DOI: 10.3901/JME.2019.08.073

基于并行加点 kriging 模型的拉延筋优化^{*}

谢延敏 张 飞 潘贝贝 冯美强 岳跃鹏

(西南交通大学机械工程学院 成都 610031)

摘要: 为提高 kriging 代理模型预测精度, 基于最大期望提高加点准则, 提出一种改进的自适应加点准则和一种并行加点策略。基于 kriging 模型的预测响应和预测方差, 并行加点方法在建模过程中利用粒子群算法并行求解多个加点准则获取多个新样本点更新代理模型, 极大提高建模效率。将该方法应用到低维和高维经典非线性函数中, 并与单点加点结果相比较, 结果表明该方法在保证全局精度情况下, 加点次数减少 50% 以上, 并且建模所需总样本数更少。最后以 NUMISHEET2002 标准考题翼子板成形为研究对象, 将该方法应用到板料成形上, 建立等效拉延筋阻力和减薄率之间的 kriging 代理模型, 利用并行加点策略快速获取了拉延筋阻力的最优解, 消除了翼子板成形中的拉裂缺陷, 提高了板料的成形质量。研究表明, 改进的自适应加点准则以及提出的并行加点策略可以有效地提高 kriging 模型的建模效率和建模精度。

关键词: kriging 模型; 并行加点; 拉延筋; 板料成形

中图分类号: TG386

Optimization of Drawbeads Based on Parallel Infilling Strategy and Kriging Models

XIE Yanmin ZHANG Fei PAN Beibei FENG Meiqiang YUE Yaopeng

(School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

Abstract: In order to improve the prediction accuracy of a kriging model, an improved adaptive infilling criterion and a parallel infilling strategy are proposed based on the maximum expected improvement criterion. Based on the prediction response and prediction variance provided by a kriging model, multiple new points are obtained to update a kriging model by solving multiple infilling criteria in parallel through the particle swarm optimization algorithm, greatly improving the modeling efficiency. The proposed strategy is applied to low-dimensional and high-dimensional classical nonlinear functions and compared with the single-point infilling method. The results show that the proposed strategy can reduce sampling times by more than 50% at the same global accuracy, and the total number of samples required for a kriging model is less. Finally, the proposed strategy is applied into the sheet metal forming, and the fender in the NUMISHEET2002 is taken as the research object. The kriging model between the equivalent drawbead restraining force and the thinning rate is established to obtain the optimal solution of the drawbead resistance by parallel infilling strategy. So the cracking defect is completely eliminated in the fender forming process and the forming quality of the blank is improved. The research shows that the improved adaptive infilling criterion and the proposed parallel infilling strategy can effectively improve the modeling efficiency and prediction accuracy of the kriging model.

Key words: kriging model; parallel infilling criterion; drawbeads; sheet metal forming

0 前言

板料冲压成形是一个典型的非线性过程, 在工艺优化求解过程中, 需要反复调用有限元模型, 这是一个非常耗时的过程, 基于代理模型的优化方法是解决上述问题的方法之一。常用的代理模型^[1]有多项式响应面法、神经网络、kriging 等, 其中 kriging

不仅可以提供预测响应还提供了预测方差, 更由于其对非线性函数的良好近似能力而受到越来越多的关注。

Kriging 作为一项日趋成熟的代理模型方法, 已经广泛的应用于各行各业。韩少强等^[2]利用梯度 kriging 对飞机机翼翼型和气动反设计进行优化设计; 李铁柱等^[3]利用一般 kriging 对汽车乘员约束系统进行了稳健设计, 并验证该方法有较强的工程实用性; 谢延敏^[4]利用 kriging 对板料成形过程进行了稳健设计, 并取得了良好的效果。汪怡平等^[5]将

^{*} 国家自然科学基金(51005193)和国家大学生创新性试验计划(201710613033)资助项目。20180215 收到初稿, 20180717 收到修改稿

kriging 模型应用到汽车气动减阻优化问题中,极大提高了减阻成效和可靠性。针对提高 kriging 代理模型预测精度,其中一个重要方式就是通过加点准则来更新代理模型。在单点加点准则中,比较常用的有 JONES 等^[6]提出的最小响应面准则(Minimizing prediction, MP)以及最大期望提高准则(Expected improvement, EI),其中 EI 方法有较好的全局搜索性能而被广泛的使用;FORRESTER 等^[7]提出最大期望概率提高准则(Probability improvement, PI)以及最大方差(Maximizing square error, MSE);LAURENCEAU 等^[8]提出一种最小置信下限准则(Lower confidence boundary, LCB)。曾锋等^[9]提出一种集成 LCB 和信赖域的 kriging 模型优化方法,并将其成功的应用到工字梁的设计优化中。这些加点准则每次循环只加入一个点,加点周期长。为改进 EI 单点加点方法, HUANG^[10]提出一种参数化 EI 加点策略, KLEIJNEN^[11]提出一种自举 EI 方法,均可以基于 EI 实现多点加点过程,提高建模效率。GINSBOURGER 等^[12]基于 EI 提出一种 kriging-believer(KB)多点加点方法, FENG 等^[13]将 EI 表达式分解为两个目标函数,提出一种基于多目标的多点加点方法。CHAUDHURI 等^[14]通过结合 EI 以及 PI 准则,每次获取多个样本点更新代理模型,并将该方法应用到振动翼优化设计中。LI 等^[15]基于区域分解提出一种 EI&MI 多点加点方法。LIU 等^[16]将经典的四种准则 EI, PI, L, LCB, MP 转换成带约束的加点准则,并运用到翼型及气动反设计问题中,得到了较好的效果。高月华等^[17]基于 MP 准则提出一种多点加点准则,并将其成功的应用到注塑成形中。陈霞等^[18]提出一种基于垂距多点取样方法,提高了建模效率。

本文基于 EI 加点准则,提出一种改进的自适应加点准则,并提出一种并行加点策略,将该策略应用到低维和高维经典非线性函数中,验证并行加点方法的高效性,最后以 NUMISHEET2002 标准考题翼子板成形为研究对象,建立拉延筋阻力和减薄率之间的 kriging 代理模型,利用并行加点策略获取最优拉延筋阻力,提高板料成形质量。

1 并行加点准则

1.1 kriging 代理模型

kriging 代理模型的基本形式

$$y = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{f}^T(\mathbf{x})$ 为回归模型, 通常有 0 阶, 1 阶和 2

阶三种模型, 提供全局近似模拟; $\boldsymbol{\beta}$ 为待定回归系数; $z(\mathbf{x})$ 为一个随机统计过程, 提供局部近似模拟偏差, 其均值为 0, 方差为 σ_z^2 , 协方差

$$\text{cov}(z(\mathbf{x}), z(\mathbf{w})) = \sigma_z^2 R(\mathbf{x}, \mathbf{w}) \quad (2)$$

式中, $R(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ 为两个数据点 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{w}$ 之间的变异函数, 通常选择高斯函数。利用广义最小二乘估计法, 可得 $\boldsymbol{\beta}$ 估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{X}$ 为试验数据点组成的系数矩阵, $\mathbf{Y}$ 为试验点对应的响应值矩阵, σ_z^2 的估计值为

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{N} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (4)$$

式中, N 为试验点数。

利用得到的模型系数和变异函数参数, kriging 模型在未知点 $\mathbf{x}_0$ 处的预测值为

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x}_0) \boldsymbol{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x}_0) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{r}(\mathbf{x}_0)$ 为预测点与试验点之间的相关矩阵。

1.2 最大期望加点准则

加点准则即更新代理模型时获取新样本点的依据, 根据一定的准则来抽取样本点可以提高建模效率。最大期望提高准则(Expected improvement, EI)被 JONES^[6]其誉为“有效的全局优化方法”。假设变量 Y 服从正态分布 $N[\hat{y}(\mathbf{x}), (s(\mathbf{x}))^2]$; $\hat{y}(\mathbf{x})$ 为 kriging 代理模型预测响应, $(s(\mathbf{x}))^2$ 为 kriging 提供的预测方差, 设当前模型最优(最小)值为 $y_{\min}$, 提高可以表示为: $I = y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x}) > 0$, 则其期望提高表达式如表达式(6)所示

$$E[I(\mathbf{x})] = \begin{cases} (y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})) \cdot \Phi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})}{s(\mathbf{x})}\right) + \\ s(\mathbf{x}) \cdot \varphi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})}{s(\mathbf{x})}\right) & s(\mathbf{x}) > 0 \\ 0 & s(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态累积分布函数, $\varphi(\cdot)$ 为标准正态概率密度函数。

1.3 改进的自适应加点准则

最大期望提高加点方法的实质是搜索比当前局部最优(极小值)更小的点或者方差最大的点, 而对于极大值区域搜索能力较弱, 因此本文提出改进的自适应加点准则, 增强其对于极大值区域的搜索能力。NADINE^[19]提出以下形式的准则

$$I(\mathbf{x}) = \begin{cases} y_{\max} - \hat{y}(\mathbf{x}) & y_{\max} > \hat{y}(\mathbf{x}) \\ 0 & y_{\max} < \hat{y}(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (7)$$

式中, $y_{\max}$ 为当前模型最优(极大值), 本文将约束

条件改为方差约束，其基本表达式如式(8)所示

$$E[I(x)] = \begin{cases} (\hat{y}(x) - y_{\max}) \times \left[1 - \Phi \left(\frac{\hat{y}(x) - y_{\max}}{s(x)} \right) \right] + \\ s(x) \times \varphi \left(\frac{\hat{y}(x) - y_{\max}}{s(x)} \right) & s(x) > 0 \\ 0 & s(x) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

1.4 并行加点策略

并行加点方法可一次加入多个新样本点更新代理模型，其基本流程如图 1 所示。

图 1 并行加点流程

1.4.1 收敛准则

采用平均相对误差检验法来检验 kriging 代理模型精度，其计算方法为

$$err = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y(x) - \hat{y}(x)|}{|y(x) + \varepsilon|} \quad \varepsilon = \begin{cases} 0 & |y(x) \neq 0| \\ 0.01 & |y(x) = 0| \end{cases} \quad (9)$$

式中， $y(x)$ 为真实响应， $\hat{y}(x)$ 为 kriging 模型预测响应，在进行并行加点方法的验证时，本文取误差限为 0.05，当模型相对误差小于 0.05 即结束加点过程。

1.4.2 冗余点的删除

基于并行加点策略的加点过程，可能会存在重复的样本点，必须进行冗余点的删除。冗余点的删除包含两部分内容：一是新样本点间的重复点的删除，二是新样本点与原样本点之间的重复点的删除。

本文利用高斯准则完成冗余点删除，高斯准则来源于 kriging 核函数里的高斯函数，其表达式为

$$R(\theta, \mathbf{w}, \mathbf{x}) = \exp(-\theta_j d_j^2) \quad (10)$$

$$d_j = \mathbf{w}_j - \mathbf{x}_j$$

式中， R 表示的是两个点相关性大小， $R \in [0, 1]$ ，当两个样本点距离越大时 R 越趋近于 0，当两个样本点距离越近时越趋近于 1，当两个点完全重合时，相关性最大 $R=1$ 。 $\mathbf{w}$ 为原样本集， $\mathbf{x}$ 为待测样本集， $\mathbf{d}$ 为待测样本点与原样本点的距离矩阵， θ 为 kriging 模型参数。

1.4.3 并行加点

单点加点方法的实质就是利用优化算法(如粒子群算法)求解一个加点准则来获取一个新的样本点，本文在建模过程中利用粒子群算法并行求解上述两种加点准则，获取多个新样本点来更新代理模型，提高建模效率。

2 基于并行加点方法的经典函数算例

为验证并行加点方法的有效性，本文先以一维函数为研究对象验证改进的自适应加点准则的有效性，然后将并行加点策略应用到低维和高维经典非线性函数中。

2.1 改进的自适应加点准则的验证

首先，基于一维函数的 kriging 代理模型将 EI 准则和改进的自适应加点准则作了比较。该一维函数表达式为

$$f(x) = x \sin(10x + 1) + 0.1 \sin(15x) \quad x \in [-0.6, 1] \quad (11)$$

为方便比较，初始建模样本点为 4 个，并且均只进行 9 次加点，并另取 10 个点作为验证样本。基于 EI 加点准则的 kriging 模型拟合曲线如图 2 所示，

图 2 基于 EI 加点的一维函数 kriging 拟合曲线
(圆点为加点样本，三角形为初始样本)

基于改进的自适应加点准则的 kriging 模型拟合曲线如图 3 所示。表 1 为基于两种加点方法的 kriging 模型拟合精度的对比。

图 3 基于改进的加点准则的 kriging 拟合曲线
(三角形为初始样本, 圆形为加点样本)

表 1 基于两种加点准则的 kriging 模型拟合精度对比

方法	加点次数	建模精度(%)
EI 加点	9	11
改进方法	9	5.01

图 2、3 结果表明, 基于 EI 准则的加点方法在局部最优值区域搜索有徘徊现象(图 2 椭圆框), 而基于改进的自适应加点准则的加点方法在全局最大值处搜索能力较强(图 3 椭圆框)。表 1 结果表明, 在加点次数相同的情况下, 使用改进方法加点建模精度相比于 EI 提高了 6%, 因此验证了改进的自适应加点方法的有效性。

2.2 基于并行加点 kriging 模型的非线性函数优化

以两个经典函数为例, 先后利用 EI 单点加点与并行加点建立 kriging 代理模型, 并将两种加点方案的结果进行对比。考虑到相对误差易受到样本分布的影响, 基于拉丁超立方抽样, 抽取 50 组验证样本, 最终 kriging 模型相对误差取 50 组样本误差的平均值。

2.2.1 Branin 函数

$$y = [x_2 - 5.1(x_1 / 2\pi)^2] + (5/\pi)x_1 - 6)^2 + 10[1 - (1/8\pi)\cos x_2] + 10 \quad (12)$$

$$x_1 \in [-5, 10] \quad x_2 \in [0, 15]$$

初始建模样本为 10 个样本点, 基于并行加点方法和单点加点方法的加点结果如表 2 所示。

表 2 基于 Branin 二维函数的加点拟合结果对比

方法	单点(EI)	并行加点
加点次数	39	13
总样本数	49	36
建模精度误差(%)	4.55	4.99
时间 t/s	140	60

以加点次数为横坐标, 以加点过程中 kriging 代理模型相对误差为纵坐标, 基于两种加点方法的 kriging 模型收敛过程如图 4 所示。

图 4 基于 Branin 函数的两种加点方收敛过程对比

2.2.2 Sphere 函数

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad x_i \in [-5, 5] \quad n=1, 2, \dots \quad (13)$$

Sphere 函数的维数与 n 相关, 本文取 $n=5$ 。

当 $n=5$ 时, 初始建模样本为 30 个样本点, 基于两种加点方法的加点结果如表 3 所示, 基于两种方法的 kriging 模型收敛过程如图 5 所示。

表 3 $n=5$ (五维)时基于 sphere 函数加点拟合结果对比

方法	单点(EI)	并行加点
加点次数	23	10
总样本数	53	50
建模精度误差(%)	4.38	2.92
时间 t/s	90	50

图 5 $n=5$ 时基于 Sphere 函数的两种加点方法收敛过程对比

从上面表 2、3 可以看出,相比于 EI 单点加点方法,并行加点方法减少了加点次数 50%以上,程序总运行时间更短,并且建模所需总样本数量比单点加点情况下更少。图 4、5 结果表明,采用并行加点方法收敛速度更快,由此可见,并行加点方法并不是两种加点准则的简单叠加,其高效性得到了验证。

3 拉延筋优化

以 NUMISHEET2002 标准考题翼子板成形为研究对象,将并行加点应用到板料成形过程中。

3.1 有限元模型验证

本文采用 NUMISHEET2002 中某轿车前翼子板为研究对象,并基于成形软件 DYNAFORM 进行数值仿真,板料参数及工艺参数如表 4 所示,有限元模型如图 6 所示。

表 4 翼子板工艺参数与材料参数

参数	初始值
压边力 F/kN	1 200
摩擦因数 μ	0.146 8
材料应力应变曲线	$\sigma=620.19 (0.005\,128 + \varepsilon_p)^{0.245\,57} \text{MPa}$
板料厚度 t/mm	0.70
板料密度 $\rho_m/(\text{g} \cdot \text{cm}^3)$	7.85
弹性模量 E/GPa	221.88
泊松比 ν	0.3
各项异性参数 R_{00}	2.166
各项异性参数 R_{45}	1.861
各项异性参数 R_{90}	2.614

图 6 翼子板 DYNAFORM 有限元模型

根据 TANG 等^[20]采取五条等效拉延筋,在有限元模型中的分布如图 7 所示,表 5 为五个等效拉延筋阻力的取值范围。

图 7 五条等效拉延筋分布及截面 $y=100$ 的选取

表 5 拉延筋阻力取值范围

拉延筋	1	2	3	4	5
下限 F/N	30	20	130	2	20
上限 F/N	100	60	250	30	100

为验证上述有限元模型的可靠性,取成形后翼子板 $y=100$ 处的截面,如图 7 所示,测得截面上 x 向坐标及主应变和次应变值,并与考题试验和考题仿真数据对比,对比结果分别如图 8、9 所示,结果显示本文有限元模型仿真数据与标准考题数据基本一致,因此本文有限元模型可靠性得到了验证。

图 8 截面 $y=100$ 主应变结果对比

图 9 截面 $y=100$ 次应变结果对比

3.2 基于并行加点 kriging 模型的拉延筋优化

3.2.1 优化目标

在数值仿真过程中,在翼子板成形区拉裂为主要缺陷,所有样本中基本上不出现起皱现象,如图 10 所示,因此本文以减薄率为优化目标

$$\min y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{t_i - t_0}{t_0} \right)^2 \quad (14)$$

式中, t_0 为初始板料厚度, t_i 为第 i 个单元的厚度, n 为成形单元总数。

图 10 基于未加点 kriging 模型最优解的翼子板成形极限图

3.2.2 收敛准则

以绝对误差为收敛准则，其表达式为

$$|\hat{y}_{\min} - y_{\min}| \leq \varepsilon \quad (15)$$

式中， $\hat{y}_{\min}$ 为 kriging 代理模型最优， $y_{\min}$ 为 $\hat{y}_{\min}$ 对应拉延筋阻力下的有限元模型解， ε 为容许的误差限，本文取为 0.01。

3.2.3 并行加点优化

基于拉丁超立方，对 5 个等效拉延筋阻力变量抽取 50 组样本，并利用 DYNAFORM 进行数值仿真，其部分结果如表 6 所示。利用 50 组初始样本建立拉延筋阻力与减薄率之间的 kriging 代理模型。

表 6 初始建模 50 组样本数据

组号	拉延筋 1 F/N	拉延筋 2 F/N	拉延筋 3 F/N	拉延筋 4 F/N	拉延筋 5 F/N	减薄率
1	31.84	49.00	227.80	27.67	78.56	0.191 2
2	84.15	38.60	149.94	8.28	96.16	0.143 2
3	34.90	47.15	147.78	18.43	39.46	0.105 6
4	49.06	55.34	176.24	25.03	42.30	0.110 5
5	90.66	54.58	169.84	8.44	73.18	0.124 1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
46	57.72	47.59	201.34	2.99	27.52	0.123 5
47	48.47	49.62	212.11	16.64	52.14	0.104 8
48	45.50	40.39	167.16	12.06	83.18	0.121 2
49	55.92	31.28	145.14	24.93	94.73	0.162 6
50	44.29	46.67	133.23	6.03	44.68	0.091 2

利用粒子群算法获取未优化 kriging 模型的最优响应及对应拉延筋阻力，并代入 DYNAFORM 求得对应有限元模型解如表 7 所示，其有限元成形结果如图 10 所示。

图 10 结果表明，成形结果出现拉裂缺陷，并且表 7 中 kriging 模型最优解与有限元解的绝对误差大于容许误差限，因此需要采用并行加点来提高代理模型预测精度。经过 5 次并行加点优化后，其 kriging 模型最优解和有限元模型解如表 7 所示，其绝对误差小于容许误差限，即 kriging 模型已收敛，其对应的拉延筋阻力最优解如表 8 所示。

表 7 优化前后 kriging 最优解及对应有限元模型解对比

	kriging 模型最优	有限元模型解	绝对误差
加点优化前	0.083 1	0.099 4	0.016 3
加点优化后	0.080 1	0.085 3	0.005 2

表 8 优化后拉延筋阻力最优解

拉延筋 1	拉延筋 2	拉延筋 3	拉延筋 4	拉延筋 5
F/N	F/N	F/N	F/N	F/N
31	44.58	130	4	48

最后将表 8 中的拉延筋阻力最优解代入 DYNAFORM 进行仿真，成形结果如图 11 所示。

图 11 优化后基于拉延筋最优解的翼子板 DYNAFORM 成形极限图

图 11 结果表明，经过并行加点优化，无任何成形单元落在拉裂极限曲线上方，最终完全消除了翼子板拉裂成形缺陷，实现了快速寻优的目标。

4 结论

(1) 基于最大期望提高准则，提出一种改进的自适应加点准则，增强其在全局最优值区域的搜索能力。

(2) 基于两种加点准则提出一种并行加点策略，该策略大大的减少了加点次数，并且所需总样本数更少，极大地提高了 kriging 建模效率。

(3) 基于 kriging 模型优化方法和 DYNAFORM 有限元仿真，将提出的并行加点策略应用到拉延筋阻力优化案例中。经过五次并行加点获得拉延筋阻力最优解，消除了拉裂缺陷，提高了板料成形质量。

参 考 文 献

- [1] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3197-3225.
HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: a review of recent progress[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3197-3225.
- [2] 韩少强, 宋文萍, 韩忠华, 等. 基于梯度增强型 Kriging

- 模型的气动反设计方法[J]. 航空学报, 2017, 38(7): 138-152.
- HAN Shaoqiang, SONG Wenping, HAN Zhonghua, et al. Aerodynamic inverse design method based on gradient-enhanced kriging model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(7): 138-152.
- [3] 李铁柱, 李光耀, 陈涛, 等. 基于 Kriging 近似模型的汽车乘员约束系统稳健性设计[J]. 机械工程学报, 2010, 46(22): 123-129.
- LI Tiezhu, LI Guangyao, CHEN Tao, et al. Robustness design of occupant restraint system based on kriging model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(22): 123-129.
- [4] 谢延敏. 基于动态 Kriging 模型的板料成形工艺稳健设计[J]. 西南交通大学学报, 2014, 49(1): 160-164.
- XIE Yanmin. Robust design of sheet forming process based on dynamic kriging model[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49(1): 160-164.
- [5] 汪怡平, 王涛, 黎帅. 基于自由变形技术的汽车气动减阻优化[J]. 机械工程学报, 2017, 53(9): 135-143.
- WANG Yiping, WANG Tao, LI Shuai. Aerodynamic drag reduction of vehicle based on free form deformation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(9): 135-143.
- [6] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492.
- [7] FORRESTER A I J, KEANE A J. Recent advances in surrogate-based optimization[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2009, 45(1-3): 50-79.
- [8] LAURENCEAU J, MEAUX M, MONTAGNAC M, et al. Comparison of gradient-based and gradient-enhanced response-surface-based optimizers[J]. Aiaa Journal, 2010, 48(5): 981-994.
- [9] 曾锋, 周金柱. 集成最小化置信下限和信赖域的动态代理模型优化策略[J]. 机械工程学报, 2017, 53(13): 170-178.
- ZENG Feng, ZHOU Jinzhu. Optimization strategy for dynamic metamodel integrating minimize lower confidence bound and trust region[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(13): 170-178.
- [10] HUANG D. Global optimization of stochastic black-box systems via sequential kriging meta-models[J]. Journal of Global Optimization, 2012, 54(2): 431-431.
- [11] KLEIJNEN J P C. Expected improvement in efficient global optimization through bootstrapped kriging[J]. Journal of Global Optimization, 2012, 54(1): 59-73.
- [12] GINSBOURGER D, RICHEL R L, CARRARO L. Kriging is well-suited to parallelize optimization[M]// Computational Intelligence in Expensive Optimization Problems. Springer Berlin Heidelberg, 2010, 131-162.
- [13] FENG Z, ZHANG Q, ZHANG Q, et al. A multiobjective optimization based framework to balance the global exploration and local exploitation in expensive optimization[J]. Journal of Global Optimization, 2015, 61(4): 677-694.
- [14] CHAUDHURI A, HAFTKA R T, IFJU P, et al. Experimental flapping wing optimization and uncertainty quantification using limited samples[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2015, 51(4): 1-14.
- [15] LI Z, RUAN S, GU J, et al. Investigation on parallel algorithms in efficient global optimization based on multiple points infill criterion and domain decomposition[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2016, 54(4): 747-773.
- [16] LIU J, SONG W P, HAN Z H, et al. Efficient aerodynamic shape optimization of transonic wings using a parallel infilling strategy and surrogate models[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2017, 55(3): 925-943.
- [17] 高月华, 王希诚. 基于 Kriging 代理模型的多点加点序列优化方法[J]. 工程力学, 2012, 29(4): 90-95.
- GAO Yuehua, WANG Xicheng. A sequential optimization method with multi-point sampling criterion based on kriging surrogate model[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(4): 90-95.
- [18] 陈霞, 李磊, 岳珠峰, 等. Kriging 代理模型下基于垂距的多点取样算法[J]. 机械工程学报, 2015, 51(9): 153-158.
- CHEN Xia, LI Lei, YUE Zhufeng, et al. Sampling method with multi-point sampling algorithm based on vertical distance in kriging model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(9): 153-158.
- [19] NADINE H, JOACHIM K. An efficient sequential optimization approach based on the multivariate expected improvement criterion[J]. Quality Engineering, 2007, 19(4): 267-280.
- [20] TANG B, SUN J, ZHAO Z, et al. Optimization of drawbead design in sheet forming using one step finite element method coupled with response surface methodology[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 31(3-4): 225-234.

作者简介: 谢延敏(通信作者), 男, 1975 年出生, 博士, 副教授。主要从事先进塑性加工技术仿真和稳健设计等方面研究, 发表论文 50 余篇。
E-mail: xie_yanmin@swjtu.edu.cn