行分析。

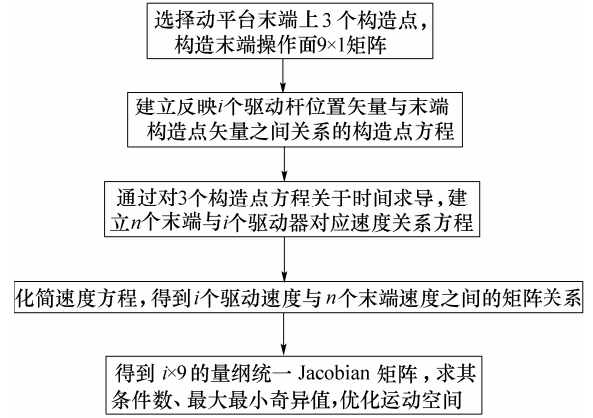


图2 机构运动空间性能优化设计步骤

3.2 量纲统一 Jacobian 矩阵求解

根据机构末端操作面构造点选择的原则^[17], 结合 3SPS+1PS 髋关节并联仿生试验系统拓扑结构, 选取其动平台 3 个球副中心点 a_1 、 a_2 、 a_3 作为末端操作面构造点, 在动平台中心点 o 处也有一球副, 而 B_i 点为末端操作面的运动副连接点之一, 此 5 点 (a_1, a_2, a_3, o, B_i) 均位于机构动平台操作面上, 由封闭矢量关系, 可得构造点方程为

$$OB_i = k_{i1}OA_1 + k_{i2}OA_2 + k_{i3}OA_3 \quad (11)$$

式中, k_{i1} 、 k_{i2} 、 k_{i3} ($i=1, 2, 3$) 均为量纲一常数, 且满足 $k_{i3} = 1 - k_{i1} - k_{i2}$ 。从式(11)可看出, 当 $B_1 = a_1$ 时, $i=1$ 且 $k_{11} = 1$; 同理可得到, 当 $B_2 = a_2$ 时, $i=2$ 且 $k_{22} = 1$; 当 $B_3 = a_3$ 时, $i=3$ 且 $k_{33} = 1$; 当 $B_1 = o$ 时, $i=4$ 且 $k_{41} = k_{42} = k_{43} = 1/3$ 。

由于构造点位于动平台边缘球副中心点处, 结合矢量环 $OA_i a_i$ 空间关系, 可得

$$A_i a_i + OA_i = k_{i1}OA_1 + k_{i2}OA_2 + k_{i3}OA_3 \quad (12)$$

对式(12)关于时间求导, 可得

$$l_i \omega_{a_i} \times \delta_i + V_{r_i} \delta_i = k_{i1} V_{Oa_1} e_{Oa_1} + k_{i2} V_{Oa_2} e_{Oa_2} + k_{i3} V_{Oa_3} e_{Oa_3} \quad (13)$$

式中, δ_i 、 e_{Oa_i} ($i=1, 2, 3$) 分别表示 $A_i a_i$ 、 OA_i 上的单位矢量, 记 δ_o 为 OO 的单位矢量。当 $i=1, 2, 3$ 时, 式(13)两端同时点乘 δ_i , 当 $i=4$ 时, $l_i = l_o$, 则式(13)两端同时点乘 δ_o 。关于 4 个运动副连接点 a_1 、 a_2 、 a_3 、 o 展开, 可得

$$\mathbf{E}_{4 \times 4} \begin{pmatrix} V_{l_1} \\ V_{l_2} \\ V_{l_3} \\ V_{l_0} \end{pmatrix} = \mathbf{J} \begin{pmatrix} V_{Oa_1} \mathbf{e}_{Oa_1} \\ V_{Oa_2} \mathbf{e}_{Oa_2} \\ V_{Oa_3} \mathbf{e}_{Oa_3} \end{pmatrix}_{9 \times 1} \quad (14)$$

式中, $\mathbf{E}_{4 \times 4}$ 是一单位矩阵。

机构量纲一 Jacobian 矩阵则为

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} k_{11}\delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22}\delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33}\delta_3 \\ k_{41}\delta_{Oo} & k_{42}\delta_{Oo} & k_{43}\delta_{Oo} \end{pmatrix}_{4 \times 9} \quad (15)$$

3.3 运动空间优化数值仿真

并联仿生试验系统初始结构参数设置如表 1。

表 1 3SPS+1PS 髋关节并联仿生试验系统初始结构参数

尺寸参数	数值
定平台安装半径/mm	200
动平台安装半径/mm	144
动平台中心高度/mm	680
SPS 支链初始长度/mm	390
SPS 支链伸缩量/mm	250
球副许用转角/(°)	30

3.3.1 结构参数优化

为求得灵活运动空间所需要的结构参数, 图 3 给出了在整个运动空间内 Jacobian 矩阵条件数的平均值分别随定、动平台外圆半径比值 R/r 、动平台中心位置高度 Z_o 、SPS 驱动支链伸缩长度 $l_{\max} \sim l_{\min}$ 、球副许用转角 θ_{\max} 的变化情况, 当对应参数变化时, 其他结构参数如表 1 所示不变。

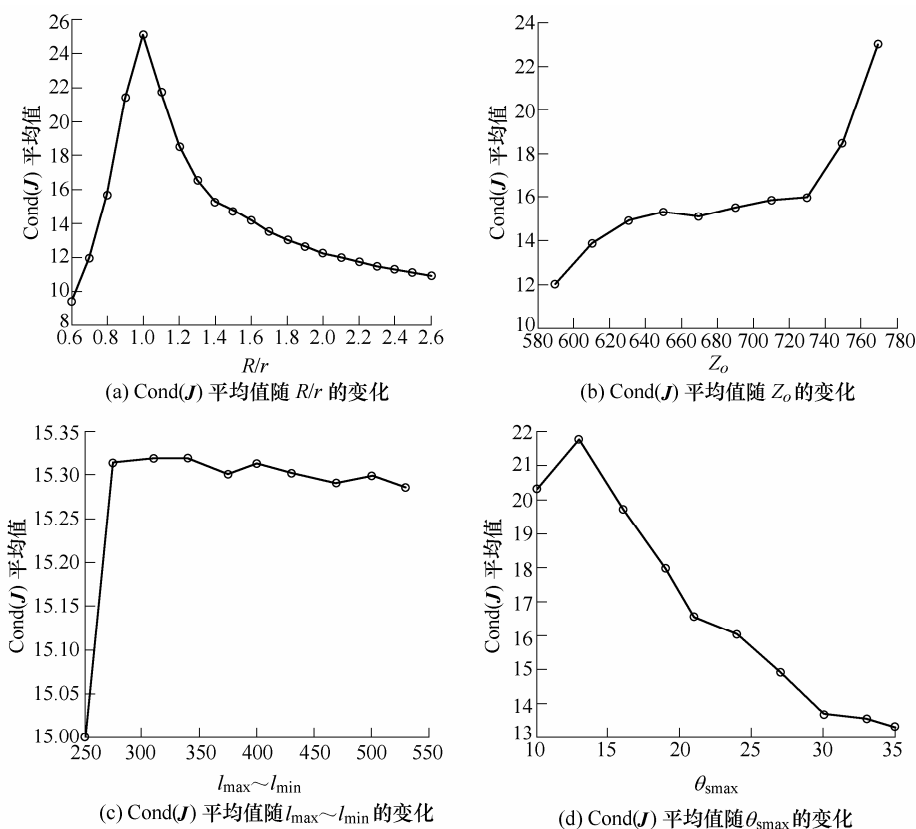


图 3 Jacobian 矩阵条件数在整个运动空间内条件数平均值随各结构参数变化图

从图 3a 可看出, 条件数平均值取值范围为 9.424~25.112, 当 $R/r < 1$ 时, 其值随着 R/r 增加而急剧增加, 当 $R/r > 1$ 时, 其值逐渐减小并趋于稳定。从图 3b 可看出, 条件数平均值取值范围为 11.989~23.00, 其值随着 Z_o 增加而增加, 另外, 当 $Z_o < 740$ mm 时增加缓慢, $Z_o > 740$ mm 时增加迅速。从图 3c 可看出, 条件数平均值随着 SPS 支链伸缩长度增加是发生变化的, 其变化范围为 15.00~15.32, 但变化不明显。从图 3d 可看出, 条件数平均值取值范围为 13.313~21.780, 当 $\theta_{\max} < 13^\circ$ 时, 其值随之增加而

增加, 当 $\theta_{\max} > 13^\circ$ 时, 随之增加而明显减小。

由上可知, $\text{Cond}(\mathbf{J})$ 在整个运动空间内的平均值受 R/r 取值影响最大, 其次是 θ_{\max} , 再次是 Z_o , 其值几乎不受 $l_{\max} \sim l_{\min}$ 影响。故结构参数取为 $R/r > 1.2$ 、 $Z_o = 600 \sim 740$ mm、 $l_i \in (580, 780)$ mm、 $\theta_{\max} > 20^\circ$ 时, 可得到较灵活的运动空间。

基于图 3 中 Jacobian 矩阵条件数在整个运动空间内的平均值随各结构参数的变化情况, 通过数值仿真就可得到在 $l_{\min} \sim l_{\max} = 580 \sim 780$ mm、 $Z_o = 680$ mm、 $\theta_{\max} = 25^\circ$ 、 $r = 144$ mm、 $R = 200$ mm 及 $\text{Cond}(\mathbf{J})$

≤ 20 时的各极限位形对应的姿态角及支链长度如表 2 所示。

表 2 6 个极限位姿所对应的各支链长度仿真值

极限位姿	$\varphi/(^{\circ})$	$\theta/(^{\circ})$	$\psi/(^{\circ})$
φ_{\max}	23.898 3	0	1.519 0
φ_{\min}	-23.314 0	1.882 1	4.557 0
θ_{\max}	-0.962 3	23.878 9	-1.519 0
θ_{\min}	-0.962 3	-23.878 9	-1.519 0
ψ_{\max}	0	0	98.734 2
ψ_{\min}	-9.661 0	16.733 4	19.746 8
极限位姿	l_1/mm	l_2/mm	l_3/mm
φ_{\max}	653.588 7	741.505 5	653.502 0
φ_{\min}	707.056 2	626.897 1	715.118 0
θ_{\max}	633.939 4	680.123 0	734.604 0
θ_{\min}	734.604 0	680.123 0	633.939 4
ψ_{\max}	729.302 8	729.302 8	729.302 8
ψ_{\min}	682.895 2	685.347 0	689.492 1

3.3.2 运动空间优化

基于优化后的结构参数所输出的运动空间, 利用运动空间优化算法, 数值解出 Jacobian 矩阵条件数在整个运动空间内的最小值为 5.547 2, 最大值为 27.939 9, 可知并不是可达空间的每个区域均有较好的条件数。也即可达姿态空间内有些区域较灵活, 有些区域欠灵活。因此有必要详细地分析 Jacobian 矩阵条件数在运动空间内的变化情况, 分析出运动性能优异的运动空间区域。

Jacobian 矩阵条件数在整个运动空间内的取值变化趋势如图 4 所示。从中可看出, 在机构处于初始位姿时即定、动平台相互平行且 4 条支链交于一点时的邻域内, Jacobian 矩阵条件数较大, 当围绕 Z 轴转角变大时, 条件数逐渐变小, 而条件数大小几乎不受绕 X、Y 轴转角变化的影响。

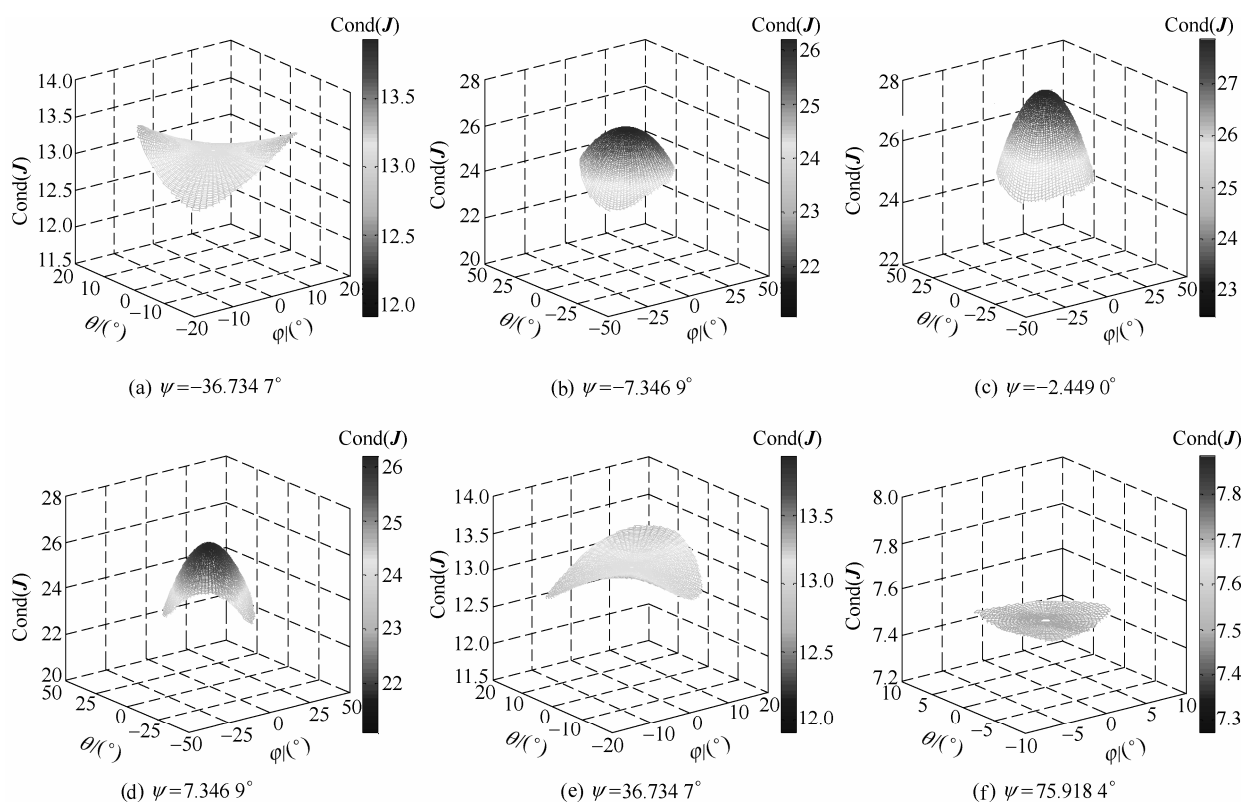


图 4 Jacobian 矩阵条件数在运动空间内不同区域的取值变化情况

从图 4a 和图 4e 可看出, Jacobian 矩阵条件数在 $\psi = \pm 36.734 7^{\circ}$ 时, 其变化曲面在 φ 、 θ 取值小的中间区域凹进, 在 φ 、 θ 取值大的边缘区域凸出; 而从图 4b~4d 可看出, 条件数变化情况为一个凸曲面, 并在 φ 、 θ 取值小的中间区域凸出。此变化是由于图 4a 和 4e 所示区域较接近运动空间边缘区域, 也即接近于一种奇异区域, 故边缘区域条件数比中心区域大; 图 4b~4d 所示的部分姿态区域较靠近运动空间中心区域, 而此区域内在 φ 、 θ 取值较小时,

接近于初始位姿区域, 其条件数值显然比边缘区域大。另外由图 4 可看出, 绕 Z 轴转角 $\psi = \pm 36.734 7^{\circ}$ 时, Jacobian 矩阵条件数在该处运动空间区域内的形状呈现 120° 对称的曲面三角形, 这与机构的特点相一致, 也间接地说明了 Jacobian 矩阵求解的正确性。因此, 在设计机构运动轨迹时, 工作区域应远离条件数较大的初始位姿区域及运动空间边缘区域。

4 结论

(1) 通过分析整个运动空间内 Jacobian 矩阵条件数平均值随结构参数变化情况, 得出条件数平均值受 R/r 取值影响最大, 其次是 θ_{\max} , 再次是 Z_o , 几乎不受杆长伸缩范围的影响, 进而求得灵活运动空间所对应的结构参数。

(2) 基于优化后的结构参数所输出的运动空间, 通过分析 Jacobian 矩阵条件数在整个运动空间内的取值变化趋势, 得到 3SPS+1PS 髌关节并联仿生试验系统处于初始位姿区域及整个运动空间的边缘区域时, Jacobian 矩阵条件数较大。故在规划试验系统输出运动时, 动平台工作区域应该远离条件数值大的初始位姿区域和整个运动空间的边缘区域。最终得到结构参数优化后且 Jacobian 矩阵条件数良好的灵活位姿运动空间, 在该运动空间内 3SPS+1PS 髌关节并联仿生试验系统运动稳定而灵活。

参 考 文 献

- [1] AFFATATO S, SPINELLI M. Tribology and total hip joint replacement: Current concepts in mechanical simulation [J]. Medical Engineering & Physics, 2008, 30(10): 1305-1317.
- [2] British Standards Institution. ISO 14242-1 implants for surgery-wear total hip-joint prostheses- Part 1, loading and displacement parameters for wear testing machine and corresponding environmental conditions for test [S]. London: British Standards Institution, 2002.
- [3] SAIKKO V A. 12-station anatomic hip joint simulator [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2005, 219(6): 437-448.
- [4] AFFATATO S, LEARDINI W, JEDENMALM A, et al. Larger diameter bearings reduce wear in metal-on-metal hip implants [J]. Clinical Orthopaedics & Related Research, 2007, 456(2): 153-158.
- [5] 路懿, 胡波. 少自由度并联机构研究进展[J]. 燕山大学学报, 2011, 35(5): 377-384.
LU Yi, HU Bo. Development evaluation of limited-DOF parallel manipulators [J]. Journal of Yanshan University, 2011, 35(5): 377-384.
- [6] KUMAR A, WALDRON K J. The workspace of a mechanical mechanism [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1981, 103: 665-672.
- [7] 李剑锋, 费仁元, 范金红, 等. 具有大位置空间的 3 自由度并联机构运动性能分析[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8): 53-59.
LI Jianfeng, FEI Renyuan, FAN Jinhong, et al. Kinematic performance analysis of 3-DOF parallel mechanism with large positional workspace [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 53-59.
- [8] MERLET J P. Les robots paralleles [M]. Paris: Hermes, 1997.
- [9] BONEV A, RYU J. A new approach to orientation workspace analysis of 6-DOF parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(1): 15-28.
- [10] CAO Y, ZHANG Q J, ZHOU H, et al. Orientation-workspace analysis of the Stewart-Gough manipulator [J]. Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems Series B-Applications & Algorithms, 2006, 13(E): 646-652.
- [11] POND G, CARRETERO J A. Quantitative dexterous workspace comparison of parallel manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(10): 1388-1400.
- [12] JIANG Q M, GOSSELIN C M. Determination of the maximal singularity-free orientation workspace for the Gough-Stewart platform [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(6): 128-1293.
- [13] HUANG T, WANG J S, GOSSELIN C M. Kinematic synthesis of Hexapods with specified orientation capability and well-conditioned dexterity [J]. Journal of Manufacturing Processes, 2000, 2(1): 36-47.
- [14] HWANG Y K, YOON J W, RYU J H. The optimum design of a 6-DOF parallel manipulator with large orientation workspace [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Rome, Italia. 2007: 163-168.
- [15] YOON J W, RYU J, HWANG Y K. Optimum design of 6-DOF parallel manipulator with translational/rotational workspaces for haptic device application [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2010, 24(5): 1151-1162.
- [16] POND G, CARRETERO J A. Architecture optimization of the three 3-PRS variants for parallel kinematic machining [J]. Robotics and Computer-Integrated

Manufacturing, 2009, 25(1): 64-72.

- [17] 张耀军, 张玉茹, 戴晓伟. 基于工作空间最大化的平面柔索驱动并联机构优化设计[J]. 机械工程学报, 2011, 47(13): 29-34.

ZHANG Yaojun, ZHANG Yuru, DAI Xiaowei. Optimal design for planar cable-driven parallel mechanism with respect to maximizing workspace [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(13): 29-34.

- [18] BAI S P. Optimum design of spherical parallel manipulators for a prescribed workspace [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(2): 200-211.

- [19] KUIPERS J B. Quaternions and rotation sequences: a primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality [M]. Princeton: Princeton University Press, 1999.

作者简介: 程刚(通信作者), 男, 1977 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为机器人机构学、可靠性理论及应用。

E-mail: chg@cumt.edu.cn

于敬利, 女, 1985 年出生。主要研究方向为并联机构运动学分析。

E-mail: july925@cumt.edu.cn

袁欣, 女, 1988 年出生。主要研究方向为并联机构运动稳定性分析。

E-mail: xinyuan89@cumt.edu.cn

庞宇松, 男, 1970 年出生, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械结构可靠性分析及应用。

E-mail: y.pang@tudelft.nl

徐鹏, 男, 1988 年出生。主要研究方向为并联机构动态特性分析。

E-mail: xupeng.919@cumt.edu.cn