

DOI: 10.3901/JME.2019.11.205

# 一种拉刀螺旋容屑槽前刀面磨削砂轮安装 位姿计算方法\*

贾康<sup>1,2</sup> 洪军<sup>1,2</sup> 张银行<sup>2</sup>

(1. 西安交通大学现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室 西安 710049;

2. 西安交通大学机械工程学院 西安 710049)

**摘要:** 螺旋容屑槽是螺旋拉刀的重要结构之一,螺旋前刀面的高质量精确磨削对于刀具的工作性能与服役寿命有着重要影响。提出了一种适用于螺旋前刀面刃磨的砂轮安装位姿计算方法,确保螺旋前刀面的精密磨削。首先从五轴加工角度构建砂轮安装位姿与磨削运动数学模型,然后基于离散砂轮空间运动扫描体进行螺旋槽轴截面加工廓形的离散包络计算,并给出相应的离散磨削接触线追溯算法。在此基础上,进一步分析拉刀前刀面的磨削工艺并构建磨削工艺约束条件,形成拉刀螺旋前刀面刃磨的砂轮安装位姿计算模型及其优化搜索方法。最后进行了实例求解,通过与解析法计算结果的精度对比和磨削接触线分布位置的状态验证了该算法的有效性,并进一步对砂轮安装角、砂轮外径和加工槽宽的关系进行讨论,给出了实际应用中的砂轮安装位姿优选规则。

**关键词:** 螺旋槽; 轴截面廓形; 接触线; 磨削工艺约束; 砂轮位姿求解; 位姿优化

**中图分类号:** TH132

## An Approach on Wheel Setup Calculation for Helical Rake Flank Sharpening of Broaching Tool

JIA Kang<sup>1,2</sup> HONG Jun<sup>1,2</sup> ZHANG Yinhang<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Education Ministry for Modern Design & Rotor-Bearing System,

Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**Abstract:** Helical gullets are important structure of the helical broaching tools, and the precision and high-quality sharpening for the corresponding rake flanks is significant to the work performance and the life of the broaching tools. Therefore, a wheel setup method for the helical rake flank sharpening is proposed. Firstly, the wheel setup model and the motion matrix are established. Next, a discrete spatial wheel swept volume based machined gullet axial section profile identification method is presented, as well as the tracing of the discrete contact curve. On this foundation, the grinding processes of helical rake flank are analyzed and the constraints conditions are summarized, the wheel orientation calculation model for the helical rake flank is given as well as the optimized search solving method. At last, examples are performed by proposed method, and its effectiveness is verified by the precision comparison with analytical method results and the distribution status of contact curve. Moreover, the analyses of the relationship among wheel orientation, wheel radius and width of machined gullet is taken, and optimal selection of wheel setup is suggested.

**Key words:** helical gullet; transverse profile; contact curve; grinding constraints; wheel orientation solving; orientation optimal

## 0 前言

拉刀作为一种专用刀具,穿过工件预制孔做沿

刀轴方向的相对运动,刀体上分布的一系列廓型逐渐改变的切削齿完成对工件目标廓型的加工。由于工件对切削齿形成封闭,必须采用容屑槽结构临时存储切屑以保证切削过程的顺利执行。对于中心对称廓形的拉刀(如圆拉刀、花键拉刀等),相较传统的环型结构容屑槽,螺旋结构容屑槽能够使得拉刀的切削齿渐进得切入与切出工件,显著减小拉削过

\* 国家自然科学基金(51635010)、国家科技重大专项(2016ZX04004-002)和中国博士后基金(2017M623158)资助项目。20180609 收到初稿,20181116 收到修改稿

程中的拉削力波动,对工件加工质量的提升有重要的促进作用。同时,螺旋容屑槽结构使得每一切削齿的切削都近似等效为斜角切削,有效得改善了切削过程中切屑的卷曲和排出性能,并且不再需要断屑槽结构,简化了拉刀的制造工艺流程。由于拉刀属于专用刀具,制造成本相对较高,因此对切削齿的前刀面进行周期性的修磨以保证切削齿的良好工作性能,能够延长拉刀的使用寿命、降低生产成本,提高经济性。由于切削齿的几何结构直接决定了拉刀的工作性能,因此保证前角、沟底圆弧半径以及前刀面表面的光洁度等要素成为拉刀螺旋前刀面磨削的关键。由于拉刀前刀面为螺旋面,砂轮沿前刀面廓型曲线进给的轨迹成型磨削方法<sup>[1]</sup>已经无法完成磨削加工任务,必须通过砂轮完全贴合螺旋前刀面以锥面接触(或圆周接触)的方式磨削实现。这时,合理的砂轮位姿设置成为保证螺旋前刀面精确磨削的关键。

螺旋槽的加工研究主要分为三类:已知砂轮廓形和砂轮安装位姿,求解磨削廓形<sup>[2-5]</sup>;已知砂轮安装位姿和加工目标廓形,求解砂轮廓形<sup>[6-9]</sup>;和已知砂轮廓形和加工目标廓形,求解砂轮安装位姿<sup>[10-13]</sup>。螺旋前刀面的磨削就对应最后一种问题。在该类问题求解中,螺旋容屑槽加工廓形的精确计算是其中的一个关键问题。当前主要分为两类算法:一种是解析法<sup>[2,6,14-15]</sup>,按照切削速度与刀具外表面法线垂直这一条件构建刀具的运动包络方程,由此求解出刀具与加工表面之间的切削接触线,进而确定出螺旋槽的加工廓形;另一种为离散法<sup>[12,16-19]</sup>,将刀具看作一系列离散薄片,求解其相对工件运动在工件截面上切除的一系列廓形,然后对这些切削廓形进行包络线的求解,由此得到最终的加工廓形。此外,基于实体布尔运算的方法<sup>[20-22]</sup>也能够实现工件加工廓形的计算,但需要借助商业软件的接口并做相应的后处理才能实现。就计算实现而言,解析法精确有效,但当刀具廓形复杂时存在切削接触线奇异等情形,需要进行逐一的进行处理,使得该方法计算繁琐且难以通用化;与之相较,为确保较高的计算精度,离散法需要提高刀具与工件切削交线的离散密度,其计算量和计算周期大于解析法,但是离散法不再受制于刀具复杂廓形带来的奇异性,具有更加良好的通用性。然而,当前的研究主要针对铣刀的螺旋槽开展,仅着眼与几何结构的加工保障,缺乏对加工工艺条件的考虑。对于螺旋拉刀而言,在刃磨过程中,砂轮与拉刀前刀面之间的磨削接触状态对于磨削表面质量和砂轮的使用寿命都有直接影响,因此进一步的将磨削工艺保障作为螺旋槽磨削

的一个保障要素具有重要意义。此外,螺旋槽的磨削涉及到砂轮的五轴加工姿态设置,解空间大且可行解不唯一。解空间的有效缩减以及可行解的优选对于实际工程应用具有重要意义。

本文针对拉刀的螺旋容屑槽结构和前刀面磨削要求,在以离散法计算螺旋槽加工廓形的基础上,进一步分析磨削工艺的几何保证条件,建立螺旋前刀面磨削的砂轮安装位姿计算模型并研究位姿计算方法,并在最后对于砂轮的位姿设置进行了优化分析。

## 1 砂轮安装位姿分析与计算

螺旋前刀面磨削砂轮安装姿态的确定,需要综合考虑前刀面的磨削工艺约束,在砂轮和拉刀以及磨削设置的几何建模基础上实现计算。

### 1.1 数学基础

#### 1.1.1 砂轮形状

为保证拉刀刃磨使用砂轮形状的通用性,以定义砂轮轴截面廓形来确定砂轮形状。如图 1 所示,定义砂轮坐标系  $O_g X_g Y_g Z_g$ ,坐标系原点  $O_g$  位于砂轮廓形最左端,  $Z_g$  轴与砂轮回转轴重合,  $X_g$  与  $Y_g$  轴垂直。在  $X_g O_g Z_g$  面内,定义砂轮廓形  $f(z)$  为沿着砂轮轴线距离轴端面距离  $z$  的函数  $f(z)$ 。由于砂轮为一回转体,砂轮外表面  $S_g(x,y,z)$  由砂轮的轴截面廓形  $f(z)$  绕回转轴  $Z_g$  旋转  $360^\circ$  形成,即

$$S_g(x,y,z) = \begin{bmatrix} f(z) \cdot \cos \theta \\ f(z) \cdot \sin \theta \\ z \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,  $\theta \in [0, 2\pi)$ 。

砂轮表面的外法矢量  $N_g(x,y,z)$  可通过微分几何确定如下

$$N_g(x,y,z) = \frac{\frac{\partial S_g}{\partial z} \times \frac{\partial S_g}{\partial \theta}}{\left| \frac{\partial S_g}{\partial z} \times \frac{\partial S_g}{\partial \theta} \right|} \quad (2)$$

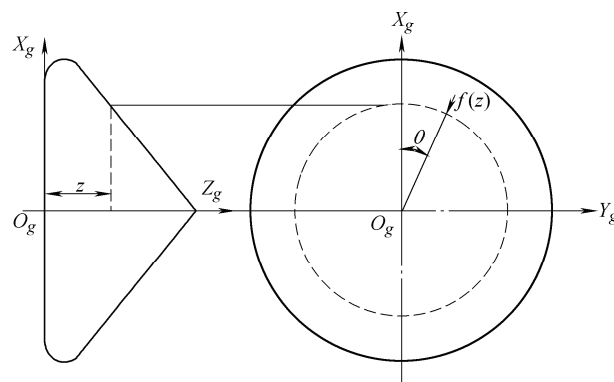


图 1 砂轮廓形定义

### 1.1.2 砂轮安装位姿

合理地设置砂轮相对于拉刀的安装位置和姿态是保证螺旋前刀面正确磨削的关键。拉刀坐标系  $O_b X_b Y_b Z_b$  如图2所示： $Z_b$ 轴与拉刀回转轴线重合， $X_b$ 和 $Y_b$ 轴相互垂直； $O_g$ 到 $Z_b$ 轴之间的距离为 $A_x$ ； $O_g$ 到 $X_b$ 轴之间的距离为 $A_y$ 。并规定砂轮先绕 $X_g$ 轴旋转 $\Sigma$ ，然后再绕 $Y_g$ 轴旋转 $\lambda$ 。因此，可通过变量 $\{A_x, A_y, \Sigma, \lambda\}$ 确定砂轮相对于拉刀的位置和姿态。

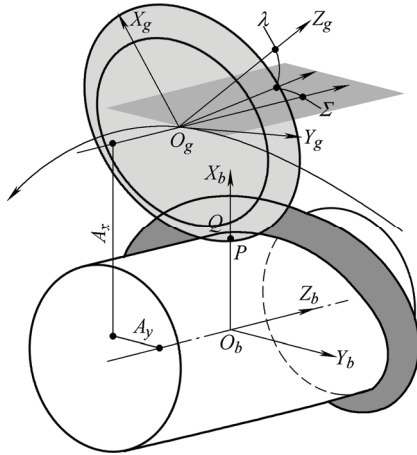


图2 砂轮安装位置与姿态定义

这时，从砂轮坐标系到拉刀坐标系的位置变换矩阵  $M_b^g$  确定如下

$$M_b^g = \begin{pmatrix} \cos \lambda & 0 & \sin \lambda & A_x \\ \sin \Sigma \sin \lambda & \cos \Sigma & -\sin \Sigma \cos \lambda & A_y \\ -\cos \Sigma \sin \lambda & \sin \Sigma & \cos \Sigma \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

由此确定拉刀坐标系中砂轮表面  $S_g^b(x, y, z)$  和砂轮表面法矢量  $N_g^b(x, y, z)$  如下

$$S_g^b(x, y, z) = M_b^g \cdot S_g(x, y, z) \quad (4)$$

$$N_g^b(x, y, z) = M_b^g \cdot N_g(x, y, z) \quad (5)$$

磨削过程中为确保螺旋容屑槽沟底半径尺寸的正确加工，砂轮应与容屑槽沟底对应的圆柱面相切。因此，在给定安装姿态 $\{\Sigma, \lambda\}$ 时，砂轮表面外法矢量为 $[-1, 0, 0]^T$ 的点 $Q$ 与拉刀表面的 $P=[R_b, 0, 0]^T$ 点切触。砂轮表面接触点 $Q=[x_Q, y_Q, z_Q]^T$ 可以通过搜索下式得到确定

$$\max \left| N_g^b|_{\Sigma, \lambda} \cdot [-1, 0, 0]^T \right| \quad (6)$$

接下来将 $Q$ 点转换到刀具坐标系中，同 $P$ 点进行坐标类比，可以确定出 $A_x$ 和 $A_y$ 。

$$\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} R_b - x_Q \cos \lambda - z_Q \sin \lambda \\ z_Q \cdot \sin \Sigma \cos \lambda - x_Q \sin \Sigma \sin \lambda - y_Q \cos \Sigma \end{pmatrix} \quad (7)$$

### 1.1.3 砂轮磨削路径

加工过程中，砂轮相对拉刀的螺旋前刀面做螺旋进给运动，即在沿着 $Z_b$ 轴做线性运动同时，绕 $Z_b$ 轴做角速度为 $\omega(t)$ 的转动。在 $t$ 时刻，砂轮坐标系到刀具坐标系的坐标转化矩阵  $M_s(t)$  为

$$M_s(t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega(t)) & -\sin(\omega(t)) & 0 & 0 \\ \sin(\omega(t)) & \cos(\omega(t)) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \omega(t)L_b(2\pi)^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

式中， $L_b$ 为拉刀前刀面的螺旋导程。

## 1.2 螺旋容屑槽加工廓形计算

前角是拉刀切削齿的重要结构参数，直接影响刀具的切削功能。拉刀的螺旋前刀面直接对应切削齿的前角，因此，拉刀轴剖面内磨削加工廓形的准确计算对于螺旋前刀面前角的精确计算与加工有重要意义。

### 1.2.1 离散廓形计算原理

拉刀螺旋前刀面的磨削过程中，砂轮相对拉刀的螺旋运动磨削出拉刀轴剖面内的完整廓形，该廓形即为砂轮相对拉刀的运动扫掠体与拉刀轴剖面的交线。然而，当砂轮轴剖面廓形复杂，存在不连续点时，砂轮的磨削接触线上往往存在奇异点，通过解析法计算困难，导致砂轮的运动扫掠体难以表征。

为回避解析法存在的潜在奇异性问题，从数值离散的角度进行砂轮扫掠体的构建，即使用一系列运动离散的空间砂轮体  $S_g(x, y, z, t_i)$  近似表达砂轮的扫掠体  $S_g(x, y, z, t)$ 。这时，在砂轮的任一空间运动时刻 $t_i$ ，砂轮与拉刀指定轴剖面的交线 $F(x, z, t_i)$ 即为当前空间位置砂轮切削出的拉刀截面廓形。当砂轮完整地运动过刀具轴剖面，刀具截面廓形的外包络线近似满足文献[5]中的

$$\left. \frac{\partial S(x, y, z, t_i)}{\partial t} \right|_{y=0} = 0$$

这一条件，即为外包络线为加工出的轴截面廓形。

基于上述原理，离散化地完成拉刀轴剖面廓形的计算涉及大量的曲线求交与砂轮廓形解析表达式的离散化等计算，必须合理处理才能保证计算的高效完成。

#### (1) 离散砂轮运动轨迹始末位置计算。

为确保计算简单且不丧失通用性，选择 $Y=0$ 平面作为拉刀的轴截面。只有当砂轮运动到与拉刀上容屑槽对应的轴截面段 $M$ 相交时才发生切削，此时

砂轮与拉刀轴剖面之间的交线对后续包络线计算才有意义。因此,需要确定出砂轮运动与拉刀轴剖面切入和切出的发生时间  $t_s$  和  $t_e$ 。如图4所示,砂轮在  $O_g(t_s)$  位置与拉刀轴剖面  $M$  在  $E_s$  点接触,在  $O_g(t_e)$

位置与拉刀轴剖面  $M$  于  $E_e$  点接触。将砂轮转换到拉刀坐标系中,沿  $Z_b$  轴投影可确定出砂轮在  $O_b X_b Y_b$  平面的廓型  $C(x,y)$  如下

$$C(x,y) = S_g^b(x,y,z) \Big|_{N_g^b(x,y,z) \cdot [0,0,1]^T = 0} \quad (9)$$

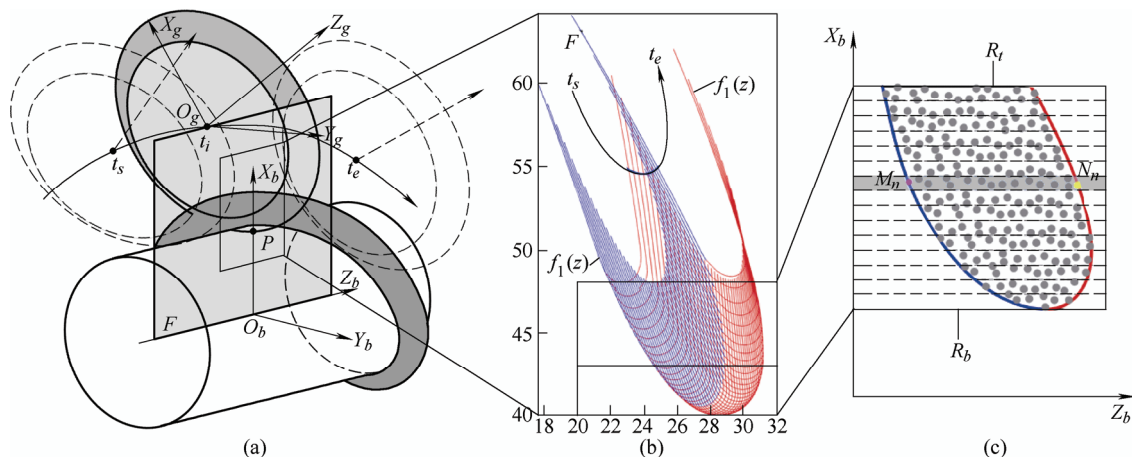


图3 拉刀前刀面廓型离散计算原理

由图4b可知,  $E_s$ 、 $O_g(t_s)$ 和  $O_b$ 三点确定出一个三角形。其中,  $|O_b O_g(t_s)| = A_x$ ,  $|O_b E_s| = R_t$ ,  $\angle E_s O_b O_g(t_s) = \omega(t_s)$ 。由余弦定理确定  $E_s O_g(t_s)$  的长度如下

$$E_s O_g(t_s) = \sqrt{A_x^2 + R_t^2 - 2 \cos(\omega(t_s)) A_x R_t} \quad (10)$$

同时,  $E_s$  点位于平面  $Y=0$  上, 即有

$$M_s(t_s) \cdot C(x,y) \cdot [0,1]^T = 0 \quad (11)$$

如此联立式(5)~(7)即可求出  $E_s(x,y)$  和  $t_s$ 。

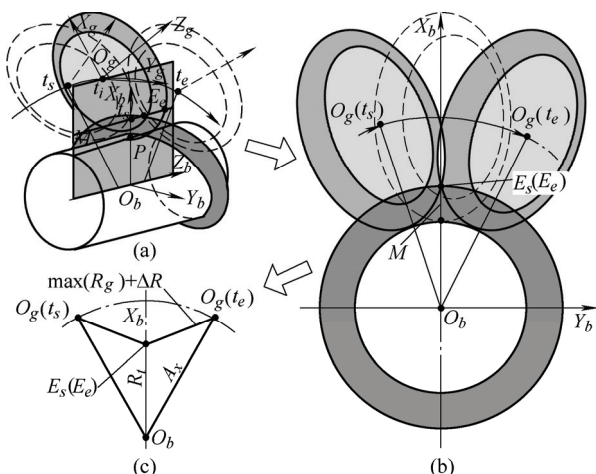


图4 砂轮运动切入与切出位置计算

鉴于上述方程组为超越方程,无法直接求解。从实际的拉刀轴剖面廓型计算角度考虑,并不需要对  $t_s$  和  $t_e$  进行精确求解,包含该砂轮运动范围并尽可能的剔除不必要的交线计算的保守运动范围即满足计算要求。因此,直接采用砂轮的最大外径  $\max(R_g)$  并给予适当余量  $\Delta R$  通过一个圆代替  $C(x,y)$ ,

这样上述砂轮切入切出问题即直接转化为图4c中所示的三角形关系,由余弦定理可得

$$\omega(t_s) = \arccos \left( \frac{A_x^2 + R_t^2 - (\max(R_g) + \Delta R)^2}{2 A_x \cdot R_t} \right) \quad (12)$$

这时,  $E_s$  与  $E_e$  对称,即可一次性确定出  $t_s$  和  $t_e$ 。在后续的砂轮运动离散中,在  $[t_s, t_e]$  区间进行  $N_t$  个砂轮位置的均匀密化,从而确定出第  $i$  个砂轮的离散位置。

## (2) 砂轮与拉刀轴剖面交线计算。

在离散砂轮运动扫描体构建中,第  $i$  个空间离散砂轮对应运动时间  $t_i$ 。在拉刀坐标系中,砂轮表面  $S_g^b(x,y,z,t_i)$  计算如下

$$S_g^b(x,y,z,t_i) = M_s(t_i) \cdot M_b^g \cdot S_g^b(x,y,z) \quad (13)$$

这时,砂轮外表面  $S_g^b(x,y,z,t_i)$  与拉刀轴剖面  $Y=0$  的交线  $F(x,y,z,t_i)|_{y=0}$  确定如下

$$F(x,z,t_i) = S_g^b(x,y,z,t_i) \Big|_{y=0} \quad (14)$$

由于砂轮扫描体已经采用离散方式进行表达,当前交线的解析解已经没有意义,因此进一步采用离散形式表达。这时,式(14)可转换为

$$F(x,z,t_i) = S_g^b(x(f_i(z), \theta), y(f_i(z), \theta), z, t_i) \Big|_{y=0} \quad (15)$$

即将砂轮看成沿其轴向  $Z_g$  的  $N_p$  个薄片,所有薄片与拉刀轴剖面  $Y=0$  的交点构成砂轮与拉刀轴剖面的交线。实质是离散化的设定  $z_i$  将式(15)降维为关于  $\theta$  的函数

$$F(x,z,t_i) = S_g^b(x(f_i(z), \theta), y(f_i(z), \theta), z, t_i) \Big|_{y=0, z=z_i} \quad (16)$$



上式可借助数值搜索方法,对 $\theta$ 进行搜索实现求解。

### (3) 砂轮与拉刀轴剖面交线的包络廓形计算。

由前述分析可知,砂轮离散运动与拉刀轴剖面交线的外包络即为砂轮加工出的螺旋槽廓形。然而,由于在前述步骤(1)和(2)中都采用了离散求解与表达的方式,所以无法采用[5]包络方程进行该包络线的计算。考虑到砂轮相对于刀具的螺旋运动由沿着拉刀轴线的平移运动和绕轴线的旋转运动组成,因此可知砂轮与拉刀轴剖面交线在拉刀轴线方向的位置极限点支撑起了砂轮的离散运动包络线,即就是螺旋容屑槽在刀具轴剖面内的加工廓形。这样就可以按照图3c所示,沿着拉刀径向进行一系列的离散,分别求出砂轮交线的两个极限点 $M$ 和 $N$ ,从而确定出砂轮的离散运动包络线。

具体求解中,将拉刀轴截面按照螺旋容屑槽所处的 $[R_b, R_t]$ 区间沿径向划分为 $N_r$ 等份,对于步骤(2)计算出的所有交点按照图5所示算法进行处理:首先根据其 $x$ 分量确定交点对应的径向位置号 $n$ ,然后根据其 $z$ 分量判定是否属于 $n$ 区间的最大、最小极限值,是则更新存储,从而可以确定出每一离散半径位置对应的廓形点 $M_n$ 和 $N_n$ ,由此计算出拉刀轴剖面的离散加工廓形。

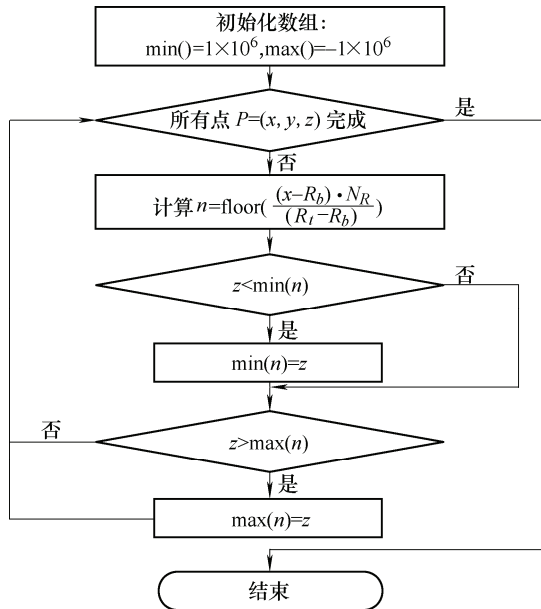


图5 拉刀轴剖面离散廓形提取算法

### 1.2.2 磨削接触线形态分析

在螺旋前刀面磨削成型过程中的任意时刻,砂轮与螺旋前刀面之间为线接触,该磨削接触线 $G$ 在空间做绕拉刀轴向的螺旋运动,扫掠出螺旋前刀面。由于螺旋槽轴剖面加工廓形由砂轮与轴剖面 $Y=0$ 的交线支撑而成,所以有在第 $t_i$ 时刻砂轮与轴剖面 $Y=0$

的交线与螺旋槽轴剖面的切触点 $P(i)$ (即包络廓形的支撑点)位于当前时刻砂轮与螺旋前刀面的接触线上。因此,可以根据这种时间与接触点之间的对应关系追溯接触线,即将刀具轴剖面廓形上的每一支撑点 $P(i)$ 按照对应的时刻 $t_i$ 沿磨削螺旋运动逆向运动到统一到时刻 $t_0$ ,从而确定出 $t_0$ 时刻砂轮表面的磨削接触线 $G$ 。由此可知,磨削接触线 $G$ 上离散点 $G(i)$ 计算如下

$$G(i) = M_s(t_0 - t_i) \cdot P(i) \quad (17)$$

按照砂轮相对于拉刀安装位置对应的离散时刻,进行磨削接触线的转换,从而可以确定出实际工作状态中砂轮与螺旋前刀面之间的接触状态。

### 1.3 砂轮安装位姿计算

在设定的磨削运动下,砂轮的安装位置直接决定了螺旋前刀面的最终形态。因此,从几何角度必须保证切削齿前角的精确加工,同时从磨削工艺角度应当对前刀面的磨削质量进行保障。为此,需要综合螺旋前刀面的前角和砂轮的磨削作用形态构建砂轮安装位置的模型,从而进行砂轮合理安装位置的求解。

#### 1.3.1 螺旋槽前角定义

磨削过程中,砂轮在螺旋沟槽中贴合前刀面进行磨削,加工出拉刀的螺旋前刀面,即确定了拉刀螺旋前刀面的前角。为了简便期间,在拉刀轴剖面内定义容屑槽对应的前角,如图6所示,砂轮在拉刀轴剖面内加工的廓形由 $P_1P_2P_3P_4$ 组成,其中 $P_1P_2P_3$ 段为螺旋前刀面部分,由砂轮贴合螺旋前刀面一侧的磨削接触线作用而成, $P_3P_4$ 由砂轮背离螺旋前刀面一侧的磨削接触线作用而成,与前一排切削齿齿背部分相对,加工中不应发生接触以防止干涉。

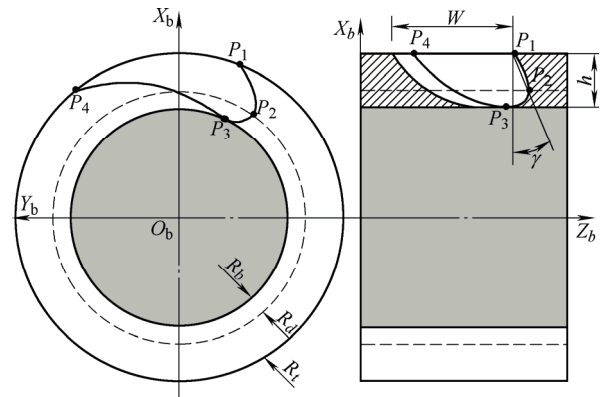


图6 拉刀螺旋前刀面结构与定义

这里, $P_1$ 点和 $P_4$ 点对应螺旋槽加工廓形半径 $R_t$ , $P_1$ 为廓形 $x$ 轴分量大的, $P_4$ 为较小的; $P_3$ 点为螺旋槽加工廓形半径 $R_b$ 位置对应的唯一点; $P_2$ 点为

螺旋槽廓形半径  $R_t$  处对应  $x$  轴分量的一点。这里定义  $P_2P_1$  点之间连线与  $Z_b$  轴单位矢量  $[0,0,1]^T$  之间的夹角为螺旋槽的轴剖面前角  $\gamma_0$ , 计算如下

$$\gamma_0 = \frac{P_2P_1 \cdot [0,0,1]^T}{|P_2P_1|} \quad (18)$$

### 1.3.2 砂轮安装位置约束分析

砂轮对螺旋容屑槽前刀面的磨削不仅要求保证几何成型, 还应该对相关的磨削工艺进行考虑与保障。

从几何角度出发: 首先要求螺旋面前角  $\gamma_0$  得到精确加工加工, 即砂轮加工出的前角  $\gamma$  满足下式

$$\gamma = \gamma_0 \quad (19)$$

其次, 由第 1.3.1 节中分析可知, 磨削过程中砂轮与前一齿的齿背发生干涉, 所以如图 3 所示作如下简化, 要求砂轮加工廓形在  $X_b$  轴方向宽度小于齿槽宽度

$$|P_1P_4| < W \quad (20)$$

从磨削作用状态出发: 砂轮与螺旋前刀面之间磨削接触线的形态对于前刀面磨削质量有着重要影响。依据磨削接触线分布于轴剖面  $X_bO_bZ_b$  的方位和位于砂轮半径的区域, 按照图 7 所示砂轮磨削旋转方法可以 5 种情形, 分别是: ① 磨削接触线完全位于轴剖面右侧, 且位于砂轮半径  $R_s$  之外; ② 磨削接触线完全位于轴剖面右侧, 在砂轮半径  $R_s$  内外都有分布; ③ 磨削接触线在轴剖面两侧都有分布; ④ 磨削接触线都位于轴剖面左侧, 在砂轮半径  $R_s$  内外都有分布; ⑤ 磨削接触线完全位于轴剖面左侧, 且都位于砂轮半径  $R_s$  之外。

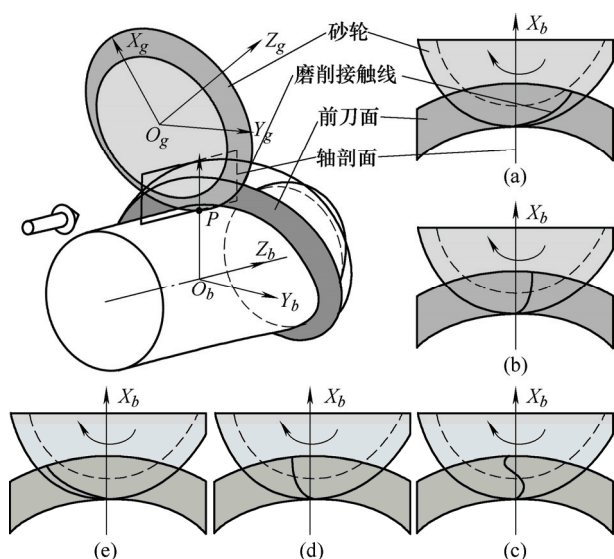


图 7 磨削接触线形态

磨削过程中, 砂轮对前刀面的磨削速度应当从齿顶指向齿根, 这样才能够保证齿顶切削刃的锋利,

否则会在齿顶切削刃处形成毛刺。因此, 前刀面成型部分磨削接触线必须完全位于轴剖面砂轮切入的一侧, 即包含图 7a 和 7b 所示的形态, 而图 7c、7d 和 7e 的形态都不利切削刃的磨削。因此, 要求磨削接触线每一点  $G(i)$  满足下式

$$G(i) \cdot [0,1,0]^T \geq 0 \quad (21)$$

磨削状态 7a 和 7b 可以划分为情形 I 和情形 II。对于磨削情形 I, 由于磨削接触线在砂轮表面的径向分布范围接近, 螺旋前刀面各个点的磨削速度相对接近, 有利于磨削表面光洁度的保证。因此, 相较于情形 II, 情形 I 要求磨削接触线位于砂轮半径  $R_s$  之外的区域, 即有磨削工艺约束条件如下

$$|O_g G(i)| \geq R_s \quad (22)$$

### 1.3.3 砂轮安装位置求解

由螺旋槽轴截面廓形的计算与前角  $\gamma$  的定义可知, 磨削加工的螺旋容屑槽轴剖面前角  $\gamma$  和磨削接触线  $G$  是关于砂轮安装姿态  $\Sigma$  和  $\lambda$  的函数  $\gamma = F(\Sigma, \lambda)$ 。根据第 2.3.2 节中分析并建立的磨削约束条件, 综合式(18)~(21)建立砂轮螺旋前刀面磨削砂轮安装姿态约束方程组如式(23)。值得注意, 对于磨削情形 I 还需联立式(22)

$$\begin{aligned} & \min \quad |\gamma_0 - F(\Sigma, \lambda)| \\ & \text{s.t.} \quad \begin{cases} |P_1P_4| < W \\ G(i) \cdot [0,1,0]^T \geq 0 \\ |O_g G(i)| \geq R_s \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

由于螺旋槽加工廓形的计算采用离散方法, 并涉及到非线性方程的求解, 因此砂轮安装位姿的计算可以看成是一个非线性二维搜索问题来进行求解。为了有效处理约束条件, 从砂轮安装姿态对约束条件的作用出发, 设定如下搜索计算调整规则: 由于砂轮安装角  $\Sigma$  对砂轮与螺旋前刀面之间的接触状态有决定性影响, 因此当磨削接触线不满足单侧接触条件时, 向砂轮磨削速度切入侧偏转砂轮安装角  $\Sigma$ ; 由于砂轮安装角  $\lambda$  的增大直接促使砂轮与切削刃顶部形成分离趋势, 进而会推进磨削接触线向砂轮外径方向移动, 因此当磨削接触线不满足半径条件  $R_s$  约束条件时增大砂轮安装角  $\lambda$ ; 砂轮与前一齿齿背发生干涉表明砂轮安装角  $\Sigma$  和倾角  $\lambda$  过大, 需要进行减小, 然而当无可行解存在时, 应当减小砂轮厚度。与此同时, 该二维搜索问题理论上存在无数组可行解, 实际应用中仅需要一组可行解, 具体可行解分布见后续分析。鉴于此, 可以将该二维问题进行降维处理, 令  $\lambda$  为主搜索变量, 仅在必要调整时

对 $\Sigma$ 进行处理。基于上述规则实现该搜索问题的简化求解,具体计算流程如图8所示。

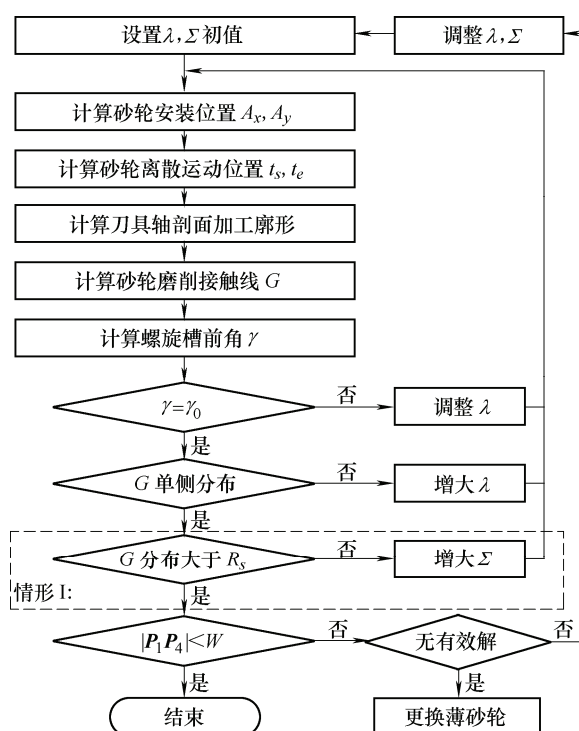


图8 砂轮安装位姿计算流程

## 2 验证与讨论

### 2.1 实例验证

为了验证本文提出方法的有效性,采用如图9a所示的砂轮对螺旋容屑槽前刀面的磨削,利用牛顿-拉夫逊算法针对I和II两种工况进行了砂轮安装位姿的计算。砂轮轴截面廓形 $f(z)$ 定义如式(24),所需的砂轮结构参数、螺旋容屑槽结构参数以及离散计

算中的关键参数见表1。

针对砂轮磨削接触线的两种情形,分别计算出一组砂轮安装位姿见表2。对于情形I,有安装角 $\Sigma=11^\circ$ ,  $\lambda=35.115^\circ$ 。这时砂轮与螺旋前刀面之间的接触状态如图9b所示,可以清晰看到磨削接触线完全位于砂轮表面半径 $R_s$ 之外区域,并从螺旋前刀面顶部指向沟底,满足该情形要求的约束条件——砂轮磨削接触线分布状态受制于半径 $R_s$ ,保证了前刀面各点的磨削速度相对接近,获取较好的磨削表面质量;对于情形II,砂轮磨削接触线分布状态不受制与 $R_s$ 限制时,安装角 $\Sigma=10^\circ$ ,  $\lambda=27.937^\circ$ ,这时砂轮与螺旋前刀面之间的接触状态如图9c所示,磨削接触线分布于砂轮半径 $R_s$ 的两侧,值得注意,由于磨削接触线的最下端仅作用于螺旋槽沟底圆弧部分成型,对于前刀面磨削表面质量无影响,因此不严格限制其分布完全位于砂轮的磨削切入侧,即不完全约束式(21)。

表1 砂轮与容屑槽结构参数

参数	数值
砂轮半径 $R_g/\text{mm}$	60
砂轮圆角半径 $r_g/\text{mm}$	1.5
砂轮截面廓形夹角 $\theta/^\circ$	75
砂轮磨削接触线限制半径 $R_s/\text{mm}$	57.7
螺旋拉刀轴截面前角 $\gamma/^\circ$	12
拉刀齿顶圆半径 $R_t/\text{mm}$	50
拉刀前角定义半径 $R_d/\text{mm}$	45
拉刀齿根半径 $R_b/\text{mm}$	42
螺旋槽导程 $L_b/\text{mm}$	50.8
螺旋槽轴向宽度 $W/\text{mm}$	8
砂轮空间离散数量 $N_t$	51
砂轮轴截面廓形离散数量 $N_p$	51
拉刀轴截面径向离散数量 $N_r$	41

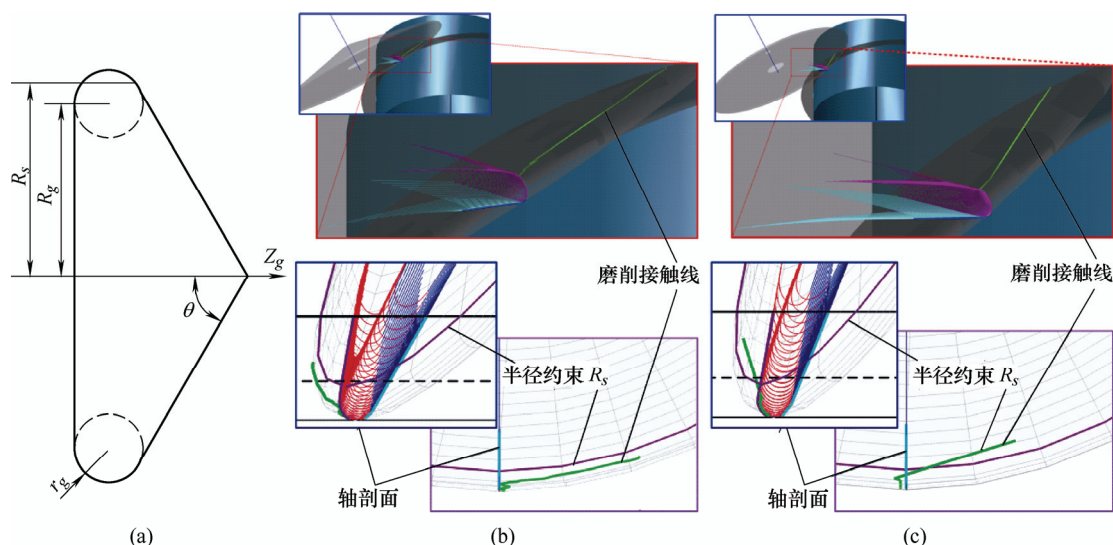


图9 螺旋前刀面磨削砂轮接触状态



表 2 螺旋前刀面磨削砂轮安装位姿计算结果

磨削 情形	砂轮安装 偏角 $\Sigma/(^{\circ})$	砂轮安装 摆角 $\lambda/(^{\circ})$	砂轮安装 中心距 $A_x/\text{mm}$	砂轮安装 偏心距 $A_y/\text{mm}$	加工轴 截面宽度 $ P_1P_4 /\text{mm}$	加工 误差 (%)
I	11	35.115 3	90.490	6.655	5.816	0.17
II	10	27.937 4	94.48	4.989	4.685	0.4

为表明本文算法的正确性,采用文献[18]中的解析计算方法,精确计算表 2 所示的砂轮安装位姿加工出的螺旋前刀面前角,由此确定本文提出的离散特性砂轮安装位姿算法加工出前角的

$$f(z) = \begin{cases} R_g - r_g + \sqrt{r_g^2 - (r_g - z)^2} \\ z \in [0, r_g(1 + \sin \theta)] \\ -\tan(\theta)z + R_g - r_g(1 - \cos \theta) + r_g(1 + \sin \theta) \tan \theta \\ z \in \left[ r_g(1 + \sin \theta), r_g(1 + \sin \theta) + \frac{R_g - r_g(1 - \cos \theta)}{\tan \theta} \right] \end{cases} \quad (24)$$

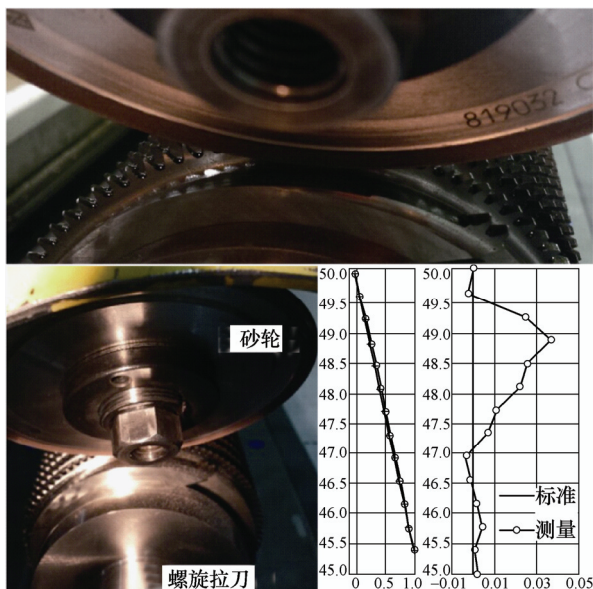


图 10 螺旋前刀面刃磨与测量

## 2.2 优化分析与讨论

由第 1.3.3 节分析可知,满足螺旋前刀面磨削要求的砂轮安装位姿存在无数组可行解,因此对于可行解的分布规律进行分析,从而对指导实际工程中的使用与优化有重要意义。为此,以第 2.1 节中的加工任务为对象,分别采用  $R_g$  半径为 60 mm, 65 mm 和 70 mm 的砂轮,对螺旋前刀面磨削情形 I, 设定  $\Sigma$  依次为 12°、13°、14°、15° 和 16°, 计算可行砂轮安装姿态角 ( $\Sigma$ ,  $\lambda$ ) 与齿槽的轴向宽度  $|P_1P_4|$ 。

由图 11a 砂轮安装姿态角的分布可知,随着砂轮安装角  $\Sigma$  的增大,对应的安装角  $\lambda$  也增大。与此同时,在相同砂轮安装角  $\Sigma$  下,随着砂轮半径  $R_g$  的增大,砂轮安装角  $\lambda$  也增大。砂轮安装姿态角对

误差。磨削情形 I 和 II 的前角加工误差分别为 0.17% 和 0.4%, 这是由于砂轮空间运动扫掠体和砂轮等效一系列薄片这些操作的离散性决定。此外,为进一步验证本文方法的实用性,按照情形 I 进行磨削试验如图 10 所示,并利用机床配备的测头自行编写在机测量程序。基于对前刀面采集的离散坐标计算出磨削后前角约为 12.025°, 前角加工误差为 0.21%。同时,磨削情形 I 和 II 的误差都小于 0.5%, 满足实际使用要求,由此可表明本文算法的有效性。

应的齿槽宽度  $|P_1P_4|$  分布如图 11b 所示,可知随着砂轮安装角  $\Sigma$  增大,齿槽宽度增大,同时,随着砂轮半径的增大,齿槽宽度也增大,即其变化规律与砂轮安装角  $\lambda$  保持一致。由于拉刀容屑槽的轴向宽度  $W=8$  mm, 所有  $|P_1P_4|$  大于 8 mm 的砂轮安装位姿都无法使用。在图 11b 中,可行砂轮安装位姿点使用“o”

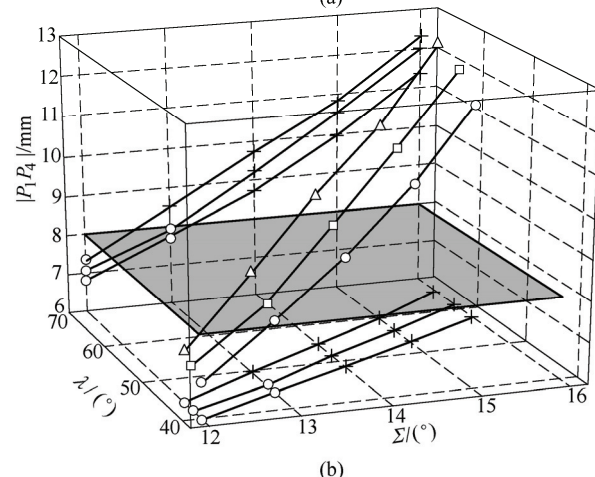
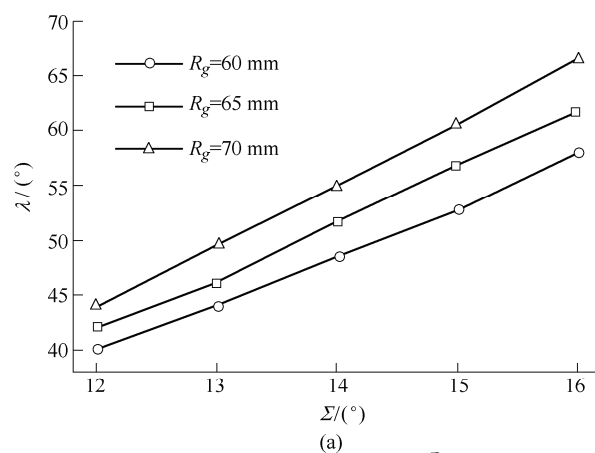


图 11 砂轮安装角与砂轮半径即加工齿槽宽度的关系



进行表示,非可用砂轮安装位姿点用“+”进行表示。结合砂轮安装角的分布规律,可知随着砂轮半径的增大,可行的砂轮安装角 $\Sigma$ 范围缩小,安装角 $\lambda$ 同步缩小。在实际使用中,砂轮半径越大,磨损越慢,使用寿命越长且容易获取较高的磨削速度。因此,一般优选大尺寸的砂轮,这就要求选择较小的安装角 $\Sigma$ ,从而获取小的齿槽加工宽度 $|P_1P_4|$ 以满足容屑槽轴向宽度 $W$ 的约束。

### 3 结论

(1) 构建出螺旋容屑槽的五轴磨削砂轮安装位姿模型,采用离散化等效砂轮运动扫掠体并将砂轮沿轴向离散为一系列薄片,简化了砂轮运动扫掠体与刀具轴剖面的交点求解,实现了螺旋槽包络廓形的离散求解。在此基础上,基于包络廓形离散点的时序信息,实现了离散磨削接触线的追溯求解。

(2) 提出了磨削接触线应位于砂轮切入侧和加工齿槽宽度不大于容屑槽轴向宽度的两个磨削工艺约束,并按照磨削接触线在砂轮径向的分布位置,将磨削状态划分为两种,以分别适用于较高磨削表面质量和较长砂轮使用寿命要求。

(3) 综合砂轮安装位姿模型、螺旋槽廓形离散计算方法和螺旋前刀面磨削工艺约束,建立了给定目标前角的砂轮安装位姿计算模型,并给出砂轮安装位姿的调整策略,实现了该二维搜索问题的降维求解。

(4) 数值仿真与试验验证结果表明磨削接触线的分布状态满足砂轮半径要求与磨削工艺约束,且加工前角与解析法计算结果误差小于1%,满足工程使用。

(5) 对于给定磨削任务,砂轮安装角 $\Sigma$ 和砂轮外径增大,砂轮安装角 $\lambda$ 和加工齿槽的宽度同样增大。为了满足容屑槽的轴向宽度约束并延长砂轮的使用寿命,建议优选较小安装角 $\Sigma$ 和较大砂轮半径来完成螺旋前刀面的磨削。

### 参 考 文 献

- [1] 袁哲俊,刘华明.金属切削刀具设计手册(单行本):拉刀[M].北京:机械工业出版社,2009.  
YUAN Zhejun, LIU Huaming. Design manual of metal cutting tool: Broach[M]. Beijing: China Machine Press, 2009.
- [2] KANG S K, EHMANN K F, LIN C. A CAD approach to helical groove machining—I. mathematical model and model solution[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1996, 36(1): 141-153.
- [3] REN B Y, TANG Y Y, CHEN C K. The general geometrical models of the design and 2-axis NC machining of a helical end-mill with constant pitch[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2001, 115(3): 265-270.
- [4] CHEN F, BIN H. A novel CNC grinding method for the rake face of a taper ball-end mill with a CBN spherical grinding wheel[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2008, 41(9-10): 846-857.
- [5] ZHANG W, WANG X, HE F, et al. A practical method of modelling and simulation for drill fluting[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 46(6): 667-672.
- [6] EHMANN K F, DEVRIES M F. Grinding wheel profile definition for the manufacture of drill flutes[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 1990, 39(1): 153-156.
- [7] KALDOR S, RAFAEL A M, MESSINGER D. On the CAD of profiles for cutters and helical flutes - geometrical aspects[J]. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 1988, 37(1): 53-56.
- [8] KO S L. Geometrical analysis of helical flute grinding and application to end mill[J]. Transaction of NAMRI/SME, 1994, 22(1): 165-172.
- [9] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982.  
WU Xutang. Theory of gear[M]. Beijing: China Machine Press, 1982.
- [10] KANG S K, EHMANN K F, LIN C. A CAD approach to helical groove machining. Part 2: Numerical evaluation and sensitivity analysis[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1997, 37(1): 101-117.
- [11] SHI Z, MALKIN S. Valid machine tool setup for helical groove machining[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2004, 6(2): 148-154.
- [12] KARPUSCHEWSKI B, JANDECKA K, MOUREK D. Automatic search for wheel position in flute grinding of cutting tools[J]. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 2011, 60(1): 347-350.
- [13] REN L, WANG S, YI L, et al. An accurate method for five-axis flute grinding in cylindrical end-mills using standard 1V1/1A1 grinding wheels[J]. Precision Engineering, 2016, 43: 387-394.
- [14] WU C T, CHEN C K. Manufacturing models for the design and NC grinding of a revolving tool with a circular arc generatrix[J]. Journal of Materials Processing Tech., 2001, 116(2-3): 114-123.
- [15] XIAO S, WANG L, CHEN Z C, et al. A new and accurate

- mathematical model for computer numerically controlled programming of 4Y1 wheels in 2½-axis flute grinding of cylindrical end-mills[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2013, 135 (4): 041008-1- 041008-11.
- [16] FRIEDMAN M Y, BOLES LAVSKI M, MEISTER I. The profile of a helical slot machined by a disc-type cutter with an infinitesimal width, considering undercutting[C]// *Proceedings of the Thirteenth International Machine Tool Design and Research Conference*. Macmillan Education UK: London, 1973: 245-246.
- [17] LI G, SUN J, LI J. Modeling and analysis of helical groove grinding in end mill machining [J]. *J. Mater. Process. Technol.*, 2014, 214: 3067-3076.
- [18] JIA K, HONG J, ZHENG S, et al. An approach on wheel position and orientation calculation for helical broaching tool sharpening[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 92(5-8): 1991-2000.
- [19] 贾康, 洪军, 万少可, 等. 拉刀螺旋前刀面刃磨砂轮安装姿态计算方法[J]. *西安交通大学学报*, 2017, 51(2): 121-127.
- JIA Kang, HONG Jun, WAN Shaoke, et al. Wheel orientation calculation for helical rake flank sharpening of broaching tool[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(2): 121-127.
- [20] KIM J H, PARK J W, KO T J. End mill design and machining via cutting simulation[J]. *Computer-Aided Design*, 2008, 40(3): 324-333.
- [21] 奚威. 设计螺旋槽成型铣刀的 CAD 方法[J]. *工具技术*, 1995(12): 11-13.
- XI Wei. CAD method for designing spiral groove milling cutter[J]. *Tool Engineering*, 1995(12): 11-13.
- [22] IVANOV V, NANKOV G, KIROV V. CAD orientated mathematical model for determination of profile helical surfaces[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1998, 38(8): 1001-1015.
- 
- 作者简介: 贾康, 男, 1987 年出生, 助理研究员。主要研究方向为螺旋内齿圈拉刀制造、大尺寸空间测量。  
E-mail: jiakang@xjtu.edu.cn  
洪军(通信作者), 男, 1968 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数字化设计、数字化装配技术以及高速精密主轴系统。  
E-mail: jhong@mail.xjtu.edu.cn