

DOI: 10.3901/JME.2016.11.034

一种基于力密度的网状可展开天线索网结构初始形态设计方法*

杨癸庚 杨东武 杜敬利 张树新

(西安电子科技大学电子装备结构设计教育部重点实验室 西安 710071)

摘要: 针对环形网状可展开天线索网结构的初始形态设计问题,提出一种基于力密度思想的找形与找力相结合的优化迭代设计方法。该方法将索网结构初始形态设计分为前、后索网设计两部分。通过优化迭代的方法设计前索网,在满足网面精度要求的条件下,实现前索网所有内部索段的张力相等、边界索段与内部索段的最大张力比最小;根据前索网的形和力,在调整索保持竖直、后索网满足高度要求的条件下,通过优化实现后索网最大张力比最小。仿真算例表明,对于旋转抛物面和偏置抛物面索网结构,该方法与现有方法相比,均可进一步提高索网张力的均匀性,该方法正确有效。

关键词: 可展开天线; 索网结构; 力密度; 形态设计

中图分类号: V443

Method for Deployable Mesh Antenna Cable Network Structures' Form-finding Design Based on Force Density

YANG Guigeng YANG Dongwu DU Jingli ZHANG Shuxin

(Key Laboratory of Electronic Equipment Structure Design of Ministry of Education,
Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract: For the form-finding design of deployable mesh antenna cable network structures, an iterative design method based on force density is proposed. The form-finding design of cable network structure is divided into two parts, one for the front net and the other for the rear net. The front net is designed with an iterative optimization method. With the front net's surface accuracy being satisfied, all internal cables' tension achieved to be equal and the maximum ratio of boundary cables to internal cables achieved to be minimized. According to the shape and force of the front net, with the tension cables remaining vertical and the antenna's height being satisfied, the maximum ratio of rear net cables achieves to be minimized. Numerical simulations show that the method present can improve the uniformity of the cable net tension for both the axi-symmetric and offset parabolic paraboloid cable network structures. The method is correct and effective.

Key words: deployable antenna; cable network structures; force density; form-finding design

0 前言

环形桁架式网状可展开天线由于其质量轻、收拢体积小、研制周期短的特点,成为了近年来备受各国宇航界关注的空间可展开天线形式,如图1所示,其结构^[1-2]主要由可展开的周边桁架、金属反射网、前索网、后索网以及纵向调整索组成。前索网用于支撑所铺设的金属反射网,后索网起平衡作用,纵向调整索用于调节前索网,使得金属反射面形成

所需要的形面。

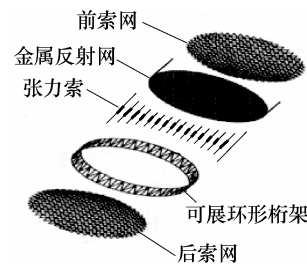


图1 环形桁架展开天线的组成

索网天线的网面精度误差主要指前索网面形成的天线反射面与理想反射面之间的误差。网面精度误差主要包括两部分:一是用索网网格构成的反

* 国家自然科学基金资助项目(51035006)。20150729 收到初稿,20160405 收到修改稿

射面逼近理想抛物面反射面时所引入的原理误差，该误差取决于索网的布置形式和网格的大小；二是索网结构设计中所得到的前索网各节点的位置与理想位置之间的误差，称为网面设计误差^[3]。本文中，认为网格尺寸一直是满足原理误差要求的，所以下文中的网面精度均不考虑网面的原理精度。

天线的金属反射网是铺设在前索网上的，反射面的形面非常依赖于索网结构的几何构型；又由于天线在轨运行受到多工况的太空热环境影响，反射面的形面的稳定性还依赖于索网平衡状态下的张力均匀性。因此，如何使得索网结构在平衡状态下既满足形面精度的要求，又具有尽可能均匀的张力分布成为了近年来研究的热点问题之一^[3-12]。目前该问题的研究方法主要有以下三种，第一，“由形找力”的方法^[3-7]；第二，“由力找形”的方法^[8]；第三，“找形和找力相结合”的方法^[9-12]。杨东武等^[4]基于“由形找力”的思想对某前后网面不对称的旋转抛物面索网结构进行了初始预张力设计，该方法首先根据几何误差的要求对反射面进行索网网格划分，然后在保证索网几何构型不变的条件下优化设计出索网在该构型下的一组平衡力系。LI 等^[5]基于“由形找力”的思想对某偏置抛物面索网结构进行了初始预张力设计。SEBASTUEN 等^[8]基于“由力找形”的思想对前后网面对称的抛物面索网结构进行了找形设计，可以实现天线前后索网的张力是均匀的，而调整索张力是不均匀的。LIU 等^[9]基于“找形和找力相结合”的思想，针对前后网面对称的抛物面索网结构，提出了一种基于力密度方法的索网结构简单找形方法，但是其设计过程中使得所有索段的力密度相等，没有直接设计索网的张力，因而设计结果张力比仍然较大。杨东武等采用“由形找力”的方法，未考虑到索网节点位置的变化可以改善索网张力的均匀性；SEBASTUEN 等将研究对象局限于前后网面对称的索网结构，难以推广到前后网面非对称的索网结构的形态设计中。

针对上述索网结构形态设计方法的特点和不足之处，本文提出了一种基于力密度思想的找形与找力相结合的优化迭代设计方法。该方法将索网结构初始形态设计分为前、后索网设计两部分，设计前索网时，考虑到索网节点位置的适当变化可以改善索网的张力均匀性，建立了前索网形态设计的优化模型，并提出了优化模型的迭代求解方法；设计后索网时，根据前索网的形和力，结合前后索网的位置和张力关系，建立了后索网形态设计的优化模型。仿真算例表明，该方法正确有效，而且通用性

较好。

1 问题的描述

某天线索网结构，其初始几何构型如图 2、3 所示。在水平投影面内，前后索网的内部网格均为正三角形；外围边界节点为与周边桁架的连接节点，沿圆周均匀分布。暂不考虑环形桁架在索力作用下的变形，外围边界节点受到全约束。

对于如图 2、3 所示的初始几何构型已知、索段连接关系确定的索网结构，其初始形态设计可描述为：寻求索网结构的一组平衡状态，使得整个索网结构在该平衡状态下，前索网达到设计要求的网面精度，后索网满足天线的高度要求，而且前、后索网中索段的最大张力比应尽可能小。

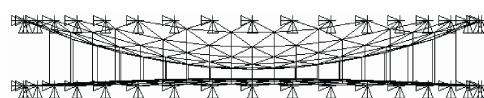


图 2 索网结构正视图

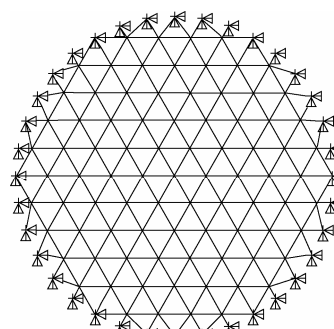


图 3 索网结构俯视图

2 力密度法基本原理

力密度法最早是由 LINKWITZ 等提出的，其基本思想是在索网结构的平衡构型上，建立每个节点的力平衡方程，通过引入力密度，将非线性平衡方程转化为线性方程进行求解^[13-14]。

索网结构平衡状态下某节点 i 在 x 方向上的力平衡方程为

$$\sum_{j \in c_i} \frac{T_{ij}}{L_{ij}} (x_i - x_j) = f_{ix} \quad (1)$$

式中， c_i 为与节点 i 相连的节点组成的集合，记单元 ij 为节点 i 、 j 相连的索单元， T_{ij} 为单元 ij 的张力， $L_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$ 为单元 ij 的长度。

式(1)中, L_{ij} 为节点 i, j 的坐标的非线性函数, 即, 式(1)是关于节点 i, j 坐标的非线性平衡方程。直接求解非线性方程(1)较为复杂, 因此, 为了方便求解, 定义 $q_{ij} = T_{ij} / L_{ij}$ 为索单元 ij 的力密度, 并假定在求解平衡状态时单元 ij 的力密度 q_{ij} 保持不变, 将其代入式(1), 即可得到线性化的平衡方程为

$$\sum_{j \in c_i} q_{ij} (x_i - x_j) = f_{ix} \quad (2)$$

将索网结构所有节点在 x 方向上的力平衡方程写成矩阵形式为

$$\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{x} = \mathbf{f}_x \quad (3)$$

式中, \mathbf{C} 为 $m \times n$ 阶的结构拓扑矩阵, m 为索单元总数, n 为索节点总数; \mathbf{Q} 为 $m \times m$ 阶由索单元力密度组成的对角阵。设 n 个节点中自由节点数为 n_f , 固定节点数为 n_g , 拓扑矩阵 \mathbf{C} 分块为 \mathbf{C}_f 和 \mathbf{C}_g , \mathbf{x}_f 为自由节点的 x 坐标, \mathbf{x}_g 为固定节点的 x 坐标, 自由节点平衡状态下受到的 x 方向外力为零, \mathbf{f}_{xg} 为固定节点的支反力, 则式(3)可写为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_f \\ \mathbf{C}_g \end{pmatrix} \mathbf{Q} \begin{pmatrix} \mathbf{C}_f & \mathbf{C}_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_f \\ \mathbf{x}_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{xg} \end{pmatrix} \quad (4)$$

将式(4)展开可得

$$\mathbf{C}_f^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f = -\mathbf{C}_f^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_g \mathbf{x}_g \quad (5)$$

$$\mathbf{C}_g^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{C}_g^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_g \mathbf{x}_g = \mathbf{f}_{xg} \quad (6)$$

若力密度都是正值, 即 $q_{ij} > 0$, 则 $\mathbf{C}_f^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f$ 为正定的, 由式(5)可得 $\mathbf{x}_f = -(\mathbf{C}_f^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f)^{-1} \mathbf{C}_f^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_g \mathbf{x}_g$, 再将 \mathbf{x}_f 代入式(6)可求得固定节点的支反力 \mathbf{f}_{xg} 。同理, 可以得到 y, z 方向的自由节点坐标和固定节点支反力。根据求得的节点坐标, 即可算出索网在新的受力平衡状态下的索段长度 L_{ij} 和索段张力 $T_{ij} = q_{ij} L_{ij}$ 。需要注意的是, 实际设计中, 要求所有索单元的张力都为正值, 因此, 所有索单元都满足 $q_{ij} > 0$ 。

上述过程可以实现力密度给定时的索网结构形态设计, 只需要一次求解, 不需要迭代。现若要根据给定的索网张力来设计索网的形态, 即“由力找形”, 则需要对力密度法进行修正, 通过不断更新力密度矩阵, 进行多次迭代求解来实现。其迭代格式如下

$$q_{ij}^{k+1} = q_{ij}^k T_{ij}^0 / T_{ij}^k \quad (7)$$

式中, q_{ij}^k 为第 k 步迭代中单元 ij 的力密度值, T_{ij}^k 为第 k 步迭代后单元 ij 的张力, T_{ij}^0 为单元 ij 张力的设

计要求值, q_{ij}^{k+1} 为第 $k+1$ 步迭代中单元 ij 的力密度值。

根据给定的索网张力 \mathbf{T}^0 , 利用式(7)不断更新力密度矩阵, 并利用式(5)和式(6)重复力密度法的求解过程, 至到收敛为止, 即可得到在给定张力 \mathbf{T}^0 作用下的索网平衡状态。具体的迭代流程在第 3.2.5 节中详细说明。

3 索网结构的形态设计方法

3.1 设计思路

3.1.1 抛物面索网结构的坐标系

对于偏置抛物面, 如图 4 所示, 坐标系 $oxyz$ 为天线局部坐标系, 坐标系 $OXYZ$ 为理想抛物面全局坐标系, 二者之间的转换关系可由天线的光学口径 D_a 、偏置距离 P 、前索网焦距 f_l 来确定; 而对于旋转抛物面, 如图 5 所示, 其天线局部坐标系 $oxyz$ 和全局坐标系 $OXYZ$ 是重合的。图 4、5 中的 D 为天线的物理口径。

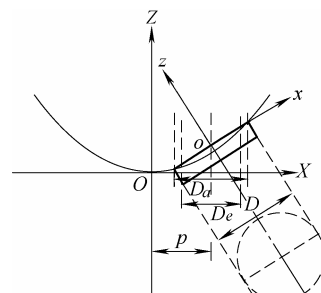


图 4 偏置抛物面生成方式

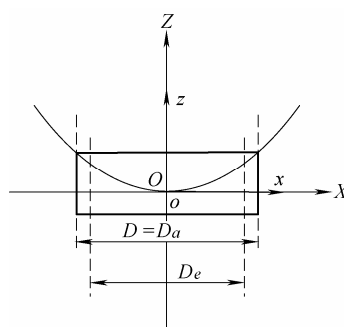


图 5 旋转抛物面生成方式

为了便于区分, 索网结构的节点 i 在坐标系 $oxyz$ 中的坐标用 $(x_i, y_i, z_i)^T$ 表示, 在坐标系 $OXYZ$ 中的坐标用 $(X_i, Y_i, Z_i)^T$ 表示。

3.1.2 前后索网的特点

前索网特点: 前索网所有内部节点应在理想抛物面上, 索网网格尺寸应满足原理误差要求, 索网张力在 x, y 方向受力平衡, z 方向上通过竖向调整

索实现平衡。

后索网特点：无网面精度要求，与前索网共用同一组竖向调整索力。

3.1.3 后索网与前索网的关系

(1) 由于调整索是保持竖直的，后索网节点的 x 、 y 坐标必须与前索网完全相同，即满足如下关系

$$(\mathbf{x}_{\text{rear}}, \mathbf{y}_{\text{rear}})^T = (\mathbf{x}_{\text{front}}, \mathbf{y}_{\text{front}})^T \quad (8)$$

式中， $(\mathbf{x}_{\text{front}}, \mathbf{y}_{\text{front}})^T$ 、 $(\mathbf{x}_{\text{rear}}, \mathbf{y}_{\text{rear}})^T$ 分别表示前后索网节点的 x 、 y 坐标。

(2) 后索网索力的水平分量必须与前索网索力的水平分量成倍数关系，而前后索网张力的竖向分量是相同的，即满足如下关系

$$\mathbf{T}_{\text{rear}}^z = \mathbf{T}_{\text{front}}^z \quad \mathbf{T}_{\text{rear}}^{xy} = \alpha \mathbf{T}_{\text{front}}^{xy} \quad \alpha > 1 \quad (9)$$

式中， α 为后索网与前索网张力的水平分量之比，体现了后索网与前索网张力水平之比； $\mathbf{T}_{\text{front}}^{xy}$ 、 $\mathbf{T}_{\text{rear}}^{xy}$ 分别表示前后索网张力的水平分量； $\mathbf{T}_{\text{front}}^z$ 、 $\mathbf{T}_{\text{rear}}^z$ 分别表示前后索网张力的竖向分量。

3.1.4 设计思路

将索网结构的初始形态设计分为前、后索网设计两部分，首先，通过优化迭代的方法设计前索网，在满足网面精度要求的条件下，实现前索网所有内部索段的张力相等、边界索段与内部索段的最大张力比最小；然后，根据前索网的形和力，在调整索保持竖直、后索网满足高度要求的条件下，实现后索网最大张力比最小。

3.2 前索网形态优化设计

基于力密度迭代的思想，将前索网节点的坐标和索段张力都作为设计变量，在满足所有内部节点都在理想抛物面上，而且内部节点能够完全覆盖有效光学口径的条件下，实现前索网所有内部索段的张力相等，而且边界索与内部索的最大张力比最小。

3.2.1 设计变量

对于图 6 所示的初始几何构型已知、索段连接关系确定的索网结构，将前索网节点分为内部节点和边界节点两类，用 NOD_{in} 、 NOD_{b} 分别表示内部节点和边界节点的节点号组成的集合；将索段分为内部索段和边界索段两类，图中实线表示内部索段，虚线表示边界索段， ELE_{in} 、 ELE_{b} 分别表示内部索段和边界索的单元号组成的集合；确定出内部节点中的最外圈节点，如图中黑色圆点所示，其节点号组成的集合用 NOD_{ef} 表示；有效口径如图中黑色虚线所示。

前索网节点坐标和索段张力都作为设计变量，

节点坐标变量为 $(\mathbf{x}_{\text{front}}^T, \mathbf{y}_{\text{front}}^T, \mathbf{z}_{\text{front}}^T)^T$ ，即为 $(x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N, z_1, \dots, z_N)^T$ ，其中， N 表示前索网的节点总数；将索力变量归并为 $(F_{\text{in}}, F_{\text{b1}}, \dots, F_{\text{bM}})^T$ ，其中， M 为归并后的边界索索力变量总数目。

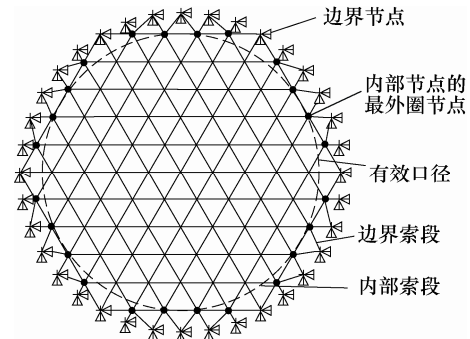


图 6 索网结构节点、索单元分类情况

索力变量归并的原则为：所有内部索单元的张力都相等，用变量 F_{in} 表示；连在同一边界节点上的边界索的张力相等，若边界节点的总数目为 N_{b} ，对于旋转抛物面，根据其对称性，可将边界索力归并为 $N_{\text{b}}/6$ 类，即 $M = N_{\text{b}}/6$ ；对于偏置抛物面，如图 4 所示，仅关于 xoz 平面对称，可将其边界索力归并为 $N_{\text{b}}/2 + 1$ 类，即 $M = N_{\text{b}}/2 + 1$ 。

3.2.2 目标函数

定义前索网的最大张力比为

$$\gamma_{f_{\text{max}}} = T_{f_{\text{max}}} / T_{f_{\text{min}}} \quad (10)$$

式中， $T_{f_{\text{max}}}$ 、 $T_{f_{\text{min}}}$ 分别表示前索网的最大索力和最小索力。

优化的目标是实现前索网的最大张力比 $\gamma_{f_{\text{max}}}$ 取得最小值。

3.2.3 约束条件

需要满足的约束条件如下。

(1) 前索网内部节点满足 x 、 y 方向的受力平衡方程，即满足

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} & \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = (\mathbf{x}_{\text{front}}^T, \mathbf{y}_{\text{front}}^T)^T = (x_{n1}, \dots, x_{ni}, \dots, x_{nN_{\text{in}}}, y_1, \dots, y_{ni}, \dots, y_{nN_{\text{in}}})^T$$

式中， $ni \in \text{NOD}_{\text{in}}$ ， N_{in} 为前索网内部节点的节点总数目； \mathbf{C} 为结构拓扑矩阵， \mathbf{Q} 为索段力密度组成的对角矩阵。

(2) 前索网边界节点位置固定不变，即满足

$$(\mathbf{x}_{bi}, \mathbf{y}_{bi}, \mathbf{z}_{bi})^T = \text{const} \quad (12)$$

式中， $bi \in \text{NOD}_{\text{b}}$ 。

(3) 前索网内部节点都在理想抛物面上, 即满足

$$Z_{ni} - \frac{X_{ni}^2 + Y_{ni}^2}{4f} = 0 \quad (13)$$

式中, $ni \in \text{NOD}_{in}$, X_{ni} 、 Y_{ni} 、 Z_{ni} 分别为节点 ni 在全局坐标系下的坐标值。

(4) 内部节点能够完全覆盖有效光学口径, 即内部节点的最外圈节点应该处于有效口径之外, 如图 6 所示。内部节点的最外圈节点应满足如下关系

$$(X_{fi} - p)^2 + Y_{fi}^2 \geq \frac{1}{4} D_e^2 \quad (14)$$

式中, $fi \in \text{NOD}_{ef}$, X_{fi} 、 Y_{fi} 分别为节点 fi 在全局坐标系下的坐标值。

3.2.4 优化模型

综上, 前索网形态设计的优化模型如下

$$\begin{aligned} \text{find } X = & (x_1, \dots, x_i, \dots, x_N, y_1, \dots, y_i, \dots, y_N, \\ & z_1, \dots, z_i, \dots, z_N, F_{in}, F_{b1}, \dots, F_{bj}, \dots, F_{bM})^T, \\ & i = 1 \sim N \\ \min \gamma_{f_{\max}} = & T_{f_{\max}} / T_{f_{\min}} \\ \text{s.t. } & \begin{pmatrix} C^T Q C \\ C^T Q C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta \\ \theta \end{pmatrix} \\ & (x_{bi}, y_{bi}, z_{bi})^T = \text{const } bi \in \text{NOD}_b \\ & Z_{ni} - \frac{X_{ni}^2 + Y_{ni}^2}{4f} = 0 \quad ni \in \text{NOD}_{in} \\ & (X_{fi} - p)^2 + Y_{fi}^2 \geq \frac{1}{4} D_e^2 \quad fi \in \text{NOD}_{ef} \end{aligned} \quad (15)$$

3.2.5 优化模型的迭代求解

在第 2 节中提到, 对于图 6 所示的索网结构, 在给定平衡状态张力时, 可以通过不断更新力密度矩阵, 进行多次迭代求解来实现“由力找形”的过程。即给定一组前索网张力值 $(F_{in}, F_{b1}, \dots, F_{bM})^T$ 时, 通过基于力密度思想的迭代方法可以求出满足式 (11)~(13) 三个约束条件下的前索网节点坐标。然后, 根据优化策略, 不断地改变张力值 $(F_{in}, F_{b1}, \dots, F_{bM})^T$, 并重复上述的“由力找形”的求解过程, 至到在满足约束条件式 (14) 的条件下, 实现最大张力比取得最小值为止。

如图 7 所示, 优化模型的迭代求解过程如下。

(1) 给定张力的一组初始取值, 用于求解前网面坐标。

(2) 根据前索网初始网面构型和初始节点坐标, 求出给定张力下的初始力密度。

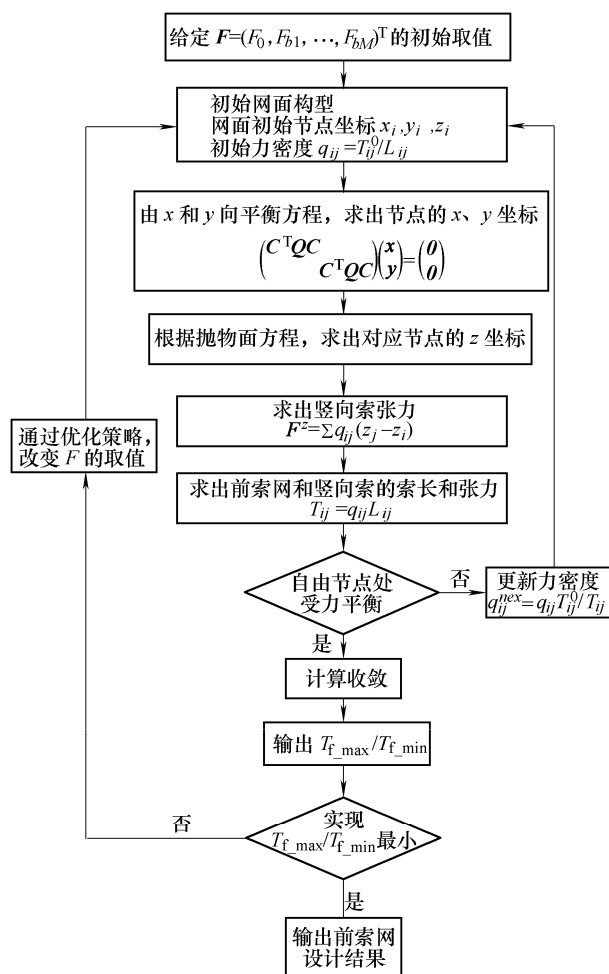


图 7 前索网设计流程图

(3) 根据节点的 x 、 y 向平衡方程, 求出前网面节点的 x 和 y 坐标。

(4) 根据前索网的抛物面方程, 求出前网面节点的 z 坐标。

(5) 根据节点的 z 向平衡方程, 求出对应形态下的竖向调整索索力。

(6) 求出对应形态下前索网的索长和索张力值。

(7) 判断该形态下, 自由节点处在给定的索网张力作用下是否受力平衡。若受力平衡, 则该形态为对应张力作用下的平衡状态, 计算收敛, 并输出最大张力比; 若受力不平衡, 则更新各个单元的力密度值, 重复 (3)~(6) 的过程, 直到自由节点处都受力平衡为止。

(8) 判断最大张力比是否已经取得最小值。若最大张力比已实现最小化, 则迭代结束; 否则, 改变张力变量 F 的取值, 重复 (2)~(7) 的过程, 直到实现最大张力比取得最小值为止。

该优化迭代设计方法通过内、外两层循环迭代来实现。内层循环的目的为, 在给定一组索网张力

F 取值时, 通过迭代得到索网的平衡状态, 该迭代过程基于文献[8]的方法进行, 其效率较高。外层循环的目的为, 不断调整边界索力, 实现整体索网的最大张力比最小化, 该循环中, 需要通过优化策略来改变索网张力 F 的取值, 本文采用多岛遗传算法对 F 进行优化设计, 虽然遗传算法的效率并不高, 但是其全局收敛性较好。

3.3 后索网形态设计

由前索网的形态设计可以得到前索网的节点坐标 $(x_{\text{front}}, y_{\text{front}}, z_{\text{front}})^T$ 、前索网的张力 T_{front} 、竖向调整索张力 T_{front}^z 和前索网平衡状态下的力密度。根据式(8)和式(9)可得, 后索网节点的 x 、 y 坐标为 $(x_{\text{rear}}, y_{\text{rear}})^T = (x_{\text{front}}, y_{\text{front}})^T$, 后索网张力的水平分量和垂直分量分别为 $T_{\text{rear}}^{xy} = \alpha T_{\text{front}}^{xy} (\alpha > 1)$ 和 $T_{\text{rear}}^z = T_{\text{front}}^z$ 。

根据后索网的特点, 后索网无型面精度要求, 所以可通过设计后索网节点的 z 坐标来实现张力的尽可能均匀。但是实际工程中, 为了缩小天线的收拢体积, 环形桁架可展开天线往往具有纵向高度的要求, 所以后索网节点的 z 坐标受到天线高度条件的约束。

当给定 α 取值时, 根据 z 向力平衡方程 $C^T Q C z_{\text{rear}} = 0$, 可以唯一求得后索网节点的 z 坐标 z_{rear} , 可以看出, α 与 z_{rear} 是唯一对应的, 所以将 α 作为设计变量即可。

将 α 作为设计变量, 在保证调整索竖直, 而且后索网的高度 H_{rear} 满足天线总高度 H 、前索网高度 H_{front} 和调整索最小索长 L_{Vmin} 的条件下, 实现后索网最大张力比取得最小值。其优化模型如下

$$\begin{aligned}
 & \text{find} \quad \alpha \\
 & \min \quad \gamma_{r_{\text{max}}} = T_{r_{\text{max}}} / T_{r_{\text{min}}} \\
 & \text{s.t.} \quad (x_{\text{rear}}, y_{\text{rear}})^T = (x_{\text{front}}, y_{\text{front}})^T \\
 & \quad T_{\text{rear}}^z = T_{\text{front}}^z \\
 & \quad T_{\text{rear}}^{xy} = \alpha T_{\text{front}}^{xy} \\
 & \quad \underline{\alpha} < \alpha \leq \bar{\alpha} \\
 & \quad C^T Q C z_{\text{rear}} = 0 \\
 & \quad z_b^T = \text{const} \quad b \in BN \\
 & \quad H_{\text{rear}} \leq H - H_{\text{front}} - L_{\text{Vmin}}
 \end{aligned} \tag{16}$$

式中, BN 为后索网边界固定节点的节点号组成的集合, z_b^T 为节点 b 的 z 坐标值, z_b^T 为常值; $\underline{\alpha}$ 、 $\bar{\alpha}$ 分别为 α 取值的上下限。

后索网形态设计的优化迭代流程如图 8 所示。

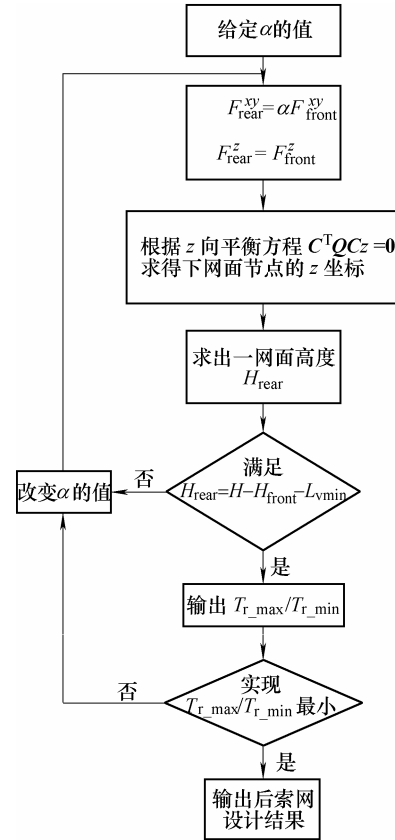


图 8 后索网设计流程

4 仿真算例

4.1 算例 1

某旋转抛物面索网结构, 如图 9 所示, 黑色虚线表示天线的光学有效口径, 天线光学口径 $D_a = 10$ m, 物理口径 $D = 10$ m, 光学有效口径为 $D_e = 8.86$ m, 前索网抛物面焦距 $f_1 = 6$ m, 后索网抛物面焦距 $f_2 = 40$ m, 天线总高度为 $H = 1.4$ m。根据已知参数可知, 后索网的高度应满足 $H_{\text{rear}} \leq 0.156$ m。

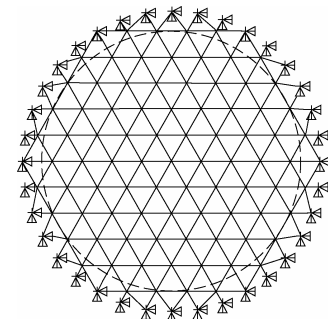


图 9 设计前的旋转抛物面索网结构俯视图

图 9 所示的索网结构, 前索网边界节点的总数为 $N_b = 36$, 所以索力变量归并之后前索网边界索索力变量个数为 $M = 6$, 内部索段索力均为 F_{in} , 即

索力变量数目为 7 个。现取 $F_{in} = 20 \text{ N}$ ，对采用本文方法对该索网结构进行形态设计，设计后的索网结构投影如图 10 所示。设计后的索网张力情况如表 1 所示。

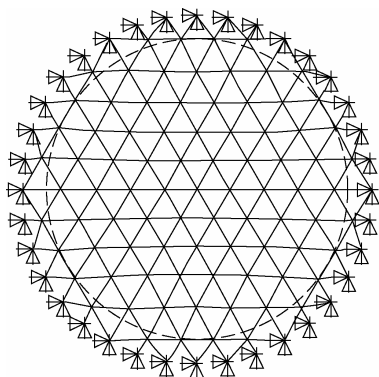


图 10 设计后的旋转抛物面索网结构俯视图

表 1 旋转抛物面索网结构张力分布

		张力值/N		最大 张力比
		最小值	最大值	
前索网	内部	20	20	1.10
	边界	20	22	
后索网		123.63	140.93	1.14
调整索		4.61	5.14	1.12

设计后的索网平衡状态下，前索网的内部索段张力均为 20 N，边界索张力的最小值为 20 N，最大值为 22 N，最大张力比为 1.10；后索网张力的最小值为 123.63 N，最大值为 140.93 N，最大张力比为 1.14；纵向调整索张力的最小值为 4.61 N，最大值为 5.14 N，最大张力比为 1.12。文献[4]中，前索网、后索网、调整索的最大张力比分别为 1.241、1.240、1.067；本文的设计结果与该文献结果相比，前索网和后索网的张力均匀性均得到明显改善，虽然调整索的最大张力比一定程度上增大了，但是对于整体索网结构而言，本方法得到的结果较好。由图 9 和图 10 可以看出，设计后索网的网格发生了较小的变化，这表明，在满足型面精度要求的条件下，索网节点坐标的适当变化可以改善整体索网结构张力的均匀性。

4.2 算例 2

某旋转抛物面索网结构，如图 11、12 所示，黑色虚线表示天线的有效口径，天线光学口径 $D_a = 10 \text{ m}$ ，光学有效口径为 $D_e = 9 \text{ m}$ ，偏置距离为 $p = 6 \text{ m}$ ，前索网抛物面焦距 $f_1 = 5 \text{ m}$ ，后索网抛物面焦距 $f_2 = 30 \text{ m}$ ，天线总高度为 $H = 2 \text{ m}$ 。根据已知参数可知，后索网的高度应满足 $H_{\text{rear}} \leq 0.283 \text{ m}$ 。

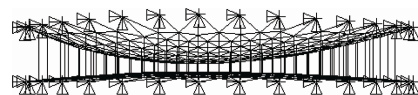


图 11 偏置抛物面索网结构正视图

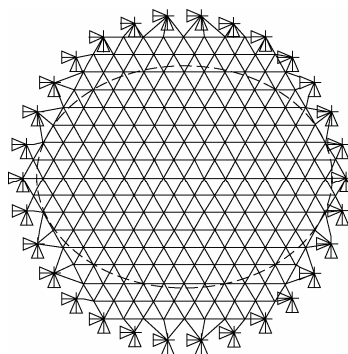


图 12 设计前的偏置抛物面索网结构俯视图

图 12 所示的索网结构，前索网边界节点的总数为 $N_b = 30$ ，所以索力变量归并之后前索网边界索索力变量个数为 $M = 16$ ，内部索段索力均为 F_{in} ，即索力变量数目为 17 个。现取 $F_{in} = 20 \text{ N}$ ，对采用本文方法对该索网结构进行形态设计，设计后的索网结构投影如图 13 所示。设计后的索网张力情况如表 2 所示。

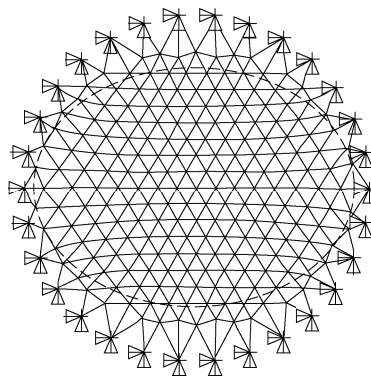


图 13 设计后的偏置抛物面索网结构俯视图

表 2 偏置抛物面索网结构张力分布

		张力值/N		最大 张力比
		最小值	最大值	
前索网	内部	20.00	20.00	1.75
	边界	20.00	35.07	
后索网		80.32	149.36	1.86
调整索		2.15	6.47	3.01

设计后的索网平衡状态下，前索网的内部索段张力均为 20 N，边界索张力的最小值为 20 N，最大值为 35.07 N，最大张力比为 1.75；后索网张力的最小值为 80.32 N，最大值为 149.36 N，最大张力比为 1.86；纵向调整索张力的最小值为 2.15 N，最大值为 6.47 N，最大张力比为 3.01。文献[5]中，前索网、后索网、调整索的最大张力比分别为 3.88、3.17、

1.47; 本文的设计结果与该文献结果相比, 前索网和后索网的张力均匀性均得到明显地改善, 虽然调整索的最大张力比一定程度上增大了, 但是对于整体索网结构而言, 本方法得到的结果较好。由图 12 和图 13 可以看出, 设计后索网的网格发生了一定程度的变化, 这表明, 在满足型面精度要求的条件下, 索网节点坐标的适当变化可以改善整体索网结构张力的均匀性。

5 结论

本文针对环形可展开抛物面天线索网结构的初始形态设计问题, 提出了一种基于力密度思想的找形与找力相结合的优化迭代设计方法。并通过旋转抛物面和偏置抛物面索网结构的算例, 验证了该方法的正确性和有效性, 并得到了如下结论。

(1) 与“由形找力”的方法相比, “找形与找力相结合”的方法得到的索网张力更加均匀, 即在满足型面精度要求的条件下, 索网节点坐标的适当变化可以使索网结构整体的张力均匀性得到改善。

(2) 对于旋转抛物面和偏置抛物面索网结构, 该方法与现有方法相比, 均可进一步提高索力的均匀性, 本文方法的通用性较好, 具有良好的工程应用前景。

文中尚未考虑周边环形桁架弹性变形所导致的索网结构边界条件(即周边约束节点位移)的变化, 如何在考虑桁架变形的情况下实现索网桁架组合结构的形态设计, 是一个值得进一步研究的问题。

参 考 文 献

- [1] TIBERT G. Deployable tensegrity structure for space applications[D]. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2002.
- [2] KORYO M, YASUYUKI M. Concept of the tension truss antenna[J]. AIAA Journal, 1990, 28(6): 1098-1104.
- [3] 杨东武, 仇原鹰, 段宝岩. 索网式天线结构预拉力优化的新方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2008, 35(2): 319-323.
YANG Dongwu, QIU Yuanying, DUAN Baoyan. Optimal design of cable pre-tensions of the tension truss antenna[J]. Journal of Xidian University, 2008, 35(2): 319-323.
- [4] 杨东武, 保宏. 非对称索网抛物面天线力平衡特性及预拉力设计[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 308-312.
YANG Dongwu, BAO Hong. Force balance characteristics and pretension design of asymmetric cable net parabolic antenna[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 308-312.
- [5] LI Tuanjie, JIANG Jie, DENG Hanqing, et al. Form-finding methods for deployable mesh reflector antennas[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(5): 1276-1282.
- [6] 杨东武, 仇原鹰, 段宝岩. 预应力索网天线结构优化设计[J]. 应用力学学报, 2008, 25(4): 617-621.
YANG Dongwu, QIU Yuanying, DUAN Baoyan. New method for prestressed astromesh deployable antenna design[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(4): 617-621.
- [7] 李刚, 关富玲. 环形桁架展开天线索网的预拉力优化技术及工程应用[J]. 固体力学学报, 2006, 27(S1): 174-179.
LI Gang, GUAN Fuling. Optimization of pretension in net of astromesh deployable reflector and engineering application[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2006, 27(S1): 174-179.
- [8] SE'BASTIEN MORTEROLLE, BERNARD MAURIN, JE'ROME QUIRANT, et al. Numerical form-finding of geotensoid tension truss for mesh reflector[J]. Acta Astronautica, 2012, 76: 154-163.
- [9] LIU Wang, LI Dongxu. Simple technique for form-finding and tension determining of cable-network antenna reflectors[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2013, 50(2): 479-481.
- [10] 夏劲松, 丁成云, 关富玲. 一种结合找形和找力的索膜结构设计方法[J]. 空间结构, 2008, 14(2): 48-52.
XIA Jinsong, DING Chengyun, GUAN Fuling. Design method of cable-membrane structures considering form-finding analysis and force-finding analysis[J]. Spatial Structures, 2008, 14(2): 48-52.
- [11] SCIALINO L, IHLE A, MIGLIORELLI M, et al. Large deployable reflectors for telecom and earth observation applications[J]. CEAS Space Journal, 2013, 3-4(5): 125-146.
- [12] DATASHVILI L, ENDLER S, WEI B, et al. Study of mechanical architectures of large deployable space antenna apertures: from design to tests[J]. CEAS Space Journal, 2013, 3-4(5): 169-184.
- [13] TIBERT G. Numerical analysis of cable roof structures[D]. Stockholm: Royal Institute of Technology, 1999.
- [14] TIBERT G. Optimal design of tension truss antennas[C]// 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, April 7-10, 2003, Norfolk, Virginia, 2003: 2003-1629.

作者简介: 杨癸庚, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为网状可展开天线结构设计及热致静、动力学分析。

E-mail: guigengyang@126.com