

DOI: 10.3901/JME.2013.17.137

# 改进的小波相邻系数降噪方法及其在机械故障诊断中的应用\*

杨绍普<sup>1</sup> 赵志宏<sup>2</sup>

(1. 石家庄铁道大学机械工程学院 石家庄 050043;  
2. 石家庄铁道大学信息科学与技术学院 石家庄 050043)

**摘要:** 为了提取被强噪声淹没的表征机械故障的微弱冲击特征信号, 提出一种改进的小波相邻系数降噪方法。改变传统小波相邻系数的收缩因子计算方法以便更好地提取冲击信号特征。进行不同信噪比的轴承仿真信号降噪试验, 试验结果表明, 改进的小波相邻系数降噪方法与传统的小波相邻系数降噪方法相比, 可以更好地提取强噪声背景下的冲击信号特征。将改进的小波相邻系数降噪方法用于实测轴承早期故障特征提取中, 试验表明提出的降噪方法要优于传统的小波相邻系数降噪方法, 可以更有效地提取轴承早期故障的特征频率。

**关键词:** 降噪 小波变换 相邻系数 故障诊断

**中图分类号:** TH17

## Improved Wavelet Denoising Using Neighboring Coefficients and Its Application to Machinery Fault Diagnosis

YANG Shaopu<sup>1</sup> ZHAO Zhihong<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043;  
2. School of Computing and Informatics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043)

**Abstract:** In order to extract weak impulse signal in heavy noise, an improved method based on wavelet denoising using neighboring coefficients is proposed. The scaling factor of wavelet neighboring coefficients is computed with a different method to better extract the impulsive feature. The denoising experiments of simulated signals of bearing with different signal-noise-ratios indicate that the method can extract the impulse feature in heavy noise. The experimental results of early rolling bearing fault feature extraction show that this method is better than the traditional neighboring coefficients denoising method. The proposed method can effectively extract the early fault feature of roller bearing and can extract the fault frequency of the bearing.

**Key words:** Denoise Wavelet transform Neighboring coefficients Fault diagnosis

## 0 前言

实际获得的机械设备振动信号中不可避免会存在一些噪声, 故障特征常常被噪声严重污染, 研究有效的信号降噪方法具有十分重要的意义。小波变换具有很好地分析非平稳信号的能力, 因此基于小波变换的降噪方法在机械故障诊断中得到广泛应

用, 其中, 使用较多的是小波阈值降噪方法。

小波阈值降噪方法的思想是将绝对值小于阈值的小波系数去除, 将绝对值大于阈值的小波系数予以保留或收缩, 从而达到降低信号中的噪声。阈值降噪中的一个重要问题是阈值的选择。这方面有大量的文献, DONOHO 等<sup>[1]</sup>提出统一阈值的方法, 利用信号长度和噪声的标准偏差来得到阈值。DONOHO 等<sup>[2]</sup>还提出一种 Stein 无偏估计(Stein's unbiased risk estimator, SURE) 的阈值降噪方法, 阈值的选择具有自适应性, 利用最小化 SURE 估计阈值, 与统一阈值相比, SURE 阈值能够较好地保留

\* 国家重点基础研究发展计划(973 计划, 2012CB723301)、国家自然科学基金(11227201, 11172182)和铁道部科技研究开发计划(2011J013)资助项目。20130307 收到初稿, 20130625 收到修改稿

信号中的不连续部分。NASON<sup>[3]</sup>提出利用 Cross Validation 准则的阈值选取方法,这种方法能得到一个较优的阈值,而且不需要知道噪声的方差,但是计算量较大。曲巍巍等<sup>[4]</sup>提出一种基于高斯混合模型噪声方差估计的小波阈值确定方法。

CAI 等<sup>[5]</sup>提出基于小波相邻系数(Neighboring coefficients, NeighCoeff)的降噪方法,将当前系数所在的邻域内的系数一块进行考虑,这是基于小波相邻系数之间具有一定的相关性,文中的试验结果表明,基于相邻系数的降噪方法能够获得比一般阈值方法更好地降噪效果。LIU 等<sup>[6]</sup>指出 NeighCoeff 降噪方法只考虑了同一层小波分解系数之间的相关性,没有考虑不同分解层次之间系数的相关性,因此,提出新的基于小波系数相关性的降噪方法。袁静等<sup>[7]</sup>将 NeighCoeff 降噪方法引入到平移不变多小波中,齿轮箱试验台和滚动轴承的试验结果表明该方法可以有效地提取齿轮早期裂纹的微弱故障特征信息,并成功提取轴承外圈故障特征频率。WANG 等<sup>[8]</sup>提出一种改进的基于多小波相邻系数(Neighboring coefficients dependent on level, DLNeighCoeff)的降噪方法,相邻系数个数不再取相同的大小而是根据多小波的分解层次取不同的大小。

本文将小波相邻系数降噪方法的阈值计算方法进行改进,使之可以更好地提取强噪声环境中的冲击特征信号,并将该降噪方法用于仿真信号与实测机械故障振动信号中,试验结果表明,文中提出的方法可以更好地提取冲击信号特征。

## 1 小波阈值降噪方法

假定具有加性噪声的一个有限长信号形如

$$y = x + n \quad (1)$$

式中,  $y$  作为一个有限长信号  $x$  的信号观测;  $x$  为不含噪声的原始信号;  $n$  为噪声,通常假设  $n$  为具有零均值和标准差  $\sigma$  的高斯白噪声。降噪的目的是由含噪声的观测信号  $y$  复原信号  $x$ 。

DONOHU 等提出的降噪方法如下。

(1) 计算离散小波变换  $Y=Wy$ 。

(2) 根据硬阈值化

$$T_h(Y) = \begin{cases} Y & |Y| > T \\ 0 & |Y| < T \end{cases} \quad (2)$$

或软阈值化

$$T_s(Y) = \begin{cases} \text{sgn}(Y)(|Y| - T) & |Y| > T \\ 0 & |Y| < T \end{cases} \quad (3)$$

在小波变换域中实现阈值化得到  $\tilde{Y}$ 。其中,  $\text{sgn}(Y)$  表示  $Y$  的符号。

(3) 计算逆离散小波变换  $\tilde{y} = W^{-1}\tilde{Y}$ ,  $\tilde{y}$  即为降噪后的信号。

在上面的降噪方法中,硬阈值降噪将幅值小于阈值的小波系数去除,而将幅值大于阈值的系数原封不动地保留下来;软阈值降噪将幅值大于阈值的小波系数收缩后保留下来。

由于小波基函数具有紧支性,因此经过分解,信号的能量会集中在少数大的小波系数上,而噪声分解后的小波系数一般都非常小,这就是小波变换能够在降低噪声方面取得成功应用的主要原因。

## 2 小波相邻系数降噪方法

传统的小波阈值降噪方法是根据小波系数的不同统计规律来确定一个全局阈值,没有考虑相邻小波系数之间的相关性。当某个小波系数处包含特征信息,则与其相邻的小波系数处也包含一些特征信息。因此,小波相邻系数降噪方法将相邻的若干个小波系数(认为具有一定的相关性)作为一个整体来设定阈值,试验结果表明,与传统阈值处理方法相比在滤除噪声的同时可以更有效地保留信号的特征信息。

基于小波相邻系数降噪的主要步骤如下<sup>[5]</sup>。

(1) 对含噪声信号进行离散小波变换。

(2) 对于每一个尺度  $j$ , 将小波系数分组为长度为  $L$  的块  $B_i^j$ 。

(3) 对于每一个块  $B_i^j$ , 利用收缩规则估计其新的系数

$$\tilde{d}_{j,k} = \beta_i^j d_{j,k} \quad (4)$$

收缩因子  $\beta_i^j$  由块  $B_i^j$  内的小波系数确定

$$\beta_i^j = 1 - \frac{\lambda L \sigma^2}{S_{j,k}^2} \quad (5)$$

式中,  $\lambda$  为用来调整阈值的一个参数。  $S_{j,k}^2$  由式(6)确定

$$S_{j,k}^2 = \sum_{(j,k) \in B_i^j} d_{j,k}^2 \quad (6)$$

(4) 对处理后的小波系数进行小波逆变换得到降噪后的信号。整个过程的计算复杂度为  $O(n)$ 。

收缩因子  $\beta_i^j$  计算时考虑了块大小为  $L$  内的小

波系数,也就是相邻系数,这些相邻系数具有相关性,可以认为包含同样的特征信息。影响小波相邻系数降噪方法性能的一个因素是块大小  $L$  的取值,文献[4]中建议  $L$  取值为  $L=\ln n$ , 其中  $n$  为信号的长度。

### 3 改进的小波相邻系数降噪方法

NeighCoeff 方法的降噪效果与收缩因子  $\beta_i^j$  的取值有密切关系,而  $\beta_i^j$  与  $S_{j,k}^2$  有关。如果  $\beta_i^j$  的取值能很好地保留冲击信号特征,则可以更好地对含有冲击特征的信号降噪。信号的三阶矩比二阶矩可以更好地反映冲击信号特征,因此,考虑将  $S_{j,k}^2$  改为  $S_{j,k}^3$  用于冲击信号降噪,这样,冲击信号与噪声信号相比会得到更大的值,从而取得更好的降噪效果。

$\beta_i^j$  计算的改进方法如下

$$\beta_i^j = 1 - \frac{\lambda L \sigma^2}{S_{j,k}^3} \quad (7)$$

式中,  $\lambda$  为用来调整阈值的一个参数。 $S_{j,k}^3$  由式(8)确定

$$S_{j,k}^3 = \sum_{(j,k) \in B_i^j} d_{j,k}^3 \quad (8)$$

### 4 轴承仿真信号试验

当轴承出现故障时,信号中会出现以轴承特征频率为调制频率,轴承固有频率为载波频率的调幅信号,通常表现为周期性的脉冲衰减信号。轴承仿真信号采用文献[9]的方法,仿真信号的表达式为

$$x(k) = \exp(-\alpha t')(\sin 2\pi f_1 kT + 1.2 \sin 2\pi f_2 kT)$$

$$t' = \text{mod}\left(kT, \frac{1}{f_m}\right)$$

参数取值为  $\alpha=800$ ,  $f_m=100$  Hz,  $f_1=3\ 000$  Hz,  $f_2=8\ 000$  Hz, 取样间隔为  $T=1/25\ 000$  s。

轴承仿真信号的原始波形如图 1 所示,信号的长度为 4 096, 为了比较 NeighCoeff 方法与改进的 NeighCoeff 方法的降噪性能,加入不同污染程度的高斯白噪声,得到不同信噪比的含噪信号,进行降噪试验。利用 Symmlet 8 小波对含噪仿真信号进行 4 层小波分解。试验结果表明当含噪信号的信噪比高(即噪声小)的时候,两种降噪方法都可以很好地提取周期性冲击特征,而当信噪比低的时候,也就是噪声比较大的时候,改进的 NeighCoeff 方法降噪性能要优于 NeighCoeff 方法。

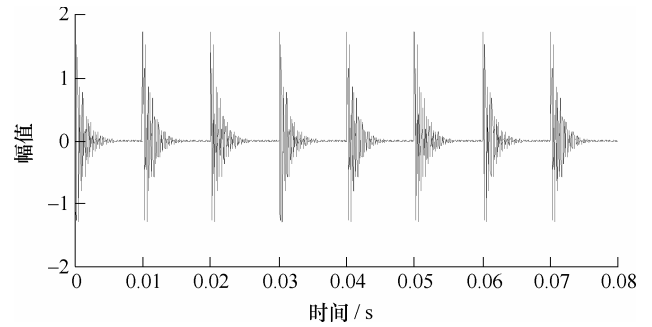


图 1 不含噪声的仿真信号

图 2 为信噪比为 -3 的含噪信号, 利用 NeighCoeff 方法对图 2 仿真信号的降噪效果如图 3a 所示, 从图 2 中可以看出, 只有少数几个冲击信号能够提取出来, 很多冲击信号被当作噪声过滤掉了, 不能判断是否存在周期性冲击信号。利用改进的 NeighCoeff 方法对图 2 仿真信号的降噪效果如图 3b 所示, 从图 3b 中可以清楚地看到存在周期性冲击信号。

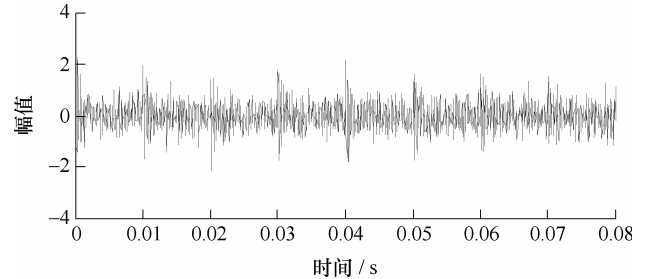
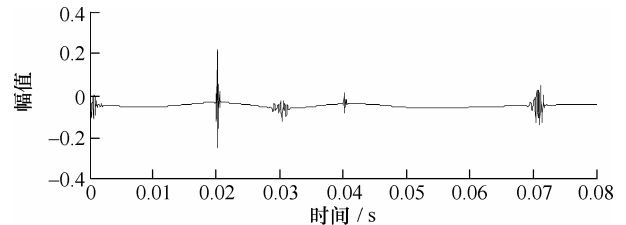
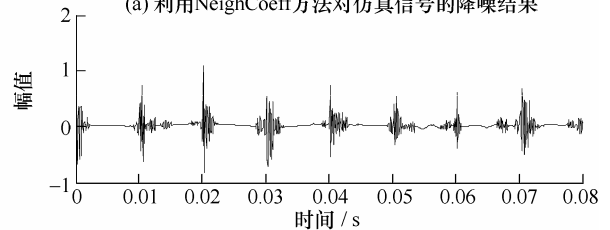


图 2 信噪比为-3 的含噪信号



(a) 利用NeighCoeff方法对仿真信号的降噪结果



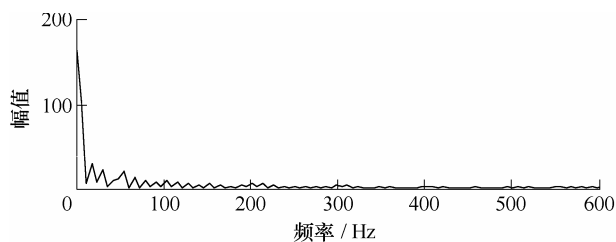
(b) 利用改进NeighCoeff方法对仿真信号的降噪结果

图 3 两种方法降噪后时域信号对比

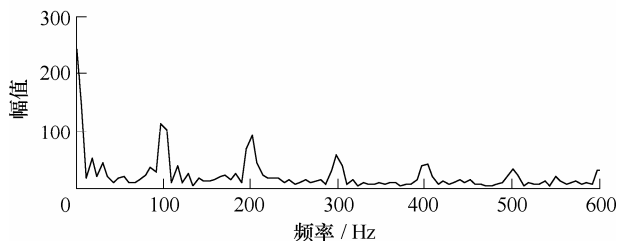
为了进一步比较,画出两种方法降噪结果的包络谱,如图 4 所示。从图 4 中可以看出,无法从 NeighCoeff 降噪后的包络谱中得到特征频率 100Hz, 而可以从改进的 NeighCoeff 降噪方法中得到信号的特征频率,以及它的 2 倍频、3 倍频。这说明了改进的 NeighCoeff 方法在冲击信号提取方面要优于 NeighCoeff 降噪方法。

由不同信噪比的轴承仿真信号降噪试验得到, NeighCoeff 方法对低噪声的信号表现出较好的降噪效果,而对强噪声的轴承仿真信号降噪效果不理想。

采用改进的 NeighCoeff 方法可以从强噪声的轴承仿真信号中提取出表示轴承故障特征的周期性冲击信号。



(a) NeighCoeff 方法得到的包络谱



(b) 改进 NeighCoeff 方法得到的包络谱

图 4 两种方法降噪后包络谱的比较

## 5 实测轴承故障振动信号试验

实测轴承振动信号数据来自美国凯斯西储大学电气工程实验室,数据可从文献[10]下载。轴承型号为 6205-2RS JEM SKF,内径直径为 25.001 2 mm,外径直径为 51.998 9 mm,厚度为 0.590 6 mm,节径为 39.039 8 mm,滚动体直径为 15.001 2 mm,电动机转速为 1 797 r/min。其外圈故障直径为 0.177 8 mm,外圈故障特征频率为 104 Hz。试验装置由一个 1.5 kW 电动机、一个扭矩传感器/译码器、一个功率测试计与相应电器控制装置组成。将振动加速度传感器安装在带有磁力基座的机架上,振动信号由 16 通道数据记录仪采集得到,采样频率为 12 kHz。选择其中 4 096 点故障数据,其时域波形如图 5 所示。

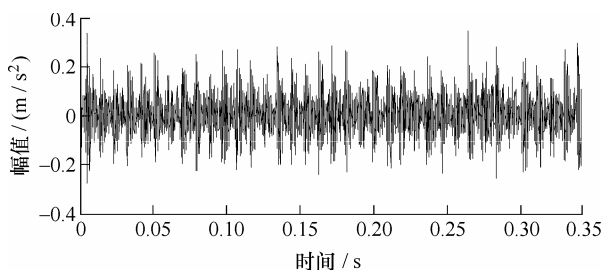
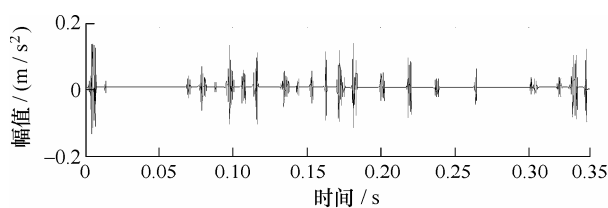


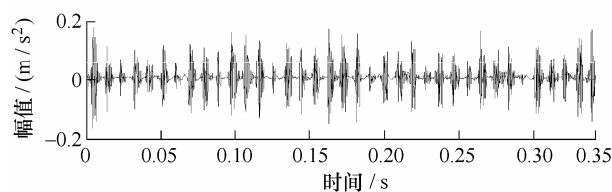
图 5 外圈故障信号

图 6 为用两种方法对轴承外圈故障信号的降噪效果,其中图 6a 为用 NeighCoeff 方法降噪效果,可以看到,传统的 NeighCoeff 降噪方法可以判断有

冲击性信号存在,但周期性特征并不明显,有一些冲击性信号被作为噪声滤掉了。从图 6b 中可以看到,用改进的 NeighCoeff 方法降噪后,轴承外圈故障振动信号的时域特征显著增强,可以看出存在周期性冲击信号,冲击周期大约为 9.5 ms,与外圈故障特征频率 104 Hz 基本一致。分析两种方法降噪效果差异的原因,这是由于传统的 NeighCoeff 只能提取强冲击信号,一些弱的冲击信号不能提取出来;而改进的 NeighCoeff 方法比原来的 NeighCoeff 方法能更好地提取强噪声背景下的弱冲击信号,而从图 6 中可以看到,改进的 NeighCoeff 降噪方法对轴承外圈故障信号降噪效果要优于传统的 NeighCoeff 降噪方法。



(a) 利用 NeighCoeff 方法降噪后信号



(b) 利用改进 NeighCoeff 方法降噪后信号

图 6 两种方法降噪效果对比

为了进一步比较两种降噪方法的性能,做出两种降噪后信号的频谱图。传统的 NeighCoeff 降噪方法的得到频谱图如图 7 所示,改进的 NeighCoeff 方法得到的频谱图如图 8 所示。从图 7 中可以看到,传统的 NeighCoeff 方法将低频段信号完全滤掉了,从而无法得到外圈故障特征频率。从图 8 中可以看到,改进的 NeighCoeff 方法可以较好地保留低频信号。由于轴承故障特征频率位于低频段,因此,改进的 NeighCoeff 降噪方法更适用于轴承故障信号降噪。

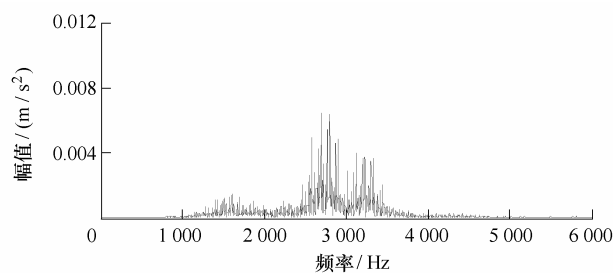


图 7 利用 NeighCoeff 方法降噪后频谱

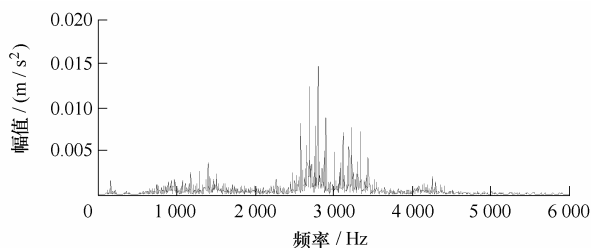
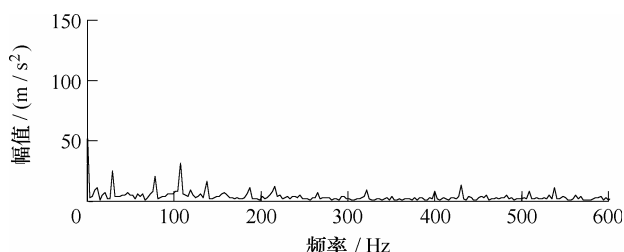
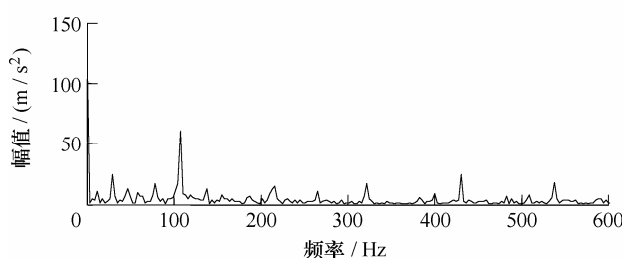


图 8 利用改进 NeighCoeff 方法降噪后频谱

为了从多方面进行比较, 画出两种降噪方法结果的包络谱, 如图 9 所示。从图 9 中可以看到, 改进的 NeighCoeff 降噪方法与传统的 NeighCoeff 降噪方法相比可以更清楚地看到轴承的故障特征频率, 进一步说明了改进的 NeighCoeff 降噪方法在轴承信号降噪方面的优越性。



(a) NeighCoeff 方法得到的包络谱



(b) 改进 NeighCoeff 方法得到的包络谱

图 9 两种方法降噪后的包络谱

## 6 结论

(1) 提出一种改进的 NeighCoeff 降噪方法, 采用与传统 NeighCoeff 方法不同的收缩因子计算方法。

(2) 将改进的 NeighCoeff 降噪方法用于轴承仿真信号降噪试验, 试验结果表明, 对于强噪声的情况, 改进的 NeighCoeff 方法的降噪性能要优于传统的 NeighCoeff 方法, 可以提取出强噪声环境下的冲击信号特征。

(3) 将改进的 NeighCoeff 降噪方法用于轴承实测振动信号降噪, 试验结果表明, 改进的 NeighCoeff 方法可以有效地提出轴承早期故障的微弱故障特征信息, 准确提取出强噪声中的轴承故障特征频率。

## 参 考 文 献

- [1] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425-455.
- [2] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90(432): 1200-1224.
- [3] NASON G P. Wavelet shrinkage using cross-validation[J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological), 1996, 58(2): 463-479.
- [4] 曲巍巍, 高峰. 基于噪声方差估计的小波阈值降噪研究[J]. 机械工程学报, 2010, 46(2): 28-33.  
QU Weiwei, GAO Feng. Study on wavelet threshold denoising algorithm based on estimation of noise variance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(2): 28-33.
- [5] CAI T T, SILVERMAN B W. Incorporating information on neighboring coefficients into wavelet estimation[J]. Sankhya Series B, 2001, 63: 127-148.
- [6] LIU Juan, MOULIN P. Information-theoretic analysis of interscale and intrascale dependencies between image wavelet coefficients[J]. Image Processing, IEEE Transactions, 2001, 10(11): 1647-1658.
- [7] 袁静, 何正嘉, 王晓东, 等. 平移不变多小波相邻系数降噪方法及其在监测诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2009, 45(4): 155-160.  
YUAN Jing, HE Zhengjia, WANG Xiaodong, et al. Translation-invariant multiwavelets denoising using neighboring coefficients and its application to monitoring and diagnosis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(4): 155-160.
- [8] WANG X, ZI Y, HE Z. Multiwavelet denoising with improved neighboring coefficients for application on rolling bearing fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(1): 285-304.
- [9] SU W, WANG F, ZHU H, et al. Rolling element bearing faults diagnosis based on optimal Morlet wavelet filter and autocorrelation enhancement[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(5): 1458-1472.
- [10] The case western reserve university bearing data center. Bearing data center seeded fault test data[EB/OL]. [2012-10-12]. <http://csegroups.case.edu/bearingdatacenter/home>.

作者简介: 杨绍普(通信作者), 男, 1962 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械动力学。

E-mail: yangsp@stdu.edu.cn

赵志宏, 男, 1972 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为机械故障诊断和信号处理。

E-mail: hb\_zhaozhong@126.com