DOI: 10.3901/JME.2015.15.075

斜齿轮-转子-轴承弯扭轴耦合振动特性分析*

任朝晖 谢吉祥 周世华 闻邦椿
(东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819)

摘要: 为研究风电齿轮箱中高速级斜齿轮传动系统的动力学特性,在同时考虑输入/输出扭矩的时变性、齿轮偏心、综合传递误差、重力激励以及支撑轴承的非线性等因素的影响下,应用集中质量参数法建立了多自由度斜齿轮-转子-轴承弯扭轴耦合的动力学模型。在此基础上推导了风电齿轮箱高速级斜齿轮传动系统的动力学微分方程,并分析了转速、齿轮偏心、轴承游隙等参数对传动系统振动响应特性的影响。研究结果表明:由于弯扭轴耦合的作用,传动系统中扭转振动位移明显大于横向和轴向振动位移,故系统以扭转振动为主。随着转速的逐渐升高,振动位移显著增大,频率幅值发生明显的波动并且在转频附近出现了连续谱。随着偏心的增大,系统中各位置振动幅值明显增加,但对扭转方向的影响大于对横向和轴向振动的影响。轴承游隙对斜齿轮系统的动态特性影响不大,但轴承有其自身的谐振频率,在系统设计阶段需要注意避开轴承的变刚度频率对系统的影响。研究结果为风电齿轮箱传动系统的动态特性分析和故障诊断奠定了一定的基础。

关键词: 斜齿轮; 弯扭轴耦合; 承游隙; 非线性振动

中图分类号: TH132

Vibration Characteristic Analysis of Helical Gear-rotor-bearing System with Coupled Lateral-torsional-axial

REN Zhaohui XIE Jixiang ZHOU Shihua WEN Bangchun
(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819)

Abstract: In order to research the dynamical responses of high-speed class helical gear transmission system with the wind turbine, the nonlinear dynamical model coupled with lateral, torsional and shaft for helical gear-rotor-bearing transmission system is established including the time-varying input/output torque, gear eccentricity, synthetic mesh errors, gravity and the nonlinearity of bearing. The dynamics differential equation is deduced by using Lagrange's equation. On that basis, the dynamical characteristics with the effects of rotational speed, gear eccentricity, bearing clearance are analyzed. The simulation results reveal that the torsional vibration displacement is larger than those in lateral and shaft directions due to the influence of lateral-torsional-shaft coupled vibration, and the torsional vibration is the main vibration. With the increase of rotational speed, the vibration displacement increases obviously, the amplitudes of frequency exhibit significant fluctuation and the continuous spectrum components appear near the rotational frequency. The vibration responses of the system are significantly intensified with the increase gear eccentricity, which has deeper influence upon the vibration response in torsional direction than those other directions. The bearing clearance has not obviously effect on vibration response of the system, but the bearing has its own resonance frequency, and the effect of the variable stiffness frequency of the bearings on the system should be avoided during the system design. The research results lay a foundation for dynamical characteristics and fault diagnosis of the helical gear-rotor-bearing system of the wind turbine.

Key words: helical gear; coupled lateral-torsional-axial gear eccentricity; bearing clearance; dynamic vibration

0 前言

齿轮箱传动系统作为风力发电机传动系的核心部件,力学性能和工作性能对整个风力发电机传

动系统有重要影响。因齿轮-转子-轴承系统的制造/安装误差、润滑以及齿轮传动系统自身结构的复杂性等条件的影响,使得齿轮传动系统具有非常丰富的非线性动力学特性。由于斜齿轮在啮合点产生径向力、切向力和轴向力,将会引起系统的弯曲振动、扭转振动和轴向振动,甚至还会产生弯-扭-轴耦合振动,其动力学特性和工作性能对整个齿轮箱传动

* 国家自然科学基金资助项目(51475084)。20141112 收到初稿,20150505 收到修改稿

系统有着非常重要的影响^[1-5]。因此,分析齿轮-转子-轴承系统的动力学特性对于研究风电齿轮箱的弯扭耦合特性、指导风力发电机设计具有十分重要的意义。近年来国内外许多学者对齿轮-转子-轴承传动系统的动力学特性做了大量的试验和研究,并取得了一些显著的成就。文献[6-7]建立了斜齿轮弯曲-扭转-轴向-扭摆耦合振动的动力学模型,推导了振动系统的微分方程,进而为斜齿轮传动系统的动态设计提供了有效的方法。窦唯等^[8]针对实际高速齿轮转子系统,建立了考虑齿轮啮合及扭转共同作用的弯扭耦合非线性振动模型,研究了偏心量、齿轮啮合刚度等参数对系统振动响应的影响规律。文献[9-10]应用集中参数法建立了考虑时变啮合刚度、齿侧间隙、传动误差的二级圆柱斜齿轮传动系统弯-扭-轴-摆耦合动力学模型,推导并求解了传动系统的动力学微分方程组,得到了二级圆柱斜齿轮传动系统的动态响应。林江等^[11]在同时考虑电动机转子、联轴器、斜齿轮副及负载等因素的影响,引入齿轮啮合传动时的变形协调条件,建立了一个多质量系统的动力学模型,并研究了在各种不同条件下系统扭转振动、横向振动以及两者耦合振动特性。WALHA 等^[12]建立了两级斜齿轮耦合的汽车离合器模型,模型中分析了偏心对传动系统的影响。文献[13-14]在考虑静态传递误差,齿轮几何偏心的影响,建立了平行轴系齿轮转子系统的有限元模型。分析了静态传递误差、转子质量不平衡/齿轮几何偏心以及三者耦合对系统动力学特性的影响。研究表明,齿轮几何偏心对啮合力有很大影响,其作用相当于一个扭矩作用于齿轮。郜浩冬等^[15]建立了考虑齿侧间隙,齿面摩擦力和时变啮合刚度等因素的三齿轮扭转振动模型。分析了布局参数对齿面摩擦力和时变啮合刚度的影响,研究了不同摩擦因数对系统动态响应的影响以及有无摩擦因数对系统混沌运动的影响。WANG 等^[16]考虑了参数随机扰动性对齿轮系统的影响,建立了单自由度的随机动态模型。数值仿真表明:随着齿轮时变啮合刚度的增大,齿轮传动系统从周期运动通过倍化分岔通向混沌运动;在啮合刚度的随机扰动不是很大时,系统解的周期结构不会发生大的变化。张慧博等^[17]建立了考虑径向间隙与动态齿侧间隙耦合的齿轮-转子系统动力学模型,分析了径向间隙与齿侧间隙的耦合关系及其对齿轮传动系统动力学特性的影响。文献[18]在考虑时变啮合刚度,非线性油膜力等非线性因素影响下,建立了非线性时变的齿轮-转子-轴承传动系统的动力学模型,分析了非线性油膜力和动态啮合力对传动系统的影响规律。CHEN

等^[19]应用分形理论将动态间隙和齿面修行相结合,对齿轮的动态性能进行了研究。并得出降低分形维数,减小啮合刚度的时变性和增加阻尼系数来提高齿轮传动系统的稳定性。HAN 等^[20]在考虑旋转、俯仰以及偏航三种角运动的基础上研究了齿轮传动系统弯扭耦合的动态响应特性,并研究了传递误差以及不平衡质量对传动系统的影响。最后得出扭转运动对齿轮系统的动态特性有较大的影响。

通过前面的文献研究可以看出,现有齿轮动力学模型大多数只是考虑啮合的齿轮副参数的影响,而忽略了支撑轴承、外部激励的时变性等非线性因素的影响。而考虑带偏心的斜齿轮-转子-轴承传动系统的弯-扭-轴耦合振动模型的文献也不多见。在总结前人经验的基础上,推导了考虑轴向力的角接触球轴承的动力学模型,并在计入综合传递误差、重力激励、齿轮偏心影响的基础上,建立了斜齿轮-转子-轴承传动系统的非线性动力学模型,研究了转速、齿轮偏心、轴承游隙等非线性参量变化对斜齿轮传动系统动力学特性的影响。

1 斜齿轮-转子-轴承系统模型

1.1 建立系统动力学模型

如图 1 所示,为斜齿轮-转子-轴承传动系统的结构简图,在考虑输入/输出、轴承支承等因素的影响下,建立了如图 2 所示的斜齿轮-转子-轴承传动系统的弯扭轴耦合动力学模型。

图 1 斜齿轮-转子-轴承传动系统静态模型

在主、从动齿轮的理想中心 A_i 建立固定坐标系 $A_i-x_iy_iz_i(i=1,2)$, 在轴承的理想中心 B_i 建立固定坐标系 $B_i-x_iy_iz_i(i=1\sim4)$ 。主、从动齿轮的旋转中心坐标分别为 $O_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $O_2(x_2, y_2, z_2)$, 质心坐标为 $G_1(x_{g1}, y_{g1}, z_{g1})$ 、 $G_2(x_{g2}, y_{g2}, z_{g2})$ 。设斜齿轮处的当量质量分别为 m_1 、 m_2 , 相对于质心的转动惯量为 J_1 、 J_2 , ρ_1 、 ρ_2 为主、从动齿轮的偏心量, r_{b1} 、 r_{b2} 为主、从动齿轮的基圆半径, 轴承处的当量质量为 $m_{bi}(i=1\sim4)$, 输入、输出端转动惯量分别为 J_d 、 J_l 。

F_t 、 F_r 、 F_a 为齿轮啮合时的切向力、径向力和轴向力, α_t 、 α_n 为端面分度圆压力角、法向分度圆压力角, β 、 β_t 为分度圆螺旋角、基圆螺旋角, α_1 为两齿轮中心连线与垂直方向的夹角。

图2 斜齿轮-转子-轴承传动系统动态模型

在图2中, 设输入端, 主、从动齿轮, 输出端的转角分别为 $\varphi_i (i=d, 1, 2, l)$, 则

$$\begin{aligned} \varphi_d &= \omega_1 t + \theta_d & \varphi_1 &= \omega_1 t + \theta_1 \\ \varphi_2 &= \omega_2 t + \theta_2 & \varphi_l &= \omega_2 t + \theta_l \end{aligned} \quad (1)$$

式中, θ_d 、 θ_1 、 θ_2 、 θ_l 分别为输入端, 主、从动齿轮, 输出端的扭转振动角位移。

在 $t=0$ 时刻, 主、从齿轮的起始转角均为 0, 且从动齿轮的转动方向为正。则齿轮质心 G_1 、 G_2 与旋转中心 O_1 、 O_2 之间的关系

$$\begin{aligned} x_{g1} &= x_1 + \rho_1 \cos(-\phi_1) & x_{g2} &= x_2 + \rho_2 \cos \phi_2 \\ y_{g1} &= y_1 + \rho_1 \sin \phi_1 & y_{g2} &= y_2 + \rho_2 \sin(-\phi_2) \\ z_{g1} &= z_1 & z_{g2} &= z_2 \end{aligned} \quad (2)$$

式中, x_i 、 y_i 、 $z_i (i=1, 2)$ 分别为主、从动齿轮水平、垂直和轴向的振动位移。

假设齿轮副在啮合力作用线方向上所产生的相对位移变形完全转变为接触齿面的弹性变形, 以保证齿面在啮合过程中的相互接触^[8]。将啮合齿轮等效成一对通过弹簧和阻尼器连接的刚性圆盘, 沿其啮合力作用线方向的刚度用 k_m 表征, 阻尼用 c_m 来表征。根据几何关系, 设两斜齿轮在啮合线方向上的动态变形位移为

$$\begin{aligned} \delta &= (r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2) + \\ &[(x_1 + \rho_1 \cos \phi_1) - (x_2 + \rho_2 \cos \phi_2)] \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_t) + \\ &[(y_1 - \rho_1 \sin \phi_1) - (y_2 + \rho_2 \sin \phi_2)] \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_t) + \\ &(z_1 - z_2) \tan \beta - e(t) \end{aligned} \quad (3)$$

根据黏弹性理论, 齿轮间沿啮合线方向的啮合力可表述为 $F = c_m \dot{\delta} + k_m \delta$ 。 $e(t)$ 为齿轮间的啮合误差, 可表示为

$$e(t) = e_0 + e_r \sin(\omega_e t + \phi_e) \quad (4)$$

式中, e_0 、 e_r 为啮合误差均值、波动幅值; ϕ_e 为初始相位角。其中, $\omega_e = 2\pi n_1 z_1 / 60$, n_1 为主动齿轮转速, z_1 为主动齿轮的齿数。

将齿轮间的啮合力分解到 x 、 y 、 z 方向, 则

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos(\alpha_1 - \alpha_t) \\ F_y &= F \sin(\alpha_1 - \alpha_t) \\ F_z &= F \tan \beta \end{aligned} \quad (5)$$

1.2 滚动轴承振动分析模型

如图3为角接触球轴承模型示意图, 假设滚动轴承的外圈固定在轴承座上, 内圈固定在旋转轴上。滚珠在内外滚道之间等距排列。滚珠与轴承内、外圈接触点的速度 v_i 、 v_o 分别为

$$v_i = \omega_i \cdot r \quad v_o = \omega_o \cdot R \quad (6)$$

式中, r 、 R 分别为轴承内外圈半径; ω_i 、 ω_o 分别为轴承内外圈角速度; v_i 、 v_o 分别为滚动体与轴承内外圈接触点线速度。

假设滚动体与内外圈之间为纯滚动, 保持架的公转角速度等于滚动体的公转角速度, 则

$$v_b = (v_o + v_i) / 2 = (\omega_o R + \omega_i r) / 2 \quad (7)$$

一般情况下, 滚动轴承的内圈与转轴固结在一起转动, 外圈与轴承座固结不转动, $\omega_o = 0$, $\omega_i = \omega$, 所以保持架的角速度 ω_b

$$\omega_b = 2v_b / (R + r) = \omega_i \cdot r / (R + r) \quad (8)$$

则第 i 个滚动体在时间 t 内的转动角度

$$\varphi_i = \omega_b t + 2\pi(i-1) / N_b \quad i = 1, 2, \dots, N_b \quad (9)$$

式中, N_b 为轴承滚动体数目。

图3 角接触球轴承模型示意图

图3中, d_b 为轴承滚珠直径; d 为轴的直径; d_i 、 d_o 分别为轴承内、外圈沟道直径; d_m 为轴承的节圆直径, 且 $d_m = (d_i + d_o) / 2$; D 为轴承的外圈直径。

当轴承转速较低时, 可以忽略滚珠的离心力和陀螺力矩。则不同位置的滚珠受力变形如图4所示。

图 4 不同位置滚珠受力及其几何变形关系

图 4 中, α_0 为初始接触角, α'_0 为受力后接触角; P_0 为受力前外圈沟道曲率中心位置, P'_0 为受力后外圈沟道曲率中心位置, 由于外圈固定, 两者位置相同; P_i 为受力前内圈沟道曲率中心位置; P'_i 为受力后内圈沟道曲率中心位置; δ_a , δ_r 和 δ_t 分别为力和力矩产生的轴向变形、径向变形和角变形; R_i 为内圈沟道曲率中心轨迹的半径; φ_i 为当前滚珠的位置角; δ_i , δ_0 和 δ_{bi} 分别为滚珠在内、外圈沟道的接触变形和总变形。

由于滚珠忽略了离心力和陀螺力矩, 所以滚珠在内、外圈沟道上的接触角相同, 接触力也相等, 由图 4b 知, 位置角 φ_i 处滚珠变形可表示为

$$\delta_{bi} = \delta_i + \delta_0 = S - A \quad (10)$$

根据图 4c 的几何关系, 卸载后内、外圈沟道曲率中心轨迹之间的距离 S 可表示为

$$S = [(A \sin \alpha_0 + z + R_i \theta_i \cos \varphi_i)^2 + (A \cos \alpha_0 + x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)^2]^{1/2} \quad (11)$$

则第 i 个滚珠与滚道的法向接触变形 δ_{bi} 为

$$\delta_{bi} = S - A = [(A \sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta_i \cos \varphi_i)^2 + (A \cos \alpha_0 + \delta_r)^2]^{1/2} - A \quad (12)$$

令 $\delta_a = z$, $\delta_r = x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i$, 则(12)化简为

$$\delta_{bi} = S - A = [(A \sin \alpha_0 + z + R_i \theta_i \cos \varphi_i)^2 + (A \cos \alpha_0 + x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)^2]^{1/2} - A \quad (13)$$

式中, x 、 y 、 z 分别为沿 x 、 y 、 z 方向振动位移; R_i 为内圈沟道曲率中心轨迹的半径 $R_i = 0.5d_m + (r_i - 0.5d_b) \cos \alpha_0$; A 为初始内、外圈沟道曲率中心位置之间的距离 $A = r_i + r_o + \gamma_o - d_b$ 。

由几何关系可得到, 在位置角 φ_i 处时, 滚珠的

实际接触角 α'_0 (内外圈接触角相等) 可表示为

$$\tan \alpha'_0 = \frac{A \sin \alpha_0 + z + R_i \theta_i \cos \varphi_i}{A \cos \alpha_0 + x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i} \quad (14)$$

由 Hertz 接触理论, 第 i 个滚珠与滚道产生的接触压力为 f_{bi} , 同时考虑滚珠与滚道间只能产生法向正压力, 所以当 $\delta_{bi} > 0$ 时才有作用力, 即

$$f_{bi} = K_c \delta_{bi}^{3/2} \cdot H(\delta_{bi}) \quad (15)$$

式(15)给出了沿接触角方向作用于沟道上的法向载荷, 该载荷分解的轴向和径向分量为

$$\begin{aligned} f_{ti} &= f_{bi} \cos \alpha'_0 = K_c \delta_{bi}^{3/2} \cos \alpha'_0 \\ f_{ai} &= f_{bi} \sin \alpha'_0 = K_c \delta_{bi}^{3/2} \sin \alpha'_0 \end{aligned} \quad (16)$$

则角接触轴承所产生的轴承力在 x 、 y 、 z 方向的分量 F_{bx} 、 F_{by} 、 F_{bz} 分别为

$$\begin{aligned} F_{bx} &= \sum_{i=1}^{N_b} f_{ti} \cos \varphi_i = \sum_{i=1}^{N_b} K_c \delta_{bi}^{3/2} \cos \alpha'_0 \cdot H(\delta_{bi}) \cos \varphi_i \\ F_{by} &= \sum_{i=1}^{N_b} f_{ti} \sin \varphi_i = \sum_{i=1}^{N_b} K_c \delta_{bi}^{3/2} \cos \alpha'_0 \cdot H(\delta_{bi}) \sin \varphi_i \\ F_{bz} &= \sum_{i=1}^{N_b} f_{ai} = \sum_{i=1}^{N_b} K_c \delta_{bi}^{3/2} \sin \alpha'_0 \cdot H(\delta_{bi}) \end{aligned} \quad (17)$$

1.3 建立系统动力学方程

考虑斜齿轮-转子-轴承系统的横向、扭转和轴向变形。则系统的位移列阵 $\mathbf{X}$ 为

$$\mathbf{X} = (\theta_d \ x_{b1} \ y_{b1} \ z_{b1} \ x_1 \ y_1 \ z_1 \ \theta_1 \ x_{b2} \ y_{b2} \ z_{b2} \ x_{b3} \ y_{b3} \ z_{b3} \ x_2 \ y_2 \ z_2 \ \theta_2 \ x_{b4} \ y_{b4} \ z_{b4} \ \theta_1)^T \quad (18)$$

式中, x_i 、 y_i 、 z_i ($i=1, 2$) 为主、从动齿轮分别沿 x 、 y 、 z 方向的振动位移; x_{bi} 、 y_{bi} 、 z_{bi} ($i=1 \sim 4$) 为主、从动轴上轴承处分别沿 x 、 y 、 z 方向的振动位移。

考虑不平衡力、啮合力矩、输入、输出端转矩, 建立系统的动能 T 、势能 U 和耗散函数 R , 并由拉格朗日方程推导出系统的振动微分方程。

输入端和主动轴左轴承的微分方程

$$\begin{aligned} J_d \ddot{\theta}_d + c_{t1}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}_1) + k_{t1}(\theta_d - \theta_1) &= T_1 \\ m_{b1} \ddot{x}_{b1} + c_{sx1}(\dot{x}_{b1} - \dot{x}_1) + k_{sx1}(x_{b1} - x_1) + \\ &\quad c_{b1} \dot{x}_{b1} = F_{bx1} \\ m_{b1} \ddot{y}_{b1} + c_{sy1}(\dot{y}_{b1} - \dot{y}_1) + k_{sy1}(y_{b1} - y_1) + \\ &\quad c_{b1} \dot{y}_{b1} = F_{by1} - m_{b1}g \\ m_{b1} \ddot{z}_{b1} + c_{sz1}(\dot{z}_{b1} - \dot{z}_1) + k_{sz1}(z_{b1} - z_1) + \\ &\quad c_{b1} \dot{z}_{b1} = F_{bz1} \end{aligned} \quad (19)$$

主动轴斜齿轮的微分方程

$$\begin{aligned}
& m_1 \ddot{x}_1 + c_{sx1}(\dot{x}_1 - \dot{x}_{b1}) + c_{sx2}(\dot{x}_1 - \dot{x}_{b2}) + \\
& k_{sx1}(x_1 - x_{b1}) + k_{sx2}(x_1 - x_{b2}) = \\
& -F_x + m_1 \rho_1 \ddot{\theta}_1 \sin \varphi_1 + m_1 \rho_1 (\omega_1 + \dot{\theta}_1)^2 \cos \varphi_1 \\
& m_1 \ddot{y}_1 + c_{sy1}(\dot{y}_1 - \dot{y}_{b1}) + c_{sy2}(\dot{y}_1 - \dot{y}_{b2}) + \\
& k_{sy1}(y_1 - y_{b1}) + k_{sy2}(y_1 - y_{b2}) = \\
& -m_1 g - F_y - m_1 \rho_1 \ddot{\theta}_1 \cos \varphi_1 + m_1 \rho_1 (\omega_1 + \dot{\theta}_1)^2 \sin \varphi_1 \\
& m_1 \ddot{z}_1 + c_{sz1}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{b1}) + c_{sz2}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{b2}) + \\
& k_{sz1}(z_1 - z_{b1}) + k_{sz2}(z_1 - z_{b2}) = -F_z \\
& (J_1 + m_1 \rho_1^2) \ddot{\theta}_1 + c_{t1}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_d) + k_{t1}(\theta_1 - \theta_d) = \\
& m_1 \rho_1 \ddot{x}_1 \sin \varphi_1 - m_1 \rho_1 \ddot{y}_1 \cos \varphi_1 - F r_{b1} \quad (20)
\end{aligned}$$

主动轴右轴承和从动轴左轴承微分方程为

$$\begin{aligned}
& m_{b2} \ddot{x}_{b2} + c_{sx2}(\dot{x}_{b2} - \dot{x}_1) + k_{sx2}(x_{b2} - x_1) + c_{b2} \dot{x}_{b2} = F_{bx2} \\
& m_{b2} \ddot{y}_{b2} + c_{sy2}(\dot{y}_{b2} - \dot{y}_1) + k_{sy2}(y_{b2} - y_1) + c_{b2} \dot{y}_{b2} = \\
& F_{by2} - m_{b2} g \\
& m_{b2} \ddot{z}_{b2} + c_{sz2}(\dot{z}_{b2} - \dot{z}_1) + k_{sz2}(z_{b2} - z_1) + c_{b2} \dot{z}_{b2} = F_{bz2} \\
& m_{b3} \ddot{x}_{b3} + c_{sx3}(\dot{x}_{b3} - \dot{x}_2) + k_{sx3}(x_{b3} - x_2) + c_{b3} \dot{x}_{b3} = F_{bx3} \\
& m_{b3} \ddot{y}_{b3} + c_{sy3}(\dot{y}_{b3} - \dot{y}_2) + k_{sy3}(y_{b3} - y_2) + c_{b3} \dot{y}_{b3} = \\
& F_{by3} - m_{b3} g \\
& m_{b3} \ddot{z}_{b3} + c_{sz3}(\dot{z}_{b3} - \dot{z}_2) + k_{sz3}(z_{b3} - z_2) + c_{b3} \dot{z}_{b3} = F_{bz3} \quad (21)
\end{aligned}$$

从动轴斜齿轮的微分方程

$$\begin{aligned}
& m_2 \ddot{x}_2 + c_{sx3}(\dot{x}_2 - \dot{x}_{b3}) + k_{sx3}(x_2 - x_{b3}) + \\
& c_{sx4}(\dot{x}_2 - \dot{x}_{b4}) + k_{sx4}(x_2 - x_{b4}) = \\
& F_x + m_2 \rho_2 \ddot{\theta}_2 \sin \varphi_2 + m_2 \rho_2 (\omega_2 + \dot{\theta}_2)^2 \cos \varphi_2 \\
& m_2 \ddot{y}_2 + c_{sy3}(\dot{y}_2 - \dot{y}_{b3}) + k_{sy3}(y_2 - y_{b3}) + \\
& c_{sy4}(\dot{y}_2 - \dot{y}_{b4}) + k_{sy4}(y_2 - y_{b4}) = \\
& -m_2 g + F_y + m_2 \rho_2 \ddot{\theta}_2 \cos \varphi_2 - m_2 \rho_2 (\omega_2 + \dot{\theta}_2)^2 \sin \varphi_2 \\
& m_2 \ddot{z}_2 + c_{sz3}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{b3}) + k_{sz3}(z_2 - z_{b3}) + c_{sz4}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{b4}) + \\
& k_{sz4}(z_2 - z_{b4}) = F_z \\
& (J_2 + m_2 \rho_2^2) \ddot{\theta}_2 + c_{t2}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + k_{t2}(\theta_2 - \theta_1) = \\
& m_2 \rho_2 \ddot{x}_2 \sin \varphi_2 + m_2 \rho_2 \ddot{y}_2 \cos \varphi_2 + F r_{b2} \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_{b4} \ddot{x}_{b4} + c_{sx4}(\dot{x}_{b4} - \dot{x}_2) + k_{sx4}(x_{b4} - x_2) + c_{b4} \dot{x}_{b4} = F_{bx4} \\
& m_{b4} \ddot{y}_{b4} + c_{sy4}(\dot{y}_{b4} - \dot{y}_2) + k_{sy4}(y_{b4} - y_2) + c_{b4} \dot{y}_{b4} = \\
& F_{by4} - m_{b4} g \\
& m_{b4} \ddot{z}_{b4} + c_{sz4}(\dot{z}_{b4} - \dot{z}_2) + k_{sz4}(z_{b4} - z_2) + c_{b4} \dot{z}_{b4} = F_{bz4} \\
& J_1 \ddot{\theta}_1 + c_{t2}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k_{t2}(\theta_1 - \theta_2) = -T_1 \quad (23)
\end{aligned}$$

式中, k_{sxi} 、 k_{syi} 、 $k_{szi}(i=1\sim4)$ 为主动轴、从动轴的弯曲刚度; k_{t1} 、 k_{t2} 为主动轴、从动轴的扭转刚度; c_{sxi} 、 c_{syi} 、 $c_{szi}(i=1\sim4)$ 为主动轴、从动轴的弯曲阻尼; c_{t1} 、 c_{t2} 为主动轴、从动轴的扭转阻尼; $c_{bi}(i=1\sim4)$ 为轴承处三个方向的阻尼; F_{bxi} 、 F_{byi} 、 $F_{bzi}(i=1\sim4)$ 为轴承

处三个方向的非线性力。

2 齿轮-转子-轴承弯扭轴耦合振动

从前面分析可以看出, 滚动轴承支撑的斜齿轮-转子-轴承为一强非线性系统, 加上斜齿轮啮合以及弯扭轴耦合作用, 整个系统处于较为复杂的动载荷环境下, 因此有必要对其进行详细的非线性动力学响应分析。表 1~3 为传动系统的结构和动力学参数。并采用 Runge-Kutta 方法对系统进行数值求解。

表 1 齿轮参数

参数	数值
齿轮齿数 z_1, z_2	100, 25
质量 $m_1, m_2/\text{kg}$	667.9, 141.1
惯量 $J_1, J_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	44.35, 0.21
偏心 $\rho_1, \rho_2/\text{m}$	5.0×10^{-5}
啮合刚度 $k_m/(\text{N}/\text{m})$	6.0×10^8
啮合阻尼比 ξ_m	0.1
齿轮位置角 $\alpha/(\circ)$	120
分度圆螺旋角 $\beta/(\circ)$	15
基圆螺旋角 $\beta_b/(\circ)$	13.8
误差均值/幅值 $e_m, e_r/\text{m}$	$2.0 \times 10^{-5}, 2.0 \times 10^{-5}$

表 2 转轴参数

扭转刚度/ ($\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$)	扭转 阻尼比	弯曲刚度/ (N/m)	弯曲 阻尼比
k_{t1}, k_{t2}	ξ_t	$k_{s1}, k_{s2}, k_{s3}, k_{s4}$	ξ_s
$8 \times 10^8, 1.5 \times 10^8$	0.07	$6 \times 10^8, 1.5 \times 10^7$	0.07

表 3 轴承参数

参数	数值
质量 $m_{b1}, m_{b2}/\text{kg}$	115.2
接触刚度 $k_{b1}, k_{b2}/(\text{N}/\text{m}^{2/3})$	13.34×10^7
内径 $r_1, r_2/\text{m}$	0.2
外径 $R_1, R_2/\text{m}$	0.25
质量 $m_{b3}, m_{b4}/\text{kg}$	73.2
接触刚度 $k_{b3}, k_{b4}/(\text{N}/\text{m}^{2/3})$	10.34×10^7
内径 $r_3, r_4/\text{m}$	0.1
外径 $R_3, R_4/\text{m}$	0.125

这里首先对主动齿轮的转速 $n_1=500 \text{ r/min}$ ($n_2=2000 \text{ r/min}$)工况下系统的振动响应进行初步计算。图 5、图 6 分别为主、从动齿轮和对应左轴承处 x 、 y 、 z 方向的时域响应和频域响应(图给出了部分频段的局部放大图)。图中 x_1 、 y_1 、 z_1 表示主动齿轮位置的两平动方向、轴向响应, x_{b1} 、 y_{b1} 、 z_{b1} 表示主动轴左轴承位置两平动方向、轴向的响应。 x_2 、 y_2 、 z_2 、 x_{b2} 、 y_{b2} 和 z_{b2} 为从动轴相应位置的时/频域响应(后同)。

由图 5 可以看出, 主动齿轮(图 5a~5c)和相应轴承(图 5g~5i)处在 x 、 y 、 z 方向的振动特性表现出显著的不同, y 方向的位移振动幅值和主频成分明显大于 x 、 z 方向, 但在各位置均产生了高频谐波成分。从对应于振动波形的主动齿轮(图 5d~5f)和轴承位置(图 5j~5l)的频谱分析可以看出, 在 x 和 z 方向的振动以主动轴转频成分 $f_1(n_1/60=8.3 \text{ Hz})$ 为主, 在 y 向却以从动轴转频成分 $f_2(n_2/60=33.3 \text{ Hz})$ 为主, 但由于合作用, 在横向和扭转三个方向上都含有这两个频率成分。另外, 在主动齿轮和轴承的 z 向均

出现了外部激振频率成分 $f_t(\omega/(2\pi)=159 \text{ Hz})$ 和轴承的变刚度频率 $f_3(52 \text{ Hz})$ 。相应地在 x 和 y 方向则表现出更为复杂的频率响应, 除组合频率成分 $f_2-f_1(25 \text{ Hz})$, 倍频 $2f_2(66.7 \text{ Hz})$ 等成分外, 在各处还出现了一高频成分 f_m (啮合频率 $n_1 \times z_1/60=833.3 \text{ Hz}$), 但该成分十分微弱。从前面分析可以看出, 相对于 x 、 y 方向的频率成分, z 向的频率成分较为简单, 主要表现出较大幅值的低速轴转频 f_1 、较小幅值的高速轴转频 f_2 和齿轮的啮合频率 f_m 。

图 5 主动齿轮和轴承横向和轴向时域/频域响应

图 6 为从动齿轮(图 6a~6c)和相对应轴承(图 6g~6i)位置的振动响应。从图中可以看出, 相对于主动齿轮的振动响应, 从动齿轮在 x 方向波形主频成分明显高一些, y 方向波形则主要表现为两种频率

谐波的叠加, 而 z 向却依然以较低频率成分为主的响应。 y 方向的振幅也明显大于 x 和 z 方向, 这与主动齿轮的振动响应基本一致。这主要是由于斜齿轮的啮合形式和所建立的坐标系所造成的。从相应的从动

齿轮(图 6d~6f)和轴承(图 6j~6l)位置的频谱结果可以看出,从动齿轮 x 方向以转频 f_2 , f_1 和组合频率 f_2-f_1 为主,并且还出现了较弱的组合频率 f_2+f_1 (41.7 Hz)以及 $2f_2$ 等成分。而 y 方向除转频 f_2 , f_1 外,还表现出非常强的啮合频率 f_m 和外部激励频率 f_i 。在 z 方向依然表现出较为简单的频率成分。对于从动轴承而言, x 方向除表现出本轴明显转频成分外,还

出现了转频 f_1 以及组合频率 f_2-f_1 、 $2f_2$, 本轴承的变刚度频率 f_4 以及外部激励频率 f_i 等; y 方向响应的频率成分则更为复杂,表现出很强的主动轴转频成分和本轴的转频成分以及扭转频率成分,除此之外,还出现了倍频 $2f_2$ 、 $3f_2$ 及本轴承的变刚度频率及其他组合频率成分。

图 6 从动齿轮和轴承横向和轴向时域/频域响应

图 7 为主、从动齿轮在扭转方向的时域(图 7a、7b)和频域响应(图 7c、7d)。从时域响应中可以看出,主动齿轮的扭转振动为正值,而从动齿轮则相反,这主要是由于斜齿轮的啮合作用方向所决定的。另外,由于转轴的扭转刚度的不同,小齿轮的扭转振动较大一些。在频域响应中两者均表现出转频 f_1 和 f_2 、外部激励频率 f_i 和齿轮的啮合频率 f_m 成分,并且转频 f_1 大于转频 f_2 ,而两转频幅值相差较大。

从前面的分析可以看出,由于齿轮装配的特点、几何参数以及支撑轴承的非线性特性的影响,两齿轮和轴承在横向和轴向表现出不同的振动响应特性。横向振动除了转频,外激励频率和啮合频率成分外,还出现了滚动轴承引起的变刚度频率及组合频率成分,振动波形变得较为复杂。由于弯扭轴耦合作用的影响,在扭转方向仅出现了转频,外激励频率和啮合频率,并未出现轴承引起的变刚度频

率以及其他组合频率成分。因此,为了对该复杂的传动系统的动态特性有个详细的认识,有必要将各

关键参数对系统的影响展开深入研究。后面将对转速、齿轮偏心量和轴承游隙三个参数进行考察。

图 7 主/从动齿轮的扭转时域/频域响应

2.1 齿轮转速的影响

首先对转速 $n_1=700$ r/min 时系统的振动响应进行分析,结果如图 8~10 所示(此处只给出齿轮处的振动响应)。相对于图 5、6 中的响应结果,从图 8、9 可以发现,随着主、从动齿轮转速的增大,主、从动轴齿轮沿 x 、 y 、 z 方向的振动特征及频率成分发生了一定的变化。在图 8a~8c 中对于主动齿轮而言, x 方向振动波形的谐波成分发生了较为明显的变化,其中高次谐波成分有所减少,并且振动幅值

也明显增大。 y 方向的振动幅值明显高于 x 和 z 方向的振动幅值(和前面的分析结果一致),并且 y 方向的波形振动更为复杂。而 z 方向的谐波成分也有轻微变化。在频域(图 8d~8f)中, x 和 z 方向的振动仍以低速轴转频 f_1 为主,并且还出现了明显的高速轴转频 f_2 成分和其更多的组合成分。而在 y 方向的频率成分没有发生明显变化,仍以自身的转频 f_2 成分为主而组合频率($f_2-f_1, \dots$)成分变弱。除此之外,在 x 、 y 和 z 方向均存在外部激振频率 f_i 和啮合频率 f_m 。

图 8 主动齿轮和轴承横向和轴向时域/频域响应

通过对比图 6a~6c 和图 9a~9c 从动齿轮的振动响应分析可以发现,与主动齿轮类似, x 和 y 方向的振动幅值明显增大,而 z 方向的振动幅值基本没有发生明显的变化。在频谱图 9d~9f 中, x 方向以本身转频为主,并且还出现明显的低速轴转频的 2 倍频成分, y 和 z 方向以低速轴的转频为主,且 y 方向的频率成分随着转速的增大变得更为复杂,出现了低速轴转频的倍频($2f_1$)成分、主动轴轴承的变刚度频率成分 f_3 ,但自身的轴承变刚度频率成分 f_4 并不明显,齿轮的啮合频率 f_m 有所减小。而在 z 方

向,也同样出现了低速轴转频的倍频($2f_1$)成分,但其他频率成分基本没有改变。

图 10 为输入转速 $n_1=700$ r/min ($n_2=2\ 800$ r/min) 时的扭转时域(图 10a、10b)和频域响应(图 10c、10d)。对应于图 7,从图 10a、10b 所示的波形图中可以发现,随着转速的增大,主、从动齿轮的扭转振动幅值的正负并没有发生变化,但波形图均发生明显的变化,且幅值均略有增大。而在图 10c、10d 频域中可以发现,两者仍以转频 f_1 、 f_2 , 外部激振频率 f_i 以及啮合频率 f_m 为主,且转频 f_1 明显大于其他

频率成分,但随着转速的增大,其两转频成分的幅值相差较小。

图 9 从动齿轮和轴承横向和轴向时域/频域响应

图 10 主/从动齿轮的扭转时域/频域响应

通过前面对 $n_1=500$ r/min 和 700 r/min 工况的对比分析可以发现各处的响应特征有很大不同。为了更全面地了解转速对整个传动系统的振动响应,图 11、图 12 给出了主、从动轴齿轮在 x 、 y 、 z 及 θ 方向的三维频谱图。从图 11 中可以发现,随着转速的增大,在 x 、 y 和 z 方向上齿轮的啮合频率均表现出先减小后增大的变化趋势(总体上呈现减小趋势),并且在 $n_1=650$ r/min ($n_2=2\ 600$ r/min)时达到最小值。在主动齿轮 x 方向(图 11a)以本身的转频 f_1 为主,且该频率成分先减小后增大,当输入转速 $n_1=500$ r/min 时该频率成分的幅值出现最小值,而轴承的变刚度频率成分变化并不明显。在 y 方向(图 11b)以高速轴的转频成分 f_2 为主,并且随着转速的增大,出现了先增大后减小再增大的波动趋势,当 $n_1=500$ r/min 时 f_2 出现最大值,并且 f_1 一直在增大。在 z 方向(图 11c)以高速轴转频 f_2 为主,而该频率随着转速的增大并非一直处于增大趋势,当 $n_1=650$ r/min 时出现峰值。对于从动轴而言,齿轮的啮合频率成分 f_m 与主动轴的 x 、 y 和 z 方向的变化趋势相同。在 x 方向(图 11d)上以 f_2 频率变化为主,且随着转速的增大,出现先增大后减小的波动,当 $n_2=2\ 000$ r/min 时频

率 f_2 成分出现峰值,并且组合成分 (f_2-f_1) 也出现了波动,对于轴承的变刚度频率 f_4 变化并不明显。在 y 方向(图 11e)频率也出现了明显的波动,并且以 f_1 的频率成分为主。而 z 方向(图 11f)当 $n_2=2\ 600$ r/min 时 f_1 达到最大值,而其他频率成分变化并不明显。从扭转方向的三维频谱图(图 12a、12b)可以看出,在频域响应上均出现转频 f_1 和 f_2 、外部激振频率 f_i 和啮合频率 f_m ,转频成分 f_i 均呈现出先增大后减小的趋势,并且在 $n_1=600$ r/min ($n_2=2\ 400$ r/min)时出现最大值,转频成分 f_2 均呈现出先减小后增大的趋势,在 $n_1=600$ r/min 时出现最小值,而啮合频率先减小后增大,但在从动齿轮中的变化趋势比较明显。且高速轴转频幅值大于低速轴转频的幅值。从图 11 和图 12 的计算结果来看,对于 x 方向两齿轮分别体现本轴转频成分为主的特征, y 方向则以非本轴转频成分为主的特征,但本轴转频成分并不是很弱,而两轴的 z 向则统一体现为主动齿轮的转频成分,这和前面的转速的响应结果是一致的。另外从结果中可以看出对于啮合频率 f_m 在各向的振动响应中均随转速增大总体上呈现减小趋势,但其他频率成分的变化趋势并不统一。

图 11 主/从动齿轮横向振动的三维频谱图

图 12 主/从动齿轮扭转振动的三维频谱图

2.2 偏心量的影响

在前面小节里分析了转速对系统的影响,这里将重点研究偏心量对传动系统振动响应的影响。首先将主、从动轴齿轮偏心量从 $\rho_1=\rho_2=5.0\times 10^{-5}$ m 分别增大为原来的 2 倍 ($\rho_1=\rho_2=1.0\times 10^{-4}$ m)。系统的振动响应如图 13~15 所示。对比图 5、6,从图 13、14 中可以发现,随着主、从动齿轮偏心量的增大,主、从动齿轮处沿 x 、 y 、 z 及 θ 方向的振动波形发生了明显的变化,尤其是从动齿轮的振幅明显增大,但波形基本不变。对于主动齿轮(图 13a~13c), y 方向的振动幅值同样明显大于 x 和 z 方向的振动幅值。从频谱图(图 13d~13f)中可以看出,对于主动轴齿轮在 x 方向仍以自身的转频为主,同样出现了组合频率成分(f_2-f_1 、 f_2+f_1 、...)及倍频 $2f_1$ 和变刚度频率 f_3 ,但扭转频率 f_i 有所减小。而在 y 方向的频率幅值增大一倍,并且频率成分变得更加复杂(需要进行放大才能发现),表现出众多的频率成分(除转频外还有倍频 $2f_1$ 、 $2f_2$ 、 $3f_2$,组合频率 f_2-f_1 、 f_2+f_1 ,本轴轴承的变刚度频率 f_3 ,以及外部激振频率 f_i)。

而从主动齿轮处 z 向的频谱可以看出,除原有的频率成分(f_1 , f_2 , f_3 , f_i)外,由于偏心量的增大,还出现了新的组合频率成分(f_2-f_1)及转轴的倍频成分($2f_2$ 、 $3f_2$ 、...)。

通过从动齿轮图 14a~14c 波形图与图 6a~6c 中波形图的对比可以发现,随着齿轮偏心量的增大, x 、 y 和 z 方向的振动幅值均增大。从频谱图中可以看出,在齿轮 x 方向的高速轴倍频成分及组合成分更加明显,并且幅值增加一倍。而在 y 方向的频率成分变得较为复杂,其频率成分以转频 f_1 、 f_2 , 啮合频率 f_m 以及外部激振频率 f_i 为主,并且由于偏心量的增大,转频的倍频成分($2f_2$ 、 $3f_2$ 、...)及组合成分(f_2-f_1 、 f_2+f_1 、...)表现得更为突出。在 z 方向以低速轴的转频 f_1 为主,并且还出现明显的组合频率成分。对应于从动轴处的轴承而言,随着偏心量的增大,在 x 、 y 和 z 方向也同样出现了较为复杂的组合频率以及转频的倍频 f_2-f_1 、 f_2+f_1 、 $2f_2-f_1$ 、 $2f_2+f_1$ 、 $3f_2-f_1$ 、 $2f_2$ 、 $3f_2$ 、...。通过前面的分析可以看出:由于偏心量的增大,从动齿轮的响应特征与主动齿轮基本一

致, 并且表现更为明显, 这与从动轴的柔性及其较高的转速密切相关。

图 13 主动齿轮和轴承横向和轴向时域/频域响应

图 14 从主动齿轮和轴承横向和轴向时域/频域响应

对应于图 7, 通过图 15 可以发现, 随着齿轮偏心的增大, 主、从动齿轮处的扭转振动幅值均明显增大, 但波形并未发生明显的改变。另外, 通过对比频域图可知, 频率成分并没有发生变化, 但两转频的幅值、外激励频率幅值及啮合频率的幅值均有所增大, 基本是原来的 2 倍, 并且高速轴的转频幅值相对大些, 这与高速轴的扭转柔性和转速有关。因此可以简单地认为齿轮处的偏心量将影响两齿轮扭转方向的振幅, 基本呈正比关系, 这一点将会在接下来的内容中阐述。

前文分别对主、从动齿轮偏心量分别为

$\rho_1=\rho_2=5.0\times 10^{-5}$ m 和 $\rho_1=\rho_2=1.0\times 10^{-4}$ m 两种工况下传动系统的振动响应进行了对比分析。为更好地了解偏心量对系统响应的影响。图 16、图 17 分别给出了主、从动齿轮 x 、 y 、 z 以及 θ 方向随偏心变化的三维频谱图。从图 16a~16f 中可以发现, 随着齿轮偏心量的增大, 主、从动轴齿轮各处频率幅值发生明显增大趋势, 但并不随着偏心量的增大而单调递增。对于主动齿轮 x 方向, 当偏心量为 $\rho_1=\rho_2=6\times 10^{-5}$ m 时, 转频(f_1 , f_2)幅值出现最小值, 但轴承变刚度频率成分 f_3 幅值几乎不变。而在 y 方向转频(f_1 , f_2)幅值随着偏心量的增大而成波动形式的逐渐增大, 而

啮合频率成分幅值出现波动变化。在 z 方向上 f_1 幅值同样呈波动性的增大, 但主要以转频 f_1 为主, 其他频率成分变化并不明显。对于从动齿轮而言, 由于其较高的转速致使在 x 方向频域图中主要反映出其自身的转频成分, 并且该幅值随着偏心量的增大而出现波动式的增大。而啮合频率在从动齿轮 y 方向上反映得非常明显, f_2 附近的倍频和随机成分越来越多, 并且 f_1 也非常明显。对于轴承而言, 随着

偏心量的增大, 幅值变化情况和主、从动齿轮的变化情况类似(不再赘述)。在扭转方向(图 17a、17b)一直以转频(f_1 、 f_2)、啮合频率 f_m 以及外激励频率 f_i 为主, 其幅值也逐渐增大, 但转频 f_2 幅值明显大于转频 f_1 的幅值。从这些现象可以看出, 随着偏心量的增大, 各频率成分呈增大趋势, 并非单调增大。另外啮合和扭转频率虽有波动, 但基本不受影响。

图 15 主/从动齿轮的扭转时域/频域响应

图 16 主/从动齿轮横向振动的三维频谱图

图 17 主/从动齿轮扭转振动的三维频谱图

2.3 轴承游隙的影响

本节将对滚动轴承的游隙变化对传动系统振动响应的影响进行考察分析。由于该参数变化时所得到的时域响应特征和前面几种情况类似, 这里省

略时域响应结果, 而直接给出随该参数变化时系统关键位置的三维频谱响应结果。如图 18、图 19 为主、从动齿轮处 x 、 y 、 z 以及 θ 方向随轴承游隙参数变化的三维频谱图。对于主动齿轮而言, 在 x 方

向(图 18a)随着轴承游隙的增大转频 f_1 的幅值出现先增大后减小的波动,但是这种变化趋势并不明显,而且随着游隙的增大 $2f_1$ 不断增大。在 y 方向(图 18b)高速轴转频和啮合频率均比较明显,但幅值变化趋势并不明显,与此同时出现了轴承变刚度 f_3 成分。而 z 方向(图 18c)依然是本身的转频和高速轴转频占主要地位,轴承的变刚度频率、转频的倍频、组合频率等其他成分相对较小。但是随着轴承游隙的增大,转频(f_1, f_2)的幅值出现先增大后减小的波动趋势,而啮合频率基本保持不变。另外,在主动轴的轴承处也有和齿轮处相同的响应趋势,不过由于轴承的非线性特性,导致随着其游隙的增大,在 f_1 频率附近的倍频和随机频谱越来越明显。对于从动齿轮而言,由于其较高的旋转速度致使在其本身及轴承的 x 、 y 和 z 方向均表现出强烈的转频成分。在 x

方向(图 18d),频率成分比较单一,主要以低速轴的转频为主,其他频率成分并不明显,当轴承游隙 $\gamma_2=6.0\times 10^{-5}$ m 时出现最小值。在 y 方向(图 18e)的频率幅值随着游隙的不断增大也基本呈现出先增大后减小的变化趋势,啮合频率成分非常明显,且随着游隙的增大倍频、组合频率等有越来越明显的变化趋势。在 z 方向(图 18f)以转频 f_1 为主,除此之外还表现出较为复杂的频率成分。对于两齿轮的扭转振动而言,在主、从动齿轮扭转振动的三维频谱中(图 19a、19b),转频幅值及啮合频率幅值基本保持不变。从以上的结果可以发现,除了对主动齿轮的 x 和 z 方向有微弱的影响外,轴承的游隙参数对系统的振动响应的影响并不敏感,因此在选择轴承时,考虑适当的游隙即可,可以不予过多关注。

图 18 主/从动齿轮横向振动的三维频谱图

图 19 主/从动齿轮扭转振动的三维频谱图

3 结论

(1) 在同时考虑内部激励, 外部激励, 支撑轴

承的非线性, 齿轮偏心以及重力等因素下运用集中参数法建立了 22 自由度的斜齿轮-转子-轴承弯扭耦合的动力学模型, 在时变内部激励和时变外部激励共同作用下对斜齿轮传动系统的振动响应特性进

行分析。

(2) 由于斜齿轮弯扭轴耦合的作用, 传动系统中扭转振动位移明显大于横向和轴向振动位移, 故系统以扭转振动为主。随着转速的逐渐升高, 振动位移显著增大, 频率幅值发生明显的波动并且在转频附近出现了连续谱。随着偏心量的增大, 系统中各位置处振动幅值明显增加, 振动频率成分较为复杂。但对扭转方向的影响大于对横向和轴向振动的影响。

(3) 轴承游隙对斜齿轮系统的动态特性影响不大, 但轴承有其自身的谐振频率, 在系统设计阶段需要注意避开轴承的变刚度频率对系统的影响。

参 考 文 献

- [1] 李润芳, 王建军. 齿轮系统动力学-振动冲击噪声[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
LI Runfang, WANG Jianjun. Gear system dynamics vibration, impact, noise[M]. Beijing: Science Press, 1997.
- [2] LI Ming, YU Lie. Analysis of the coupled lateral torsional vibration of a rotor-bearing system with a misaligned gear coupling [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 243(2): 283-300.
- [3] GUAN Y H, LI M F, LIM T C, et al. Comparative analysis of actuator concepts for active gear pair vibration control[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 269(10): 273-294.
- [4] 郜志英, 沈允文, 李素有, 等. 间隙非线性齿轮系统周期解结构及其稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(5): 17-22.
GAO Zhiying, SHEN Yunwen, LI Suyou, et al. Research on the periodic solution structure and its stability of nonlinear gear system with clearance[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(5): 17-22.
- [5] 陈安华, 罗善明, 王文明, 等. 齿轮系统动态传递误差和振动稳定性的数值研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(4): 21-25.
CHEN Anhua, LUO Shanming, WANG Wenming, et al. Numerical investigations on dynamic transmission error and stability of a geared rotor-bearing system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(4): 21-25.
- [6] 王立华, 李润方, 林腾蛟, 等. 斜齿圆柱齿轮传动系统的耦合振动分析[J]. 机械设计与研究, 2002, 18(5): 30-31.
WANG Lihua, LI Runfang, LIN Tengjiao, et al. Analysis for coupled vibration of helical gear transmission system[J]. Machine Design and Research, 2002, 18(5): 30-31.
- [7] MAMLA R, GRUER D, ZGNVEN H N. Nonlinear dynamic modeling of gear shaft disk bearing systems using finite elements and describing functions[J]. ASME, Journal of Mechanical Design, 2004, 126(3): 534-541.
- [8] 窦唯, 张楠, 刘占生. 高速齿轮转子系统弯扭耦合振动研究[J]. 振动工程学报, 2011, 24(4): 385-393.
DOU Wei, ZHANG Nan, LIU Zhansheng. The coupled bending and torsional vibrations of the high-speed geared rotor-bearing system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(4): 385-393.
- [9] 王庆, 张以都. 二级圆柱斜齿轮系统耦合动态响应分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(10): 87-91.
WANG Qing, ZHANG Yidu. Coupled analysis based dynamic response of two-stage helical gear transmission system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(10): 87-91.
- [10] LEE A S, HA J W. Prediction of maximum unbalance responses of a gear-coupled two-shaft rotor-bearing system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 283(3-5): 507-523.
- [11] 林江, 楼建勇. 斜齿圆柱齿轮传动系统动力学模型及特性试验研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(7): 29-33.
LIN Jiang, LOU Jianyong. Study on dynamic models and behavior of power transmission helical gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(7): 29-33.
- [12] WALHA L, DRISS Y, KHABOU M T, et al. Effects of eccentricity defect on the nonlinear dynamic behavior of the mechanism clutch-helical two stage gear[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(7): 986-997.
- [13] 马辉, 王奇斌, 黄婧, 等. 考虑几何偏心的斜齿轮耦合转子系统振动响应分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(1): 16-24.
MA Hui, WANG Qibin, HUANG Jing, et al. Vibration response analysis of gear coupled rotor system considering geometric eccentric effect of helical gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(1): 16-24.
- [14] ZHANG Yimin, WANG Qibin, MA Hui, et al. Dynamic analysis of three-dimensional helical geared rotor system with geometric eccentricity[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2013, 27(11): 3231-3242.
- [15] 郜浩冬, 张以都. 含摩擦的汇流传动齿轮非线性动力学分析[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(4): 737-743.
GAO Haodong, ZHANG Yidu. Nonlinear dynamics analysis of convergent transmission gear containing friction[J]. Journal of Vibration, Measurement &

- Diagnosis, 2014, 34(4): 737-743.
- [16] WANG Jingyue, WANG Haotian, GUO Lixin. Analysis of effect of random perturbation on dynamic response of gear transmission system[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2014, 68: 78-88.
- [17] 张慧博, 王然, 陈子坤, 等. 考虑多间隙耦合关系的齿轮系统非线性动力学分析[J]. 振动与冲击, 2015, 34(8): 144-150.
- ZHANG Huibo, WANG Ran, CHEN Zikun, et al. Nonlinear dynamic analysis of a gear rotor system with coupled multi-clearance[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(8): 144-150.
- [18] GAO Haodong, ZHANG Yidu. Nonlinear behavior analysis of geared rotor bearing system featuring confluence transmission[J]. Nonlinear Dyn., 2014, 76(4): 2025-2039.
- [19] CHEN Qi, MA Yunbo, HUANG Shouwu, et al. Research on gears' dynamic performance influenced by gear backlash based on fractal theory[J]. Applied Surface Science, 2014, 313: 325-332.
- [20] HAN Qinkai, CHU Fulei. Dynamic behaviors of a geared rotor system under time-periodic base angular motions[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 78(1): 1-14.
-
- 作者简介: 任朝晖(通信作者), 男, 1968 年出生, 教授。主要研究方向为齿轮转子动力学、振动非线性。
- E-mail: zhhren@mail.neu.edu.cn
- 谢吉祥, 男, 1989 年出生, 硕士。主要研究方向齿轮转子故障诊断。
- E-mail: xie_ji_xiang@126.com
- 周世华, 男, 1987 年出生, 博士。主要研究齿轮转子动力学。
- E-mail: zhou_shihua@126.com