

DOI: 10.3901/JME.2013.01.142

一种新的机械结构结合部特性分析方法*

石 坤 宋 俐 师俊平 魏锋涛 原 园
(西安理工大学机械与精密仪器工程学院 西安 710048)

摘要: 提出一种新的基于界面元法的结合部特性分析方法。由于界面元法采用分片刚体位移模式,在数值分析时允许组合结构在结合面上位移不连续,并且无须增加任何形式的接触单元就可以有效地模拟结构的不连续性。基于赫兹理论,根据微凸体法向载荷与法向接触变形之间的关系,由结合部特性的试验拟合公式推导出结合部特性的等效材料参数弹性模量;根据离散单元中的应力波传播条件,得到结合部法向刚度和切向刚度之间关系式,并利用结合部特性的试验拟合公式推导出结合部特性的等效材料参数泊松比。以包含结合部的机械结构为研究对象进行数值分析,并将计算结果和试验测量结果进行比较。比较结果验证了用界面元法对考虑结合部特性的机械结构进行数值分析的可行性和准确性,为深入研究机械结构结合部问题奠定了基础。

关键词: 结合部 赫兹理论 不连续介质力学 界面元

中图分类号: TH123 O343

A New Method for Characteristic Analysis of the Mechanical Structure Joint

SHI Kun SONG Li SHI Junping WEI Fengtao YUAN Yuan

(School of Mechanical and Precise Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048)

Abstract: To resolve the discontinuous displacement problem in the joint, a new analysis method based on the interface stress element is proposed. Since the interface stress element method uses a piecewise rigid-body displacement field, the displacement along the structural interface is allowed to be discontinuous, which is beneficial to analyze the discontinuous structure without setting any interlayer elements. According to the Hertz theory and the relation between the normal load and the normal deformation of the asperity, the equivalent elasticity modulus in the joint is deduced by the fitting formula of the joint. Under the condition of the stress wave propagation in a discrete element, the relation between the normal stiffness and the tangential stiffness of the joint is obtained. Furthermore, the equivalent Poisson ratio is deduced by the fitting formula of the joint. To verify the effectiveness of the propose analysis method, this method is applied to a mechanical structure including joints. The comparison between the theoretical and experimental results validates the feasibility of the proposed method. The results presented in this work can be considered as a stepping stone to be used toward the further research of the joint problem.

Key words: Joint Hertz theory Discontinuous media mechanics Interface stress element

0 前言

为了满足各种不同需求,工程中的绝大部分机械设备是由多个零部件按一定要求装配而成,存在着大量的结合部。结合部的存在对机械结构的整体特性影响很大,因此在设计和分析这些机械结构时,必须要考虑这种影响。结合部的特性受诸多因素影响^[1],而这些因素间复杂的非线性耦合关系使得很难用纯理论的方法对结合部进行研究。多年来国内外

学者对此进行了大量的研究工作。在国外,前苏联学者 20 世纪 50 年代率先开始对各种滑动导轨和固定结合面的静态特性进行了测定^[2]。OSTROVSKII^[3]对单元样件和各种典型结合面进行了特性试验,结果表明,结合面的变形是结合面法向压力的非线性函数,近似地呈指数函数形式。BURDEKIN 等^[4]对结合面的切向特性进行了研究,结果表明结合面的切向接触刚度与结合面承受的面压成非线性关系,并且随着结合面面压的增大而增大。REDDYHOFF 等^[5]利用脉冲超声波传感器研究机械在运转过程中各种结合面碰撞情况下的接触特性。国内从 20 世纪 80 年代开始对多种结合条件下的结合面进行了试验

* 国家重点基础研究发展计划(973 计划, 2009CB724406)和国家自然科学基金(51105304)资助项目。20111214 收到初稿,20120926 收到修改稿

研究, 黄玉美等^[6,8]已经获得了大量的结合面特性参数, 提出了结合面动态基础特性参数的人工神经网络结构化建模方法, 认为固定结合面迟滞变形阻尼机理的本质是结合面间的微观(局部)滑移阻尼耗能以及以微观(局部)滑移阻尼耗能为主、微观局部撞击阻尼耗能为辅的固定结合面阻尼耗能机理。

以往的工作对结合部的研究已经积累了较为丰富的试验数据, 但是要利用已获得的试验数据对机械结构进行设计和分析时, 还需要通过对结构及结合部的数值计算才能够实现。目前, 对设备的整机建模分析多采用有限元法^[9-10]。但分析中涉及结合部问题时, 基于连续介质力学的有限元法却表现出明显的局限性, 在有限元计算时, 若不对不连续界面进行特殊的处理, 用有限元法得到的计算结果就会有较大的误差; 并且目前试验研究中得到的结合部特性参数在数值分析中很难直接使用。

本文提出一种基于界面元法的机械结构结合部特性的分析方法。界面元法是卓家寿等^[11]在 KAWAI 等^[12]的刚体-弹簧元模型的基础上提出的, 以界面元替代弹簧元来反映不连续变形, 用分片刚体位移模式来描述单元的位移场, 用界面应力描述单元的应力场, 无须增加任何形式的夹层单元就可以分析结构界面的弹塑性变形。文中基于不连续介质力学的界面元法, 在研究结合部特性的基础上, 基于赫兹理论和离散单元的应力波传播条件, 推导出结合部等效材料参数。以包含结合部的机械结构为研究对象, 分别对在两种不同载荷作用下结构进行数值分析, 并将分析结果与试验测量结果进行比较。

1 界面元法的基本方程

界面元模型是基于单元变形累积于界面层的假定而建立的由有限多块体元-界面元组合的离散体。鉴于单元的变形已累积到界面层, 块体元将只有刚体位移, 故可以用块体单元的形心位移为基本未知量, 以分片的刚体位移模式逼近真实的结构位移场。如图 1 所示^[11], c_1 、 c_2 分别为刚性单元 e_1 、 e_2 的形心, h_1 、 h_2 分别为 c_1 、 c_2 至交界面 $l_1 l_2$ 的垂直距离。界面上任意一点 M 相对位移可视为是垂直该界面、跨越相邻单元的一条具有特征长度、截面尺寸很小的微分条 $P_1 P_2$ 累积变形的结果, 由几何微分方程求出界面上任意一点的应变, 借助材料的本构关系和相邻单元在界面处微元保持平衡的关系, 获得界面上任意一点的应力表达式。

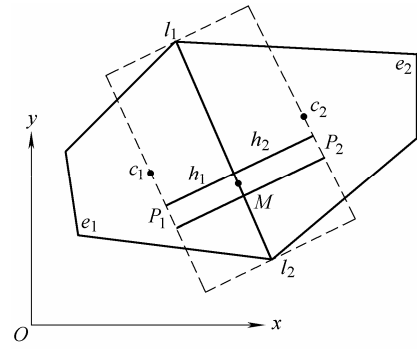


图 1 典型的界面元

局部坐标系下单元界面上的应力

$$\sigma_l = \mathbf{D} \mathbf{L}_1 (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) \quad (1)$$

式中 \mathbf{D} ——界面弹性矩阵

\mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 ——整体坐标系下界面两侧点的位移, 下标 1、2 表示与界面相连的两个单元

\mathbf{L}_1 ——界面局部坐标矢量的方向余弦矩阵基于虚功原理, 可得界面元支配方程如下

$$\mathbf{k} \mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (2)$$

式中 \mathbf{k} ——整体刚度矩阵

$$\mathbf{k} = \sum_i \mathbf{C}_e^T \mathbf{k}_i \mathbf{C}_e$$

\mathbf{C}_e ——单元矩阵与整体矩阵之间的转换矩阵

\mathbf{k}_i ——第 i 个界面刚度矩阵

$$\mathbf{k}_i = \int_{S_i} \mathbf{N}^{*T} \mathbf{L}_1^T \mathbf{D} \mathbf{L}_1 \mathbf{N}^* \mathrm{d}s$$

S_i ——界面

\mathbf{N} ——形函数

\mathbf{U} ——整体位移列阵, 由各块体形心点广义位移组成的待求未知量

\mathbf{R} ——整体载荷列阵

$$\mathbf{R} = \sum_i \mathbf{C}_e^T \mathbf{R}_i^e$$

\mathbf{R}_i^e ——作用在第 i 个块体元形心上的外力

由于界面元支配方程与有限元支配方程在形式上十分相似, 其实质都是离散点上的平衡条件, 即有限元支配方程表示单元节点的平衡, 而界面元的则表示块体单元形心点的平衡。因而界面元法和有限元法的解题思路、计算公式及运算步骤也十分相近, 均是首先进行单元分析, 再进行整体集合, 求出基本未知量, 最终求得所有形心点(节点)的位移列阵和单元应力。

在界面元的建模过程中, 采用了分片刚体位移模式, 因而在块体单元的界面上, 位移可以是不连续的; 且由于界面应力与相邻单元的相对变形量为代数关系式, 其应力精度一般不低于位移精度, 提高了应力状态判据的可靠性, 保证了非线性解不致出现漂移现象。此外, 界面元模型中离散块体单元

可为任意形状, 且在不同介质交界面上无须布置其他接触单元, 避免了复杂的网格剖分困难。

2 机械结构结合部特性参数及表达式

2.1 结合部特性的试验拟合公式

由式(1)和式(2)可知, 用界面元法对机械结构进行分析时需要确定结合部的等效材料参数 E_j 和 μ_j 。但该区域中的这两个参数不仅与界面两端的块体材料有关, 而且还受结合压力、结合面间介质状态、材质、表面粗糙度等诸多因素的影响。因此, 呈较强的非线性特性^[1-2,7]。

结合部与结合面是两个不同的概念, 结合面是指两个构件相接触的表面层部分, 而结合部是指结合面和构成该结合面的构件在该结合面处的部分结构, 如图 2 所示。在建立计算模型时, 需将此结构分为 I、II 和结合部三部分, 其中 I 部分的特性与构件 A 相同, II 部分与构件 B 相同, 结合部是由构件 A 的局部和构件 B 的局部共同组成, 结合部的等效材料参数可以通过理论推导和试验相结合的方法取得, 其过程如下所述。

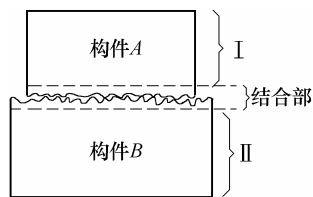


图 2 结合部示意图

通过试验方法, 可得到结合部单位面积的法向参数关系为^[7]

$$\lambda_n = c p_n^m \quad (3)$$

式中 λ_n ——单位面积法向变形

p_n ——结合部的单位面积法向压力

c, m ——特性常数, 与结合部的材质、加工方法、粗糙度、结合面固定、介质等相关, 这些条件一定时, c, m 也一定

根据刚度的定义, 可求得单位面积的法向刚度

$$k_{nj} = \frac{dp_n}{d\lambda_n} = c^{-1} m^{-1} p_n^{1-m} = a_n p_n^{b_n} \quad (4)$$

式中 k_{nj} ——单位面积法向刚度, 与一般意义上的

刚度不同, 是面刚度, 即面压/变形

a_n, b_n ——结合部法向特性参数, 不同条件下的

a_n, b_n 需要由试验测定

同理, 可得到单位面积的切向刚度表达式为

$$k_{tj} = \frac{dp_t}{d\lambda_t} = a_t p_n^{b_t} \quad (5)$$

式中 k_{tj} ——单位面积切向刚度(面刚度)

p_t ——结合部的单位面积切向压力

λ_t ——单位面积的切向变形, p_t 和 λ_t 的比例关系与 p_n 有关

a_t, b_t ——结合部切向特性参数, 它们与接触面压力、结合面材料、润滑方式、加工方法、表面粗糙度等因素有关, 也需要由试验测定

例如, 一组由两钢件组成的结构, 接触表面磨削加工、无油液介质时, 其单位面积法向和切向静刚度分别如式(6)、式(7)所示

$$k_{nj} = \begin{cases} 1.4170 p_n^{0.6099} & p_n \leq 2.5 \text{ MPa} \\ 1.5478 p_n^{0.5134} & 2.5 \text{ MPa} < p_n \leq 6.5 \text{ MPa} \end{cases} \quad (6)$$

$$k_{tj} = \begin{cases} 0.4583 p_n^{0.6143} & p_n \leq 2.5 \text{ MPa} \\ 0.5006 p_n^{0.5178} & 2.5 \text{ MPa} < p_n \leq 6.5 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7)$$

需要说明的是, 结合部的接触刚度不是一个定值, 在其他影响因素一定时, 它随接触面面压的变化而变化。一般情况下低面压时刚性比较弱, 而高面压时刚性则较强。在实际应用中, 由于结构表面加工质量的差别以及所处不同的载荷工况, 结合面可能处于接触、分离, 或者部分接触部分分离的状态, 因此结合部的特性表现出较强的非线性。

2.2 结合部等效材料参数弹性模量

结合面实质上是由两个粗糙的表面组成, 可将其简化成一个粗糙表面与一个平面的接触问题^[13]。可将粗糙表面上的单个微凸体(图 3)近似等效为球体, 其等效曲率半径为 R 。当球体在法向载荷 p 的作用下与平面接触时, 将产生法向接触变形 δ , 接触面积半径为 r 。

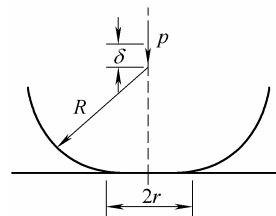


图 3 微凸体与平面的接触示意图

法向载荷 p 与法向接触变形 δ 关系为^[13]

$$p = \frac{4}{3} E_j R^{\frac{1}{2}} \delta^{\frac{3}{2}} \quad (8)$$

对式(8)求导, 可得单个微凸体与平面接触的法向接触刚度

$$k_n = \frac{dp}{d\delta} = 2 E_j R^{\frac{1}{2}} \delta^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

式中, k_n 为微凸体与平面法向接触刚度。

根据微凸体变形前的几何关系和分形粗糙度参数 G 的典型值^[14], 可以认为当 $R \gg \delta$ 时, 微凸体的接触面积

$$S = \pi R \delta \quad (10)$$

将式(10)代入式(9), 可以得到单位面积法向刚度与结合部等效材料参数弹性模量 E_j 之间的关系

$$k_{nj} = \frac{k_n}{S} = 2E_j \sqrt{\frac{1}{\pi S}} \quad (11)$$

式(11)可改写成

$$E_j = \frac{k_{nj}}{2} \sqrt{\pi S} \quad (12)$$

2.3 结合部等效材料参数泊松比

在离散单元模型中, 当一个单元处于平衡状态时, 该单元所受的各接触力是一定的。根据离散单元中的应力波传播条件, 即在一个计算时步内, 任何单元所受的扰动(或应力波)只能传递到与它相连接的单元^[15], 如图 4 所示的 2 自由度法向振动系统, 质量分别为 m_1 和 m_2 , 法向刚度为 k'_n , 系统最大自振频率 f_{\max} 为^[16]

$$f_{\max} = \frac{\sqrt{\frac{(m_1 + m_2)k'_n}{m_1 m_2}}}{2\pi} \quad (13)$$

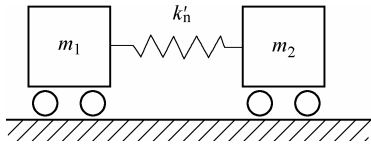


图 4 2 自由度法向振动系统

根据条件“在离散单元中应力波的最大允许波长为块体边长的 2 倍”^[15], 系统最大自振频率 f_{\max} 还可以表示为

$$f_{\max} = \frac{c_p}{2l_{\min}} \quad (14)$$

式中 l_{\min} ——振动系统中最小块体的边长

c_p ——应力纵波在最小块体中的传播速度

$$c_p = \sqrt{\frac{E(1-\mu_j)}{\rho(1+\mu_j)(1-2\mu_j)}}$$

E ——块体的弹性模量

ρ ——块体的密度

由式(13)、(14), 可以解出法向刚度

$$k'_n = \frac{\pi^2 m_1 m_2 E (1-\mu_j)}{l_{\min}^2 (m_1 + m_2) \rho (1+\mu_j) (1-2\mu_j)} \quad (15)$$

同理, 对于 2 自由度切向振动系统, 根据应力剪切波在块体中的最大传播频率可以求出切向刚度

$$k_\tau = \frac{\pi^2 m_1 m_2 G}{l_{\min}^2 (m_1 + m_2) \rho} \quad (16)$$

式中, $G = E/2(1+\mu_j)$ 为切变模量。

由式(15)、(16)可以得到法向刚度和切向刚度之比为

$$\frac{k'_n}{k_\tau} = \frac{2(1-\mu_j)}{1-2\mu_j} \quad (17)$$

式(17)可改写成^[17]

$$\mu_j = \frac{\frac{k'_n}{k_\tau} - 2}{2\left(\frac{k'_n}{k_\tau} - 1\right)} = \frac{\frac{k_{nj}}{k_{\tau j}} - 2}{2\left(\frac{k_{nj}}{k_{\tau j}} - 1\right)} \quad (18)$$

这样, 当从试验中得到结合部的单位面积法向刚度 k_{nj} 和单位面积切向刚度 $k_{\tau j}$ 后, 由式(12)、(18)就可以确定结合部的等效材料参数 E_j 和 μ_j 。但如前所述, 由于结合部的特殊性质, 它的等效材料参数 E_j 和 μ_j 不是一个定值, 在一定条件下它随接触力的变化而改变。

3 算例

包含结合部的机械结构试验模型^[18]如图 5 所示。模型由铁块 A 和 B 组成, 两铁块的结合面尺寸为 100 mm×50 mm, 厚度为 18 mm; 两铁块的接触表面为磨削加工, 表面粗糙度为 0.8 μm, 接触表面之间无油; 试验中铁块 B 固定不动, 铁块 A 承受法向压力 F_n 和切向力 F_t , 法向压力 F_n 均匀作用在铁块 A 的上表面; 切向力 F_t 集中作用在铁块 A 的右侧面, 接近两铁块的结合面; 位移传感器测试点与切向力 F_t 的受力点对称, 位于铁块 A 左侧面。

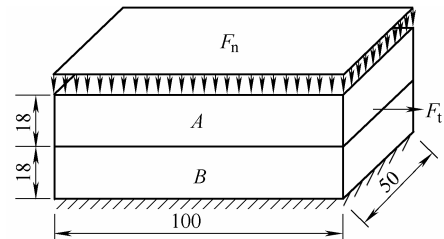


图 5 结构试验模型

图 6 为试验装置的界面元简化模型, 分为三部分, 其中第 I 部分与铁块 A 的特性相同, 第 II 部分与铁块 B 的特性相同, 第 III 部分为部分铁块 A 和部分铁块 B 组成的结合部, 其特性与两铁块的接触状况、受力条件等因素相关; a 为位移传感器测试点。试验中压力 F_n 分别为 5 kPa、20 kPa; 模型采用矩形

单元剖分, 共有 600 个块体元和 1 560 个界面元。

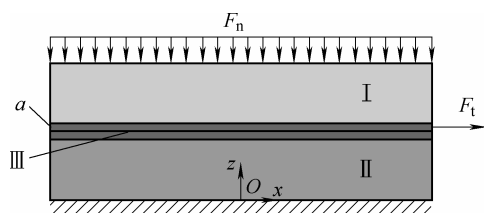
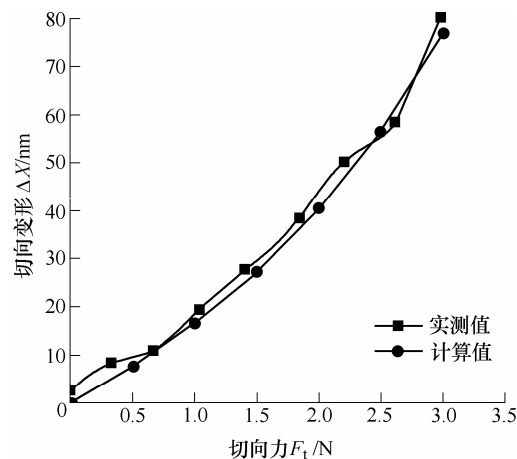
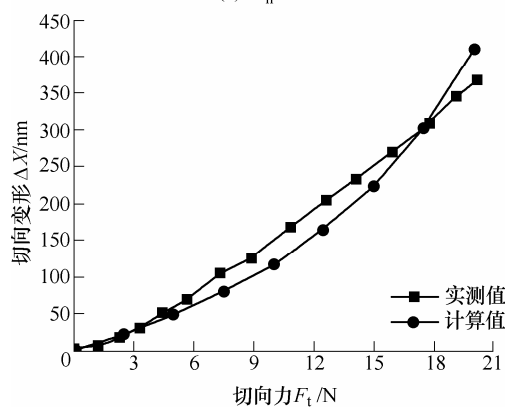


图6 结构简化模型

图7为不同压力 F_n 作用下, 在铁块A的测试点a的沿x轴切向变形 ΔX 计算值与测量值的对比曲线图。从图7的曲线可以看出: ① 当压力 F_n 一定时, 在一定范围内, 切向力 F_t 与测试点a的沿x轴切向变形 ΔX 近似地呈线性关系, 但其线性范围与压力 F_n 的大小有关; ② 在两种不同的压力 F_n 作用下, 测试点a的沿x轴切向变形 ΔX 计算值与实测值均非常接近, 随着切向力 F_t 的变化, 点a的沿x轴切向变形趋势与测量值变形趋势也是一致的。



(a) $F_n=50$ kPa



(b) $F_n=20$ kPa

图7 测试点切向变形计算值与测量值对比曲线

试验结果表明, 在分析结合部特性的基础上, 依据试验得到的单位面积法向刚度 k_{nj} 和切向刚度 k_{tj} 拟合表达式, 基于赫兹理论和离散单元中的应力波传播条件推导出的结合部等效材料参数 E_j 和 μ_j

是可行的; 用界面元法对包含结合部的机械结构进行数值分析是有效的。

4 结论

(1) 本文尝试用界面元法来解决机械结构中广泛存在的结合部问题。由于界面元法采用的是分片刚体位移模式, 因此在组合结构的分界面处不需增加任何形式的接触单元就可以有效地模拟结构的不连续性。界面元法在支配方程、求解思路等方面与有限元法非常相似, 因此在分析具体研究对象时可以向有限元法借鉴。

(2) 在建立机械结构界面元离散模型时, 其结合部特性较为复杂, 常常表现为高度非线性。本文采用理论推导与试验结果相结合的方法, 基于赫兹理论和离散单元的应力波传播条件, 由结合部单位面积的法向刚度 k_{nj} 和切向刚度 k_{tj} 推导出结合部的等效材料参数 E_j 和 μ_j 。

(3) 以包含结合部的机械结构为研究对象, 在两种不同压力作用下, 分别施加不同切向力, 对测试点的位移变化进行数值计算和测量, 并将基于界面元法的计算结果和试验结果进行比较。比较结果表明, 计算结果和试验结果吻合较好, 这表明基于赫兹理论和离散单元的应力波传播条件得到的结合部等效材料参数是可靠的; 用界面元法解决机械结构结合部问题是准确可行的, 本文的工作为进一步深入研究机械结构结合部问题奠定了基础。

参 考 文 献

- [1] 赵宏林, 丁庆新, 曾鸣, 等. 机床结合部特性的理论解析及应用[J]. 机械工程学报, 2008, 44(12): 208-214.
ZHAO Honglin, DING Qingxin, ZENG Ming, et al. Theoretic analysis on and application of behaviors of machine tool joints[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(12): 208-214.
- [2] 张学良, 徐格宁, 温淑花. 机械结合面静态特性研究回顾及展望[J]. 太原科技大学学报, 2002, 23(3): 277-278.
ZHANG Xueliang, XU Gening, WEN Shuhua. Review and prospect of the research on the static and dynamic characteristics of machine joint surfaces[J]. Journal of Taiyuan University of Science and Technology, 2002, 23(3): 277-278.
- [3] OSTROVSKII V I. The influence of machining methods on slideway contact stiffness[J]. Machine and Tooling,

- 1965, 36(1): 9-17.
- [4] BURDEKIN M, BACK N, COWLEY A. Experimental study of normal and shear characteristics of machined surfaces in contact[J]. J. Mech. Eng. Sci., 1978, 20(3): 129-132.
- [5] REDDYHOFF T, DWYER-JOYCE R S, HARPER P. A new approach for the measurement of film thickness in liquid face seals[J]. Tribology Transactions, 2008, 51(2): 140-149.
- [6] 黄玉美, 董立新, 董献国, 等. 机械平面结合部静特性的研究及其在机床 CAD 中的应用[J]. 工程力学, 1995, 12(1): 66-71.
- HUANG Yumei, DONG Lixin, DONG Xianguo, et al. Research on the static behavior of mechanical plane joints and its application to CAD of machine tools[J]. Engineering Mechanics, 1995, 12(1): 66-71.
- [7] 黄玉美, 张广鹏, 高峰. 虚拟样机整机结构特性边界元仿真[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- HUANG Yumei, ZHANG Guangpeng, GAO Feng. Behaviors simulation of the whole virtual prototype machine tools by the boundary element method[M]. Beijing: China Machine Press, 2004.
- [8] 张广鹏, 史文浩, 黄玉美. 机床导轨结合部的动态特性解析方法及其应用[J]. 机械工程学报, 2002, 38(10): 114-117.
- ZHANG Guangpeng, SHI Wenhao, HUANG Yumei. Analysis method of dynamic behaviors of guideway joint and its application in machine tools design[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(10): 114-117.
- [9] WEN Zefeng, JIN Xuesong, ZHANG Weihua. Elastic-plastic finite element analysis of three-dimensional contact-impact at rail joint[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 16(4): 411-415.
- [10] DU Xuesong, LI Runfang, LIN Tengjiao. 3D transient coupled thermoelastic-plastic contact sealing analysis of reactor pressure vessel[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 18(4): 473-476.
- [11] 卓家寿, 章青. 不连续介质力学问题的界面元法[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- ZHUO Jiashou, ZHANG Qing. Interface element method for discontinuous mechanics analysis[M]. Beijing: Science Press, 2000.
- [12] KAWAI T, TOI Y. New element models in discrete structural analysis[J]. J. Soc. Nav. Arch. Jpn., 1977, 141: 174-180.
- [13] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. ASME Journal of Tribology, 1991, 113: 1-11.
- [14] MAJUMDAR A, TIEN C L. Fractal characterization and simulation of rough surfaces[J]. Wear, 1990, 136: 313-327.
- [15] 王泳嘉, 邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991.
- WANG Yongjia, XING Jibo. Discrete element method and its application to soil and rock mechanics[M]. Shenyang: Northeastern University of Technology Press, 1991.
- [16] 邢纪波, 俞良群, 张瑞丰, 等. 离散单元法的计算参数和求解方法选择[J]. 计算力学学报, 1999, 16(1): 47-51.
- XING Jibo, YU Liangqun, ZHANG Ruifeng, et al. Determination of calculating parameters and solution methods of discrete element method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1999, 16(1): 47-51.
- [17] GONZALEZ-VALADEZ M, BALTAZARA, DWYER-JOYCE R S. Study of interfacial stiffness ratio of a rough surface in contact using a spring model[J]. Wear, 2010, 268: 373-379.
- [18] NI Jun, ZHU Zhenqi. Experimental study of tangential micro deflection of interface of machined surfaces[J]. ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2001, 123: 365-367.
-
- 作者简介: 石坤, 男, 1979 年出生, 讲师, 博士研究生。主要研究方向为结构力学特性分析及优化设计。
E-mail: shikun@xaut.edu.cn