

DOI: 10.3901/JME.2019.13.160

多行设备布局的一种多目标差分进化算法和 线性规划混合方法*

管超^{1,2} 张则强^{1,2} 李云鹏^{1,2} 贾林^{1,2}

(1. 西南交通大学机械工程学院 成都 610031;

2. 西南交通大学轨道交通运维技术与装备四川省重点实验室 成都 610031)

摘要: 针对现有对多行设备布局研究中预先固定布置行数和未考虑行间距约束的不足, 在满足最小间隙约束条件下, 构建了优化物料流成本、布局行数和布局占地面积的多目标多行设备布局模型, 并运用数学规划软件 Lingo 对模型进行了精确求解。基于所提问题的多目标、多约束、混合优化特性, 提出一种基于 Pareto 解集的多目标差分进化算法和线性规划混合优化方法。该方法采用四列表直接编码方法表示可行解; 提出一种结合改进换行策略的解码方式, 该解码方式可以在满足边界约束条件的同时对所有可行的布局方案进行确定; 为获得收敛性、分布性良好的多目标布局结果, 采用 Pareto 思想、NSGA-II 拥挤距离机制筛选外部档案中的非劣解。应用所提算法求解不同规模多行设备布局问题测试算例, 比较分析 3 种差分进化模式对所提方法在求解质量和求解效率方面的影响。最后, 将所提模型和求解方法应用至两个布局实例中, 不同算法的对比试验表明了所提方法的有效性、优越性。

关键词: 多行设备布局问题; 混合整数非线性规划; 改进换行策略; 差分进化算法; 多目标优化

中图分类号: TH165; TP301

Combining Multi-objective Differential Evolution Algorithm and Linear Programming for Multiple Row Facility Layout Problem

GUAN Chao^{1,2} ZHANG Zeqiang^{1,2} LI Yunpeng^{1,2} JIA Lin^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031;

2. Technology and Equipment of Rail Transit Operation and Maintenance Key Laboratory of Sichuan Province, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

Abstract: In order to overcome the shortcomings of fixed row number and ignoring spacing constraints between rows in the existing research on multiple row facility layout problem, a multi-objective multiple row facility layout problem model is constructed to optimize material flow cost, layout row number and layout area under the condition of minimum gap constraints, and the model is solved accurately by using Lingo, a mathematical programming software. Based on the multi-objective, multi-constraint and mixed optimization of the proposed problem, a hybrid optimization method of multi-objective differential evolution algorithm and linear programming based on Pareto solution set is proposed. This method uses four-list directly coding method to represent feasible solution, and proposes a decoding method combined with improved line-breaking strategy, which can determine the layout scheme of all possible rows while satisfying boundary constraints. In order to obtain a multi-objective layout result with good convergence and distribution, Pareto method and NSGA-II congestion distance mechanism are used to screen external files. The proposed algorithm is applied to solve multiple row facility layout problem with different scales. The effects of three differential evolution modes on the solution quality and efficiency of the proposed method are compared and analysed. Finally, the proposed model and method are applied to two layout examples. The comparative experiments of different algorithms show the effectiveness and superiority of the proposed method.

Key words: multiple row facility layout problem; mixed-integer nonlinear programming; improve line- wrapping strategies; evolution algorithm; multi-objective optimization

* 国家自然科学基金 (51205328, 51675450); 教育部人文社会科学研究青年基金 (18YJC630255); 四川省科技计划 (2019YFG0285) 资助项目。
20180801 收到初稿, 20190114 收到修改稿

0 前言

设备布局问题(Facility layout problem, FLP)是指对限定空间中的生产设备或机器进行优化排序,以达到节省运营成本和提高生产效率的目的^[1], FLP 广泛存在于制造业和服务行业中。优良的设备布局方案能加快车间内的物流效率,减少中间产品在缓冲区和工位上的停留时间,从而缩短生产周期并提高生产效率^[2]。有研究表明,制造过程中15%~70%的生产成本与设备布局有关,对设备布局进行合理的优化可减少生产过程中10%~30%的运营成本^[3]。

多行设备布局问题(Multiple row facility layout problem, MRFLP)是将若干机器在不同行上进行分配并确定其排列顺序,相邻机器间给予一定的最小间隙距离以满足其作业空间或工具存储要求,通常以最小化物料搬运成本为目标^[4]。针对实际布置活动中的不同布局要求和限制条件,MRFLP 又产生若干衍生问题:等距多行布局问题(Multiple row equidistant facility layout problem, MREFLP)^[5-6]假定所有设备形状相同,广泛应用于车间任务型企业、服务办公室等领域;无间隙多行布局问题(Space-free multiple row facility layout problem, SF-MRFLP)^[1, 7-9]和 MRFLP 类似,两者不同在于 SF-MRFLP 不考虑设备间的最小间隙约束,且各行上设备均从左边同一起点开始布置。

MRFLP 被证明是 NP-hard 问题,目前对该问题的建模研究较多,早期通常将 MRFLP 建模为二次分配问题(Quadratic assignment problem, QAP)^[10]。KOUVELIS 等^[11]构建了 MRFLP 的整数规划数学模型,并采用动态规划方法确定机器排序;HUNGERLÄNDER 等^[12]利用半正定规划方法(Semidefinite programming, SDP)首先对 k -并行排序问题(k -parallel row ordering problem, k -PROP)进行建模,随后放松设备在各行上的固定分配约束,最后以 SDP 数学模型对有穷设备分配方案进行计算求得全局最优解;SAFARZADEH 等^[13]提出了一种具有模糊约束的非线性规划模型,模糊定义设备间的物料搬运距离,并增加最小化丢失机会成本作为布局评价指标。前述数学模型均是对 MRFLP 的特殊情况进行的研究,布局行数预先确定且未完全考虑相邻最小间隙约束、最小行间隙约束、边界距离约束对布局结果的影响,另外多数建立的概念模型不具备数理运算功能,无法使用确定优化方法求得全局最优。

由于 MRFLP 具有非线性和“组合爆炸”特性,数学规划方法^[14]、相关图法^[15]和系统化布置设计(System layout planning, SLP)^[16]均无法进行有效求解。目前,智能优化算法因其通用性好和全局寻优能力强等特点,在求解 MRFLP 中被广泛应用^[4, 17-19]。GEN 等^[17]提出了模糊多行设备布局问题,并利用遗传算法优化了机器最低满意度和行程成本目标。SADRZADEH 等^[4]采用结合启发式规则的遗传算法求解 MRFLP,并通过与其他方法作对比验证了算法的有效性。Tavakkoli-Moghaddam 等^[18]设计一种四维萤火虫算法求解 MRFLP,该方法为每个决策变量划分维度,提高了算法的搜索精度。TUBAILEH 等^[19]采用蚁群算法和模拟退火算法并对单行、多行布局问题进行了求解,结果表明所提两种算法均可求得当前已知最优值。此外,在设备布局优化中,鉴于 FLP 问题复杂性和混合优化特性,多阶段求解方法也被广泛应用。ANJOS 等^[20]提出了一种解决不等面积布局问题的优化框架,通过依次求解不同阶段的数学模型改进了大规模问题的最优结果。FORGHANI 等^[21]采用一种由四阶段构成的启发式方法求解集成单元布局问题,通过设置算例的对比实验表明了所提方法的有效性。AHMADI 等^[22]为求解多层设施布局问题,提出了一种三阶段数学规划方法,通过求解不同阶段的规划模型确定各部门的较优绝对位置和精确位置。

上述关于 MRFLP 的研究预先确定了布局行数,并且未综合考虑最小间隙约束和区域边界限制对布局设计的影响,不能很好地反映实际布局情况。基于此,本文将 MRFLP 作为多目标优化问题,综合考虑物料流成本、布局行数目、布局面积等多个指标。其中,开启越多的布局行数目意味着将投入更多的配套设施与管理成本,在半导体加工等领域,生产车间的建造成本高昂^[23],因此,布局行数目、布局面积指标也是评价布局方案的重要因素。在现有 MRFLP 研究中,常以线性加权的方法将多个目标组合为单一目标,但由于各目标间量纲不同、加权值难以确定等原因,无法有效平衡子目标对总指标的贡献程度。

针对现有研究在求解 MRFLP 和多目标处理方法上的不足,本文首先建立了考虑优化布局行数和满足最小间隙约束 MRFLP 的混合整数非线性规划(Mixed integer nonlinear programming, MINLP)数学模型,并分析了该数学模型退化为 MREFLP、SF-MRFLP 模型的条件,通过对相关算例进行试验运算,证明了所提 MINLP 模型的正确性与可计算性。参考现有文献,尚未发现有关多阶段方法在

MRFLP 中的应用,并且鉴于智能优化算法和多阶段方法求解 FLP 的有效性,本文提出一种结合多目标离散差分进化(Multi-objective discrete differential evolution, MDDE)算法和线性规划(Linear programming, LP)的两阶段方法(MDDE-LP)。该方法重新定义施予矢量和试验矢量,并对相关操作进行了离散化处理。针对所提 MRFLP 的特点,提出一种四列表直接编码方法,并设计了一种改进换行策略,与传统自动换行技术相比^[4],该方法能在保证布置方案可行性的同时对所有可能的布置情况进行确定。针对 MRFLP 离散与连续的双重特性,MDDE-LP 在第一阶段以离散差分进化操作确定设备布局序列,采用改进换行策略确定设备相对位置的决策变量;第二阶段通过对 LP 数学模型的精确求解确定各机器的最优绝对位置,并引入 Pareto 解集思想对多目标结果进行处理。随后对比分析 3 种不同差分进化模式下求解不同规模问题的 Pareto 最优解个数、世代距离^[24]和间隔指标^[25]。最后,为验证所提算法求解 MRFLP 的有效性与先进性,对 3 个不同规模的实际问题进行求解,与相关算法的对比结果说明所提 MDDE-LP 算法可求得更具支配性的 Pareto 非劣解集。

1 MRFLP 数学模型

1.1 问题描述

行设备布局问题(Row facility layout problem, RFLP)^[26]是指将形状规则且尺寸已知的 n 个机器在各行上进行布置优化的问题。根据物流系统中物料搬运路径不同可将制造系统中的设备布局类型分为 5 种,即单行设备布局问题(Single row facility layout problem, SRFLP)^[27]、双行设备布局问题(Double row facility layout problem, DRFLP)^[28]、并行排序问题(Parallel row ordering problem, PROP)^[7]、过道布置问题(Corridor allocation problem, CAP)^[29]和多行设备布局问题。

前述 4 种行布局问题均是对机器在假设无限的一维空间中进行的布置优化,未考虑机器形状对同行间距的影响并且布局行数预先确定,无法实现机器在更多行布局空间中的优化排序,因而是相对简单的布局优化问题。本文所提 MEFLP 问题的示意图如图 1 所示。所述 MRFLP 考虑在 $L \times W$ 二维有限矩形空间中对机器进行布局。其中,各机器的物料交互中心点为其几何形状的中心位置;对于分配到一行的机器,其物料交互中心都处于沿 X 轴方向的同一条直线上;同一行上的相邻设备之间必须满

足相邻最小间隙约束,即图 1 中相邻设备 F_i 和 F_j 之间的最小距离不能小于规定最小间隙 α_{ij}^H ;相邻行间距 e (如图 1 中 e_1 和 e_2 所示)也必须满足沿 Y 轴方向的最小行间隙约束,以图 1 中设备 F_k 和 F_j 为例,两设备在沿 Y 轴方向上的距离必须大于等于 α_{jk}^V ;此外,对于靠近布局区域边界的机器,为保证设备正常作业的最小工作范围,机器与边界之间也需要考虑边界距离约束,以图 1 中设备 F_k 为例,设备 F_k 与布局区域下边界的距离不能小于 Γ_k^D ,与左边界的距离不能小于 Γ_k^L 。在满足上述 3 种最小间隙约束条件下,确定各机器的最优相对位置和绝对位置,并对布局方案的物流成本、布局行数和布局占地面积 3 个目标进行优化。综上,与固定行间距、设施尺寸相同的 MREFLP 和不考虑设施间隙的 SF-MRFLP 相比,所提 MRFLP 考虑布局约束条件更多、问题更加复杂,并将布局行数作为 RFLP 的优化目标,因而更加符合实际布局情况。

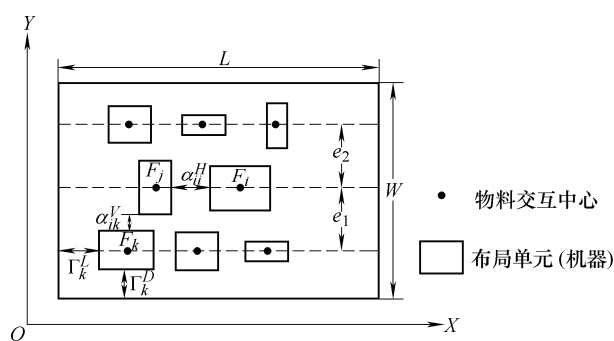


图 1 MRFLP 示意图

1.2 基本假设条件

为有效描述 MRFLP,对实际多行布局活动作如下假设。

- (1) 所有设备和机器的形状为规则矩形,且形状尺寸已知。
- (2) 机器的进料口与中间产品出口位于同一点,且该物料交互点为机器矩形中心。
- (3) 机器之间的物料运输距离为两物料交互点的曼哈顿距离,任意两机器之间的单位距离物料运输成本已知。
- (4) 机器布置方向确定,即机器长边/宽边方向为各行的布局方向(X 轴),另一边方向为 Y 轴方向。
- (5) 假设各机器作业时需要预留一定的作业空间,即机器与机器、机器与布置区域边界之间需要保持最小间隙。

1.3 数学模型

MRFLP 是将若干机器在有限的布局空间中进行排列,确定可行布局方案的行数目以及各行上所需布置的机器,并对各机器的绝对位置进行优化,

以最小化总物料流成本、布局行数和布局占地面积等评价指标。为方便描述本位所研究的 MRFLP, 定义相关参数、变量如下。

n : 问题规模, 即需要布置机器的数目; N : 机器编号集合 $N=\{1, 2, \dots, n\}$; i, j : 机器标号, $i, j \in N$; K : 机器可分配的总行数 ($K=n$); k : 行标号, $k \in \{1, 2, \dots, K\}$; c_{ij} : 机器 i, j 之间的单位距离物料搬运成本, $\forall i \in I^1, \forall j \in I^2, I^1=\{1, 2, \dots, n-1\}, I^2=\{i+1, i+2, \dots, n\}$, 且 $c_{ij}=c_{ji}$; L, W : 机器布置区域的长度和宽度; l_i, w_i : 机器 i 的长度与宽度尺寸; a_{ij}^H : 机器 i, j 之间在水平方向上所要求的最小间隙; a_{ij}^V : 机器 i, j 之间在垂直方向上所要求的最小间隙; $\Gamma_i^L, \Gamma_i^R, \Gamma_i^U, \Gamma_i^D$: 分别表示机器 i 与布置区域左、右、上、下边界的距离; L', W' : 方案中 n 个机器在布置区域中布局占地的长度和宽度; d_{ij}^x, d_{ij}^y : 机器 i 与机器 j 的物料交互点间沿 X, Y 方向的曼哈顿距离; x_i : 机器 i 的物料交互点在布置区域中的横坐标值; y_k : 布置在第 k 行机器的物料交互点的纵坐标值。

决策变量

$$Y_i^k = \begin{cases} 1 & \text{机器 } i \text{ 布置在第 } k \text{ 行} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$S_i^k = \begin{cases} 1 & \text{第 } k \text{ 行布置场地开启} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$Z_i^k = \begin{cases} 1 & \text{机器 } i \text{ 布置在第 } j \text{ 行} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

目标函数

$$\mathbf{F} = [F_{Cost}, F_{Rows}, F_{Area}] \quad (1)$$

$$F_{Cost} = \min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} \cdot (d_{ij}^x + d_{ij}^y) \quad (2)$$

$$F_{Rows} = \min \sum_{k=1}^K S_k \quad (3)$$

$$F_{Area} = \min L' \cdot W' \quad (4)$$

模型约束

$$d_{ij}^x \geq x_i - x_j \quad 1 \leq i < j \leq n \quad (5)$$

$$d_{ij}^x \geq x_j - x_i \quad 1 \leq i < j \leq n \quad (6)$$

$$d_{ij}^y \geq \sum_{k=1}^K y_k \cdot Y_i^k - \sum_{k=1}^K y_k \cdot Y_j^k \quad 1 \leq i < j \leq n \quad (7)$$

$$d_{ij}^y \geq \sum_{k=1}^K y_k \cdot Y_j^k - \sum_{k=1}^K y_k \cdot Y_i^k \quad 1 \leq i < j \leq n \quad (8)$$

$$\frac{l_i}{2} + \Gamma_i^L \leq x_i \quad \forall i \in N \quad (9)$$

$$x_i \leq L - \frac{l_i}{2} - \Gamma_i^R \quad \forall i \in N \quad (10)$$

$$x_i + \left(\frac{l_i + l_j}{2} \right) + a_{ij}^H \leq x_j + L \cdot \left(1 - \sum_{k=1}^K z_{ij}^k \right) \quad 1 \leq i, j \leq n \quad i \neq j \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^K Y_i^k = 1 \quad \forall i \in N \quad (12)$$

$$S_{k-1} \geq S_k \quad \forall k \in \{2, 3, \dots, K\} \quad (13)$$

$$\sum_{i \in N} Y_i^k \geq S_k \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (14)$$

$$(x_i + \frac{l_i}{2} + \Gamma_i^R) \cdot Y_i^k \leq L \cdot S_k \quad i \in N \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (15)$$

$$\left(\frac{w_i}{2} + \Gamma_i^D \right) \cdot Y_i^1 \leq y_1 \quad \forall i \in N \quad (16)$$

$$y_{k-1} + \frac{(w_i Y_i^{k-1} + w_j Y_j^{k-1})}{2} + Y_i^{k-1} \cdot Y_j^k \cdot a_{ij}^V \leq y_k \quad 1 \leq i, j \leq n \quad i \neq j \quad \forall k \in \{2, 3, \dots, K\} \quad (17)$$

$$W - \left(\frac{w_i}{2} + \Gamma_i^U \right) \cdot Y_i^k \geq S_k \cdot y_k \quad \forall i \in N \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (18)$$

$$L' \geq (x_i + \frac{l_i}{2} + \Gamma_i^R) - (x_j - \frac{l_j}{2} - \Gamma_j^L) \quad 1 \leq i, j \leq n \quad i \neq j \quad (19)$$

$$W' \geq S_k \cdot \left(y_k + Y_i^k \cdot \left(\frac{w_i}{2} + \Gamma_i^U \right) \right) - \left(y_1 - Y_j^1 \cdot \left(\frac{w_j}{2} + \Gamma_j^D \right) \right) \quad 1 \leq i, j \leq n \quad i \neq j \quad k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (20)$$

$$z_{ij}^k + z_{ji}^k \leq \frac{1}{2} (Y_i^k + Y_j^k) \quad 1 \leq i < j \leq n \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (21)$$

$$z_{ij}^k + z_{ji}^k + 1 \geq Y_i^k + Y_j^k \quad 1 \leq i < j \leq n \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (22)$$

$$z_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad 1 \leq i, j \leq n \quad i \neq j \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (23)$$

$$Y_i^k \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (24)$$

$$S_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (25)$$

为确定各机器的相对位置, 引入 S_k 、 Y_i^k 和 z_{ij}^k 决策变量。其中, S_k 表示第 k 行布置场地是否开启, 与文献[30]不同, 本文 MRFLP 未确定可能布置的行数, 在满足布局尺寸约束的条件下, 对不同行开启情况进行研究, 考虑到每行仅布置一个机器的极端

情况, 设置最大可开启行数 $K=n$; 若机器 i 布置在第 k 行, $Y_i^k=1$, 否则, $Y_i^k=0$, Y_i^k 用来确定分配到第 k 行的机器集合; z_{ij}^k 决定机器 i, j 在第 k 行的相对位置, 若 $z_{ij}^k=1$, 则机器 i 布置在机器 j 左边, $z_{ij}^k=0$ 表示机器 i, j 未同时分配到第 k 行或机器 i 布置在机器 j 右边的情况, 该变量由 Y_i^k 决定。

所建 MINLP 数学模型的优化目标式为(1)所示, 包含 3 个优化目标。其中, 物料流成本目标 F_{Cost} : 式(2)表示各机器之间物料单向运输一次的总运输成本之和, 该目标直接关系到制造成本, 是企业最关注的布局评价指标; 布局行数目标 F_{Rows} : 式(3)计算开启的行数目, 开启新的布局空间意味着需要投入更多的配套设施、人员、管理费用, 故从经济角度出发要求开启行数目最少; 布局面积目标 F_{Area} : 式(4)用于计算机器在布置区域中占用的面积, 考虑到高昂的租地成本及土地资源的集约利用, 要求布局面积目标最小。

约束条件说明: 式(5)~(8)用以确定变量 d_{ij}^x 与 d_{ij}^y ; 机器在各行上的横坐标值由式(9)~(11)确定, 其中, 式(9)、(10)用于计算机器 i 的横坐标范围 $\left[\frac{l_i}{2}+F_i^L, L-\frac{l_i}{2}+F_i^R\right]$, 即机器在各行上的布置排序应满足最小间隙约束, 式(11)防止分配到同一行的机器发生重叠放置, 若 $z_{ij}^k=1$, 此时 $x_j > x_i$, 机器 i, j 之间的距离应不小于 $(l_i+l_j)/2+a_{ij}^H$; 式(12)表示每个机器只能布置在一行; 行开启约束(13)~(15)用于决定决策变量 S_k , 保证开启的行上有机器分配, 避免开启不必要的行布置空间, 造成资源浪费; 式(16)、(17)用于计算分配到第 k 行机器在 Y 轴方向上的绝对位置; 式(18)表示布置在各行上的机器应满足与布置区域的最小间隙约束; 式(19)和(20)用于计算机器在布置区域中所占面积的尺寸; 式(21)与(22)用于确定二进制变量 z_{ij}^k 、 z_{ji}^k , 式(21)保证当且仅当机器 i, j 同时分配到第 k 行时, 决策变量 z_{ij}^k 或 z_{ji}^k 值为 1, 此外, 该约束限制 z_{ij}^k 和 z_{ji}^k 同时取值 1 的情况。如果 $Y_i^k=Y_j^k=1$, 则(22)约束 z_{ij}^k 或 z_{ji}^k 值为 1。式(23)~(25)限定决策变量的取值范围。

本文结合实际布局活动和布局方案设计要求, 考虑机器与机器、机器与布置区域边界的最小间隙约束, 将不同规则尺寸的机器布置在 $L \times W$ 的有限区域中, 以最小化物料流成本、布局行数和占地面积 3 个优化目标。通过引入 3 种决策变量确定机器在各行中的相对位置, 并构建机器在 X, Y 两个方向的最小间隙约束以确定其绝对位置。由上述可知, MREFLP 与 SF-MRFLP 作为特殊的 MRFLP, 也可由所提数学模型表示: 在不考虑最小间隙约束前提

下, 若使 $l_i=l, w_i=w; i \in N$, 确定布局行数, 则该数学模型可表示 MREFLP; 若假设各行设备的布置起点相同, 且已知布局行数, 则该模型可表示 SF-MRFLP。

1.4 模型验证

为验证第 1.3 节所提 MINLP 数学模型的正确性, 对问题规模 M5 测试算例进行精确求解。该算例有 5 个待布置机器, 布置区域尺寸为 12×36 , 各机器的规格尺寸和其他数据如表 1 所示, 各机器之间沿 X 轴和 Y 轴方向的最小间隙矩阵 A^H 、 A^V 及物料流单位成本矩阵 C 如下

$$A^H = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad A^V = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & 5 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 0 & 5 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

表 1 M5 测试算例数据

机器序号	F1	F2	F3	F4	F5
$l_i \times w_i$	6×9	4×6	6×7	4×8	7×6
F_i^L	0.1	0.7	0.1	0.5	0.5
F_i^R	0.4	0.8	0.8	0.2	0.9
F_i^U	0.8	0.7	0.6	0.2	0.7
F_i^D	0.3	0.2	0.6	0.6	0.4

将所提 MINLP 数学模型在规划软件 Lingo11.0 中编译实现, 对 M5 测试算例以最小化 F_{Cost} 单目标进行精确求解。经试验, Lingo 在运行 92.0 s 之后求得该问题的最优物料流成本为 481.00, 此时, 该最优方案的布局行数为 4, 占地面积为 369.51。各机器的绝对位置坐标及最优结果示意图如图 2 所示。

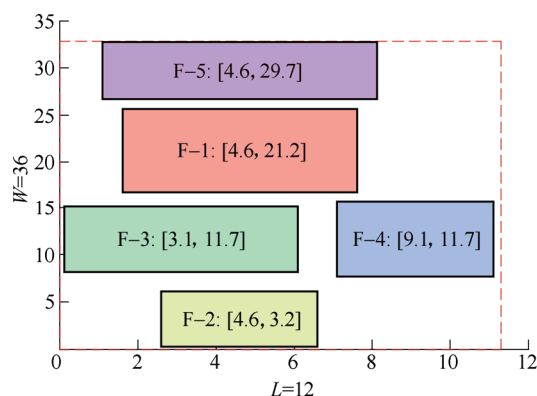


图 2 M5 测试算例的布局示意图

由上可知, 本文所提 MINLP 数学模型可用规划理论求解, 与以往所建的概念模型相比, 具有更高的实际应用价值和理论研究意义。

2 求解 MRFLP 的 MDDE-LP 算法

在满足相邻最小间隙约束、最小行间隙约束、边界距离约束的前提下, MRFLP 要求将不同形状的设备在规定的布局区域内逐行布置。由此涉及到以下几个方面的问题: ①在满足边界距离约束条件下, 确定布局方案中开启的行数目 $\sum_{k=1}^K S_k$; ②优化 n 个设备在 $\sum_{k=1}^K S_k$ 行上的分配方案, 确定变量 Y_i^k ; ③对分配到同一行上的设备进行排序优化, 确定变量 z_{ij}^k ; ④在满足 3 种最小间隙约束条件下, 确定各设备物流交互中心的最优坐标值。由上可知, 所提 MRFLP 需要对不同类型的问题进行联合优化, 是十分复杂的混合优化问题。

针对 MRFLP 问题的求解复杂性, 本文提出 MDDE-LP 两阶段求解算法。在第一阶段中采用改进换行策略求得机器序列 Sol 的所有可行布局方案, 由此确定各机器相对位置决策变量的取值; 随后, 在决策变量已知的条件下, 对第 1.3 节所提数学模型线性化, MINLP 模型简化为线性规划模型, 并在第二阶段对 LP 模型进行精确求解, 确定每个设备的最优坐标值。其中 LP 数学模型如下所述。

LP 模型 D₁

$$F_{Cost} = \min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} \cdot (|x_i - x_j| + d_{ij}^x) \quad (26)$$

约束式(7)~(11), 约束式(16)和式(17)。

LP 模型 D₂: 去

$$F_{Area} = \min L' \cdot W'$$

约束式(19)和式(20)。

该算法首先在第一阶段确定决策变量 S_k 、 Y_i^k 和 z_{ij}^k , 由此布局行数目标 $F_{Rows} = \sum_{k=1}^K S_k$ 即已确定, 随后第二阶段通过对 LP 模型 D₁、D₂ 精确求解分别得到目标值 F_{Cost} 与 F_{Area} 。

2.1 MRFLP 编码设计与改进换行策略

针对 MRFLP 具有组合优化和连续优化的双重特性, 通常采用包含分隔符、机器符号、净间距三个列表的扩展换位表达方式^[16-17, 31]: $[s, \{m_1, m_2, \dots, m_n\}, \{\Delta_{m_1}, \Delta_{m_2}, \dots, \Delta_{m_n}\}]$ 。其中, s 表示分隔符, 代表机器在各行上的分配数目; m_j 是机器符号, 表示布

置在第 j 个位置的机器编号, $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 序列代表机器所有可能的换位; Δ_{m_j} 代表机器 m_j 间的净间距, 用来记录所有机器在 X 轴上的绝对位置。由于该编码方式中 s 变量为已知量, 且各机器在 Y 轴方向的绝对位置无法表达, 故只能描述布置行数与行间距确定的多行设备布局问题。

根据本文 MRFLP 特点, 设计一种四列表直接编码方法, 该编码方式包括分行位置矢量 s 、行间距、机器序列和行上精确位置, 具体描述为: $[s, \{y_1, y_2, \dots, y_k\}, \{m_1, m_2, \dots, m_n\}, \{x_{m_1}, x_{m_2}, \dots, x_{m_n}\}]$ 。

表达式中的分行位置矢量 s 长度为 $\sum_{k=1}^K S_k$, s 矢量中元素 s_k 表示布置在第 k 行的机器数目, 若 $S_k = t$, 则表示序列 $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 中布置在第 k 行的机器序列为 $\{m_{(s_1+s_2+\dots+s_{k-1}+1)}, m_{(s_1+s_2+\dots+s_{k-1}+2)}, \dots, m_{(s_1+s_2+\dots+s_{k-1}+t)}\}$, 且该行所有机器的 Y 轴坐标均为 y_k ; $\{x_{m_1}, x_{m_2}, \dots, x_{m_n}\}$ 表示该序列中机器在不同行上的 X 轴坐标值。

在 MRFLP 编码过程中, 同一种机器序列可能产生不同的分行位置矢量 s , 即在满足布局空间限制的条件条件下, 布局行数和各行上分配的机器数目会有多种组合方式。令 $Sol = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, 为确定所有可行的 s , 目前研究中一般采用设备自动换行策略: 在满足间隙约束条件下, 将机器序列 Sol 按顺序从区域左下位置依次沿行开始布局, 若在同一行中布置的机器总长度超过布局区域尺寸, 则自动开启下一行布局空间。该布局策略的优点是可以保证所得分配方式的可行性, 但只能得到一个分行位置矢量。为搜索序列 Sol 表示的所有可行布局方案, 本文提出了一种改进的换行策略, 并对各方案中机器的相对位置决策变量 S_k 、 Y_i^k 、 z_{ij}^k 取值进行确定。具体方式如下所示。

- (1) 初始化变量 L_dym , 令 $L_sum = 0$, $length = n$, $k = 1$ 。
- (2) 令 $l_sum = l_sum + \Gamma_{m_1}^L + l_{m_1}$ 。
- (3) 设 $index = 2$ 。
- (4) 若 $l_sum + \Gamma_{m_{index-1}}^R \leq L_dym$, 执行步骤(5), 否则执行步骤(10)。
- (5) 判断 $l_sum + a_{m_{index-1}, m_{index}}^H + l_{m_{index}} \leq L_dym$, 若成立, 则令 $l_sum = l_sum + a_{m_{index-1}, m_{index}}^H + l_{min dex}$, 否则执行步骤(9)。
- (6) 若 $index = length$, 则执行下一步骤, 否则执行步骤(8)。
- (7) 判断 $l_sum + \Gamma_{m_{index}}^R \leq L_dym$, 若成立, 则令 $Sol = \emptyset$, 将机器 $\{x_{m_1}, x_{m_2}, \dots, x_{index}\}$ 布置在第 k 行, 继续执行步骤(12), 否则在第 k 行上布置机器 $\{x_{m_1}, x_{m_2}, \dots, x_{index}\}$, 并开启新的行空间布置机器

x_{index} , 执行步骤(12)。

(8) 令 $index = inesx + 1$, 执行步骤(4)。

(9) 在第 k 行上布置机器 $\{x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{index-1}\}$, 令 $Sol = Sol \setminus \{x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{index-1}\}$, 更新 $length = length - (index - 1)$, 执行步骤(11)。

(10) 将机器 $\{x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{index-2}\}$ 分配到第 k 行, 更新 $Sol = Sol \setminus \{x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{index-2}\}$, $length = length - (index - 2)$, 执行步骤(11)。

(11) 令 $l_sum = 0$, $k = k + 1$, 若 $length > 1$, 则继续执行步骤(2), 否则执行下一步骤。

(12) 若 $length = 1$, 则在新开启的行空间中布置机器 m_1 , 结束程序运行。

其中, l_sum 表示布置在行上的机器长度与行间最小间隙之和, $length$ 表示序列 Sol 的长度。 L_dym 为假定的区域边界长度, 初始设置该变量值为 L , 在完成换行程序之后, 以步长 $\min\left(L - \max_{k=1, \dots, K}(l_sum_k)\right)$ 进行更新(l_sum_k 代表第 k 上的机器布置长度), 即 $L_dym = L_dym - \min\left(L - \max_{k=1, \dots, K}(l_sum_k)\right)$ 。

2.2 DE 算法离散化

差分进化(Differential evolution, DE)是一种基于群体差异的随机演化算法^[32], 具有很强的全局搜索能力, 最早用于求解连续函数优化问题。DE 算法待参数较少、收敛速度快, 近年来被广泛应用于各个领域^[32-33]。针对 MRFLP 的组合优化特性, 本文对 DE 算法的相关操作进行离散性构造, 设计了一种多目标离散差分进化算法来确定可行的机器排序集合。

2.2.1 变异

DE 算法的变异操作如式(27)所示, 其中 $\mathbf{v}_{p,G+1}$ 表示第 p ($p \neq r_1, r_2$ 或 r_3) 个目标矢量在 $G+1$ 代产生的施予矢量, 该矢量由 r_1, r_2 和 r_3 三个不同的参数矢量产生, $FF \in [0, 2]$ 是缩放因子, 控制偏差变量的放大作用。

$$\mathbf{v}_{p,G+1} = \mathbf{x}_{r_1,G} + FF \times (\mathbf{x}_{r_2,G} - \mathbf{x}_{r_3,G}) \quad (27)$$

将式(27)的变异操作映射到 MRFLP 离散解空间, 定义 DE 中的每个个体表示一个机器序列 Sol , 第 G 世代中随机选择的目标矢量表示为 $\mathbf{x}_{p,G} = \{m_{1,G}^p, m_{2,G}^p, \dots, m_{n,G}^p\}$, 式中相关操作的离散运算如下所示。

(1) 减法运算“-”: 定义参数矢量 $\mathbf{x}_{r_2,G}, \mathbf{x}_{r_3,G}$ 的减法运算结果为机器交换对 I^- 集合。比较两参数矢量对应位置上的机器编号是否相同, 同一位置上的不同机器编号 $\{m_{i,G}^{r_2}, m_{i,G}^{r_3}\}$ (第 i 位置) 构成交换对 I_i^- , 执行 $I^- = I^- \cup I_i^-, i = 1, 2, \dots, n$, 即可得到所有可行的

交换位置。

(2) 乘法运算“ \times ”: 定义 $F \times I^-$ 的运算结果仍为交换对集合, 记为 V 。该运算具体的执行过程为: (a) 除去 I^- 中重复交换对并统计集合维数 $|I^-|$, 计算 $\left\lfloor \left(F \times |I^-|\right) \right\rfloor$; (b) 从 I^- 中随机选择 $\left\lfloor \left(F \times |I^-|\right) \right\rfloor$ 个位置交换对组成 V 。

(3) 加法运算“+”: 定义 $\mathbf{v}_{p,G+1} = \mathbf{x}_{r_1,G} + V$ 表示参数矢量 $\mathbf{x}_{r_1,G}$ 与集合 V 中的每个位置交换对相加。设 $[m_{i,G}^{r_2}, m_{i,G}^{r_3}]$ 是 V 中的第 i 个位置交换对, 则运算“+”表示交换 $\mathbf{x}_{r_1,G}$ 中 $m_{i,G}^{r_2}$ 和 $m_{i,G}^{r_3}$ 位置的机器, 若交换之后的机器排序满足布局边界约束, 则将该序列作为可行的施予矢量并到集合 $\mathbf{v}_{p,G+1}$ 中, 否则作为不可行的机器排序方案剔除。

所提离散变异操作以互交换对中机器编号的位置, 实现在离散空间中解矢量的全局搜索, 其本质为 Swap 变异^[33]。该离散方法严格按照式(27)产生新解, 子代可继承父代的优良性能, 与全局随机探索的随机键离散方法相比, 更具 Lamarckian 性^[34]。

2.2.2 交叉

为增加干扰目标矢量的多样性, 对 $\mathbf{x}_{p,G} = \{m_{1,G}^p, m_{2,G}^p, \dots, m_{n,G}^p\}$ 的邻域进行不同深度的搜索。由于局部开发操作是解决 FLP 最有效的方法之一^[35-36], 本文选择以 PMX^[37]交叉方式产生 DE 算法的试验变量。算法交叉操作步骤如下。

(1) 设置施予矢量长度 $|\mathbf{v}_{p,G+1}|$ 为最大搜索深度, 初始化 $r = 1$, 并随机产生一个均匀随机数 $rand$ 。

(2) 判断 $rand < pc$, 若成立, 则执行步骤(3), 否则执行步骤(5);

(3) 将目标矢量 $\mathbf{x}_{p,G}$ 与 $\mathbf{v}_{p,G+1}$ 中第 r 个施予矢量作为父代, 执行 PMX 操作。

(4) 判断步骤(2)得到的子代是否可行, 若是, 则保存到 $\mathbf{u}_{p,G+1}$ 中, 否则剔除。

(5) 更新 $r = r + 1$, 循环步骤(2)~(4), 直至达到最大搜索深度。

其中, $\mathbf{u}_{p,G+1}$ 表示交叉之后得到的试验变量集合, 从中选择目标函数最优的个体并与 $\mathbf{x}_{p,G}$ 进行对比, 选择较优者作为 $\mathbf{x}_{p,G+1}$ 对种群中第 p 个体进行更新。

2.2.3 选择

与单目标问题不同, 多目标问题由于各子目标间相互制约、量纲不一致等情况, 无法直接通过对比数值大小判断解的优劣, 传统的加权求解方法亦存在主观性强、权系数分配不合理等问题。因此, 本文结合 Pareto 解集思想对布局方案间的支配与非支配关系进行判断, 并设置外部档案容量 N_0 , 降低 Pareto 最优解集密度, 从而提高算法运算效率。

引入 NSGA-II 拥挤距离机制^[23]对每个非劣解进行排序: 对各个子目标 $F_b(\{1, 2, \dots, Z\})$ 按升序排列, 设置第 b 个目标的边缘解子拥挤距离为 $h_1^b = h_{N_1}^b = 1$, 非边缘解的子拥挤距离如式(28), 则第 i 个非劣解的拥挤距离可由式(29)表示。其中, N_1 是非劣解总数目, $F_b^{N_1}$ 和 F_b^1 分别表示第 b 个子目标的最大值和最小值。

$$h_i^b = \frac{F_b^{i+1} - F_b^{i-1}}{F_b^{N_1} - F_b^1} \quad (28)$$

$$H_i = \sum_{b=1}^Z h_i^b \quad (29)$$

DE 算法根据贪婪选择策略更新世代种群。为提高算法寻优能力、加快算法收敛速度, 采用 Goldberg 非劣排序技术对 $P_G \cup P_{G+1}$ 解集进行分级, 保留 Pareto 前沿中的最优解集作为新种群的部分个体, 剩余个体则在次一级的较优解集中随机选择, 直至满足种群规模。其中, P_G 和 P_{G+1} 分别表示第 G 世代时的初始种群与算法迭代结束后的种群。

在上述选择方法的作用下, 随着进化代数的增加, 个体之间的差异会逐渐降低, 从而导致算法过早收敛于局部极值附近。为此, 设置参数 pm , 并对 P_{G+1} 中每个个体产生一随机数 $rand$, 若 $rand < pm$, 则对个体进行两点变异操作, 并判断变异之后所得解的可行性, 将可行的解替换原个体, 从而保证了种群多样性。

2.3 Pareto 非劣解集评价指标

为定量分析所提 MDDE 算法的求解性能, 本文以世代距离(Generational distance, GD)指标^[24]和间隔指标(Spacing metric, SM)指标^[25]对 Pareto 非劣解集的收敛性与分布性进行评价。其中, GD 表示算法所得非劣解的目标空间与真实 Pareto 最优解的逼近程度, 其值越小说明算法收敛性越好, 该指标表达式如式(31)所示

$$d_i = \min_j \left\{ \sqrt{\sum_{b=1}^Z \left(\frac{F_b^i - F_b^j}{F_b^{\max} - F_b^{\min}} \right)^2} \right\}, \forall j \in \{1, 2, \dots, N_{true}\} \quad (30)$$

$$GD = \frac{1}{N_{Pareto}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{Pareto}} d_i^2} \quad (31)$$

式中 d_i ——第 i 个 Pareto 最优解与真实 Pareto 前沿之间的标准欧式距离;

N_{true} ——真实 Pareto 最优解的个数;

N_{Pareto} ——算法所得非劣解的个数;

F_b^i ——第 i 个 Pareto 最优解中第 b 个子目标的函数值;

SM 指标用于衡量 Pareto 非劣解是否均匀分布

在 Pareto 最优解前沿上, 其值越小说明最优解集分布越均匀, 该指标定义如式(33)所示

$$d_i' = \min_j \left\{ \sum_{b=1}^Z \left| \frac{F_b^i - F_b^j}{F_b^{\max} - F_b^{\min}} \right| \right\}, 1 \leq i, j \leq N_{Pareto}, i \neq j \quad (32)$$

$$SM = \sqrt{\frac{1}{N_{Pareto} - 1} \sum_{i=1}^{N_{Pareto}} (\bar{d}' - d_i')^2} \quad (33)$$

式中 d_i' ——第 i 个 Pareto 最优解与其他最优解间最短规范目标距离和;

\bar{d}' ——所有 d_i' 的平均值, 即 $\bar{d}' = \frac{1}{N_{Pareto}} \sum_{i=1}^n d_i'$;

F_b^{\min} ——真实 Pareto 最优解中第 b 个子目标的最大目标函数值;

F_b^{\max} ——真实 Pareto 最优解中第 b 个子目标的最小目标函数值, 若 $F_b^{\min} = F_b^{\max}$, 此时令分母为该子目标的最优函数值。

2.4 MDDE-LP 算法流程

针对 MRFLP 问题的离散性及求解的复杂性, 本文设计了一种两阶段的 MDDE-LP 算法。该算法的具体流程如图 3 所示。其中, Max_gen 和 noP 分别表示 MDDE 算法的最大迭代次数与种群规模。

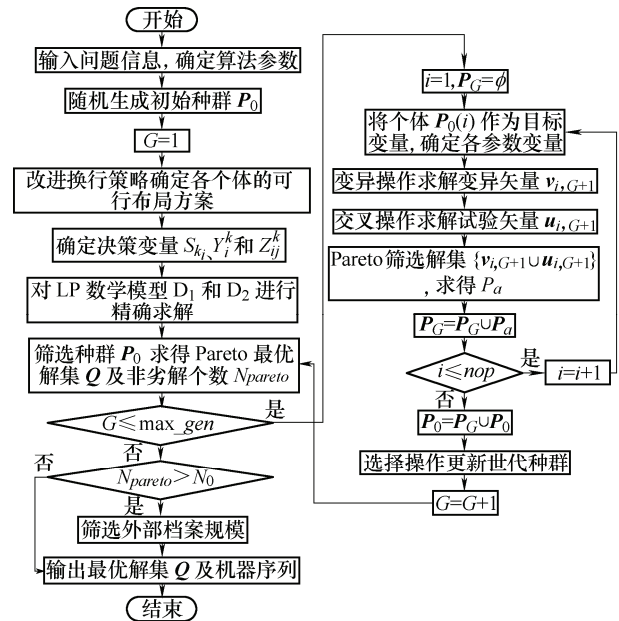


图 3 MDDE-LP 算法流程图

3 三种进化模式的差分算子对比

DE 算法具有多种进化模式, 主要体现在差分算子中变异公式的不同。在文献[32]所提的 6 种进化模式中, DE/rand/1 与 DE/rand/2 差分算子通过随机选择种群中的个体作为参数矢量, 使得算法具有较好的探索能力; DE/best/1 和 DE/best/2 由于引入

当前种群中最优个体指导目标矢量的进化方向, 算法的开发能力较强; DE/rand-to-best/1 和 DE/current-to-best/1 均具有较好的局部寻优能力, 但 DE/rand-to-best/1 算子的全局搜索性能更优。

为验证不同差分进化模式下 MDDE 算法求解 MRFLP 的运算特点, 本文对算子结构较为简单的 DE/rand/1、DE/best/1 和 DE/rand-to-best/1 差分算子进行试验对比, 所选 3 种算子的变异公式如式(34)~(36)所示。其中, $\mathbf{x}_{r_1,G}$ 表示第 G 世代种群中在 Pareto 非劣解集中随机选取的非劣解

$$\mathbf{v}_{p,G+1} = \begin{cases} \text{DE/rand/1:} & \mathbf{x}_{r_1,G} + F \times (\mathbf{x}_{r_2,G} - \mathbf{x}_{r_3,G}) & (34) \\ \text{DE/best/1:} & \mathbf{x}_{best,G} + F \times (\mathbf{x}_{r_1,G} - \mathbf{x}_{r_2,G}) & (35) \\ \text{DE/rand-to-best/1:} & \mathbf{x}_{r_1,G} + F \times (\mathbf{x}_{best,G} - \mathbf{x}_{r_1,G}) + \\ & F \times (\mathbf{x}_{r_2,G} - \mathbf{x}_{r_3,G}) & (36) \end{cases}$$

采用 Matlab R2016b 软件开发 MDDE-LP 算法程序, 在 Intel(R) Core(TM) i5-2450M CPU、主频 2.5 GHz、4 GB 内存机器, Windows 7 环境下运行, LP 数学模型的精确求解由 GUROBI 7.0.2 优化器实现。为研究所述 3 种算法对不同问题规模的求解特点, 首先对小规模 Simmons 9 问题进行测试, 通过探讨不同算法所得 Pareto 前沿的分布情况, 对比分析算法对小规模问题的求解性能。针对 AB20 问题, 通过对 3 种算法在迭代过程中世代距离和间隔指标的变化趋势, 验证不同算法求解大规模问题时的性能。

3.1 小规模算例

以本文所提物料流成本 F_{Cost} 、布局行数 F_{Rows} 和

布局面积 F_{Area} 为优化目标, 首先对 $n=9$ 的小规模问题进行测试运算。该算例的部分问题参数如文献[38]所示, 设置布局场地尺寸为 30×50 。兼顾求解质量和运算时间, 设置种群规模 $noP=20$, 最大迭代次数 $Max_gen=50$, 缩放因子 $F=0.5$, 变异概率 pm 和交叉概率 pc 分别设置为 0.3 和 0.9。由于 MRFLP 具有连续问题的特点, 在确定机器的相对位置之后, 其精确位置的可行布置存在无穷多个方案, 对应 Pareto 前沿中一系列连续的点, 故设置外部档案容量 $N_0=10$ 。在相同算法参数设置条件下, 三种 MDDE 算法运行 10 次的计算结果如表 2 所示。其中, T 表示算法运行时间, Avg、SD 分别表示各算法 10 次运算所得结果的平均值和标准差值, 各算法每次求得 Pareto 非劣解个数及非劣解集中真实 Pareto 最优解出现的个数列于表中第 2、7 和 12 列。

为方便对比, 表 2 中均值和标准差值最优结果以粗体标识, 不同算法 10 次运算中各指标的最优结果用下划线表示。由于第 3.3 节中算法评价的分布性指标不适用于 Pareto 非劣解个数小于 3 的情况, 故用“—”表示未求得的运算结果。对上述所得 30 个非劣解集作并集运算并进行 Pareto 筛选, 将所得结果作为真实 Pareto 非劣解 \mathbf{Q}_{true} , 挑选 3 种算法 10 次重复运算所得的最优解分别列于表 3 中, 各解对应的布局方案(机器精确位置)与子目标最优值如表 3~6 列所示, 其中, 加粗字体表示算法求得 \mathbf{Q}_{true} 中的最优解。

表 2 不同差分算子求解 Simmons 9 问题的计算结果

	Simmons 9											
	MDDE/rand/1				MDDE/best/1				MDDE/rand-to-best/1			
	N_{Pareto}	GD	SM	T/s	N_{Pareto}	GD	SM	T/s	N_{Pareto}	GD	SM	T/s
1	0/3	173.13	9.38	228.44	1/2	0.002	—	161.82	0/5	2.16	0.92	312.64
2	1/1	0	—	226.32	0/2	5.16	—	160.81	2/2	0.00	—	311.47
3	2/3	0	0.67	228.54	3/3	0	0.667	162.39	1/2	0.02	—	320.28
4	0/2	5.16	—	230.65	1/2	0.002	—	164.20	1/1	0	—	321.29
5	0/5	2.72	0.57	229.77	2/2	0	—	160.28	0/2	3.89	—	318.72
6	1/3	2.59	0.08	219.87	3/3	0	0.667	162.38	0/2	3.89	—	324.29
7	1/1	0	—	230.00	3/3	0	0.667	163.29	1/1	0	—	319.38
8	0/2	5.16	—	224.21	3/3	0	0.667	164.20	0/2	5.16	—	320.38
9	1/1	0	—	208.00	2/2	0	—	160.29	1/1	0	—	311.28
10	1/5	103.88	8.00	240.00	1/2	0.002	—	162.18	0/2	5.16	—	320.28
Avg	—	32.52	3.74	226.58	—	0.52	0.667	162.18	—	2.03	0.92	318.00
SD	—	58.99	4.07	7.89	—	1.55	0	1.37	—	2.17	—	4.31

表 3 三种算法所得 Pareto 非劣解的布局结果

算法	序号	布局方案	F_{Cost}	F_{Rows}	F_{Area}
MDDE/rand/1	1	[26.0, 5.5] [20.0, 14.0] [26.0, 22.5] [20.0, 22.5] [11.5, 5.5] [11.5, 22.5] [13.0, 14.0] [19.5, 5.5] [26.0, 14.0]	1993.50	3	609.50
	2	[3, 12.5] [6, 4] [3, 27.5] [9, 27.5] [13.5, 4] [13.5, 12.5] [13, 20] [15.5, 27.5] [6, 20]	2261.50	4	608.00
	3	[26.5, 28.0] [26.50, 13.0] [18.0, 4.5] [13.5, 28.0] [26.5, 4.5] [17.0, 13.0] [25.0, 20.5] [20.0, 28.0] [18.0, 20.5]	2291.50	4	601.25
MDDE/best/1	1	[26.0, 5.5] [20.0, 14.0] [26.0, 22.5] [20.0, 22.5] [11.5, 5.5] [11.5, 22.5] [13.0, 14.0] [19.5, 5.5] [26.0, 14.0]	1993.50	3	609.50
	2	[26.5, 28.0] [26.50, 13.0] [18.0, 4.5] [13.5, 28.0] [26.5, 4.5] [17.0, 13.0] [25.0, 20.5] [20.0, 28.0] [18.0, 20.5]	2291.50	4	601.25
	3	[3.0, 12.5] [6.0, 4.0] [3.0, 27.5] [9.0, 27.5] [13.5, 4.0] [13.5, 12.5] [6.0, 20.0] [15.5, 27.5] [13.0, 20.0]	2260.50	4	608.00
MDDE/rand-to-best/1	1	[26.0, 5.5] [20.0, 14.0] [26.0, 22.5] [20.0, 22.5] [11.5, 5.5] [11.5, 22.5] [13.0, 14.0] [19.5, 5.5] [26.0, 14.0]	1993.50	3	609.50
	2	[3.0, 12.5] [6.0, 4.0] [3.0, 27.5] [9.0, 27.5] [13.5, 4.0] [13.5, 12.5] [6.0, 20.0] [15.5, 27.5] [13.0, 20.0]	2260.50	4	608.00

对比运算结果可知：最小物料流成本 $F_{Cost}=1993.50$ ，最优布局行数 $F_{Rows}=3$ ，最少开启 3 个行空间，最小布局面积 $F_{Area}=601.25$ ，3 种算法中，MDDE/rand/1 与 MDDE/rand-to-best/1 最多可求得 2 个真实 Pareto 最优解，而 MDDE/best/1 算法 10 次运算中有 4 次可求得真实 Pareto 最优解集，求解成功率最高；MDDE/best/1 算法的世代距离均值 $GD=0.52$ ，小于其他 2 种算法，且分布性指标均值 $SM=0.667$ ，在 3 种算法中结果最优，由此可知，该算法与 MDDE/rand/1 和 MDDE/rand-to-best/1 相比，具有更好的收敛性，求得的 Pareto 最优解在 Q_{true} 前沿中分布更加均匀；通过对比运算 10 次之后 3 种算法所得 GD 、 SM 评价指标的标准差值，MDDE/best/1 算法 10 次运算结果的离散性最小，说明算法具有较好的求解稳定性；为进一步说明算法的求解效率，将 3 种算法的求解时间列于表 2，由对比可知，MDDE/best/1 算法的求解速度最快(值得说明的是，162.18 s 中有 84% 的时间用于 GUROBI 模型求解)，求解时间为 MDDE/rand-to-best/1 算法的 51%，这是因为后者算法中的差分算子在运算中会产生大量位置交换对，对两位置交换结果的有效性判断耗时较长，且 MDDE/best/1 进化模式以 $x_{best,G}$ 全局最优解作为“+”操作的参数矢量，进而保证了子代解的编码质量。

为进一步说明 3 种算法求解 Simmons 9 问题的运算特点，绘制了如图 4 所示的种群收敛与各算法所得 Pareto 前沿示意图。其中，“○”表示随机产生的初始种群目标函数值，菱形、正方形和倒三角形分别表示 3 种算法在迭代结束后的终止种群，填充形状表示该个体的布局行数目标 $F_{Rows}=4$ ，未填充个体表示子目标 $F_{Rows}=3$ ，图中拟合曲线表示 3 种算法的 Pareto 前沿。设置 3 种算法的初始种群相同，

由图可知，迭代开始时初始种群个体分布比较分散，目标函数值差。迭代结束后，3 种算法的种群趋于收敛，个体分布密集且目标值较优，均逼近真实 Pareto 前沿，但 MDDE/best/1 算法所得前沿更优，且求得了更具支配性的非劣解。

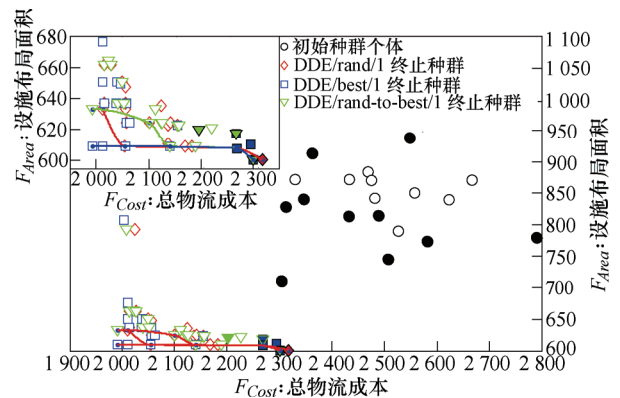


图 4 3 种算法求解 Simmons 9 问题的 Pareto 前沿分布图

综上所述，3 种算法中 MDDE/best/1 求解质量与求解效率均优于其他算法，表明了所提算法求解 Simmons 9 小规模问题的有效性。

3.2 中大规模算例

为对比 3 种算法求解中大规模问题的有效性，以文献[39]中 AB20 的测试算例为研究对象，各机器的长宽比 α 及部分问题参数如附录表 8 所示。该问题仍以最小化物料流成本 F_{Cost} 、最优化布局行数 F_{Rows} 和最小化布局面积 F_{Area} 为目标。与小规模问题相比，由于问题的组合特性，随着机器规模的增大，可行的机器分配方案呈指数级增加，若问题规模为 n ，则最多有 $\frac{n!}{2} \sum_{i=1}^n P_i(n)$ ($P_i(n)$ 表示部分数为 i 的 n -分拆个数)种可行的机器布置方案，机器可分配的数目增加到 n ，最小间隙约束与布局边界约束增

多, 机器相对位置与绝对位置的确定更加困难。设置算法参数 $Max_gen = 80$, $pm = 0.5$, $N_0 = 15$,

其他参数与第 4.2 节保持一致。仍对 3 种算法重复 10 次运算, 所得结果如表 4 所示。

表 4 不同差分算子求解 AB20 问题的计算结果

	AB 20											
	DDE/rand/1				DDE/best/1				DDE/rand-to-best/1			
	N_{Pareto}	GD	SM	T/s	N_{Pareto}	GD	SM	T/s	N_{Pareto}	GD	SM	T/s
1	0/15	0.04	0.12	888.37	2/15	0.04	0.08	667.92	0/15	0.19	0.15	1016.44
2	0/15	0.10	0.28	1038.29	2/15	0.01	0.16	739.32	0/15	0.07	0.21	989.55
3	0/15	0.07	0.23	1175.85	1/15	0.03	0.10	801.43	0/15	0.30	0.26	1104.11
4	0/12	0.13	0.39	1041.60	1/15	0.11	0.12	661.19	0/12	0.11	0.18	1005.97
5	0/15	0.14	0.32	988.77	1/15	0.01	0.13	795.75	0/15	0.06	0.19	1083.46
6	0/15	0.10	0.27	956.05	1/15	0.10	0.14	770.19	0/15	0.09	0.22	973.51
7	0/15	0.10	0.27	1028.53	0/15	0.02	0.18	753.31	0/15	0.10	0.23	1059.25
8	0/15	0.17	0.20	1064.90	6/15	0.00	0.19	749.05	0/15	0.10	0.22	1003.43
9	0/15	0.11	0.23	1050.51	2/15	0.02	0.26	800.13	0/15	0.08	0.18	1094.92
10	0/15	0.03	0.14	1181.77	3/15	0.01	0.12	777.96	0/15	0.04	0.22	1037.96
Avg	—	0.10	0.25	1041.46	—	0.04	0.15	751.63	—	0.11	0.21	1036.86
SD	—	0.04	0.08	84.89	—	0.03	0.05	48.13	—	0.07	0.03	43.94

将重复运算的 30 个求解结果汇总并进行 Pareto 筛选, 作为 AB20 问题的真实 Pareto 最优解。由表 4 可知, MDDE/rand/1 和 MDDE/rand-to-best/1 算法运行 10 次后未求得真实 Pareto 最优解, MDDE/best/1 算法在重复运算第 8 次时求得了 6 个真实 Pareto 最优解。进一步对比收敛性指标和分布性指标可知, MDDE/best/1 算法求得各指标的平均值均优于其他算法, 且算法用时最短, 约为其他算法的 72.49%。图 5 中实心正方形、三角形分别表示算法在每次迭代完成时的 SM 、 GD 指标, 由图可知, 3 种算法中 MDDE/best/1 曲线波动较小, 各指标值稳定收敛, 说明算法具有较好的求解稳定性。该算法各代的 GD 值均低于其他算法, 迭代结束时, MDDE/best/1 算法所得 SM 值为 0.019 小于 MDDE/rand/1 与 MDDE/rand-to-best/1 得到的 0.079 和 0.189, 所得非劣解集更加趋近真实 Pareto 前沿。综上所述, 就算法性能而言, 所提 MDDE/best/1 算法在求解中大规模 AB20 问题时在求解效率和求解质量方面效果更优。

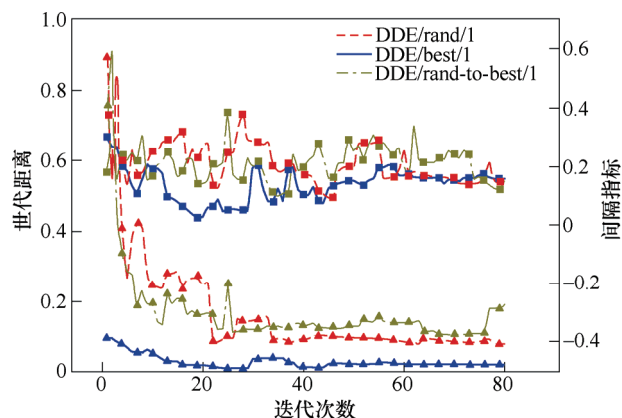


图 5 3 种算法求解 AB20 问题的 GD 、 SM 迭代曲线

4 实例验证

为进一步验证所提 MDDE-LP 算法求解 MRFLP 的有效性及其先进性, 针对 3 种不同规模的多行布局问题实例^[16, 31, 40-41]进行测试运算, 并与相应算法所求得的结果进行对比。由于 MDDE/best/1 算法求解不同规模问题的有效性, 本节选择该算法对不同研究对象进行求解, 测试运算的机器环境与第 3 节相同。

4.1 MDDE-LP 求解车间设备布局问题

文献[40]首先以 10 台设备的车间多行布局问题为研究对象, 与本文所研究的 MRFLP 不同, 设置相邻行间的距离为固定值 $s = 2$, 第一行设备到车间下边界的距离 $s_0 = 1.5$, 即该问题未考虑 Y 轴方向上的最小间隙约束。为此, 调整 LP 数学模型 D_3 为

目标函数式(26), 约束式(7)~(11)

$$s_0 + s \cdot (k-1) \leq y_k \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (37)$$

将最小化搬运总费用单目标 F_{Cost} 作为适应度函数, 其中, 遗传算法(Genetic algorithm, GA)在迭代 198 次之后求得单目标最优值 $F_{Cost} = 2\,243.08$ 。随后文献[16]提出了粒子群算法(Particle swarm optimization, PSO)对文献[40]中得到的 SLP 最优方案进行优化, PSO 算法在迭代 176 次之后求得最优目标值 2239.37, 该结果与 GA 算法相比较优。出于对比性考虑, 将本文所提 MDDE/best/1-LP 算法简化为单目标方法, 以单一目标中对比数值大小并保存最优解的贪婪选择方法替换 Pareto 筛选准则。设置算法参数: 最大迭代次数 $max_gen = 20$, 种群规模 $noP = 10$, 缩放因子 $F = 0.6$, 变异概率 $pm = 0.3$,

交叉概率 $pc = 0.99$ 。重复运算 10 次, 求得最优解 $F_{Cost} = 2\,053.70$, 该目标值与 PSO 算法所得结果相比优化了 8.29%, 且更优于 GA 算法的 2 243.08 结果。在求解效率方面, GA 算法设置种群规模为 50, 最大迭代次数 500, 变异过程中局部寻优次数参数为 10, 与 MDDE/best/1-LP 算法参数组合相比, GA 算法具有较大的全局迭代次数与局部搜索计算量。PSO 算法在 GA 算法所得布局优化结果的基础上, 对各设备的精确位置进一步优化, 算法的寻优时间为 0.259 s, 为方便对比, 将文献[40]

中所得布局方案编码为 $[[3; 4; 3], \{y_1, y_2, y_3\}, \{10, 5, 3, 7, 2, 1, 4, 6, 9, 8\}, \{x_{10}, x_5, \dots, x_8\}]$, 采用第二阶段的 LP 方法根据 D_3 数学模型进行精确求解, LP 方法在运算 0.039 s 后求得最优方案, 该方案的机器相对位置与 GA、PSO 算法相同, 但所得目标值 $F_{Cost} = 2\,174.90$ 与两算法相比较优。综上所述, MDDE/best/1-LP 算法在求解单目标问题时具有较高的求解效率, 求解质量方面也优于 GA、PSO 算法, 为方便检验, 优化后各设备的绝对位置坐标如表 5 所示。

表 5 MDDE/best/1-LP 算法求解不同算例的优化方案

实例来源	n	机器/设备(组)的绝对位置坐标($[x_i, y_i]$)	优化目标值
文献[40]	10	[8.05,5.50] [6.20,5.50] [8.05,1.50] [8.25,3.50] [5.95,7.50] [4.35,5.50] [4.80,1.50] [6.00,3.50] [8.05,7.50]	$F_{Cost}=2\,053.70$
文献[16]	13	[163.13,37.50] [140.63,37.50] [163.13,101.25] [163.13,78.75] [106.88,78.75] [120.00,101.25] [123.75,37.50]	$F_{Cost}=3\,505\,740.8$
		[106.88,37.50] [82.50,37.50] [189.38,37.50] [75.00,101.25] [210.00,37.50] [204.38,78.75]	
		[125.63,37.50] [103.13,37.50] [125.63,101.25] [103.13,78.75] [46.88,78.75] [82.50,101.25] [63.75,37.50]	$F_{Cost}=3\,591\,735.8$
		[46.88,37.50] [22.50,37.50] [84.38,37.50] [37.50,101.25] [150.00,37.50] [144.38,78.75]	
		[121.88,37.50] [99.38,37.50] [121.88,101.25] [121.88,78.75] [65.63,78.75] [78.75,101.25] [63.75,37.50]	$F_{Cost}=3\,541\,929.8$
		[46.88,37.50] [22.50,37.50] [148.13,37.50] [33.75,101.25] [82.50,37.50] [163.13,78.75]	

4.2 大型汽车构件的机械加工车间布局优化

随后对文献[16]中生产大型汽车构件的机械加工车间布局进行优化研究, 该车间主要有 13 个待布局设备组, 采用不等面积设备布局(Unequal-areas facility layer problem, UA-FLP)形式, 经 PSO 算法优化, 求得布局结果为 $F_{Cost} = 3.778 \times 10^6$ 元。针对同一实例, 文献[41]提出一种自适应遗传算法(Improved adaptive genetic algorithm, IAGA)以 MRFLP 布局形式进行规划求解, 并构建了加入惩罚项的适应度函数。为方便验算 IAGA 所得结果并与之进行对比, 首先根据文献[41]求得最优布局方案中各设备的相对位置信息, 采用 LP 方法精确求解其最优物料流成本值, 由于文献[41]所建概念模型无法进行有效运算, 故仍采用本文 D_1 、 D_2 数学模型, 并将式(26)调整为考虑逆向物流成本的适应度值表达式

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n P'_{ij} \cdot Q'_{ij} (|x_i - x_j| + d'_{ij})。经计算, 该解方$$

案实际布置区域为 $180\text{ m} \times 127.5\text{ m}$, 超出了 $225\text{ m} \times 105\text{ m}$ 的矩形布局范围, 故所得结果其实为不可行解, 此时求得最小物料流成本值为 4.111×10^6 元。为验算 MDDE/best/1-LP 方法求解该实例的运算效果, 设置布局场地区域尺寸为 $225\text{ m} \times 150\text{ m}$, 相关参数设置如上文所示, 虽然此车间布局实例为单目标问题, 但仍以所提多目标求解方法进行两阶段求解。重复运算 5 次, 选择一组最优的 Pareto 非劣解, 求得的 3 个最优解分别为 $F = [3.506 \times 10^6, 3\,22\,050]$, $F = [3.592 \times 10^6, 319\,800]$, $F = [3.542 \times 10^6, 321\,825]$,

各最优解的绝对位置坐标见表 5 第 3~5 列。通过对比可知, 所得 3 个最优解的物料流成本子目标与 PSO、IAGA 两算法相比占优, 且 F_{Area} 目标的范围在 $19\,800 \sim 21\,825\text{ m}^2$, 均小于文献[41]中的最优方案 $22\,950\text{ m}^2$ 。由对比结果可知, MDDE/best/1-LP 方法求解此车间布局问题时的性能与其他两算法相比较优。究其原因, 主要是因为上述文献均采用一种自动换行策略, 即如果在同一行内的各设备长度和相邻设备实际间距之和大于 L , 则该行最后一台设备自动布置在下一行, 该策略保证了产生解的可行性, 但忽略了其他可行的布局方案, 使得解空间未完全搜索, 而本文提出的改进换行策略以不同的水平空间长度对设备的布置进行限定, 故可得到多个组合分配方案, 另一方面, 本文以一种两阶段的 MDDE-LP 算法, 设备的精确位置直接由规划软件求解, 保证了所得解方案的最优性。

上述两实例均是对 F_{Cost} 指标优化的单目标问题, 为验证所提算法求解多目标问题的有效性, 现以文献[31]中 R 公司汽车零部件生产车间的设备布局问题为研究对象, 该问题以物料流成本 F_{Cost} 、总搬运时间 F_{Time} 为目标, F_{Time} 指标的具体公式见文献[31]。权衡求解质量与运算时间, 令外部档案个数 $N_0 = 10$, MDDE/best/1-LP 算法的其他参数仍如上文设置, 重复运算 5 次, 求得 Pareto 最优解及其布局方案列于表 6 中。综合 5 次所得最优结果, 算法求得 10 个互不占优的 Pareto 非劣解, 与文献[31]中

只能求得单一解的多目标加权处理方法相比, 结果更具多样性, 可为决策者提供侧重点不同的选择方案。所得解中 F_{Cost} 指标的范围在 93822~126664, 与文献 [31] 中混合遗传算法 (Hybrid Genetic Algorithm, HGA) 求得最优解 $F_{Cost} = 134\ 659.96$ 相比较优; F_{Time} 指标的范围为 2 638.33~3 819.83, 均小

于 HGA 的解 $F_{Time} = 4\ 124.41$; 另外, 由表 6 可知, 本文算法所得 10 个最优解中的 F_{Rows} 指标优于或等于 HGA 求得的 $F_{Rows} = 3$ 。综上所述, MDDE/best/1-LP 求解结果均支配 HGA 的解, 所提算法在保证结果多样性的同时获得了更高质量的解, 进而验证了算法求解多目标问题时的有效性。

表 6 求解文献[31]实例的 Pareto 最优解方案

n	序号	设备的绝对位置坐标($[x_i, y_i]$)	F_{Cost}	F_{Time}	F_{Rows}
10	1	[111,18] [144,18] [60,52] [20,52] [24,18] [70,18] [177,52] [90,52] [128,52] [177,18]	115 986	3 819.83	2
	2	[19,18] [91,18] [60,47] [20,47] [60,72] [60,18] [152,18] [114,18] [113,72] [103,47]	93 822	3 064.67	3
	3	[125,18] [53,18] [60,52] [20,52] [173,18] [84,18] [128,52] [90,52] [177,52] [20,18]	126 664	3 326.50	2
	4	[22,64] [80,64] [68,35] [68,12] [117,12] [111,64] [23,35] [57,64] [21,12] [111,35]	104 752	2 638.33	3
	5	[70,14] [101,69] [70,40] [30,40] [24,69] [70,69] [115,40] [105,14] [22,14] [134,69]	98 198	2 927.00	3
	6	[69,14] [146,48] [109,14] [20,48] [69,48] [115,48] [177,14] [139,14] [21,14] [179,48]	119 394	3 616.83	2
	7	[21,66] [79,66] [79,37] [119,37] [120,12] [110,66] [34,37] [56,66] [21,12] [69,12]	101 798	2 782.67	3
	8	[70,14] [101,69] [70,40] [30,40] [24,69] [70,69] [115,40] [105,14] [143,14] [134,69]	96 390	2 951.50	3
	9	[53,14] [53,69] [84,40] [44,40] [130,69] [84,69] [129,40] [88,14] [126,14] [20,69]	99 062	2 819.83	3
	10	[65,48] [98,48] [138,14] [178,14] [175,48] [129,48] [70,14] [108,14] [21,14] [20,48]	120 486	3 557.83	2

5 结论

针对现有研究中 MRFLP 事先确定布置行数和未考虑相邻行机器最小间隙约束条件的不足, 以最小化物料搬运成本、布局行数、占地面积为评价指标, 构建了多行设备布局问题的数学模型, 并提出一种结合离散多目标差分进化算法和 LP 精确求解的两阶段方法, 通过对不同试验算例的求解对比, 验证了所提方法的求解有效性和算法先进性。

(1) 建立了不固定布局行数目的 MRFLP 多目标数学模型, 在考虑同行中相邻机器间最小间隙约束条件的同时, 增加了不同行之间距离约束的限制, 分析了该数学模型退化为 MREFLP、SF-MRFLP 问题模型的条件, 通过对 M5 算例的求解试验, 进一步验证了所建数学模型的正确性。

(2) 结合 MRFLP 问题特点, 采用一种新的编码方法, 该方法直接表达各机器在不同行上的布置信息及其精确位置。针对传统自动换行技术只能产生单一机器布置方案, 无法寻得所有可行解的不足, 设计了一种改进换行策略。该方法以不同的水平空间长度对设备的布置进行限定, 在保证布置方案可行性的同时对所有可能的布置情况进行确定。

(3) 针对 MRFLP 离散性与连续性的双重特性, 提出了一种 MDDE-LP 两阶段方法。该方法在第一阶段以离散差分进化操作确定机器的相对位置, 第二阶段通过对 LP 模型的精确求解确定各机器的绝对位置。以 Simmons 9 和 AB20 为研究对象, 对比不

同差分进化模式下该方法求得的 Pareto 最优解个数、世代距离和间隔指标, 结果表明 3 种算法中 MDDE/best/1-LP 方法在不同问题规模下均具有良好的求解性能。

(4) 为进一步证明 MDDE/best/1-LP 算法的求解先进性, 采用该算法对 3 种不同规模的实例问题进行求解, 计算结果表明 MDDE/best/1-LP 在求解 10 和 13 规模的单目标问题时优于 GA、PSO、IAGA 算法, 多目标问题的求解试验对比结果亦说明所提算法可求得更具支配性的 Pareto 非劣解集。

参 考 文 献

- [1] ANJOS M F, VIEIRA M V C. Mathematical optimization approaches for facility layout problems: The state-of-the-art and future research directions [J]. European Journal of Operational Research, 2017, 261(1): 1-16.
- [2] 刘琼, 赵海飞. 基于多目标果蝇算法面向低碳的车间布局与调度集成优化[J]. 机械工程学报, 2017, 53(11): 122-133.
LIU Qiong, ZHAO Haifei. Integrated Optimization of workshop layout and scheduling to reduce carbon emissions based on a multi-objective fruit fly optimization algorithm [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(11): 122-133.
- [3] TOMPKINS J A, WHITE J A, BOZER Y A, et al. Facilities planning [M]. 4th ed. New York: John Wiley & Sons, 2010.
- [4] SADRZADEH A. A genetic algorithm with the heuristic

- procedure to solve the multi-line layout problem [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2012, 62(4): 1055-1064.
- [5] ANJOS M F, FISCHER A, HUNGERLÄNDER P. Solution approaches for equidistant double- and multi-row facility layout problems [J]. *Cahier du GERADG* 2015, 6: 33.
- [6] ANJOS M F, FISCHER A, HUNGERLÄNDER P. Solution approaches for the double-row equidistant facility layout problem [M]// London: Operations Research Proceedings 2014. Springer International Publishing, 2016.
- [7] AMARAL A R S. A parallel ordering problem in facilities layout. [J]. *Computers & Operations Research*, 2013, 40(12): 2930-2939.
- [8] MAADI M, JAVIDNIA M, JAMSHIDI R. Two strategies based on meta-heuristic algorithms for parallel row ordering problem (PROP) [J]. *Iranian Journal of Management Studies*, 2017, 10(2): 467-498.
- [9] ANJOS M F, HUNGERLÄNDER P. A semidefinite optimization approach to space-free multi-row facility layout [J]. *Zhurnal Mikrobiologii Epidemiologii i Immunobiologii*, 2012(5): 74-85, 190.
- [10] SINGH S P, SHARMA R R K. Two-level modified simulated annealing based approach for solving facility layout problem [J]. *International Journal of Production Research*, 2008, 46(13): 3563-3582.
- [11] PANAGIOTISKOUVELIS, WEN-CHYUANCHIANG, GANGYU. Optimal algorithms for row layout problems in automated manufacturing systems [J]. *AIIE Transactions*, 1995, 27(1): 99-104.
- [12] HUNGERLÄNDER P, ANJOS M F. A semidefinite optimization-based approach for global optimization of multi-row facility layout [J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 245(1): 46-61.
- [13] SAFARZADEH S, KOOSHA H. Solving an extended multi-row facility layout problem with fuzzy clearances using GA [J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 61: 819-831.
- [14] CAMP D J V, CARTER M W, VANNELLI A. A nonlinear optimization approach for solving facility layout problems [J]. *European Journal of Operational Research*, 1992, 57(2): 174-189.
- [15] HASSAN M M, HOGG G L. A review of graph theory application to the facilities layout problem [J]. *Omega*, 2009, 15(4): 291-300.
- [16] 郭源源, 王谦, 梁峰. 基于粒子群优化算法的车间布局设计 [J]. *计算机集成制造系统*, 2012, 18(11): 2476-2484.
- GUO Yuanyuan, WANG Qian, LIANG Feng. Facility layout design based on particle swarm optimization [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2012, 18(11): 2476-2484.
- [17] GEN M, IDA K, CHENG C. Multirow machine layout problem in fuzzy environment using genetic algorithms [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 1995, 29(1): 519-523.
- [18] TAVAKKOLI-MOGHADDAM R, TORABI N, GHASEMINEJAD A. A quaternion firefly algorithm to solve a multi-row facility layout problem [J]. *International Journal of Engineering*, 2015, 28(11): 1605-1613.
- [19] TUBAILEH A, SIAM J. Single and multi-row layout design for flexible manufacturing systems [J]. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2017, 30(12): 1316-1330.
- [20] ANJOS M F, VIEIRA M V C. An improved two-stage optimization-based framework for unequal-areas facility layout [J]. *Optimization Letters*, 2014, 10(7): 1-14.
- [21] FORGHANI K, MOHAMMADI M, GHEZAVATI V. Integrated cell formation and layout problem considering multi-row machine arrangement and continuous cell layout with aisle distance [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2015, 78(5-8): 687-705.
- [22] AHMADI A, JOKAR M R A. An efficient multiple-stage mathematical programming method for advanced single and multi-floor facility layout problems [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(9-10): 5605-5620.
- [23] 张超勇, 董星, 王晓娟, 等. 基于改进非支配排序遗传算法的多目标柔性作业车间调度 [J]. *机械工程学报*. 2010, 46(11): 156-164.
- ZHANG Chaoyong, DONG Xing, WANG Xiaojuan, et al. Improved NSGA-II for the multi-objective flexible job-shop scheduling problem [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(11): 156-164.
- [24] COELLO C A C, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(3): 256-279.
- [25] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [26] HOSSEINI-NASAB H, FEREIDOUNI S, GHOMI S M T F, et al. Classification of facility layout problems: A review study [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2018, 94(1-4): 957-977.
- [27] KUMAR K R, HADJINICOLA G C, LIN T L. A heuristic

- procedure for the single-row facility layout problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 1995, 87(1): 65-73.
- [28] 左兴权, 王春露, 赵新超. 一种结合多目标免疫算法和线性规划的双行设备布局方法[J]. *自动化学报*, 2015, 41(3): 528-540.
- ZUO Xingquan, WANG Chunlu, ZHAO Xinchao. Combining multi-objective immune algorithm and linear programming for double row layout problem[J]. *ACTA AUTOMATICA SINICA*, 2015, 41(3): 528-540.
- [29] GUAN C, ZHANG Z, LI Y. A flower pollination algorithm for the double-floor corridor allocation problem[J]. *International Journal of Production Research*, 2019: 1-22.
- [30] SAHRAEIAN R, NIKSAR E, BEYNAGHI A. Simulated annealing algorithm for facility layout problem with fixed machines and multiple process routes[C]// *International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management*. 2011: 835-846.
- [31] MIAO Z, XU K. Research of multi-rows facility layout based on hybrid algorithm[C]// *International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering*. IEEE, Xi'an, CHINA: 2009: 553-556.
- [32] PRATAP A, AGARWAL S, MEYARIVAN T. Differential evolution enhanced with multiobjective Sorting-Based mutation operators [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(12): 2792-2805.
- [33] TER-SARKISOV A, MARSLAND S. K-Bit-Swap: A new operator for real-coded evolutionary algorithms [J]. *Soft Computing*, 2017, 21(20): 6133-6142.
- [34] CHENG R W, GEN M, TSUJIMURA Y. A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms .1. Representation [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 1996, 30(4): 983-997.
- [35] KOTHARI, RAVI, GHOSH, et al. Tabu search for the single row facility layout problem using exhaustive 2-opt and insertion neighborhoods [J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 224(1): 93-100.
- [36] YU M, ZUO X, MURRAY C C. A tabu search heuristic for the single row layout problem with shared clearances[C]// *2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE. Beijing, CHINA: 2014: 819-825.
- [37] TING C K, SU C H, LEE C N. Multi-parent extension of partially mapped crossover for combinatorial optimization problems [J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(3): 1879-1886.
- [38] SIMMONS D M. One-Dimensional space allocation: An ordering algorithm [J]. *Operations Research*, 1969, 17(5): 812-826.
- [39] ARMOUR G C, BUFFA E S. A heuristic algorithm and simulation approach to relative location of facilities [J]. *Management Science*, 1963, 9(2): 294-309.
- [40] 汪一箴, 米智伟. SLP 和遗传算法结合在车间设备布局中的应用[J]. *计算机工程与应用*, 2010, 46(5): 211-213.
- WANG Yiqiong, MI Zhiwei. Method of systematic layout planning improved by genetic algorithm and its application in facility layout [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2010, 46(5): 211-213.
- [41] 周娜, 宓为建, 徐子奇, 等. 基于改进型自适应遗传算法求解设备多行布局问题[J]. *上海交通大学学报*, 2013, 47(12): 1924-1929.
- ZHOU Na, MI Weijian, XU Ziqi, et al. Solution to multi-line layout problems of equipment based on improved adaptive genetic algorithm [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2013, 47(12): 1924-1929.

作者简介: 管超, 男, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为设施布局优化。

E-mail: 17175371524@163.com

张则强(通信作者), 男, 1978 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为制造系统与智能优化。

E-mail: zzq_22@163.com

李云鹏, 男, 1994 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为设施布局优化。

E-mail: 741048765@qq.com

贾林, 男, 1993 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为设施布局优化。

E-mail: 1210107281@qq.com