

DOI: 10.3901/JME.2015.09.045

人工髋关节稳定性影响因素的敏度分析*

胡迎春¹ 赵舒婷¹ 侯军燕² 王汝贵³

(1. 广西师范大学职业技术师范学院 桂林 541004;

2. 柳州铁道职业技术学院 柳州 545006;

3. 广西大学机械工程学院 南宁 530004)

摘要: 为准确评估人体自身因素对人工髋关节稳定性的影响程度,以人工髋关节稳定性为控制目标,考虑人体骨头密度、人体质量、行走步长、身高与抬脚高度等5个因素,运用人体生物力学与弹性力学知识,建立人工髋关节微动位移数学模型。基于敏感性分析原理,在Matlab中绘制控制目标对各影响因素的敏感度曲线图,并对结果进行数据拟合得到各影响因素的敏感度函数表达式,在5个因素均取人体基准值的情况下,通过函数表达式可分别求出控制目标对各因素的敏感度值以及各影响因素的影响百分比。结果表明,在上述5个因素中,人体骨头密度对人工髋关节稳定性的影响程度最大,其后影响程度依次为行走步长、人体质量、抬脚高度与身高。研究人体骨头密度、人体质量、行走步长、身高和抬脚高度对人工髋关节稳定性的影响程度,对临床安装人工髋关节有很好的指导意义和借鉴作用。

关键词: 人工髋关节稳定性; 人体因素; 敏度分析; 敏感度曲线; 影响因素百分比

中图分类号: TB18; R318

Sensitivity Analysis about Influence Factors on Stability of Hip Prosthesis

HU Yingchun¹ ZHAO Shuting¹ HOU Junyan² WANG Rugui³

(1. College of Technology and Education, Guangxi Normal University, Guilin 541004;

2. Liuzhou Railway Vocational Technical College, Liuzhou 545006;

3. College of Mechanical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004)

Abstract: In order to evaluate the influence of human body factors on stability of hip prosthesis accurately, some factors such as bone density of human body, body mass, walking step size, the height of human and the size of lifted foot are considered. Mathematical model of micro displacement of hip prosthesis is set up, applying the knowledge of human biomechanics and elasticity mechanics, with which the objective of stability of hip prosthesis is concerned. Sensitivity curves of influence factors are drawn in Matlab based on principle of sensitivity analysis. Meanwhile, each sensitivity function expression of factors is obtained through fitting the data in curves. The sensitiveness of objective and influential percentage of each factor is obtained with basic value of five factors above. The results show that the greatest influence on stability of hip prosthesis is bone density of human body, followed by walking step size, body mass, the height of human and the size of lifted foot. It is good to be given instruction and reference for clinical use of hip prosthesis to research on the influence of bone density of human body, body mass, walking step size, the height of human and the size of lifted foot.

Key words: stability of hip prosthesis; factors of human body; sensitivity analysis; sensitivity curves; influential percentage

0 前言

关节炎是医学常见的人体关节疾病,并随着人

年龄的增加发病率会显著增加。为改善因关节炎疾病而导致的关节功能性障碍,人工关节置换已成为治疗关节疾病的重要手段。目前,人工关节置换主要包括膝、踝、肘、肩、髋等关节,但主要还是以髋、膝关节置换为主^[1]。

据统计,我国大约有3 000万人需要置换人工关节,预计随着科学发展与人民生活水平的提高,

* 国家自然科学基金(51265003)、广西自然科学基金留学回国基金(2011GXNSFC018005)和广西高校优秀人才培养计划(桂教人[2010]65号)资助项目。20140419收到初稿,20150114收到修改稿

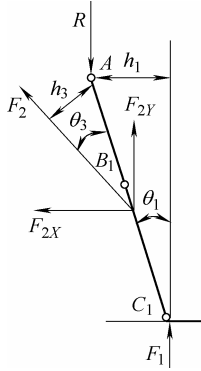


图3 单足支撑期下肢受力分析简化图

A : 髋关节中心简化点 R : 髋关节集中力

F_2 : 后腿群肌力 F_{2X} : F_2 在水平方向上分力

F_{2Y} : F_2 在垂直方向上分力 F_1 : 地面支撑力

B_1 : 左膝关节简化点 C_1 : 左踝关节简化点

θ_1 : 行走跨步角 θ_3 : 后腿群肌与股骨夹角

h_1 : F_1 到 A 点距离 h_3 : F_2 到 A 点距离

(2) 右腿 AB_2C_2 近似为一条直线, 同时 $L_{AB_2C_2} = L$ 。

(3) 因右腿 AB_2C_2 的抬脚高度 h 远小于腿长 L , 故将右腿 AB_2C_2 与踝关节在地面的投影点 D 视为在同一条直线上。

从图2可知

$$h_2 = L_{AB_2D} \sin \theta_2 = L_s - h_1 \quad (2)$$

其中, 依据上述假设可有

$$h_1 = L_{AB_1C_1} \sin \theta_1 = L \sin \theta_1 \quad (3)$$

$$L_{AB_2D} = L_{AB_2C_2} + h = L + h \quad (4)$$

腿长 L 与身高 H 的关系^[10]如下

$$L = 0.57H \quad (5)$$

将式(3)~(5)代入式(2)中, 求解 θ_2 可得

$$\theta_2 = \arcsin \left(\frac{L_s - 0.57H \sin \theta_1}{0.57H + h} \right) \quad (6)$$

从图3可知, 后腿群肌力 F_2 到点 A 的距离 h_3 为

$$h_3 = L_{AB_1} \sin \theta_3 \quad (7)$$

其中, 大腿长 L_{AB_1} 与腿长 L 关系^[10]为

$$L_{AB_1} = 0.55L \quad (8)$$

并且, 人行走时, 行走后伸角 θ_2 约等于后腿群肌力与股骨的夹角 θ_3 ^[11], 即

$$\theta_2 \approx \theta_3 \quad (9)$$

将式(5)、(6)、(8)代入式(7), 求得 h_3 为

$$h_3 = 0.314H \left(\frac{L_s - 0.57H \sin \theta_1}{0.57H + h} \right) \quad (10)$$

单足着地时下肢受力需要保持平衡。从图3可知, 不计 $L_{AB_1}, L_{B_1C_1}$ 的重力对 A 产生的转矩。 F_1 、 F_2 相对髋关节中心简化点 A 产生的转矩相等, 即有

$$F_2 = \frac{F_1 \times h_1}{h_3} \quad (11)$$

其中, 人体单足站立时, 地面支撑力 F_1 为

$$F_1 = mg \quad (12)$$

将式(3)、(5)、(10)、(12)代入式(11), 求得 F_2 为

$$F_2 = \frac{1.82mg \sin \theta_1 (0.57H + h)}{L_s - 0.57H \sin \theta_1} \quad (13)$$

同时, 从图3可知, 在人体垂直方向上, 下肢受力需要保持平衡, 不计 $L_{AB_1}, L_{B_1C_1}$ 的重力, 髋关节力 R 为

$$R = F_2 \cos(\theta_1 + \theta_3) + F_1 \quad (14)$$

将式(6)、(12)、(13)代入式(14), 求得髋关节力 R 的表达式如下

$$R = \left[\frac{1.82mg \sin \theta_1 (0.57H + h)}{L_s - 0.57H \sin \theta_1} \right] \times \left[\cos \left(\theta_1 + \arcsin \left(\frac{L_s - 0.57H \sin \theta_1}{0.57H + h} \right) \right) \right] + mg \quad (15)$$

人行走时, 行走跨步角基本保持不变^[12], 取

$$\theta_1 = \frac{\pi}{6}$$

将 $\theta_1 = \pi/6$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 代入式(15)求得髋关节力 R 的最终表达式如下

$$R = \left[\frac{8.9m(0.57H + h)}{L_s - 0.29H} \right] \times \left[\cos \left(\frac{\pi}{6} + \arcsin \left(\frac{L_s - 0.29H}{0.57H + h} \right) \right) \right] + 9.8m \quad (16)$$

2.2 人工髋关节微动位移数学模型

人工髋关节假体植入人体后, 其与髋臼窝的接触方式, 如图4所示。假体与髋臼窝的接触, 实际上是金属杯与髋臼窝直接接触, 可将金属杯与髋臼窝的接触视为在所受髋关节集中力 R 作用下的非同种材料球面接触, 并计算两球面受集中力 R 作用时产生的变形量即微动位移。

依据弹性力学中对著名的布西内斯克问题^[13]求解可知, 微动位移的大小与球面半径、载荷大小、材料弹性模量、泊松比有关, 关系如下

$$\omega = \frac{(1-\mu^2)F}{\pi Er} \quad (17)$$

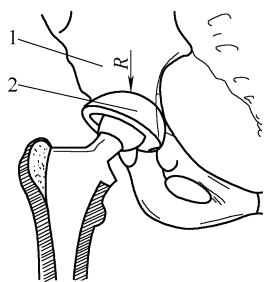


图 4 人工髋关节假体与髋臼窝接触示意图

1. 人体骨盆 2. 金属杯

式中, ω 为球面一点微动位移值; μ 为泊松比; E 为弹性模量; F 为球面所受集中力; r 为球面半径。

设金属杯半径为 r_2 。金属杯植入时与髋臼窝存在微小间隙, 设其为 0.1 mm , 因此髋臼窝半径

$$r_1 = r_2 + 0.1 \quad (18)$$

从图 4 中可知, 金属杯与髋臼窝接触时所受集中力为 R , 即式(17)中 $F = R$ 。

其中, 髋臼窝的骨模量为 E_1 , 泊松比 $\mu_1 = 0.3$ 。将 E_1 、 μ_1 、 R 与式(18)代入式(17)中, 求得髋臼窝球面微动位移

$$\omega_1 = \frac{(1-\mu_1^2)R}{\pi E_1(r_2 + 0.1)} \quad (19)$$

金属杯材料为钛合金, 其弹性模 $E_2 = 110 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu_2 = 0.26$ 。将 E_2 、 μ_2 、 R 、 r_2 代入式(17)中, 求得金属杯球面微动位移 ω_2 如下

$$\omega_2 = \frac{(1-\mu_2^2)R}{\pi E_2 r_2} \quad (20)$$

将式(1)、(16)分别代入式(19)、(20)中, 求得 ω_1 、 ω_2 的具体表达式如下

$$\omega_1 = \frac{2.58m(0.57H+h)}{(L_s-0.29H)(14\,799.2\rho^3-1\,476.9\rho)} \times \frac{1}{(r_2+0.1)} \cos\left(\frac{\pi}{6} + \arcsin\left(\frac{L_s-0.29H}{0.57H+h}\right)\right) + \frac{2.84m}{(r_2+0.1)(14\,799.2\rho^3-1\,476.9\rho)} \quad (21)$$

$$\omega_2 = \frac{0.026\,4m(0.57H+h)}{1\,100r_2(L_s-0.29H)} \times$$

$$\left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \arcsin\left(\frac{L_s-0.29H}{0.57H+h}\right)\right) \right] + \frac{0.029\,1m}{1\,100r_2} \quad (22)$$

人工髋关节假体微动位移即控制目标为

$$\omega = |\omega_1| + |\omega_2| \quad (23)$$

将式(21)、(22)代入式(23)中, 求得微动位移 ω 的表达式如下

$$\omega = \frac{2\,938r_2+0.026\,4(r_2+0.1)(14\,799.2\rho^3-1\,476.9\rho)}{(r_2+0.1)(14\,799.2\rho^3-1\,476.9\rho)} \times \frac{m(0.57H+h)}{1\,100r_2(L_s-0.29H)} \times \cos\left(\frac{\pi}{6} + \arcsin\left(\frac{L_s-0.29H}{0.57H+h}\right)\right) + \frac{3\,124r_2+0.029\,1(r_2+0.1)(14\,799.2\rho^3-1\,476.9\rho)}{1\,100r_2(L_s-0.29H)(14\,799.2\rho^3-1\,476.9\rho)} \times \frac{m}{r_2+0.1} \quad (24)$$

式(24)中, 取金属杯半径 $r_2 = 26 \text{ mm}$ 。

3 敏感性分析

3.1 敏感度函数建立

敏感性分析是反映数学模型中影响因素的改变对模型变化的敏感性程度^[14]。在实际问题中, 各因素为离散变量, 单位各不相同, 为使各因素间的敏感性程度具有可比性, 需要对敏感度进行量纲一化处理^[15]。

定义量纲一形式的敏感度函数为

$$S_i(x_i) = \frac{\delta_{\omega_i}}{\delta_{x_i}} = \left(\frac{|\Delta\omega_i|}{\omega_i} \right) / \left(\frac{|\Delta x_i|}{x_i} \right) \quad (25)$$

式中, $i=1\sim 5$; $S_i(x_i)$ 为敏感度; δ_{ω_i} 为微动位移的相对误差; δ_{x_i} 为影响因素的相对误差; x_i 为影响因素; Δx_i 为影响因素在 x_i 处的增量; ω_i 为 x_i 对应的微动位移值; $\Delta\omega_i$ 为影响因素在 x_i 处的增量所引起的微动位移增量。

分析数学模型即控制目标对影响因素 x_i 的敏感度时, 其余参数取人体基准值, 并保持不变。 $S_i(x_i)$ 值越大, 表明在基准状态下, 控制目标对 x_i 越敏感^[14]。

3.2 敏感度分析

依据对人体形态参数的统计分析, 人工髋关节稳定性模型中各因素取值范围如表 1 所示, 其中, $i=1\sim 5$ 。

表 1 影响因素取值范围

影响 因素	步长 L_s/mm	抬脚高 度 h/mm	身高 H/mm	密度 $\rho/$ (g/cm^3)	质量 m/kg
上限	800	50	2 000	1.2	90
下限	500	5	1 200	0.4	30

取人体基准值为：人体步长 $L_s = 600 \text{ mm}$ 、抬脚高度 $h = 20 \text{ mm}$ 、身高 $H = 1\,700 \text{ mm}$ 、骨密度 $\rho = 0.75 \text{ g}/\text{cm}^3$ 、人体质量 $m = 65 \text{ kg}$ 。则人工髋关节稳定性模型中影响因素基准值列矢量如下

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T = (600, 20, 1\,700, 0.75, 65)^T \quad (26)$$

在 Matlab 中绘制各影响因素敏感度曲线图时，由于影响因素单位各不同并且数量级相差较大，因此定义影响因素敏感度曲线图横坐标如下

$$x_j = x_i / (x_i^U - x_i^L) \quad (27)$$

$$j = i = 1 \sim 5$$

式(25)中， $S_i(x_i)$ 量纲为一， $S_i(x_i)$ 值越大，表明所受影响程度越大。在 Matlab 中编程，可直接绘制各影响因素的敏感度曲线图。为能清楚显示各因素敏感度曲线的变化趋势，纵坐标取为对数坐标。各因素敏感度曲线图如图 5 所示。

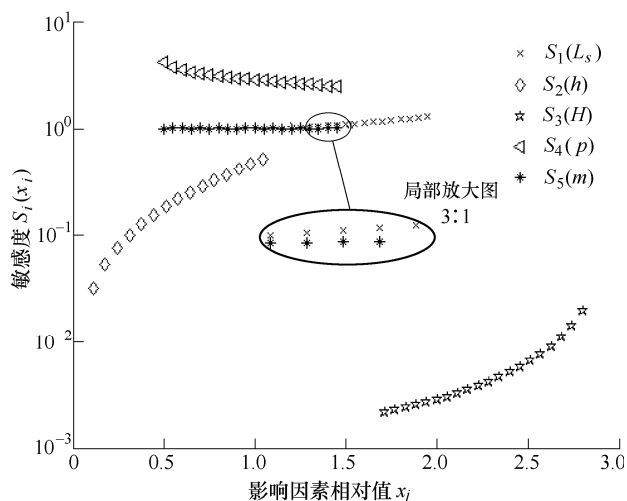


图 5 影响因素敏感度曲线

从图 5 中可知， $S_1(L_s)$ 、 $S_2(h)$ 、 $S_3(H)$ 呈递增趋势，表明人工髋关节的稳定性随着步长 L_s 、抬脚高度 h 、身高 H 的增加，其敏感性增加；而 $S_4(\rho)$ 呈递减趋势，表明 ρ 越大，说明人体骨质越结实，骨质疏松程度越小，人工髋关节的稳定性对人体骨头密度的敏感性降低；同时，观察 $S_5(m)$ 可知，人工髋关节稳定性对人体质量 m 的敏感度，基本保持不变。

3.3 影响因素对控制目标的影响程度比较

在 Matlab 中，对图 5 中各因素敏感度结果数据进行曲线拟合，分别求得 $S_1(L_s)$ 、 $S_2(h)$ 、 $S_3(H)$ 、 $S_4(\rho)$ 与 $S_5(m)$ 的函数关系表达式如下

$$\begin{cases} S_1(L_s) = (0.001\,23L_s^2 - 0.673\,6L_s + 1\,087) \times 10^{-3} \\ S_2(h) = (0.146h^2 + 4.19h + 11.58) \times 10^{-3} \\ S_3(H) = (0.004\,4H^2 - 11.78H + 8\,497.2) \times 10^{-5} \\ S_4(\rho) = -138\rho^5 + 600\rho^4 - 1\,028\rho^3 + 869\rho^2 - 365\rho + 65 \\ S_5(m) \equiv 1 \end{cases} \quad (28)$$

为更加直观表示人体因素对人工髋关节稳定性的影响程度，引入影响百分比概念^[16]，即

$$\lambda = \frac{S_i(x_i)}{\sum_{i=1}^5 S_i(x_i)} \times 100\% \quad (29)$$

计算 5 个因素均取人体基准值时，各因素的敏感度值与影响百分比。将影响因素基准值列矢量分别代入式(28)、(29)中，结果见表 2。

表 2 影响因素敏度分析结果

影响因素	步长 L_s	抬脚高度 h	身高 H	密度 ρ	质量 m
敏感度 S_i	1.13	0.15	0.01	3.47	1.00
影响百分比(%)	19.6	2.6	0.2	60.2	17.4

表 2 中列出了在人体基准值情况下，人工髋关节稳定性对各因素的敏感度以及各影响因素的影响百分比。对结果进行比较可知，在上述 5 个因素中，人体骨头密度 ρ 对人工髋关节稳定性的影响程度最大，其次是步长 L_s 与人体质量 m 。相比较而言，抬脚高度 h 与身高 H 对人工髋关节稳定性的影响程度较小。

4 结论

从生物力学角度出发，考虑人体自身因素对人工髋关节稳定性的影响，建立人工髋关节微动位移数学模型。以微动位移为控制目标，利用敏度分析法，建立各影响因素对控制目标的敏感度函数。经分析可知，在所选 5 个因素中，人体骨头密度 ρ 对人工髋关节稳定性的影响程度最大，其后影响程度依次为步长 L_s 、人体质量 m 、抬脚高度 h 及身高 H 。

通过对人工髋关节稳定性进行敏感性分析，可有效确定人体自身因素对人工髋关节稳定性的影响

程度, 为医生临床安装人工髋关节提供一定的理论依据与指导作用。

参 考 文 献

- [1] 闰玉华, 殷湘慧. 人工关节的研究现状和发展趋势[J]. 生物骨科材料与临床研究, 2004, 1(4): 39-43.
RUN Yuhua, YIN Xianghui. Research status and development trend of artificial joints[J]. Orthopaedic Biomechanics Materials and Clinical Study, 2004, 1(4): 39-43.
- [2] 马妮. 个性化人工膝关节设计及其生物力学特性研究[D]. 北京: 清华大学, 2010.
MA Ni. Study on the design and biomechanical behaviors of individualized artificial knee joint[D]. Beijing: Tsinghua University, 2010.
- [3] 桂鉴超, 周强, 顾湘杰, 等. 股骨质量对人工髋关节置换之影响的三维有限元分析[J]. 骨与关节损伤杂志, 2000, 15(3): 212-214.
GUI Jianchao, ZHOU Qiang, GU Xiangjie, et al. Three dimensional finite element modeling study of the effect of femoral quality on hip arthroplasty[J]. The Journal of Bone and Joint Injury, 2000, 15(3): 212-214.
- [4] 朱兴华, 宫赫, 白雪飞, 等. 弹性模量与表观密度的分段函数关系用于股骨近端的结构模拟[J]. 中国生物医学工程学报, 2003, 22(3): 250-257.
ZHU Xinghua, GONG He, BAI Xuefei, et al. Application of subsectional relationship between elastic modulus and apparent density in the structural simulation of proximal femur[J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2003, 22(3): 250-257.
- [5] 尚鹏, 王建平, 王成焱. 完整步态下人工髋关节微动的非线性有限元分析[J]. 上海交通大学学报, 2008, 42(4): 607-611.
SHANG Peng, WANG Jianping, WANG Chengtao. A nonlinear finite element analysis of hip prosthesis micromotion in one gait cycle[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2008, 42(4): 607-611.
- [6] 靳忠民, 连琴, 王臻, 等. 双动人工半膝关节的设计与应用[J]. 机械工程学报, 2013, 49(6): 12-19.
JIN Zhongmin, LIAN Qin, WANG Zhen, et al. Custom-made bipolar hemi-knee prosthesis design and clinical application[J]. Journal of mechanical Engineering, 2013, 49(6): 12-19.
- [7] BERGMANN G, DEURETZBACHER G, GRAICHEN M, et al. Hip contact forces and gait patterns from routine activities[J]. Journal of Biomechanics, 2001, 34: 859-871.
- [8] STEWART T G, HALL R M. Basic biomechanics of human joints: Hips, knees and the spines[J]. Current Orthopaedics, 2006, 20: 23-31.
- [9] 王洪波, 徐桂玲, 胡星, 等. 四足并联腿步行机器人动力学[J]. 机械工程学报, 2012, 48(23): 76-82.
WANG Hongbo, XU Guiling, HU Xing, et al. Dynamics of Quadruped walking robot with parallel leg mechanism[J]. Journal of Biomechanics, 2012, 48(23): 76-82.
- [10] 郑秀媛. 现代运动生物力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
ZHENG Xiuyuan. Modern sports biomechanics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002.
- [11] PALASTANGA N, SOAMES R. Anatomy and human movement structure and function[M]. Butterworth Heinemann, 2012.
- [12] 俞志伟, 王立权. 双足机器人并联踝关节优化设计[J]. 机械工程学报, 2009, 45(11): 52-57.
YU Zhiwei, WANG Liquan. Optimal design for biped robot parallel ankle joint[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(11): 52-57.
- [13] 吴家龙. 弹固性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
WU Jialong. Elasticity[M]. Beijing: Higher Education Press, 2004.
- [14] 黄清华, 张万昌. SWAT 模型参数敏感性分析及应用[J]. 干旱区地理, 2010, 33(1): 8-13.
HUANG Qinghua, ZHANG Wanchang. Application and parameters sensitivity analysis of SWAT model[J]. Arid Land Geography, 2010, 33(1): 8-13.
- [15] 章光, 朱维申. 参数敏感性分析与试验方案优化[J]. 岩土力学, 1993, 14(1): 51-57.
ZHANG Guang, ZHU Weishen. Parameter sensitivity analysis and optimal plans[J]. Rock and Soil Mechanics, 1993, 14(1): 51-57.
- [16] 张治成. 桥梁施工控制中的结构设计参数敏感性分析[J]. 武汉理工大学学报, 2006, 28(10): 77-81.
ZHANG Zhicheng. Sensitivity analysis of structural design parameters for construction control of bridge[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2006, 28(10): 77-81.

作者简介: 胡迎春(通信作者), 女, 1971 年出生, 博士, 教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机械结构系统与多学科优化。

E-mail: hyc_leeds@163.com