

DOI: 10.3901/JME.2015.03.087

# 颗粒阻尼器近似理论模型研究\*

姚 冰 陈 前 项红荧 高 雪

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京 210016)

**摘要:** 颗粒阻尼由于其独有的优势特点, 得到了国内外学者的广泛关注。然而尽管目前对于颗粒阻尼的研究很多, 但大多集中在试验和仿真两方面。颗粒阻尼的高度非线性特性, 使得很难从理论上对其进行定量分析研究, 这也在一定程度上限制了颗粒阻尼技术的发展。针对这一问题, 提出一种非线性颗粒阻尼器的线性等效方式, 此等效方式能够在给定的振动环境下充分体现颗粒阻尼的耗能特点。将其应用于颗粒阻尼动力吸振器的模型简化, 并与试验结果进行对比, 发现理论模型计算的频响函数曲线与试验测得的数据吻合程度较高, 由此证明了理论模型的准确性; 研究还发现振动加速度是影响颗粒阻尼器耗能特性的主要因素, 其对于颗粒阻尼器等效模型的三个主要参数均有不同程度的影响, 且这些参数随振动加速度有效值的变化规律与通过试验和仿真得到的结论相一致, 其中人们最为关心的等效黏性阻尼系数, 其随振动加速度的变化符合 Gamma 分布。

**关键词:** 颗粒阻尼; 动力吸振器; 加速度有效值; 等效阻尼

**中图分类号:** O323; TB53

## Investigation on Particle Damper Based on an Approximate Theoretical Model

YAO Bing CHEN Qian XIANG Hongying GAO Xue

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract:** The non-obstructive particle damping (NOPD) has caused people to pay wide attention as a new damping technology, because of its particular advantages, such as temperature insensitivity, radiation resistance, long working life, reliability and so on. People have done much research on the NOPD, but most of them are by experiment and simulation. It is very difficult to study the damping characteristic of particle damper (PD) though theoretical method, due to its high nonlinearity. An equivalent method is developed to model the nonlinear damping of PDs, which can exhibit characteristic of PDs' energy dissipation adequately. For the Tuned Particle Damper (TPD), a simplified theoretical model is established. And the correctness of the model has been validated by experimental results. The research also confirms that vibration acceleration has a significant effect on the three parameters of equivalent model for PD, and this conclusion is consistent with experimental or simulation results.

**Key words:** particle damping; dynamic vibration absorber; effect value of acceleration; equivalent damping

## 0 前言

颗粒阻尼作为一种新型的阻尼减振技术, 由 PANOSSIAN<sup>[1-2]</sup>在 20 世纪 90 年代首先提出, 由于具有一些其他阻尼材料不具备的优势而得到了国内外很多学者的关注和研究。其特点主要有: 对原结构改变很小、阻尼效果明显、适用于恶劣环境、减振频带宽、减振性能不随时间而降低。对于颗粒阻尼的研究最早是通过试验进行的, 通过试验<sup>[3-5]</sup>人们

发现影响颗粒阻尼减振效果的因素有很多, 如颗粒材料、粒径大小、填充比率、容器形状以及外部的振动环境等。在进行试验研究的同时, 一些学者也开始了颗粒阻尼技术的仿真研究。颗粒阻尼的仿真计算主要有三种方法: 颗粒动力学法<sup>[6]</sup>(Particle dynamics method, PDM)、离散单元法<sup>[7]</sup>(Discrete element method, DEM)和多相流理论<sup>[8]</sup>(Multiphase flow theory, MFT), 其中 DEM 仿真是被应用最为广泛的。

由于具有高度非线性特性, 所以到目前为止对于颗粒阻尼的理论研究仍鲜有报道。胡漂等<sup>[9]</sup>将粉体力学模型应用于颗粒阻尼, 发现了阻尼器结构尺寸对阻尼特性的影响, 然而这种方法只适用于颗粒

\* 国家自然科学基金(11272145)、中央高校基本科研业务费专项资金和江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXLX11\_0179)资助项目。  
20140505 收到初稿, 20141110 收到修改稿

阻尼器自身特性的研究。文献[10]和文献[11]将颗粒阻尼器等效为如图 1 所示的模型,并发现了等效阻尼系数随外界激励的变化规律。但当阻尼系数较大时,图 1 的等效方式并不能体现颗粒阻尼的真实减振效果,毕竟颗粒阻尼与黏性阻尼之间存在着本质的区别。本文提出了一种新的颗粒阻尼器等效模型,并将其应用于实际系统的建模过程,同时研究了颗粒阻尼器的各等效参数随着振动加速度有效值的变化规律。

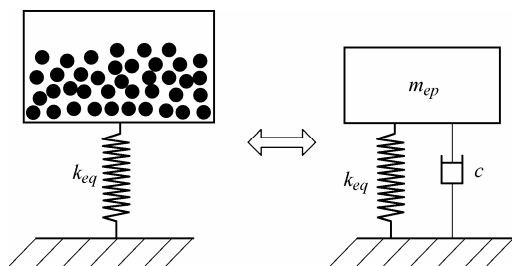


图 1 颗粒阻尼器及其等效模型

## 1 颗粒阻尼器的等效模型

颗粒阻尼器是通过容器内的颗粒与颗粒之间以及颗粒与容器内壁之间不断的碰撞和摩擦,消耗系统能量,以此来达到减振目的。振动加速度不同,参与耗能的颗粒数目也不同,因此在建立颗粒阻尼器的简化模型时,应该将参与耗能与没参与耗能的颗粒分开考虑。如图 2 所示, $k_{eq}$ 为主系统与颗粒阻尼器的连接刚度, $\tilde{m}_p$ 为在容器内运动的颗粒视在质量,其在一定程度上反映了颗粒的运动状况;设 $m_2$ 为包含颗粒容器质量 $m_c$ 和附着于容器的颗粒质量两部分。显然, $\tilde{m}_p$ 与 $m_2$ 之间只通过等效阻尼系数 $c_{eq}$ 产生动态联系。

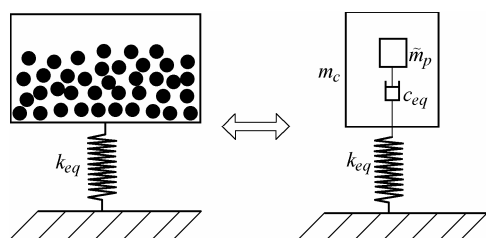


图 2 颗粒阻尼器及其 2-DOF 等效模型

结合动力吸振器的工作原理,我们提出了一种弹性支撑颗粒阻尼器——颗粒阻尼吸振器<sup>[12]</sup>,旨在解决微小振动加速度(小于 1g)或振动惯性力无法克服颗粒间的静摩擦力时传统颗粒阻尼器的失效问题。前期的试验研究已经证明了颗粒阻尼吸振器能够在很大程度上解决上述失效问题,本文借助于这

一典型的实际结构,并依据图 2 的颗粒阻尼器等效方式建立该系统模型,如图 3 所示。其中 $m_1$ 、 $k_1$ 分别为主系统质量、刚度, $m_2$ 包含阻尼容器质量以及附着在容器上的颗粒质量, $k_2$ 为阻尼器与主系统连接处的刚度, $m_3$ 为脱离容器独立运动的颗粒质量, $c_{eq}$ 为等效黏性阻尼系数。

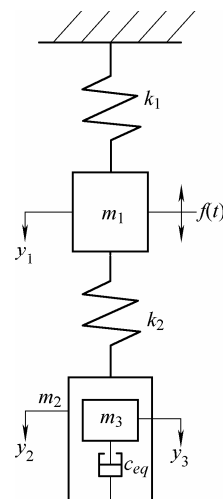


图 3 颗粒阻尼吸振器等效模型

建立图 3 模型的动力学方程

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{eq} & -c_{eq} \\ 0 & -c_{eq} & c_{eq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

频域形式为

$$\begin{pmatrix} -m_1\omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -m_2\omega^2 + j c_{eq}\omega + k_2 & -j c_{eq}\omega \\ 0 & -j c_{eq}\omega & -m_3\omega^2 + j c_{eq}\omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Y_1(\omega) \\ Y_2(\omega) \\ Y_3(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F(\omega) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

主系统上的原点位移频响函数为

$$H_{11}(\omega) = \frac{P + j c_{eq} Q}{E + j c_{eq} D} \quad (3)$$

$$E = -m_1 m_2 m_3 \omega^5 + (k_2 m_1 m_3 + k_1 m_2 m_3 + k_2 m_2 m_3) \omega^3 - k_1 k_2 m_3 \omega$$

$$D = m_1 (m_2 + m_3) \omega^4 - (k_2 m_1 + k_1 m_2 + k_1 m_3 + k_2 m_2 + k_2 m_3) \omega^2 + k_1 k_2$$

$$P = m_2 m_3 \omega^3 - k_2 m_3 \omega$$

$$Q = (m_2 + m_3) \omega^2 - k_2$$

式中,  $\omega$  为角频率,  $j$  为虚数单位。

颗粒视在质量的取值需要仔细分析, 因为要考虑到运动中的颗粒质量效应的变化问题, 一部分与容器一起运动, 另一部分则脱离容器进行耗能运动, 但是这两部分质量之和应该等于颗粒总质量。如果等效黏性阻尼比  $\zeta_{eq}$  很小, 说明只有少数颗粒发生相对运动, 因此主要颗粒质量应该附着在容器上; 相反, 如果  $\zeta_{eq}$  较大, 那么必定有很多颗粒参与耗能运动, 从而附着在容器上的颗粒质量就会较少。根据对这个基本物理事实的推断, 我们采用阻尼比来分配颗粒的动态质量, 即

$$m_2 = m_c + (1 - \zeta_{eq}) m_p$$

$$m_3 = \zeta_{eq} m_p \quad (4)$$

### 1.1 动力学模型的修正

通过理论方法建立的模型尽管可以方便地进行模态分析和响应计算, 但是在建模过程中对边界条件和连接条件的简化, 系统阻尼必须人为引入等问题, 使理论建模与实际系统的一致性较差。为了修正两者之间的误差, 对理论模型进行修正是必不可少的<sup>[13]</sup>。模型修正的方法可以分为模态法和频响函数法。其中基于频响函数的模型修正<sup>[14]</sup>是近些年发展起来的, 此方法回避了试验模态识别这个步骤, 直接利用理论计算和测量得到的频响函数进行模型修正, 其优点是: 克服了模态法需要振型一一对应的缺点, 并且修正计算的频率范围很宽, 采用适当数目频率点上的频响函数, 便可求解问题。为此选择频响函数法进行修正, 具体方法如下。

计算模型的初始矩阵为  $M_A$ 、 $C_A$ 、 $K_A$ , 试验模型的初始矩阵为  $M_t$ 、 $C_t$ 、 $K_t$ , 摄动矩阵为  $\Delta M$ 、 $\Delta K$ 、 $\Delta C$ , 则有

$$\begin{aligned} M_t &= M_A + \Delta M \\ K_t &= K_A + \Delta K \\ C_t &= C_A + \Delta C \end{aligned} \quad (5)$$

对于  $n$  自由度黏性阻尼系统, 在简谐激励下, 频域内输入与输出的关系为

$$X(j\omega) = H(j\omega)F(j\omega)$$

式中  $X(j\omega)$ ——稳态加速度响应矢量;

$H(j\omega)$ ——加速度频响函数矩阵;

$F(j\omega)$ ——简谐激励矢量。

设计算模型和试验模型的加速度频响函数矩

阵分别为

$$H_A(j\omega) = -\frac{\omega^2}{-\omega^2 M_A + j\omega C_A + K_A} = -\left(-M_A + \frac{jC_A}{\omega} + \frac{K_A}{\omega^2}\right)^{-1} \quad (6)$$

$$H_t(j\omega) = -\frac{\omega^2}{-\omega^2 M_t + j\omega C_t + K_t} = -\left(-M_t + \frac{jC_t}{\omega} + \frac{K_t}{\omega^2}\right)^{-1} \quad (7)$$

将式(5)代入式(7)可得

$$H_t(j\omega) = -\left(-M_A + \frac{jC_A}{\omega} + \frac{K_A}{\omega^2} - \Delta M + \frac{j\Delta C}{\omega} + \frac{\Delta K}{\omega^2}\right)^{-1} = (Z_A + G)^{-1} \quad (8)$$

$$Z_A = -\left(-M_A + \frac{jC_A}{\omega} + \frac{K_A}{\omega^2}\right) = -H_A^{-1}(j\omega) \quad (9)$$

$$G = -\left(-\Delta M + \frac{j\Delta C}{\omega} + \frac{\Delta K}{\omega^2}\right) \quad (10)$$

通过曲线拟合可得到  $\Delta M$ 、 $\Delta K$ 、 $\Delta C$ 。

需要说明的是, 曲线拟合并非本文研究工作重点, 因此我们选用一个简单的优化软件工具包进行曲线拟合, 软件包中的优化方法很多, 我们所采用的为 Levenberg-Marquardt (LM) 方法。

### 1.2 阻尼矩阵的等效

由于在我们所建立的模型中, 阻尼矩阵  $C$  并不具有正交性, 因此不能用模态叠加法求解方程。为此采用模态阻尼比矩阵, 忽略模态阻尼矩阵的非对角项对原系统进行近似, 得到

$$\zeta = \begin{pmatrix} \zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_3 \end{pmatrix}$$

然而我们并非简单地忽略阻尼矩阵非对角线上的元素, 而是采用某种等效方式使得简化前后阻尼矩阵对系统的影响不变。对于所建立的线性系统, 我们认为阻尼的作用主要体现在抑制系统的共振峰值。由此等效的思想<sup>[15]</sup>是, 首先通过直接法求解实际系统的位移频率响应, 得到各阶共振频率和共振峰值; 然后通过实模态叠加的方法计算等效系统的位移频率响应; 最后令两系统各共振峰值相等, 从而可计算出原系统阻尼矩阵。具体方法如下。

依据实模态理论, 具有比例阻尼结构的位移频响函数表达式为

$$H_{LP}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{Lr} \cdot \varphi_{Pr}}{K_r - \omega^2 M_r + j \cdot 2\zeta_r K_r} = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{Lr} \cdot \varphi_{Pr}}{M_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j \cdot 2\zeta_r \omega_r^2)} \quad (11)$$

式中  $P$  ——激励点坐标;  
 $L$  ——相应点坐标;  
 $r$  ——模态阶数;  
 $\varphi$  ——模态参数;  
 $M_r$  ——第  $r$  阶模态质量;  
 $K_r$  ——第  $r$  阶模态刚度;  
 $\zeta_r$  ——第  $r$  阶模态阻尼比;  
 $\omega_r$  ——第  $r$  阶固有频率。

对于本文所涉及结构的主系统原点位移频响函数为

$$H_{11}(\omega) = \sum_{r=1}^3 \frac{\varphi_{1r} \cdot \varphi_{1r}}{K_r - \omega^2 M_r + j \cdot 2\zeta_r K_r} = \sum_{r=1}^3 \frac{\varphi_{1r} \cdot \varphi_{1r}}{M_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j \cdot 2\zeta_r \omega_r^2)} \quad (12)$$

其中第  $r$  阶共振频率处位移幅值近似为

$$A_r = \frac{\varphi_{1r} \cdot \varphi_{1r}}{2M_r \zeta_r \omega_r^2} \quad (13)$$

令式(12)与式(3)中各共振峰幅值相等, 求解等效阻尼系数

$$c_{eq} = \sqrt{\frac{E^2 A_r - P^2}{F^2 A_r - Q^2}} = \sqrt{\frac{E^2 \varphi_{1r}^4 - 4P^2 M_r^2 \zeta_r^2 \omega_r^4}{F^2 \varphi_{1r}^4 - 4Q^2 M_r^2 \zeta_r^2 \omega_r^4}} \quad r=2,3 \quad (14)$$

## 2 试验实例

现通过试验验证上述所建颗粒阻尼吸振器模型的准确性。如图 4 所示, 试验系统的主结构为一端带有附加质量的悬臂梁。颗粒阻尼器通过用于弹性支撑的小梁固定于悬臂梁的端部。其中悬臂梁(不含端部质量)长  $L=0.26$  m, 宽  $B=0.048$  m, 高  $H=0.004$  6 m, 端部质量尺寸为  $0.05$  m $\times$  $0.048$  m $\times$  $0.027$  m, 视为吸振器弹簧的外伸梁长  $l=0.155$  m, 宽  $b=0.03$  m, 高  $h=0.002$  m, 材料均为 45 钢, 密度为  $7\ 850$  kg/m<sup>3</sup>, 弹性模量为  $701$  GPa。阻尼器容器材质为铝合金, 内填充  $0.8$  mm 的不锈钢金属颗粒, 填充率约为  $75\%$ , 颗粒阻尼器的总重为  $0.201$  kg。

试验过程如图 5 所示, 采用  $0\sim 50$  Hz 的随机激励, 为取得与图 3 理论模型相一致的原点频响, 故

激励位置选在悬臂梁附加质量的中心位置。通过调节电压( $0.1$  V,  $0.3$  V,  $0.5$  V,  $0.7$  V,  $0.9$  V,  $1.0$  V,  $2.0$  V,  $3.0$  V,  $4.0$  V,  $5.0$  V)达到改变振动加速度的目的, 由阻抗头测得力信号和加速度信号, 计算频响函数曲线, 为尽可能地消除偶然因素对试验结果的影响, 每次测试进行  $32$  次平均, 每种工况进行  $6$  次重复试验。



图 4 试验装置

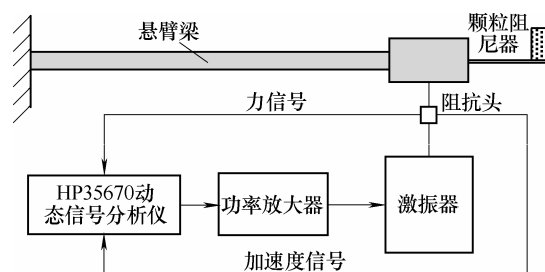


图 5 试验过程示意图

### 2.1 模型参数确定

由瑞利法可知, 一端有附加质量的悬臂梁, 等效质量

$$m_{eq} = m + \frac{33}{140} \rho AL \quad (15)$$

等效刚度

$$k_{eq} = \frac{3EI}{L^3} \quad (16)$$

式中  $m$  ——附加质量;  
 $\rho$  ——材料密度;  
 $A$  ——梁横截面积;  
 $L$  ——梁的长度;  
 $E$  ——弹性模量;  
 $I$  ——惯性矩。

按第 1.1 节所述方法对模型进行修正, 修正过程所用的加速度频响函数数据为  $6$  组试验数据的平均值, 以  $0.1$  V 的随机信号为例, 并忽略主系统的结构阻尼。需要说明的是本文在对试验系统用瑞利法进行等效时, 将主结构梁等效到端部质量的中心位置。

初始矩阵

$$\mathbf{M}_A = \begin{pmatrix} 0.6251 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2182 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K}_A = \begin{pmatrix} 13380 & -3238.6 & 0 \\ -3238.6 & 3238.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

修正后的摄动矩阵

$$\Delta \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0.2654 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6218 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0423 \end{pmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 8409.1 & -8487.3 & 0 \\ -8487.3 & 8487.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

用半功率法拟合 0.1 V 时加速度频响函数的两阶阻尼比分别为 0.971 3% 和 0.291 2%，按式(14)对阻尼进行等效。其中按一阶峰值等效结果为 2.376 5，按二阶峰值等效结果为 3.376 3，取其平均值作为等效阻尼系数，即  $c_{eq} = 2.8764 \text{ N/(m/s)}$ 。

图 6 为模型修正前后的频响函数对比，可以看出模型修正后的频响函数曲线与试验数据几乎完全重合，说明修正后的模型与实测数据吻合程度很高，证明本文提出的颗粒阻尼器的等效方式是可行的。

对于模型修正前后的误差分析如下：通过模型修正后的摄动矩阵  $\Delta \mathbf{M}$  和  $\Delta \mathbf{K}$  可以看出，主系统部分的等效参数修正前后变化不大，但子系统(即颗粒阻尼吸振器)的刚度和质量参数都有很大变化，这是造成模型误差的主要原因。然而对于子系统等效参数的较大误差，我们归结为是由于对边界条件的假设(假设为一端固定一端自由的悬臂梁)不准确引起的，但准确与否还需要通过进一步的研究证明。

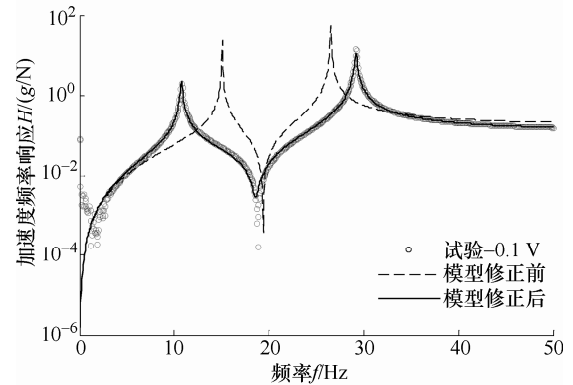


图 6 模型修正前后的频响函数

用上述方法拟合不同工况下的模型参数，其中  $c_{eq}$  均为按两阶峰值计算后的平均值。分析表 1 中的数据可以发现，主系统参数  $m_1$ 、 $k_1$ 、 $k_2$  基本保持为恒定，但颗粒阻尼器的等效参数  $m_2$ 、 $m_3$ 、 $c_{eq}$  随着激励信号电压的增加却有着明显的变化趋势。

表 1 模型修正后各系统参数

| 输入电压 $U/\text{V}$ | 质量/kg   |         |         | 刚度/(N/m) |        | 阻尼 $c_{eq}/[\text{N/(m/s)}]$ |
|-------------------|---------|---------|---------|----------|--------|------------------------------|
|                   | $m_1$   | $m_2$   | $m_3$   | $k_1$    | $k_2$  |                              |
| 0.1               | 0.890 5 | 0.840 0 | 0.042 3 | 10 063   | 11 726 | 2.876 4                      |
| 0.3               | 0.877 2 | 0.832 1 | 0.031 6 | 9 910    | 11 603 | 3.121 6                      |
| 0.5               | 0.866 6 | 0.814 4 | 0.035 6 | 9 750    | 11 498 | 3.216 2                      |
| 0.7               | 0.872 2 | 0.786 7 | 0.045 9 | 9 630    | 11 461 | 3.961 4                      |
| 0.9               | 0.881 8 | 0.789 1 | 0.062 3 | 9 815    | 11 594 | 9.592 2                      |
| 1.0               | 0.873 0 | 0.769 6 | 0.078 8 | 9 755    | 11 452 | 11.881 1                     |
| 2.0               | 0.853 4 | 0.667 0 | 0.187 5 | 9 474    | 11 055 | 18.174 4                     |
| 3.0               | 0.867 7 | 0.656 3 | 0.261 9 | 9 829    | 11 451 | 38.346 1                     |
| 4.0               | 0.883 1 | 0.662 4 | 0.326 4 | 9 977    | 11 881 | 26.482 3                     |
| 5.0               | 0.891 0 | 0.663 9 | 0.391 1 | 10 083   | 12 144 | 22.787 7                     |

## 2.2 模型误差

模型的误差估计公式为

$$e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (H_A(i) - H_t(i))^2} \quad (17)$$

式中  $H_A$  ——理论计算加速度频响函数；

$H_t$  ——实测加速度频响函数；

$N$  ——数据点数。

由表 2 的误差分析结果可以看出，理论模型与

实测数据之间的误差非常小，验证了模型的准确性。

## 3 颗粒阻尼器等效模型参数的变化规律

振动加速度是影响颗粒阻尼特性的主要因素，掌握其对颗粒阻尼特性的影响有助于更好地进行颗粒阻尼器设计。对于本文所建立的模型，振动加速度主要影响的系统参数是  $m_2$ 、 $m_3$ 、 $c_{eq}$ 。

表 2 模型误差

| 激励电压 $U/V$ | 方均根误差 |
|------------|-------|
| 0.1        | 0.187 |
| 0.3        | 0.150 |
| 0.5        | 0.176 |
| 0.7        | 0.164 |
| 0.9        | 0.241 |
| 1.0        | 0.204 |
| 2.0        | 0.076 |
| 3.0        | 0.031 |
| 4.0        | 0.059 |
| 5.0        | 0.054 |

### 3.1 质量参数 $m_2$ 、 $m_3$

在此以加速度有效值  $a_{rms}$  作为评价随机激励下加速度响应的标准, 加速度有效值实际上是振动加速度的方均根值, 即为

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt} \quad (18)$$

式中  $a(t)$ ——加速度;

$T$ ——样本时间长度。

观察  $m_2$ 、 $m_3$  离散点的分布特点发现, 其类似于正态分布的分布函数形式, 由此设目标函数形式为

$$m_2 = -\frac{1}{2\sqrt{-\alpha_1}} \mu_1 \sqrt{\pi} \exp\left(\lambda_1 - \frac{1}{4} \frac{\beta_1^2}{\alpha_1}\right) \times \operatorname{erf}\left(-\sqrt{-\alpha_1} \cdot a_{rms} - \frac{\beta_1}{2\sqrt{-\alpha_1}}\right) + B_1 \quad (19)$$

$$m_3 = -\frac{1}{2\sqrt{-\alpha_2}} \mu_2 \sqrt{\pi} \exp\left(\lambda_2 - \frac{1}{4} \frac{\beta_2^2}{\alpha_2}\right) \times \operatorname{erf}\left(-\sqrt{-\alpha_2} \cdot a_{rms} - \frac{\beta_2}{2\sqrt{-\alpha_2}}\right) + B_2 \quad (20)$$

式中,  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$ 、 $\mu_1$ 、 $\mu_2$ 、 $B_1$  及  $B_2$  为需要识别的未知参数;  $a_{rms}$  为加速度有效值;  $\operatorname{erf}(x)$  为误差函数。

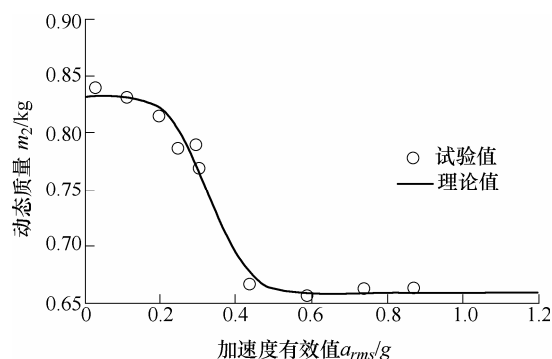
经识别可得到

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -68.1798 & \beta_1 &= 45.2119 & \gamma_1 &= 6.7748 \\ \mu_1 &= -5.1169 \times 10^{-7} & B_1 &= 0.7453 \\ \alpha_2 &= -12.8863 & \beta_2 &= 12.9523 & \gamma_2 &= -3.2092 \\ \mu_2 &= 0.7086 & B_2 &= 0.2053 \end{aligned}$$

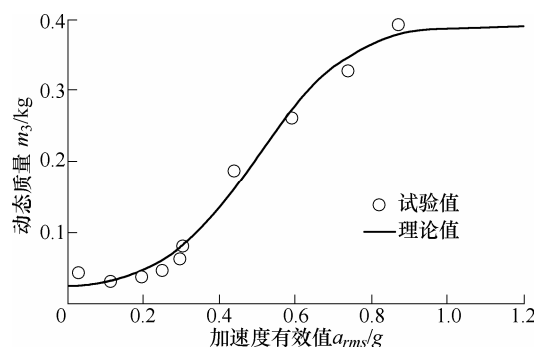
需要说明的是本节及第 3.2 节中所涉及的参数识别问题同样采用上文提到的 Levenberg-Marquardt (LM) 方法。

图 7 为  $m_2$  随  $a_{rms}$  的变化。从图 7 中可以看出,

随着  $a_{rms}$  的增加  $m_2$  的变化过程大致可以分为三个阶段: “第一稳定区”、“下降区”、“第二稳定区”。当振动加速度很小时, 颗粒与阻尼容器作为一个整体一起运动, 此时  $m_2$  处于“第一稳定区”, 当激励大到可以使颗粒产生相对运动时,  $m_2$  开始进入“下降区”, 当颗粒全部脱离容器时,  $m_2$  进入“第二稳定区”, 此后激励的增加不会改变  $m_2$ 。

图 7  $m_2$  随  $a_{rms}$  的变化

$m_3$  随  $a_{rms}$  的变化(图 8)可以看作是  $m_2$  的逆过程, 只是第二阶段的“上升区”相对于  $m_2$  的“下降区”变化更加缓慢, 即  $m_3$  迟于  $m_2$  进入稳定状态。这主要是由于当颗粒能够全部脱离容器时  $m_2$  即进入稳定状态, 但只有当振动加速度大到足够使全部颗粒作为一个整体在容器内往复运动时,  $m_3$  才能达到稳定值。

图 8  $m_3$  随  $a_{rms}$  的变化曲线

### 3.2 颗粒阻尼等效黏性阻尼系数的数学模型

LIU 等<sup>[10]</sup>的研究发现颗粒阻尼等效阻尼系数随振动速度的变化遵循 Gamma 分布, 而事实上, 大量研究发现颗粒阻尼与振动加速度的关系更为紧密, 故本文采用 Gamma 概率密度分布函数来描述等效阻尼系数与加速度有效值  $a_{rms}$  之间的关系

$$c_{eq}(a_{rms}) = \frac{A}{\beta \Gamma(\gamma)} \left( \frac{a_{rms} - \mu}{\beta} \right)^{\gamma-1} \exp\left(-\frac{(a_{rms} - \mu)}{\beta}\right) + B \quad (21)$$

式中,  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\mu$  及  $B$  为需要识别的未知参数;  $\Gamma(x)$  为 Gamma 函数。

利用试验获得的加速度有效值数据, 通过识别可得  $A=16.4133$ ,  $B=3.3828$ ,  $\gamma=9.7491$ ,  $\beta=0.7010$ ,  $\mu=9.3581 \times 10^{-13}$ 。需要说明的是, 只有  $a_{rms} \geq \mu$  时, 颗粒阻尼才能发挥作用。在此即  $a_{rms} \geq 0$ , 然而这并不符合颗粒阻尼的特点, 因为在振动加速度很小( $<1g$ )时, 阻尼颗粒只是作为一个整体跟随容器一起运动, 并没有产生阻尼效果。造成此误差的主要原因是由于实测数据中不仅包含了颗粒阻尼, 也包含了主系统自身的结构阻尼, 这样造成了低于重力加速度的振动仍然会产生阻尼效果。

结合图 7~9, 可以发现在  $a_{rms}=0.2g$  时, 颗粒层开始有相对运动, 产生阻尼效果, 并在  $a_{rms}=0.6g$  附近时, 颗粒全部进入“液体”状态<sup>[10]</sup>, 此时阻尼效果最佳。模型参数  $m_2$ 、 $m_3$ 、 $c_{eq}$  随  $a_{rms}$  的变化规律与过往试验和仿真的研究结论相一致<sup>[5-10]</sup>。

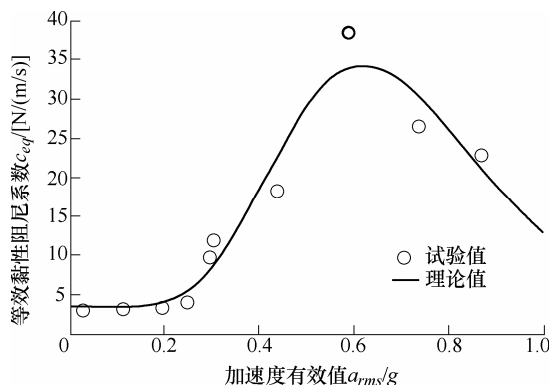


图 9  $c_{eq}$  随  $a_{rms}$  的变化

需要指出的是, 实测加速度数据是主结构在激励力施加点处的加速度, 这是被颗粒吸振器抑制以后的加速度响应, 虽然它的有效值低于  $1g$ , 但是吸振器处的加速度响应已经远大于  $1g$ , 这就是为什么主结构的加速度在  $0.2g \sim 1g$ , 颗粒阻尼吸振器也能产生很好的阻尼效果。这也间接证明了颗粒阻尼吸振器的减振效能。

## 4 结论

(1) 本文提出用 2-自由度模型来等效非线性的颗粒阻尼器, 该模型能够体现颗粒阻尼的耗能特点, 模型中视在质量参数能够直接反映颗粒阻尼器的动态特性。

(2) 针对颗粒阻尼动力吸振器系统, 利用所建立的理论模型计算的频响函数曲线与实测曲线吻合程度很高, 验证了模型的准确性。

(3) 发现了颗粒阻尼器等效模型中的三个主要参数随着振动加速度的增加的变化规律, 特别是颗

粒阻尼器的等效黏性阻尼系数  $c_{eq}$ , 其随振动加速度的变化符合 Gamma 分布。

## 参 考 文 献

- [1] PANOSSIAN H V. Non-obstructive particle damping tests on aluminum beams[C]// Proceedings of Damping 91, June 10-12, 1991, San Diego, California, 1991: 13-15.
- [2] PANOSSIAN H V. Structural damping enhancement via non obstructive particle damping technique[J]. Journal of Vibration and Acoustics, American Society of Mechanical Engineers, 1992, 114(1): 101-105.
- [3] WONG C X, DANIEL M C, RONGONG J A. Energy dissipation prediction of particle dampers[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319(1-2): 91-118.
- [4] LU Z, MASRI S, LU X. Parametric studies of the performance of particle dampers under harmonic excitation[J]. Structure Control and Health Monitoring, 2011, 18(1): 79-98.
- [5] MARHADI K S, KINRA V K. Particle impact damping: Effect of mass ratio, material, and shape[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 283(1-2): 443-448.
- [6] STEVEN E O. An analytical particle damping model[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 264(5): 1155-1166.
- [7] SAEKI M. Analytical study of multi-particle damping[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 281(3-5): 1133-1144.
- [8] WU C J, LIAO W H, WANG M Y. Modeling of granular particle damping using multiphase flow theory of gas-particle[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2004, 126(2): 196-201.
- [9] 胡漂, 黄其柏, 柳占新, 等. 颗粒阻尼的动态特性研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(1): 134-137.  
HU Li, HUNAG Qibai, LIU Zhanxin, et al. Dynamic characteristics[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(1): 134-137.
- [10] LIU W, TOMLINSON G R, RONGONG J A. The dynamic characterisation of disk geometry particle dampers[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 280(3-5): 849-861.
- [11] MICHON G, ALMAJID A, ARIDON G. Soft hollow particle damping identification in honeycomb structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(3-4): 536-544.
- [12] 项红荧. 非线性颗粒阻尼吸振器的减振研究[D]. 南京:

南京航空航天大学, 2012.

XIANG Hongying. Study on simulation and application of dynamic properties of tuned particle damper[D]. Nanjing: Nanjin University of Aeronautics and Astronautics, 2012.

- [13] 付素芳, 张秋菊, 张海卫, 等. 结构动力学模型修正方法比较研究[J]. 机械研究与应用, 2007, 20(2): 38-40.
- FU Sufang, ZHANG Qiuju, ZHANG Haiwei, et al. Comparative research on methods of dynamic model updating of structure[J]. Mechanical Research and Application, 2007, 20(2): 38-40.

- [14] 朱幽幽, 冯咬齐, 宋海丰. 一种基于加速度频响函数的动力学模型修正方法[J]. 固体力学学报, 2005, 26(3): 329-332.

ZHU Dongdong, FENG Yaoqi, SONG Haifeng. A

dynamic model improvement method based on acceleration frequency response functions[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2005, 26(3): 329-332.

- [15] 蒯行成, 李永红, 任恒山, 等. 一类振动问题中阻尼矩阵的等效方式及应用[J]. 湖南大学学报, 2004, 31(1): 95-98.

HUAI Xingcheng, LI Yonghong, REN Hengshan, et al. A damping matrix equivalent method and its application in a kind of vibration problems[J]. Journal of Hunan University, 2004, 31(1): 95-98.

作者简介: 姚冰(通信作者), 男, 1984 年出生, 博士研究生。主要研究方向为振动控制。

E-mail: byao.detec@nuaa.edu.cn

陈前, 男, 1951 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为振动控制、大系统状态监测等。

E-mail: q.chen@nuaa.edu.cn

国家自然科学基金委员会机械工程学科 2012/2013 年度结题项目简介

## 集成式工艺规划与车间调度问题的理论、方法及其扩展研究\*

项目负责人: 李新宇(E-mail: lixinyu@hust.edu.cn)

依托单位: 华中科技大学

项目批准号: 51005088

### 1. 项目简介

现代制造系统中加工中心日益普遍, 使得工件的多条可选工艺路线并存。然而, 传统上工艺规划与车间调度是各自独立串行的系统, 导致工艺计划执行的有效性差、车间调度的合理性受限, 严重影响了制造系统的运行效率。因此, 本项目针对制造系统中广泛存在的集成式工艺规划与车间调度(IPPS)问题开展研究。首先, 提出了 IPPS 问题的混合整数规划模型和基于阻滞增长模型的适应度地形研究方法, 为求解方法的设计提供了理论基础。其次, 基于上述模型与方法, 设计了邻域结构评价方法, 以此提出了基于遗传变邻域的 IPPS 问题求解方法; 针对多目标 IPPS 问题, 提出了基于外部档案管理的求解方法。然后, 完善了动态调度的稳定性指标, 提出了基于遗传变邻域的多目标柔性作业车间动态调度方法。之后, 基于区间理论, 建立了不确定 IPPS 问题的数学模型, 并提出了求解方法。最后, 开发了 IPPS 原型系统。本项目在 IPPS 问题理论与求解方法方面取得了较重大突破, 达到了国际先进水平, 共 27 次突破国际通用标准测试集问题的世界最好解。在解决多目标、动态及不确定 IPPS 问题方面做出了原创性成果。这些成果丰富了车间调度的研究, 推动了相关学科的发展, 也为制造系统高效稳定的运行提供了有效手段, 具有重要的科学意义与工程应用价值。

### 2. 主要创新点及主要研究进展

(1) 重点关注 IPPS 问题的本质特性, 提出了基于阻滞增长模型的 IPPS 问题适应度地形研究方法, 挖掘问题的困难本质, 为求解方法的设计提供了理论指导。

(2) 基于对 IPPS 问题适应度地形的分析结果, 以及不同智能算法求解组合优化问题的特点, 设计了新颖的混合优化算法, 并使算法在集中搜索和分散搜索策略之间达到合理的平衡, 以提高算法的优化性能。

(3) 首次提出了对复杂制造系统生产环境下多目标、动态以及不确定条件下的 IPPS 问题进行研究, 建立了相应模型并提出了高效优化算法, 使得理论研究成果更加贴近实际车间的生产状况。

\* 此项目在“第十一届设计与制造前沿国际会议(ICFDM2014)”上作为候选项目推荐参加“国家自然科学基金委员会机械工程学科 2012/2013 年度优秀结题项目”的评选。