DOI: 10.3901/JME.2019.03.053

具有 2R1T 和 3R 运动模式的并联机构综合*

刘 伟^{1,2} 刘宏昭¹

(1. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院 西安 710048;

2. 西安工程大学机电工程学院 西安 710048)

摘要: 使用位移流形理论综合了具有 2R1T 与 3R 两种运动模式的并联机构。选取了一种具有此类运动模式变换的机构, 分析了其自由度变换时的位形特征, 使用螺旋理论分析了其不同运动模式下的自由度特征, 分析了支链驱动副选取的可行性。结果表明, 这种并联机构具有 2R1T 与 3R 两种运动模式。这种机构在两种运动模式的一般位形下, 使用 2 个移动驱动副和 1 个转动驱动副实现对机构的控制。这种机构在两种运动模式的变换位形下, 机构处于奇异位形, 机构的自由度增加为 4。支链 2 中配置 1 个辅助移动驱动副, 支链 2 中的转动驱动副和辅助移动驱动副在机构运动模式变换时工作, 实现并联机构在 2R1T 与 3R 两种运动模式之间变换。

关键词: 并联机构; 运动模式; 2R1T; 3R

中图分类号: TH112

Type Synthesis of 3-DOF Parallel Mechanism with both 2R1T and 3R Motion Mode

LIU Wei^{1,2} LIU Hongzhao¹

(1. Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048)

Abstract: The parallel mechanisms with both 2R1T and 3R motion mode are synthesized using the theory of displacement manifold. The characteristic of a typical variable freedom kinematic chain is analyzed. A mechanism having both 2R1T and 3R motion modes is given for an example. The freedom of the mechanism in different motion mode is verified and the transform configuration of the mechanism between different motion modes is verified feasible using screw theory. The results show that the parallel mechanism has two modes: 2R1T and 3R. At the general configuration of the two motion modes of the mechanism, this type of mechanism can be controlled by using 2 translational active joints and 1 rotary active joint. The degree of freedom of the mechanism is 4 and the mechanism is in singular configuration when the motion mode of the mechanism transforms. A auxiliary translational active joint is added in the branch 2, which works only when the mechanism motion mode is transformed.

Key words: parallel mechanism; motion mode; 2R1T; 3R

0 前言

近些年并联机构型综合的研究主要集中在通过降低机构的耦合来提升并联机构运动性能和可控性^[1], 增大机构的耦合来提升机构刚度^[2-3], 提升并联机构的可重构性适应不同的工作需要^[4]。

具有 2R1T 运动模式的并联机构, 适合应用于在曲面上工作的操作手, 具有刚度高、精确度高、灵巧性强等特点。基于 2R1T 运动模式的并联机构,

可在其动平台上串联两个转动副, 组成混联 5 轴加工中心或者医用机器人。基于 2R1T 运动模式的 5 轴和 6 轴混联机构可以应用于焊接飞机机身, 也可以用于飞机机翼的组装^[5]。文献[6]对 2R 并联机构进行了运动解耦方面的设计。文献[7]设计了具有两个连续转轴的并联机构。文献[8]对 2R2T 型完全解耦的并联机构进行了综合, 文献[9]使用机构构型演化理论对 2R2T, 2R, 2T1R 并联机构进行了综合。文献[10]对一种 2T1R 完全解耦的并联机构进行了运动学分析。

具有 3R 运动模式的并联机构有实际的重要应用, 可以做机器人的肩关节、腕关节, 电子灵敏眼,

* 国家自然科学基金资助项目(51275404)。20180420 收到初稿, 20180723 收到修改稿

卫星天线的空间方位跟踪系统等。文献[11]使用 3R-4S 支链设计了一种 3 转动自由度的并联机构。文献[12]构造了 RRR-UPRR-RPUR 球面转动并联机构, 其中两个转动自由度完全独立。文献[13]提出的新型 3- P_0R_NS 球面 3 自由度并联机构, 通过使用环形移动副实现了 3R 球面机构一个轴线转动自由度的解耦。文献[14]提出了由 3 条 6 自由度支链和一条球副支链组成的, 一种完全各向同性的 3R 球面并联机构。文献[15]通过使用连轴器提出了一些非对称的完全解耦和各向同性的 3R 球面机构。文献[16]对万向连轴器进行了系统性分析, 提出了一些可实现 2R 和 3R 的完全解耦的并联机构。

具有多种运动模式的并联机构, 也称为具有多种操作模式、位移子群可变、具有运动分岔、或者可重构并联机构。其特征为: 较少的驱动副可以实现多种运动模式; 运动模式变换时不需要对机构进行重新组装, 因而可以快速实现机构重构; 一些此类并联机构在进行运动模式变换时, 需要通过机构的奇异位形^[17]。

DYMO^[18]并联机构具有四种不同的 3 自由度运动模式。文献[19]使用虚拟运动链, 先对不同运动模式的并联机构支链进行型综合, 选择两种运动模式共有的支链结构作为可选支链, 再结合不同运动模式支链装配的几何条件, 综合了具有多种运动模式的并联机构。文献[20]使用具有多种运动模式的单环机构综合了可实现 3R2T 与 2R3T 两种运动模式相互转变的并联机构。文献[21]综合了实现 3T、3R、2R1T、2T1R 三自由度运动模式相互转换的并联机构。文献[22]基于方位特征集, 使用可变自由度支链、定自由度支链、综合了具有两转两平移和一转三平移的并联机构。文献[23]使用可重构转动副设计了一种具有 2R1T 和 3R 运动模式的完全对称并联机构。文献[24]使用 CAD 变量几何法, 以两个 SPS 支链和一个 UPU 支链作为驱动支链, 以一个 SP 支链作为被动支链, 设计了一种具有 2R1T 和 3R 运动模式的并联机构。

综上所述, 目前能够实现 2R1T 和 3R 运动模式转变的并联机构并不多见, 因此本文综合的并联机构将对此类型机构构型进行扩展。这种类型并联机构在加工叶片类等复杂自由曲面时, 具有一定的实际应用价值^[24]。

1 分支运动链综合

使用 $Oxyz$ 表示笛卡儿坐标系, 其原点为 O , 正交基为 (x, y, z) 。使用 (A, z) 表示通过空间中一点 A ,

方向平行于 z 轴的直线, 结合运动副类型表示运动副的方向和运动副轴线上的点。例如, 平行于 z 轴过点 N 的转动副对应的位移子群用 $\{R(N, z)\}$ 表示。平行于轴线 z 的转动副表示为 ${}^zR$ 。一条串联运动链由构件 $1, 2, \dots, i-1, i$ 组成。构件 i 的可允许的位移可以表示为运动链中运动副所表示的位移子群的乘积。例如: 一个构件通过 ${}^zR^zR^zR$ 运动链与定平台相连, 这个运动链产生一个平面 3 维位移子群 $\{G(z)\}$ 。如果运动链产生的相对于定平台的运动不具有群的结构, 就称其产生一个位移流形。

$\{G(z)\}$ 表示平面位移子群, z 表示平面位移运动所在平面的法线方向。 $\{G(z)\}$ 可以被分解成为下面 7 种乘积形式^[25]

$$\begin{aligned}\{G(z)\} &= \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} \{R(N, z)\} = \\ &\{R(N, z)\} \{T_1(x)\} \{T_1(y)\} = \\ &\{T_1(x)\} \{R(N, z)\} \{T_1(y)\} = \\ &\{R(A, z)\} \{R(B, z)\} \{T_1(y)\} = \\ &\{R(A, z)\} \{T_1(y)\} \{R(B, z)\} = \\ &\{T_1(y)\} \{R(A, z)\} \{R(B, z)\} = \\ &\{R(A, z)\} \{R(B, z)\} \{R(C, z)\}\end{aligned}\quad (1)$$

$\{G(z)\}$ 对应 7 种等效运动链, 它们是 ${}^xP^yP^zR$, ${}^zR^xP^yP$, ${}^xP^zR^yP$, ${}^yR^zP^xP$, ${}^zR^yP^xP$, ${}^xP^yR^zR$, ${}^yR^xR^zR$ 。

1.1 构造定自由度运动链

HERVÉ^[26]给出了详尽的位移子群两两求交以及乘法运算的运算结果, 并指出位移子群求交集的运算满足一般集合论中的求交法则。而在更多情况下由运动链(多个运动副组合而成)生成的刚体运动并不能满足位移群的代数结构, 而只是其中的位移子流形。

运动副和运动链可直接作为位移子群或位移子流形的生成元(或生成算子); 相应的, 运动链末端相对于固定端的任一运动, 无论其多么复杂, 都可以表示成若干位移子群或位移子流形以及它们之间的乘积形式。通常情况下, 运动链末端的运动可由运动链中所有低副生成的位移子群的乘积来决定。这些位移子群的乘积可能仍然是位移子群, 但在大多数情况下这个乘积不具有群的代数结构, 只是一个位移子流形。

$M=M_1 \parallel \dots \parallel M_k$ 表示由 k 条串联运动链 $M_1 \dots M_k$ 组成的并联机构, 它们都与共同的动平台和定平台相连接。用符号 C 表示机构末端的运动, 则并联机构动平台的运动可表示为

$$C_M := C_{M_1} \cap C_{M_2} \cap \dots \cap C_{M_k} \quad (2)$$

从式(2)可知, 动平台的运动应该是并联机构支链运动的交集。

图4 变5自由度支链位形D

轴 ^aR 的轴线与转轴 ^wR 的轴线的交点,在转动副 ^wR 的轴线上产生移动。当该交点移动到无穷远位置时,支链位形图如图4所示。不同支链在移动、转动运动求交集时,移动平面的法线方向和转动中心起重要作用。当两条支链末端都具有平面移动自由度,两个移动平面的法线方向平行,则两条支链末端运动求交后,必定含有垂直于上述法线的平面移动自由度,否则,两条支链末端运动求交后,必定具有沿两条支链末端的移动平面交线的1维移动自由度;当两条支链末端都具有三维转动自由度,两个支链末端的球面三维转动中心如果可以重合,则两条支链末端运动求交后,必定含有球面三维转动自由度,否则,则两条支链末端运动求交后,必定不含有球面三维转动自由度。因而使用支链 ${}^wU^wP^wU$ 理论上可以实现机构运动模式从2R1T向3R的变换。

接下来,使用位移流形理论对上述设想进行分析。由第1.1节可知,实现2R1T运动模式向3R运动模式转变的定4自由度支链具有3R1T的位移流形,定4自由度支链和图1中的变5自由度支链运动求交集

$$\{T_1(Z)\} \{S(N)3\} \cap \{R(A,u)\} \{R(v)\} \{T_1(w)\} \{R(v)\} \{R(A,a)\} \quad (4)$$

根据对图1~3的分析可知

$$\begin{aligned} & \{R(A,u)\} \{R(v)\} \{T_1(w)\} \{R(v)\} \{R(A,a)\} \cup \\ & \{R(N,u)\} \{R(v')\} \{T_1(w')\} \{R(v')\} \{R(N,a')\} = \\ & \{R(A,u)\} \{R(v)\} \{T_1(w)\} \{R(v)\} \{R(A,a)\} \end{aligned} \quad (5)$$

$\{S(N)3\}$, $\{T(Z)\} \{R(N,Z)\}$, 是位移子群, 令点A是移动轴线Z上的点, 那么位移流形

$$\{T_1(Z)\} \{S(N)3\} = \{T_1(Z)\} \{S(A)3\} \quad (6)$$

把式(5)、(6)代入式(4), 对式(4)分解, 一部分为

$$\begin{aligned} & \{T_1(Z)\} \{R(A,Z)\} \{R(A,X)\} \{R(A,Y)\} \cap \\ & \{R(A,u)\} \{T_1(u)\} \{T_1(w)\} \{R(A,v)\} \{R(A,a)\} \end{aligned} \quad (7)$$

令矢量 u 与 Z 不同向, u 、 w 所在平面与 Z 平行,可以得到

$$\{T_1(Z)\} \cap \{T_1(u)\} \{T_1(w)\} = \{T_1(Z)\} \quad (8)$$

转动部分求交

$$\begin{aligned} & \{R(A,Z)\} \{R(A,X)\} \{R(A,Y)\} \cap \\ & \{R(A,v)\} \{R(A,a)\} = \{R(A,v)\} \{R(A,a)\} \end{aligned} \quad (9)$$

结合式(7)~(9)得到

$$\begin{aligned} & \{T_1(Z)\} \{R(A,Z)\} \{R(A,X)\} \{R(A,Y)\} \cap \\ & \{R(A,u)\} \{T_1(u)\} \{T_1(w)\} \{R(A,v)\} \{R(A,a)\} = \\ & \{T_1(Z)\} \{R(A,v)\} \{R(A,a)\} \end{aligned} \quad (10)$$

由于当变5自由度支链绕转轴 ^wR 转动后, $\{T_1(u)\} \{T_1(w)\}$ 变为 $\{T_1(u')\} \{T_1(w')\}$, 移动平面的法线方向发生改变, 得到

$$\{T_1(Z)\} \cap \{T_1(u')\} \{T_1(w')\} = \phi \quad (11)$$

那么定4自由度支链和变5自由度支链位移流形的交集变为

$$\begin{aligned} & \{T_1(Z)\} \{R(A,Z)\} \{R(A,X)\} \{R(A,Y)\} \cap \\ & \{R(A,u)\} \{T_1(u')\} \{T_1(w')\} \{R(A,v')\} \{R(A,a')\} = \\ & \{S(A)3\} \end{aligned} \quad (12)$$

根据式(10)、(12)可知式(4)等于

$$\{S(A)3\} \cup \{T_1(Z)\} \{R(A,v)\} \{R(A,a)\} \quad (13)$$

从式(4)、(13)可知, 能用来实现2R1T运动模式向3R转变的位移流形生成元应具有下式中的形式

$$\begin{aligned} & \{R(A,u)\} \{T_1(u)\} \{T_1(w)\} \{R(v)\} \{R(A,a)\} \cup \\ & \{R(N,u)\} \{T_1(u')\} \{T_1(w')\} \{R(v')\} \{R(N,a')\} \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)中的生成元对应运动链为 ${}^zR^yP^zP^zR^z$ 、 ${}^zR^xR^zP^yP^zR^z$ 、 ${}^zR^yP^zR^zP^zR^z$ 、 ${}^zR^xR^zR^zP^zR^z$ 、 ${}^zR^yP^zR^xR^zR^z$ 、 ${}^zR^xR^zR^xR^zR^z$ 。

2 机构综合

2.1 机构简图

如图5所示, 定平台为 $OB_1B_2B_3$, 与其固结的定坐标系为 $OXYZ$; 动平台为 $oA_1A_2A_3$, 与其上点 o 固结的坐标系为 $oxyz$ 。在图5所示机构位形下, 坐标系 $OXYZ$ 与坐标系 $oxyz$ 的坐标轴对应平行。第1条支链连接 B_1 与 A_1 的运动链结构为 ${}^{YX}U^wP^{XZ}U$, ${}^{YX}U$ 与定平台在 B_1 点连接。万向铰链 ${}^{XZ}U$ 与动平台在

A_1 点连接。第 2 条支链连接 B_2 与 A_2 的运动链结构为 ${}^Z R {}^Z P {}^X R {}^Y R$ 。第 3 条支链连接 B_3 与 A_3 的运动链结构为 SPS, 两个 S 副分别与定平台、动平台在 B_3 , A_3 点连接。

图5 具有 2R1T 和 3R 运动模式机构简图

2.2 等效机构

根据支链1的结构 ${}^Y X U {}^P X Z U$ 中含有的平面运动链 ${}^X R {}^W P {}^X R$, 支链2中的子链 RP 和支链3中 SPS 支链的等效支链, 可以将图5中的支链1、2、3进行等效替代, 得到新的机构。如果不考虑复杂运动链, 根据第1.2节内容可知, 支链1的等效支链有7种; 支链2的结构有 PS、RPU、CU 共3种; 支链3的等效支链有24种; 与图5中的机构的等效的机构共有 $7 \times 3 \times 24 = 504$ 种。

3 自由度分析

3.1 运动模式变换位形机构自由度分析

使用 Solidworks 对图5所示机构进行建模, 得到图6所示机构模型图。

在图6中 B_i 点建立坐标系 $B_i x_i y_i z_i$, 第1支链在坐标系 $B_1 x_1 y_1 z_1$ 下的运动旋量可表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11} &= (010; 000) \\ \mathcal{S}_{12} &= (100; 000) \\ \mathcal{S}_{13} &= (000; 0 a_1 b_1) \\ \mathcal{S}_{14} &= (100; 0 c_1 - d_1) \\ \mathcal{S}_{15} &= (001; d_1 00) \end{aligned} \quad (15)$$

图6 机构运动模式变换位形图

式(15)中旋量 $\mathcal{S}_{ij}$ 表示支链 i 上的第 j 个运动副。在支链1的一般位形下, 式(15)中的5个运动螺旋线性无关, 支链1在坐标系 $B_1 x_1 y_1 z_1$ 下的约束旋量为

$$\mathcal{S}_{11}^r = (100; 00 - d_1) \quad (16)$$

图6中的第2支链在坐标系 $B_2 x_2 y_2 z_2$ 下的运动旋量可表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{21} &= (001; 000) \\ \mathcal{S}_{22} &= (000; 001) \\ \mathcal{S}_{23} &= (100; 0 a_2 0) \\ \mathcal{S}_{24} &= (010; -a_2 00) \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)中的4个运动旋量线性无关, 支链2在坐标系 $B_2 x_2 y_2 z_2$ 下的约束旋量为

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{21}^r &= (100; 0 a_2 0) \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (010; -a_2 00) \end{aligned} \quad (18)$$

支链3对动平台不施加约束。支链1, 2施加在动平台上的约束旋量, 可以从 B_1, B_2 局部坐标系中变换到定坐标系 $OXYZ$ 中进行整体分析。支链1, 2施加在动平台上的约束旋量, 在定坐标系 $OXYZ$ 中可表示为 (${}^O \mathcal{S}_{ij}^r$ 表示局部坐标系 “ i ” 中的第 “ j ” 个约束旋量在定坐标系 “ $OXYZ$ ” 中的约束旋量符号)

$$\begin{aligned} {}^O \mathcal{S}_{11}^r &= (100; 000) \\ {}^O \mathcal{S}_{21}^r &= (100; 000) \\ {}^O \mathcal{S}_{22}^r &= (010; 000) \end{aligned} \quad (19)$$

${}^O \mathcal{S}_{11}^r, {}^O \mathcal{S}_{21}^r$ 分别表示两个共线过点 O 沿 X 轴的力旋量, 约束动平台 X 轴的移动, ${}^O \mathcal{S}_{22}^r$ 表示过点 O 沿 Y 轴的力旋量, 约束动平台沿着 Y 轴的移动。动平台上施加的约束系存在1个冗余约束, 即 $v=1$ 。

采用修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机构自由度

$$M = 6(n - g - 1) + \sum f_i + v \quad (20)$$

式中 M ——机构自由度;
 n ——机构构件总数;
 g ——机构的运动副数;
 f_i ——第 i 个运动副的自由度数;
 v ——冗余约束数。

$$M = 6 \times (9 - 10 - 1) + 16 + 1 = 5 \quad (21)$$

支链 3 存在绕 B_3A_3 的 1 个局部转动自由度, 因而动平台具有 4 个自由度, 结合动平台上的约束, 可知机构在图 6 所示位形下, 具有 3R1T 运动模式。

3.2 2R1T 运动模式机构自由度分析

当图 6 所示机构动平台沿 Z 轴正方向做有限移动后, 由于支链 1 中 B_1 点处万向铰 ^{YX}U 的转轴 ^YR 始终通过定坐标系原点 O , 那么当动平台沿 Z 轴移动后, 上述转轴 ^YR 不再经过动平台坐标系原点 O , 此时机构位形如图 7 所示。支链 1、2 施加在动平台上的约束旋量, 在定坐标系中表示为

$$\begin{aligned} {}^0\mathcal{S}_{11}^r &= (100; 000) \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^r &= (100; 0a_20) \\ {}^0\mathcal{S}_{22}^r &= (010; -a_200) \end{aligned} \quad (22)$$

图 7 2R1T 运动模式机构位形

约束旋量 ${}^0\mathcal{S}_{11}^r$ 表示过点 O 沿 X 轴的力旋量, ${}^0\mathcal{S}_{21}^r$, ${}^0\mathcal{S}_{22}^r$ 分别表示过点 o , 平行于 X 、 Y 轴的力旋量。机构在图 7 所示位形下, 式(22)表示的力旋量系线性无关, 约束动平台沿 X 、 Y 轴的移动自由度, 和绕 Y 轴的转动自由度。动平台上施加的约束系不存在冗余约束, 即 $v = 0$ 。

$$M = 6 \times (9 - 10 - 1) + 16 + 0 = 4 \quad (23)$$

支链 3 存在绕 B_3A_3 的 1 个局部转动自由度, 因而图 7 中动平台具有 3 个自由度, 分别为 1 个移动

自由度和 2 个转动自由度, 具有 2R1T 运动模式。根据文献[30]中的方法判定运动模式是否是瞬时的, 对应每一个自由度和其性质依次给出相对起始位型的一个足够小的有限位移量。在图 7 所示机构位形下, 动平台沿定坐标系 Z 轴移动有限位移; 接着, 动平台绕 Z 轴转动有限角度; 最后, 动平台绕平行于 X 轴过点 o 的转轴转动有限角度, 可以验证该机构的自由度性质不发生改变。因而, 该机构在图 7 所示位形下, 机构的 2R1T 运动模式是全周的。

3.3 3R 运动模式机构自由度分析

当图 6 所示机构动平台绕通过点 B_1 的转轴 ^YR 做有限转动后, 图 6 机构位形变换成图 8 所示机构位形。图 8 中支链 1、2 分别在 B_1 、 B_2 局部坐标系中的约束旋量为

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (a_10b_1; -b_10a_1) \\ \mathcal{S}_{21}^r &= (100; 0a_20) \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (010; -a_200) \end{aligned} \quad (24)$$

图 8 3R 运动模式机构位形

支链 1、2 施加在动平台上的约束旋量, 在定坐标系中表示为

$$\begin{aligned} {}^0\mathcal{S}_{11}^r &= (a_10b_1; 000) \\ {}^0\mathcal{S}_{21}^r &= (100; 000) \\ {}^0\mathcal{S}_{22}^r &= (010; 000) \end{aligned} \quad (25)$$

在机构的一般位形下, ${}^0\mathcal{S}_{11}^r$, ${}^0\mathcal{S}_{21}^r$, ${}^0\mathcal{S}_{22}^r$ 是过动平台 o 点的 3 个线性无关的力旋量, 约束动平台的 3 个移动自由度。动平台上施加的约束系不存在冗余约束, 即 $v = 0$ 。

$$M = 6 \times (9 - 10 - 1) + 16 + 0 = 4 \quad (26)$$

支链 3 存在绕 B_3A_3 的 1 个冗余转动自由度, 结合动平台上的约束可知, 动平台具有 3 个转动自由度, 即机构具有 3R 运动模式。与第 3.2 节判定该机

构运动模式瞬时性的方法相同, 可以验证当动平台分别依次绕 Y 轴、 X 轴和 Z 轴转动有限角度后, 动平台受到过动坐标系原点的三个独立的力旋量的约束, 因而, 动平台所具有的 3R 运动模式是周全的。

值得一提的是, 根据第 3.1、3.2、3.3 节的分析可知, 该机构在运动模式变换位形下, 机构的自由度为 4, 较其具有的两种三自由度运动模式增加了一个自由度, 此时机构位于奇异位形。这种奇异属于约束奇异, 是由于支链 1 和支链 2 中的约束 $\$_{11}^r$ 、 $\$_{21}^r$ 共线产生的。

4 支链中驱动副的选取

一般情况下驱动副应布置在定平台上, 或与定平台尽可能靠近。可选取支链 1、3 中的移动副, 支链 2 中连接定平台的转动副为驱动副。并联机构驱动副选取的合理性, 可以通过计算锁定支链中驱动副后机构的自由度来验证。当锁定支链中驱动副后机构自由度为零, 则说明驱动副选取正确。否则说明驱动副选取错误。

4.1 2R1T 运动模式下驱动副合理性分析

根据第 3.2 节可知, 机构在图 9 所示位形下, 具有 2R1T 运动模式。锁定图 9 支链 1、3 中的移动驱动副和支链 2 中的转动驱动副, 图 9 中支链 1、2、3 分别在 B_1 、 B_2 、 B_3 局部坐标系中的约束旋量为

$$\begin{aligned} \$_{11}^r &= (100; 00 a_1) \\ \$_{12}^r &= (0 b_1 c_1; 000) \\ \$_{21}^r &= (100; 0 a_2 0) \\ \$_{22}^r &= (010; -a_2 00) \\ \$_{23}^r &= (000; 001) \\ \$_3^r &= (a_3 b_3 c_3; 000) \end{aligned} \quad (27)$$

支链 1、2、3 施加在动平台上的约束旋量, 在定坐标系中表示为

$$\begin{aligned} {}^0\$_{11}^r &= (100; 000) \\ {}^0\$_{12}^r &= (0 b_1 c_1; d_1 00) \\ {}^0\$_{21}^r &= (100; 0 b_2 0) \\ {}^0\$_{22}^r &= (010; -b_2 00) \\ {}^0\$_{23}^r &= (000; 001) \\ {}^0\$_3^r &= (a_3 b_3 c_3; p_3 q_3 r_3) \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)中 ${}^0\$_{11}^r$ 、 ${}^0\$_{21}^r$ 、 ${}^0\$_{22}^r$ 是支链 1、2 的约束旋量, ${}^0\$_{12}^r$ 、 ${}^0\$_3^r$ 分别为支链 1、3 的 2 个驱动力旋量, ${}^0\$_{23}^r$ 为支链 2 的驱动力偶旋量。在 2R1T 运动模式下, 机构的一般位形, 式(28)中的 6 个旋量线

图 9 2R1T 运动模式机构位形

性无关。动平台上施加的约束系不存在冗余约束, 即 $\nu = 0$ 。

$$M = 6 \times (6 - 7 - 1) + 13 + 0 = 1 \quad (29)$$

支链 3 中存在绕 B_3A_3 转动的 1 个冗余转动自由度, 图 9 中的动平台具有 0 个自由度。图 9 所示动平台在一般位形下, 当支链 1、2、3 中驱动副锁定时, 动平台不具有任何自由度, 处于锁定状态。因而, 在动平台具有 2R1T 运动模式时, 驱动副的选择是合理的。

4.2 运动模式变换位形下驱动副合理性分析

当控制图 9 所示机构的 3 个驱动副, 使得机构动平台沿着 Z 轴负向做有限位移后, 机构处于图 10 所示位形。锁定图 10 中支链 1、3 中的移动驱动副, 锁定支链 2 中的转动驱动副。根据 3.1 节内容, 图 10 所示机构位形下, 具有 3R1T 瞬时运动模式。图 10 中支链 1、2、3 分别在 B_1 、 B_2 、 B_3 局部坐标系中

图 10 变换运动模式机构驱动副合理性分析简图

图 12 变换运动模式机构驱动副合理性分析简图

图 12 中支链 1、2、3 分别在 B_1, B_2, B_3 局部坐标系中的约束旋量为

$$\begin{aligned} \$_{11}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ a_1) \\ \$_{12}^r &= (0 \ b_1 \ c_1; 0 \ 0 \ 0) \\ \$_{21}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ a_2 \ 0) \\ \$_{22}^r &= (0 \ 1 \ 0; -a_2 \ 0 \ 0) \\ \$_{23}^r &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \\ \$_{24}^r &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ \$_3^r &= (a_3 \ b_3 \ c_3; 0 \ 0 \ 0) \end{aligned} \quad (36)$$

支链 1、2、3 施加在动平台上的约束旋量，在定坐标系中表示为

$$\begin{aligned} {}^O\$_{11}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ {}^O\$_{12}^r &= (0 \ b_1 \ c_1; d_1 \ 0 \ 0) \\ {}^O\$_{21}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ {}^O\$_{22}^r &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ {}^O\$_{23}^r &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \\ {}^O\$_{24}^r &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \\ {}^O\$_3^r &= (a_3 \ b_3 \ c_3; d_3 \ e_3 \ f_3) \end{aligned} \quad (37)$$

可以发现式(37)中的约束旋量系线性相关，动平台上施加的约束旋量系存在冗余约束，即 $v=1$ 。图 12 所示机构锁定所有支链中的驱动副，机构自由度为

$$M = 6 \times (5 - 6 - 1) + 12 + 1 = 1 \quad (38)$$

支链 3 中存在 1 个局部自由度，因而控制支链 1、3 中的移动驱动副，支链 2 中的转动驱动副和辅助移动驱动副，可以实现在运动模式变换位形下对该机构的控制。

5 结论

(1) 应用位移流形理论对 2R1T 运动模式向 3R

运动模式转变的并联机构进行了综合，并以一种变自由度机构为例，使用旋量理论分析了其自由度变换的位形特征，验证了其自由度的类型。

(2) 当该机构处于 2R1T 或 3R 运动模式时，支链 1、3 中的移动驱动副和支链 2 中的转动驱动副工作，实现对其的控制；当该机构处于运动模式变换位形时，除了上述 3 个驱动副工作之外，还需要支链 2 中的辅助驱动副工作，实现对其在上述两种运动模式之间变换。

参 考 文 献

- [1] 沈惠平, 张震, 杨廷力, 等. 3T1R 并联机构结构降耦设计与运动学分析[J]. 农业机械学报, 2017, 48(10): 380-389, 400.
SHEN Huiping, ZHANG Zhen, YANG Tingli, et al. Structure coupling-reducing design and kinematics analysis of 3T1R parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2017, 48(10): 380-389, 400.
- [2] 曹文熬, 丁华锋, 陈子明, 等. 两层两环空间耦合链机构自由度分析原理[J]. 机械工程学报, 2016, 52(17): 116-126.
CAO Wena, DING Huafeng, CHEN Ziming, et al. Principle of mobility analysis of two-level and two-loop spatial mechanisms with coupling chains[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(17): 116-126.
- [3] TIAN Chunxu, FANG Yuefa, GUO Sheng. Structural synthesis of a class of 2R2T hybrid mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(4): 703-709.
- [4] 畅博彦, 金国光, 戴建生. 基于变约束旋量原理的变胞机构构型综合[J]. 机械工程学报, 2014, 50(5): 17-25.
CHANG Boyan, JIN Guoguang, DAI Jiansheng. Type synthesis of metamorphic mechanism based on variable constraint screw theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(5): 17-25.
- [5] LI Qinchuan, HERVÉ J M. Type synthesis of 3-DOF RPR-equivalent parallel mechanisms[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(6): 1333-1343.
- [6] 范彩霞, 刘宏昭, 张彦斌, 等. 一种新型 2R 完全解耦并联机构的运动学和奇异性分析[J]. 中国机械工程, 2010(11): 622-626.
FAN Caixia, LIU Hongzhao, ZHANG Yanbin, et al. Kinematics and singularity analysis of a novel 2R fully-decoupled parallel manipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2010(11): 622-626.
- [7] XU Yundou, ZHANG Dongsheng, WANG Min, et al.

- Type synthesis of two-degrees-of-freedom rotational parallel mechanism with two continuous rotational axes[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(4): 694-702.
- [8] 张彦斌, 吴鑫. 完全解耦二移动二转动并联机构结构综合[J]. 农业机械学报, 2013, 44(8): 250-256.
ZHANG Yanbin, WU Xin. Structural synthesis of fully-decoupled two-translational and two-rotational parallel mechanisms[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(8): 250-256.
- [9] FAN Caixia, LIU Hongzhao, ZHANG Yanbin. Type synthesis of 2T2R, 1T2R and 2R parallel mechanisms[J]. Mechanism & Machine Theory, 2013, 61(1): 184-190.
- [10] ZHANG Yanbin, LIU Hongzhao, WU Xin. Kinematics analysis of a novel parallel manipulator[J]. Mechanism & Machine Theory, 2009, 44(9): 1648-1657.
- [11] SIMNOFSKE M, KUMAR S, BONGARDT B, et al. Active ankle-an almost-spherical parallel mechanism[C]// Proceedings of ISR 2016: 47st International Symposium on Robotics. 2016, Munich, Germany. Munich: International Symposium on Robotics, 2016: 37-42.
- [12] 张帆, 张丹, 杨建国. RRR-UPRR-RPUR 球面转动并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报, 2011, 42(9): 202-206.
ZHANG Fan, ZHANG Dan, YANG Jianguo. Kinematics analysis of RRR-UPRR-RPUR spherical parallel manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(9): 202-206, 224.
- [13] 李秦川, 武传宇, 沈卫平, 等. 新型 3-PCRNS 球面 3 自由度并联机构[J]. 机械工程学报, 2006, 42(11): 44-48.
LI Qinchuan, WU Chuanyu, SHEN Weiping, et al. Novel 3-PCRNS 3-dof parallel mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(11): 44-48.
- [14] CHIN-HSING K, DAI J S, GIOVANNI L. A non-overconstrained variant of the agile eye with a special decoupled kinematics[J]. Robotica, 2014, 32(6): 889-905.
- [15] GOGU G. Fully-isotropic redundantly-actuated parallel wrists with three degrees of freedom[C]// Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2007, Las Vegas, Nevada, USA. New York: ASME, 2007: 943-950.
- [16] CARRICATO M. Decoupled and homokinetic transmission of rotational motion via constant-velocity joints in closed-chain orientational manipulators[J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2009, 1(4): 041008-14.
- [17] KONG Xianwen. Type synthesis of 3-DOF parallel manipulators with both a planar operation mode and a spatial translational operation mode[J]. Journal of Mechanisms & Robotics, 2013, 5(4): 041015-8.
- [18] ZLATANOV D, BONEV I A, GOSSELIN C M. Constraint singularities as C-space singularities[M]. Advances in Robot Kinematics, 2002.
- [19] KONG Xianwen, GOSSELIN C M. Type synthesis of parallel mechanisms[M]. Springer, 2007.
- [20] 叶伟, 方跃法, 郭盛, 等. 一种新型并联机构的运动分岔特性及运动学分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 8-16.
YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. The motion bifurcation characteristics and kinematics analysis of a new kind of parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 8-16.
- [21] YE Wei, FANG Yuefa, GUO Sheng, et al. Two classes of reconfigurable parallel mechanisms constructed with multi-diamond kinematotropic chain[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(18): 3319-3330.
- [22] 石志新, 叶梅燕, 罗玉峰, 等. 四自由度两模式并联机构结构综合与位置分析[J]. 农业机械学报, 2017, 48(4): 383-389.
SHI Zhixin, YE Meiyuan, LUO Yufeng, et al. Structure synthesis and location analysis of two modes of four degrees of freedom parallel mechanism[J]. Journal of Agricultural Machinery, 2017, 48(4): 383-389.
- [23] GAN D, DIAS J, SENEVIRATNE L. Unified kinematics and optimal design of a 3rRPS metamorphic parallel mechanism with a reconfigurable revolute joint[J]. Mechanism & Machine Theory, 2016, 96(2), 239-254.
- [24] 许佳音. 基于 CAD 变量几何法并联机床加工复杂曲面的关键技术研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010.
XU Jiayin. A study of pivotal technique of machining complicated surface by parallel machine tool based on CAD variation geometry theory[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2010.
- [25] LI Qinchuan, HERVÉ J M, HUANG P. Type synthesis of a special family of remote center-of-motion parallel manipulators with fixed linear actuators for minimally invasive surgery[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(3): 031012-031012-9.
- [26] HERVÉ J M. The mathematical group structure of the set of displacements[J]. Mechanism & Machine Theory, 1994, 29(1): 73-81.
- [27] MENG J, LIU G, LI Zexiang. A geometric theory for analysis and synthesis of sub-6 Dof parallel

- manipulator[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(4): 625-649.
- [28] GOGU G. Structural synthesis of parallel robots, part I – methodology[M]. Solid Mechanics & Its Applications, 2012.
- [29] HUNT K H. Kinematic geometry of mechanism[M]. CLARENDON, 1978.
- [30] HUANG Zhen, LI Qinchuan, DING Huafeng. Theory of parallel mechanisms[M]. Netherlands: Springer, 2013.
- 作者简介：刘伟，男，1985 年出生，博士研究生。主要研究方向为机构设计。
E-mail: liuweilw@xpu.edu.cn
- 刘宏昭(通信作者)，男，1954 年出生，博士，教授，博士研究生导师。主要研究方向为机构学、机械动力学。
E-mail: liu-hongzhao@163.com

第 8 届上银优秀机械博士论文奖——银奖

基于模态局部化的弱耦合谐振式加速度传感器敏感机理研究

作 者：张和民

毕业学校：西北工业大学

指导教师：苑伟政 常洪龙

高灵敏度微加速度传感器是惯性导航系统的核心器件，用于战略导弹及潜艇的无源惯性导航以保证其制导和定位精度，也可以为固体地球演化、海洋气候变化和地球物理勘探等国家重大基础研究提供重要的数据支撑。但是，传统的微加速度传感器受制于其检测原理与现有加工技术的限制而不能实现很高的灵敏度。因此，发现新的敏感机理成为了大幅提高微加速度传感器灵敏度水平的一个重要途径。模态局部化是诺贝尔奖获得者 P. W. Anderson 提出的安德森局部化在结构动力学中的一种具体表现形式，模态局部化现象近些年来被用来研制超高灵敏度的微机械传感器。

本文首次提出将模态局部化现象引入惯性传感器研究，探讨基于模态局部化的弱耦合谐振式惯性敏感新机理，研制基于该机理的加速度传感器，以多自由度谐振系统的振幅比作为传感器输出，具有超高的灵敏度和更好的鲁棒性。针对基于模态局部化的弱耦合惯性敏感机理所面临的几个关键科学问题，开展的具体研究内容包括：

建立了多自由度弱耦合谐振器的等效力学(质量刚度阻尼)与电学(电阻电容电感)模型，发现了驱动馈通信号使得谐振器的振幅比输出误差增大、谐振器之间的频率同步误差增大的规律，提出了利用等大反相补偿电流来消除馈通信号减小了振幅比输出误差的方法。

建立了失调弱耦合谐振器的数学模型，分析比较了振幅比灵敏度与频率灵敏度，确定了弱耦合谐振式传感器的振幅比灵敏度的影响因素，实验观测了弱耦合谐振器的频率分离、模态能量局部集中等现象，证明了振幅比灵敏度比频率灵敏度提高三个数量级以上。

提出了弱耦合谐振式传感器的全量程线性化输出方法：采用双谐振器驱动下的振幅差输出可以实现 $|\delta| < \kappa$ 范围内的线性化；两个振动模态振幅比和的输出形式实现了全量程线性化输出。

建立了弱耦合谐振式传感器的分辨率模型，发现品质因数过低会导致谐振器模态互扰，增大测量误差，实验分析所得的品质因数阈值为 $Q > 16/\kappa$ ；实验验证了振幅比输出对封装压力变化共模抑制作用。

最后，研制了一种基于模态局部化的弱耦合谐振式加速度传感器。实验表明其在 $\pm 1g$ 的量程范围内，基于振幅比输出的灵敏度比基于频率输出的灵敏度提高了 302 倍。