DOI: 10.3901/JME.2019.09.018

基于小波特征参数的平面四杆机构轨迹综合方法*

刘文瑞¹ 孙建伟^{1,2} 褚金奎³

- (1. 长春工业大学机电工程学院 长春 130012;
2. 吉林大学工程仿生教育部重点实验室 长春 130022;
3. 大连理工大学机械工程学院 大连 116024)

摘要: 小波分解可以在不同尺度下对函数曲线的特征进行提取, 基于该理论, 首先, 对平面四杆机构连杆轨迹曲线进行小波分解, 利用归一化处理提取轨迹曲线的小波特征参数, 给出了平面四杆机构连杆轨迹曲线的小波特征参数近似描述方法。进而结合数值图谱法, 将 11 维非整周期轨迹综合问题转换为 6 维机构尺寸型检索问题, 同时建立包含 3 004 281 900 组平面四杆机构的机构尺寸型数据库。根据轨迹曲线小波特征参数的特点, 利用多维搜索树, 将各相对转动区间内的机构尺寸型进行分区, 建立索引关键字数据库。从而通过比较给定轨迹曲线小波特征参数与索引关键字, 查找并提取目标机构所在叶子结点中机构尺寸型的小波特征参数, 建立自适应图谱库。在此基础上, 根据给定设计要求的小波特征参数与自适应图谱库中的小波特征参数的相似程度, 检索出满足设计要求的机构尺寸型。再根据理论公式计算目标机构的实际尺寸及安装位置, 实现平面四杆机构非预定相对转动区间轨迹综合问题的求解。最后, 利用小波特征参数法对滚压包边设备的滚轮进给机构进行设计, 验证本方法实用性和有效性的同时, 为传统滚压包边提供新的思路。

关键词: 小波特征参数; 平面四杆机构; 多维搜索树; 自适应图谱库; 非整周期轨迹综合

中图分类号: TH122

Synthesis Method for Path Generation of a Planar Four-bar Mechanism Based on the Wavelet Feature Parameters

LIU Wenrui¹ SUN Jianwei^{1,2} CHU Jinkui³

- (1. School of Mechatronic Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012;
2. Key Laboratory for Terrain-machine Bionics Engineering, Jilin University, Changchun 130022;
3. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract: Wavelet function can extract the feature information of function curve in different scales. Based on the wavelet transform theory, a coupler curve generated by planar four-bar mechanism is decomposed to wavelet coefficients. A normalised process is proposed for extracting wavelet feature parameters. Then a description method for coupler curve of planar four-bar mechanism is established using wavelet feature parameters. The eleven dimensional open path synthesis problems are transformed to six basic dimensional types searching problems. A database is established, which contains 3 004 281 900 groups of dimensional types. The dimensional types are decomposed by using multidimensional search tree and an index keyword database is established. The leaf node which contains the desired mechanism can be obtained. A self-adaptive atlas database is established. Based on the design requirements, the desired mechanism can be obtained by comparing the similarity of wavelet feature parameters between the prescribed curve and the coupler curve in the self-adaptive atlas database. According to the internal relationship of wavelet coefficients, the actual sizes and installation positions of the desired linkage can be calculated. The arbitrary relative rotation interval open path synthesis is realized. Two examples are presented to demonstrate the effectiveness of the method proposed. Particularly, a roller feed mechanism for roller hemming is designed and manufactured to verify the validity and practicality of this method. The design results provide new ideas for the roller hemming.

Key words: wavelet feature parameters; planar four-bar mechanism; multidimensional search tree; self-adaptive atlas database; open path synthesis

* 国家自然科学基金资助项目(51775054)。20180822 收到初稿, 20181208 收到修改稿

0 前言

连杆机构尺度综合作为一个经典问题,一直是机构学领域的研究热点。国内外众多学者提出了多种能够实现预期轨迹的连杆机构尺寸设计方法^[1]。数值图谱法作为传统图谱法的分支,其基本思路是:首先,将大量轨迹曲线的特征进行参数化处理,如利用B样条曲线^[2]、傅里叶级数^[3-4]、小波系数^[5]、轨迹曲线曲率半径及相对转角^[6-7]等方法提取连杆机构轨迹曲线的特征参数。再将特征参数储存在图谱库中。最后,根据给定的设计要求,对目标机构进行匹配识别,检索出满足设计要求的连杆机构尺寸型。

UNRUH等^[8]利用周期B样条曲线对平面四杆机构输出轨迹曲线进行描述。结合数值图谱法,实现了平面四杆机构整周期多位置点的轨迹综合问题的求解。黄灿明等^[9]将优化算法与数值图谱法相结合,基于B样条插值曲线理论,提出了一种先近似检索,再精确匹配的四杆机构轨迹综合方法。于红英等^[10]利用三次非均匀B样条曲线对连杆轨迹曲线进行拟合并提取特征参数。将特征参数与基本尺寸型(四杆杆长)及连杆上任意一点的位置参数储存在一起,建立数值图谱库。再通过人工神经网络在数值图谱库中匹配目标机构尺寸型。由于上述方法屏蔽了机架位置、机架偏转角度及机构整体缩放对特征参数的影响,从而有效降低了机构尺寸型数据库的维度,减少了图谱库中的数据冗余。但是,由于连杆上任意一点位置参数的改变对特征参数存在影响,利用上述方法进行轨迹综合时,需要将位置参数作为独立变量存储在数据库中,从而导致所建立的数值图谱库中涵盖的机构基本尺寸型较少,占用空间较大,综合结果精度不高。

MCGARVA等^[11-12]利用傅里叶级数对四杆机构轨迹曲线进行描述,并给出了各项谐波特征参数的几何意义。褚金奎等^[13-14]对连杆机构轨迹综合问题进行了深入研究,通过分析发现,对于整周期轨迹曲线,利用五项谐波特征参数可以近似描述机构轨迹曲线特点,进而建立了连杆机构输出轨迹曲线的谐波特征参数数据库。基于平面四杆机构轨迹综合的研究成果,MULLINEUX^[15]将傅里叶级数法推广到球面四杆机构尺度综合中。上述基于傅里叶级数的连杆机构尺度综合方法中,所提取的谐波特征参数不仅与机架位置、机架偏转角度及机构整体缩放比例无关,还与连杆上任意一点的位置参数无关。与基于B样条曲线的连杆机构轨迹综合方法相比,

傅里叶级数法所建立的特征参数数据库中只存储基本尺寸型和五项谐波特征参数。相同条件下,傅里叶级数法所建立的数值图谱库中涵盖的机构尺寸型更多,综合结果的精度更高。傅里叶级数法可以很好地实现整周期给定设计要求的连杆机构轨迹综合,但是利用傅里叶级数法求解非整周期尺度综合问题时,需要对给定的非整周期设计要求补充若干采样点,再根据拓展得到的整周期设计条件,利用建立的数值图谱库进行尺度综合。该方法只能使设计结果对拓展后的整周期设计要求进行整体逼近,无法保证对特定相对转动区间进行逼近。针对这一问题,WU等^[16]利用傅里叶级数理论对非整周期设计要求的平面四杆机构轨迹综合问题进行了深入的研究,给出了同时适用于整周期和非整周期设计要求的轨迹综合方法。在此基础上,YUE等^[17]将基于傅里叶级数的非整周期设计要求尺度综合方法进一步完善,利用P型傅里叶级数描述四杆机构输出轨迹曲线,并开发了一套能够实现非整周期设计要求的计算机辅助设计软件。然而,由于傅里叶级数的自身局限性,基于傅里叶级数的非整周期尺度综合方法所得到的设计结果往往精度不高,并且综合过程耗时较长。

随着小波理论的日益完善,其可在不同尺度下对曲线的近似分量和细节分量进行特征提取的特点受到广泛关注,基于小波特征参数的尺度综合方法也逐渐发展起来。吴鑫等^[18]将小波特征参数法引入到平面四杆机构函数综合中,利用Daubechies小波描述了平面四杆输出函数曲线的特征。王成志等^[19]利用Haar小波对平面四杆机构连杆轨迹曲线进行特征提取,将64种典型四杆机构杆长组合与180个连杆上任意一点位置参数相结合,建立了包括11520组机构尺寸参数的数值图谱库。GALÁN-MARÍN等^[20]将连杆机构轨迹曲线的Daubechies小波描述方法与神经网络识别方法相结合,提出了一种适用于非均匀时标设计条件的整周期轨迹综合方法。SUN等^[21]将小波特征参数法推广到空间连杆机构非整周期尺度综合问题中。上述方法可以很好地解决给定相对转动区间的尺度综合问题,但是在实际问题中,相对转动区间往往是未知的。由于相对转动区间是独立变量,采用上述设计方法对未给定相对转动区间的尺度综合问题进行求解的过程中,需要人为预定相对转动区间,无法保证预定的相对转动区间内存在近似最优解^[22]。针对这一问题,本文提出了基于小波特征参数的非预定相对转动区间轨迹综合方法。利用预处理、小波分解、归一化处理对四杆机构轨迹参数进行降维,消除了机

架位置、机架偏转角度、机构整体缩放以及连杆上任意一点位置变化对小波特征参数的影响。利用多维搜索树建立了平面四杆机构自适应图谱库。根据给定设计条件的小波特征参数与自适应图谱库中所存储的小波特征参数的相似程度,输出多组机构尺寸型。利用遗传算法对所得综合结果进行优化。再根据理论公式计算目标机构的实际尺寸及安装位置参数。实现非预定相对转动区间轨迹综合问题的求解。与基于 B 样条曲线的轨迹综合方法相比^[2, 8-10],本文所提出的小波特征参数法屏蔽了连杆上任意一点位置参数对特征参数的影响,从而减少了图谱库中的数据冗余,增加了图谱库中涵盖的机构尺寸型数量,提高了综合精度;与基于傅里叶级数的轨迹综合方法相比^[11-17],小波特征参数法对非整周期轨迹曲线的描述更加准确,弥补了傅里叶级数法无法对特定相对转动区间进行尺度综合的不足。

1 平面四杆机构连杆轨迹曲线的小波特征参数

1.1 平面四杆机构连杆轨迹曲线的数学模型

一般安装位置的平面四杆机构如图 1 所示,其中: L_1 为输入构件 AB 的长度, L_2 为连杆 BC 的长度, L_3 为连架杆 CD 的长度, L_4 为机架 AD 的长度; P 为连杆上任意一点, L_P 为 BP 的长度, θ_P 为 BP 与连杆 BC 之间的夹角; L_A 为坐标原点 O 与点 A 之间的距离, θ_A 为 OA 与 x 轴的夹角; θ_0 为机架 AD 与 x 轴的夹角; θ_t 为机架 AD 与输入构件 AB 的夹角; θ_2 为机架 AD 与连杆 BC 的夹角; θ'_1 为机构起始角度; θ_1 为输入转角。

图 1 一般位置平面四杆机构

在复平面上, P 点的轨迹曲线可以表示为

$$P = L_A \exp(i\theta_A) + L_1 \exp[i(\theta_0 + \theta_t)] + L_P \exp[i(\theta_0 + \theta_2 + \theta_P)] \quad (1)$$

式中, $\theta_t = \theta'_1 + \theta_1$, $0 < \theta_1 \leq \theta_s$ (θ_s 为输入构件相对起始角的最大转动角度)。本文定义输入构件相对起始角的转动范围(θ_1 的取值范围)为相对转动区间。根据几何关系可知,连杆 BC 与机架 AD 之间的夹角 θ_2 不受机架安装位置及安装角度的影响,从而,可以根据标准安装位置四杆机构模型计算 θ_2 角^[23]。图 2 为标准安装位置的平面四杆机构,其中:点 A 与坐标原点 O 重合;杆 AD 与 x 轴重合; BG 与 AD 平行;点 E 为 BE 与 AD 的垂足;点 F 为 CF 与 BD 的垂足;点 G 为 CG 与 BG 的垂足; L_{AE} 为 AE 长度; L_{BE} 为 BE 长度; L_{BF} 为 BF 长度; L_{CF} 为 CF 长度; L_{BG} 为 BG 长度; L_{CG} 为 CG 长度; L_{BD} 为 BD 长度; θ_{DBC} 为 BD 与 BC 的夹角; θ_{BDA} 为 BD 与 DA 的夹角。根据三角关系, θ_2 可由 L_{AE} 、 L_{BE} 、 L_{BD} 、 θ_{BDA} 、 θ_{DBC} 、 L_{BG} 、 L_{CG} 表示,具体理论公式如下^[24]。

图 2 标准安装位置四杆机构

(1) AE 长度 L_{AE} 和 BE 长度 L_{BE}

$$L_{AE} = L_1 \cos \theta_t \quad (2)$$

$$L_{BE} = L_1 \sin \theta_t \quad (3)$$

(2) BD 长度 L_{BD}

$$L_{BD} = \sqrt{(L_4 - L_{AE})^2 + L_{BE}^2} \quad (4)$$

(3) BD 与 DA 的夹角 θ_{BDA}

$$\theta_{BDA} = \arctan[L_{BE}/(L_4 - L_{AE})] \quad (5)$$

(4) BD 与 BC 的夹角 θ_{DBC}

$$\theta_{DBC} = \arccos[(L_{BD}^2 + L_2^2 - L_3^2)/(2L_{BD}L_2)] \quad (6)$$

(5) BG 长度 L_{BG} 和 CG 长度 L_{CG}

$$L_{BG} = L_{BF} \cos \theta_{BDA} + L_{CF} \sin \theta_{BDA} =$$

$$L_2 \cos \theta_{DBC} \cos \theta_{BDA} + L_2 \sin \theta_{DBC} \sin \theta_{BDA} \quad (7)$$

$$L_{CG} = L_{CF} \cos \theta_{BDA} - L_{BF} \sin \theta_{BDA} =$$

$$L_2 \sin \theta_{DBC} \cos \theta_{BDA} - L_2 \cos \theta_{DBC} \sin \theta_{BDA} \quad (8)$$

根据几何关系, θ_2 可以表示为

$$\theta_2 = \arctan(L_{CG}/L_{BG}) \quad (9)$$

将式(2)~(8)代入式(9)得

$$\theta_2 = \arctan \left[\frac{(a + b \cos \theta_1) \sin \theta_1 + c(L_4 - L_1 \cos \theta_1)}{d + e \cos \theta_1 + b \cos^2 \theta_1 + c L_1 \sin \theta_1} \right] \quad (10)$$

$$a = -L_1(L_1^2 + L_2^2 - L_3^2 + L_4^2)$$

$$b = 2L_1^2 L_4$$

$$c = \{4L_2^2(L_1^2 + L_4^2) - (L_1^2 + L_2^2 - L_3^2 + L_4^2)^2 - [8L_1 L_2^2 L_4 - 4L_1 L_4(L_1^2 + L_2^2 - L_3^2 + L_4^2)] \times$$

$$\cos \theta_1 - 4L_1^2 L_4^2 \cos^2 \theta_1\}^{1/2}$$

$$d = L_4(L_1^2 + L_2^2 - L_3^2 + L_4^2)$$

$$e = -L_1(L_1^2 + L_2^2 - L_3^2 + L_4^2) - 2L_1 L_4^2$$

根据式(1)和式(10)可知, 连杆上任意一点 P 的轨迹曲线可由 11 个参数确定, 即 $L_1, L_2, L_3, L_4, L_P, L_A, \theta_P, \theta_A, \theta_0, \theta_1, \theta_s$ 。本文定义这些参数为四杆机构轨迹参数。

在利用数值图谱法求解四杆机构轨迹综合的问题中, 所建立的数据库中尺寸型维度越多, 数据的存储量及匹配识别的计算量越大。若将四杆机构轨迹参数全部作为机构尺寸型与其对应的小波系数直接存储在一起建立输出特征数据库, 会造成建立的数据库所包含的数据量过于庞大, 机构尺寸型冗余, 匹配识别时间长, 综合效率低等问题。本文利用预处理和小波变换的方法, 在不减少机构输出种类的前提下, 达到剔除数据库中重复尺寸型的目的。

1.2 平面四杆机构非整周期轨迹曲线的预处理

根据数值图谱法求解连杆机构尺度综合问题的一般思路, 首先, 对连杆轨迹曲线进行离散化采样。令输入构件以 θ_1 为起始角, ω 为角速度匀速转动。根据式(1), 四杆机构连杆轨迹曲线的第 m 个采样点可以表示为($m \in \mathbf{N}^*$)

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t_m) = & L_A \exp(i\theta_A) + L_1 \exp\{i[\theta_0 + \theta_1' + \theta_1(t_m)]\} + \\ & L_P \exp\{i[\theta_0 + \theta_2(t_m) + \theta_P]\} \end{aligned} \quad (11)$$

式中, t_m 为连杆上任意一点 P 转动到第 m 个采样点的时刻; $\theta_1(t_m)$ 为第 m 个时刻的输入角 ($\theta_1(t_m) = \omega t_m, m = 0, 1, \dots, 2^j, j \in \mathbf{N}^*$), $\theta_2(t_m)$ 为第 m 时刻连杆与机架的夹角。

对轨迹曲线进行预处理, 即, 将所有轨迹点逆时针旋转 $\Delta\theta$ ($\Delta\theta = \theta_s / 2^j$), 再用原曲线上第 n ($n = 1,$

$2, \dots, 2^j$) 个采样点 $\mathbf{P}(t_n)$ 减去旋转变换后的第 $n-1$ 个采样点 $\exp(i\Delta\theta)\mathbf{P}(t_{n-1})$, 所得矢量可以表示为

$$\mathbf{E}(t_n) = \mathbf{P}(t_n) - \exp(i\Delta\theta)\mathbf{P}(t_{n-1}) \quad (12)$$

将式(11)代入式(12)中, 得

$$\mathbf{E}(t_n) = L_A \exp(i\theta_A) [1 - \exp(i\Delta\theta)] +$$

$$L_P \exp[i(\theta_0 + \theta_P)] \theta_2^n \quad (13)$$

$$\theta_2^n = \exp[i\theta_2(t_n)] - \exp\{i[\theta_2(t_{n-1}) + \Delta\theta]\} \quad (14)$$

根据式(13)可知, 预处理后得到的矢量包含了所有四杆机构轨迹参数。在保证四杆机构轨迹参数信息完整的前提下, 预处理可以为利用小波分解理论提取轨迹曲线的小波特征参数提供基础。本文定义预处理后得到的矢量为曲线特征矢量。

1.3 平面四杆机构连杆轨迹曲线的小波特征参数

根据式(13), 任意四杆机构轨迹曲线可以用一组曲线特征矢量 $\mathbf{E}(t_1), \mathbf{E}(t_2), \dots, \mathbf{E}(t_{2^j})$ 表示。根据小波分解理论, 利用 Haar 小波对曲线特征矢量进行小波分解, 曲线特征矢量的一级小波分解可表示为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{W}_1 \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_1 = \sum_{l=1}^{2^{j-1}} \left[\frac{\mathbf{E}(t_{2^{l-1}}) + \mathbf{E}(t_{2^l})}{2} h_\varphi \left(2^{j-1} \frac{t-t_1}{t_s} - l + 1 \right) \right] \quad (16)$$

$$\mathbf{W}_1 = \sum_{l=1}^{2^{j-1}} \left[\frac{\mathbf{E}(t_{2^{l-1}}) - \mathbf{E}(t_{2^l})}{2} h_\psi \left(2^{j-1} \frac{t-t_1}{t_s} - l + 1 \right) \right] \quad (17)$$

式中, $l = 1, 2, \dots, 2^{j-1}$, $t_s = \theta_s / \omega$, h_φ 为尺度函数, h_ψ 为小波函数, 它们可以表示为

$$\begin{aligned} h_\varphi \left(2^{j-1} \frac{t-t_1}{t_s} - l + 1 \right) = & \begin{cases} 1 & 0 \leq 2^{j-1} \frac{t-t_1}{t_s} - l + 1 < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} h_\psi \left(2^{j-1} \frac{t-t_1}{t_s} - l + 1 \right) = & \begin{cases} 1 & 0 \leq 2^{j-1} \frac{t-t_1}{t_s} - l + 1 < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq 2^{j-1} \frac{t-t_1}{t_s} - l + 1 < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

根据小波多分辨率分析理论及递推关系

$$\mathbf{E}_{j-1} = \mathbf{E}_j + \mathbf{W}_j \quad (20)$$

$$\mathbf{E}_j = \sum_{l=1}^{2^{j-j}} \left[\frac{\mathbf{E}(t_{2^{j-l-1}+1}) + \dots + \mathbf{E}(t_{2^j})}{2^j} \times \right]$$

$$h_{\varphi}\left(2^{j-j}\frac{t-t_1}{t_s}-l+1\right)\quad (21)$$

$$W_J = \sum_{l=1}^{2^{j-j}} \left\{ \left[E(t_{2^j l-2^{j-1}}) + \cdots + E(t_{2^j l-2^{j-1}}) - E(t_{2^j l-2^{j-1}+1}) - \cdots - E(t_{2^j l}) \right] / 2^j \times h_{\psi}\left(2^{j-j}\frac{t-t_1}{t_s}-l+1\right) \right\} \quad (22)$$

式中 $J=2, 3, \dots, j$, $l=1, 2, \dots, 2^{j-j}$ 。对式(15)继续分解得曲线特征矢量的二级小波分解

$$E = E_2 + W_2 + W_1$$

曲线特征矢量的三级小波分解

$$E = E_3 + W_3 + W_2 + W_1$$

曲线特征矢量的 j 级小波分解

$$E = E_j + \sum_{j=1}^j W_j \quad (23)$$

根据式(21)~(23), 曲线特征矢量的 j 级小波分解可以表示为

$$E = a_{(j,1)} h_{\varphi(j,1)} + \sum_{j=1}^j \sum_{l=1}^{2^{j-j}} [d_{(j,l)} h_{\psi(j,l)}] \quad (24)$$

式中, $a_{(j,1)}$ 为 j 级小波平均数($j \in \mathbf{N}^*$), $d_{(j,l)}$ 为第 J 级第 l 个小波细节数($J=1, 2, \dots, j$, $l=1, 2, \dots, 2^{j-j}$), 它们可以表示为

$$a_{(j,1)} = \frac{E(t_1) + \cdots + E(t_{2^j})}{2^j} \quad (25)$$

$$d_{(j,l)} = \frac{[E(t_{2^j l-2^{j-1}}) + \cdots + E(t_{2^j l-2^{j-1}})] - [E(t_{2^j l-2^{j-1}+1}) + \cdots + E(t_{2^j l})]}{2^j} \quad (26)$$

$$h_{\varphi(j,1)} = h_{\varphi}\left(\frac{t-t_1}{t_s}\right) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \frac{t-t_1}{t_s} < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (27)$$

$$h_{\psi(j,l)} = h_{\psi}\left(2^{j-j}\frac{t-t_1}{t_s}-l+1\right) = \begin{cases} 1 & 0 \leq 2^{j-j}\frac{t-t_1}{t_s}-l+1 < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq 2^{j-j}\frac{t-t_1}{t_s}-l+1 < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (28)$$

对小波细节数进行归一化处理, 即, 所有小波细节数除以第 j 级小波细节数, 得

$$b_{(j,l)} = \frac{d_{(j,l)}}{d_{(j,1)}} = 2^{j-j} \left\{ \left[E(t_{2^j l-2^{j-1}}) + \cdots + E(t_{2^j l-2^{j-1}}) \right] - \left[E(t_{2^j l-2^{j-1}+1}) + \cdots + E(t_{2^j l}) \right] \right\} / \left\{ \left[E(t_1) + \cdots + E(t_{2^j}) \right] - \left[E(t_{2^j l-2^{j-1}+1}) + \cdots + E(t_{2^j l}) \right] \right\} \quad (29)$$

将式(13)代入式(29)中得

$$b_{(j,l)} = 2^{j-j} \left\{ \left[\theta_2^{2^j l-2^{j-1}+1} + \cdots + \theta_2^{2^j l-2^{j-1}} \right] - \left[\theta_2^{2^j l-2^{j-1}+1} + \cdots + \theta_2^{2^j l} \right] \right\} / \left\{ \left[\theta_2^1 + \cdots + \theta_2^{2^j} \right] - \left[\theta_2^{2^j l-2^{j-1}+1} + \cdots + \theta_2^{2^j l} \right] \right\} \quad (30)$$

本文定义归一化处理后的的小波细节数为小波特征参数。根据式(10)、式(14)、式(30)可知, 连杆轨迹曲线的小波特征参数只与 θ'_1 , θ_s 及基本尺寸型 (L_1, L_2, L_3, L_4) 有关, 本文定义这些参数为机构尺寸型。除机构尺寸型外, 其他四杆机构轨迹参数的改变对小波特征参数没有影响。根据这一发现, 可以将四杆机构轨迹综合过程分为两步: 首先, 建立机构尺寸型数据库, 根据给定设计要求的小波特征参数与机构尺寸型的小波特征参数的相似度, 在数据库中匹配识别出目标机构的机构尺寸型; 然后, 根据给定设计要求的小波系数与匹配识别出的目标机构尺寸型的小波系数之间的内在联系, 利用理论公式计算目标机构实际尺寸及安装位置。上述方法可以将机构尺寸型相同的四杆机构输出轨迹用同一组小波特征参数表示。从而实现在有限的存储空间中, 将机构尺寸型相同的四杆机构聚类储存, 消除机构尺寸型数据冗余的目的。

2 平面四杆自适应图谱库的建立及轨迹综合方法

根据小波多分辨率分析理论, 小波变换通过伸缩和平移小波函数对目标函数曲线进行逐步多尺度细化, 利用小波系数描述函数曲线与尺度函数和小波函数的相似程度, 实现特征信息提取^[25]。根据复数运算关系可知, 对曲线特征矢量进行小波变换相当于对曲线特征矢量实部和虚部分别进行小波变换。图 3 为四杆机构曲线特征矢量实部的一维小波分解示意图, 其中, $\text{Re}(E)$ 表示轨迹曲线特征矢量实部; $\text{Re}(a)$ 表示轨迹曲线特征矢量实部的小波平均数; $\text{Re}(d)$ 表示轨迹曲线特征矢量实部的小波细节数。根据小波分解理论可知, 小波平均数可以描述曲线在当前尺度下的总体趋势, 小波细节数可以描

述曲线在当前尺度下的变化情况。由于四杆机构输出轨迹曲线连续且平滑(不考虑尖点问题), $j-1$ 级小波特征参数($\mathbf{b}_{(j-1,1)}$ 和 $\mathbf{b}_{(j-1,2)}$)可以表示曲线在低分辨率下的走势和特征。根据这一特点, 本文建立了包含 3 004 281 900 组机构尺寸型的数据库, 具体步骤如下。

图3 一维小波分解示意图

(1) 令四杆机构各杆长的初始值为 1, 步长为 3, 四杆杆长总和为 1000, 机构起始角度为 1° , 步长为 2° , 相对转动区间为 $31^\circ \sim 299^\circ$, 变化步长为 2° , 建立机构尺寸型数据库。根据格拉斯霍夫准则, 满足要求的基本尺寸型有 123 633 组, 所建立的机构尺寸型数据库中共包含 3 004 281 900 组机构尺寸型, 其中, 每个相对转动区间包含 22 253 940 组机构尺寸型。

(2) 根据第 1.3 节的分析可知, 除机构尺寸型外的其他四杆机构轨迹参数的变化对小波特征参数没有影响, 为了方便计算实际尺寸和安装位置, 本文令: $L_P = 1$, $L_A = 0$, $\theta_P = 0$, $\theta_A = 0$, $\theta_0 = 0$ 。将这些参数与机构尺寸型结合, 得到平面四杆机构轨迹参数。对所有机构尺寸型生成的连杆机构的轨迹曲线进行预处理、小波变换及归一化处理, 将得到的 $j-1$ 级小波特征参数($\mathbf{b}_{(j-1,1)}$ 和 $\mathbf{b}_{(j-1,2)}$)与相应的机构尺寸型存储于小波特征参数数据库中。

(3) 利用多维搜索树, 对相对转动区间内的机构尺寸型进行分区, 建立索引关键字数据库^[26-27]。首先, 根据小波特征参数中第一项的实部, 将机构尺寸型排序, 建立深度为 2 的 4 阶搜索树, 其中, 子树节点的关键字为小波特征参数中第一项实部所构成序列的四等分点数值(如图 4 所示, 其中, kw 为关键字; $\text{Re}[\mathbf{b}_{(j-1,1)}]$ 表示第 $j-1$ 级第 1 个小波特征参数的实部; $\text{Im}[\mathbf{b}_{(j-1,1)}]$ 表示第 $j-1$ 级第 1 个小波特征参数的虚部; $\text{Re}[\mathbf{b}_{(j-1,2)}]$ 表示第 $j-1$ 级第 2 个小波特征参数的实部; $\text{Im}[\mathbf{b}_{(j-1,2)}]$ 表示第 $j-1$ 级第 2 个小波特征参数的虚部)。再根据第一项小波特征参数的虚部、第二项小波特征参数的实部和虚部的数值,

对子树进行划分。最终, 得到深度为 5 的 4 阶搜索树, 其中, 叶子结点数为 256 个, 每个节点存储约 87 000 个机构尺寸型编号。索引关键字数据库中包含 135 组相对转动区间的索引关键字序列, 每个序列包括 255 个关键字。

图4 深度为 2 的多维搜索树构建

(4) 根据给定设计要求, 利用小波特征参数法提取设计要求的 $j-1$ 级小波特征参数。通过与索引关键字数据库中的关键字进行比对, 查询得到目标机构尺寸型所在叶子结点。根据多尺度分析理论, 结合机构尺寸型数据库, 提取叶子结点中全部机构尺寸型生成四杆机构的小波特征参数, 建立自适应图谱库。自适应图谱库中每组数据包括机构尺寸型编号和相应的小波特征参数。上述方法实现了以设计要求为条件的动态自适应图谱库的建立。

在利用自适应图谱库进行尺度综合的过程中, 只需要机构尺寸型数据库、索引关键字数据库和叶子结点, 就可以实现平面四杆机构非预定相对转动区间轨迹综合问题的求解。由于每个叶子结点只存储约 87 000 个机构尺寸型编号, 每个尺寸型编号占用 4 个字符, 经过压缩后, 每个叶子节点仅占用约 200 kB 的磁盘空间。与传统数值图谱法相比, 自适应图谱库的建立时间、占用磁盘空间及目标机构的匹配识别时间远远少于传统数值图谱法。根据多分辨率分析理论及四杆机构输出轨迹的特点可知, 利用 $j-1$ 级和 $j-2$ 级小波特征参数可以近似描述曲线的特点。本文所建立的自适应图谱库中只保存六项小波特征参数, 这样在不影响综合精度的同时, 可以进一步提高匹配效率。

根据自适应图谱库中的小波特征参数与给定设计要求的小波特征参数的相似程度, 对目标机构的机构尺寸型进行匹配识别, 在自适应图谱库中检索出满足设计要求的机构尺寸型。相似度函数为

$$\delta = \sum_{J=j-2}^{j-1} \sum_{l=1}^{2^{j-J}} \left[(\mathbf{b}_{(J,l)} - \mathbf{b}'_{(J,l)})^2 \right]$$

式中, $\mathbf{b}_{(J,l)}$ 为给定设计要求的 J 级小波特征参数, $\mathbf{b}'_{(J,l)}$ 为机构尺寸型生成机构的 J 级小波特征参数。根据给定设计要求的小波系数与所得目标机构的小波系

数之间的内在联系, 计算目标机构的实际尺寸及安装位置, 具体的理论公式如下。

(1) BP 长度 L_P

$$L_P = \sqrt{\left\{ \operatorname{Re} \left[\mathbf{d}_{(j,1)} / \mathbf{d}'_{(j,1)} \right] \right\}^2 + \left\{ \operatorname{Im} \left[\mathbf{d}_{(j,1)} / \mathbf{d}'_{(j,1)} \right] \right\}^2} \quad (31)$$

式中, $\mathbf{d}_{(j,1)}$ 为给定设计要求的 j 级小波细节数, $\mathbf{d}'_{(j,1)}$ 为机构尺寸型生成机构的 j 级小波细节数。

(2) 机架位置 L_A 和 θ_A

$$L_A = \sqrt{[\operatorname{Re}(\mathbf{c})]^2 + [\operatorname{Im}(\mathbf{c})]^2} \quad (32)$$

$$\theta_A = \arctan[\operatorname{Im}(\mathbf{c}) / \operatorname{Re}(\mathbf{c})] \quad (33)$$

$$\mathbf{c} = \frac{\mathbf{a}_{(j,1)} - \mathbf{a}'_{(j,1)} L_P \exp[i(\theta_P + \theta_0)]}{1 - \exp(i\Delta\theta)}$$

式中, $\mathbf{a}_{(j,1)}$ 为给定设计要求的 j 级小波平均数, $\mathbf{a}'_{(j,1)}$ 为机构尺寸型生成机构的 j 级小波平均数, $\theta_P + \theta_0$ 可由下式表示

$$\theta_P + \theta_0 = \arctan[\operatorname{Im}(\mathbf{e}) / \operatorname{Re}(\mathbf{e})] \quad (34)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{d}_{(j,1)} / \mathbf{d}'_{(j,1)}$$

(3) 机构实际杆长 L_1, L_2, L_3, L_4

$$L_M = k L'_M \quad (35)$$

式中, $M = 1, 2, 3, 4$, L'_M 为机构尺寸型的杆长, 比例系数 k 可由下式给出

$$k = \left\{ \left[\operatorname{Re}(\mathbf{P}(t_1) - L_P \exp(i(\theta_0 + \theta_2(t_1) + \theta_P))) - L_A \exp(i\theta_A) \right]^2 + \left[\operatorname{Im}(\mathbf{P}(t_1) - L_P \exp(i(\theta_0 + \theta_2(t_1) + \theta_P))) - L_A \exp(i\theta_A) \right]^2 \right\}^{1/2} / L'_1 \quad (36)$$

(4) 机架偏转角度 θ_0 及 BP 与连杆夹角 θ_P

$$\theta_0 = \arctan \left\{ \operatorname{Im} \left[\mathbf{P}(t_1) - L_P \exp(i(\theta_0 + \theta_2(t_1) + \theta_P)) \right] - L_A \exp(i\theta_A) \right\} / \operatorname{Re} \left[\mathbf{P}(t_1) - L_P \exp(i(\theta_0 + \theta_2(t_1) + \theta_P)) \right] - L_A \exp(i\theta_A) \right\} - \theta'_1 \quad (37)$$

式中, $\mathbf{P}(t_1)$ 为给定设计要求的第一个采样点, $\theta_2(t_1)$ 为第一个采样点对应的连杆与机架夹角。将所得 θ_0 代入式(34), 可以得到 BP 与连杆夹角 θ_P 。

根据式(31)~(37), 可以得到目标机构的所有轨迹参数。由于数据库中的机构尺寸型是离散的; 同时, 在利用多维搜索树检索目标机构尺寸型的过程中, 没有进行回溯, 针对这一问题, 本文利用遗传算法对所得机构尺寸型进行优化, 在所得机构尺寸型附近搜索更优解。将优化后的轨迹参数作为设计结果输出, 最终实现平面四杆机构非预定相对转动区间轨迹综合问题求解。

3 算例

3.1 对比算例

为验证上述理论方法的正确性, 本文以文献[22]中例 2 所给出的直线轨迹作为设计条件, 对平面四杆机构进行轨迹综合。目标轨迹为: 从坐标点(0.5, 0)到坐标点(0.93, 0.25)的直线。由于文献[22]中所提出的方法只能在特定区间进行轨迹综合, 所以文献[22]中人为预定了相对转动区间: $\theta_1 \in [0, 135^\circ]$ 。所得最优综合结果的平均欧氏距离误差为 $1.809 3 \times 10^{-3}$ m。利用本文所提出的方法, 对相同目标轨迹进行综合, 所得结果列于表 1, 图 5 为第一组综合结果与目标轨迹曲线的对比图及误差图。在与文献[22]近似相同的计算环境下, 自适应图谱库的建立及匹配识别共用时 335.472 046 s, 比文献[22]的匹配识别时间少 259.427 301 s。由于本文所提出的方法是在非预定相对转动区间的条件下进行特征提取及匹配识别, 所得综合结果的近似最优相对转动区间约为 30° , 平均欧氏距离误差为 $1.573 4 \times 10^{-6}$ m, 综合结果精度比文献[22]提高了 1 000 倍。

表 1 对比算例综合结果

轨迹参数	第 1 组综合结果 ($\delta = 1.52 \times 10^{-7}$ /m)	第 2 组综合结果 ($\delta = 6.88 \times 10^{-7}$ /m)	第 3 组综合结果 ($\delta = 7.27 \times 10^{-7}$ /m)
L_1 /m	0.800 1	0.186 8	0.138 8
L_2 /m	3.738 8	0.926 4	1.113 3
L_3 /m	4.974 7	1.316 1	1.069 6
L_4 /m	5.195 8	2.031 4	2.012 1
L_P /m	5.311 8	3.207 7	5.245 1
L_A /m	5.439 7	3.289 5	5.362 1
θ_P /°	25.754 4	222.791 9	219.857 4
θ_A /°	70.124 8	306.070 4	302.571 0
θ_0 /°	165.370 2	228.629 6	237.773 8
θ'_1 /°	177.039 2	77.081 7	74.147 5
θ'_2 /°	29.569 7	30.760 6	30.285 4

(a) 综合结果对比图

图5 对比算例第一组综合结果对比图及误差图

通过与文献[22]的综合结果比较可以发现, 相对转动区间对综合结果的影响较大, 在轨迹综合问题中, 相对转动区间往往是未知的, 虽然设计人员可以通过曲线形状及相关经验对目标机构的相对转动区间进行预估, 但无法保证预定的相对转动区间内存在近似最优解。如利用文献[22]提出的方法建立与本文相同大小(包含 135 个相对转动区间)的数值图谱库, 需要约 134 GB 的磁盘空间, 建库及匹配时间超过 120 000 s。而本文所提出的轨迹综合方法可以根据设计条件快速建立自适应图谱库, 进而, 可以在 135 个相对转动区间中对目标机构进行匹配识别。相比于文献[22]中只能在单一相对转动区间内进行匹配识别检索, 本文所提的方法在轨迹综合问题的求解上具有独特的优势。

3.2 应用算例

基于四杆机构对滚压包边设备的滚轮进给机构进行设计。如图 6 所示, 滚轮进给机构的一个铰点与十字滑台连接, 另一铰点与伺服电动机连接, 通过伺服电动机带动输入构件在特定区间内转动, 从而实现滚轮在滚压包边路径上的滚压。所用伺服电动机为台达 ECMA-C10807RS, 额定功率为 750 W, 额定扭矩为 2.39 N·m, 额定输出转速为 3 000 r/min。为增加通用性, 将杆件制作成长度可调部件, 通过调整十字滑台及杆件上滑块的位置实现对安装位置及杆件长度的调整(十字滑台的有效行程为 350 mm)。

图6 滚轮进给机构

以图 7 所示曲线为滚压包边路径, 利用小波特征参数法对滚轮进给机构的杆件尺寸及安装位置进行设计, 所得结果列于表 2, 其中, 第一组综合结果的欧式距离误差最小(图 8)。为验证方法的有效性和模型的正确性, 利用 CATIA V5R20 软件对综合结果进行模拟仿真。首先, 根据第一组综合结果对机构模型进行设计和装配。机构模型中各杆件尺寸及机构位置参数为: $L_1 = 276.1527$, $L_2 = 380.4440$, $L_3 = 382.1508$, $L_4 = 452.0838$, $L_P = 139.0157$, $L_A = 417.7083$, $\theta_P = 280.2402^\circ$, $\theta_A = 78.5461^\circ$, $\theta_0 = 259.3438^\circ$ 。然后, 利用 CATIA 软件中的 DMU 模块对装配模型进行仿真。根据综合结果, 设置主动件

图7 滚压包边路径

表2 应用算例综合结果

轨迹参数	第 1 组综合结果 ($\delta=6.46 \times 10^{-3}$ /mm)	第 2 组综合结果 ($\delta=6.52 \times 10^{-3}$ /mm)	第 3 组综合结果 ($\delta=6.51 \times 10^{-3}$ /mm)
L_1 /mm	276.152 7	278.835 4	272.851 3
L_2 /mm	380.444 0	413.480 7	365.021 3
L_3 /mm	382.150 8	414.818 2	387.156 8
L_4 /mm	452.083 8	456.857 8	447.709 6
L_P /mm	139.015 7	140.791 9	135.056 0
L_A /mm	417.708 3	421.951 3	410.193 9
θ_P ($^\circ$)	280.240 2	279.567 2	277.381 8
θ_A ($^\circ$)	78.546 1	79.338 3	77.827 2
θ_0 ($^\circ$)	259.343 8	260.101 6	257.174 5
θ_1 ($^\circ$)	-40.335 3	-40.207 7	-38.882 2
θ_2 ($^\circ$)	80.910 9	80.599 5	80.911 3

(a) 目标轨迹曲线与第一组综合结果生成连杆轨迹曲线

(b) 第一组综合结果误差曲线

图8 应用算例第一组综合结果对比图及误差图

驱动角度下限为 -40.3353° ，上限为 40.5756° 。最后，激活模块中的传感器，设置 P 点到两个平面(yz 平面和 xz 平面)的测距值分别为输出曲线的横纵坐标，对机构仿真模型的连杆轨迹曲线进行输出(图9)。所得轨迹曲线与目标轨迹曲线一致，证明了机构模型的正确性和轨迹综合方法的有效性。

根据仿真模型对实际滚轮进给机构进行搭建。首先，根据仿真模型参数对滚轮进给机构杆长及位

置进行调整，调整后的滚轮进给机构如图10a所示，机构简图如图10b所示。然后，利用伺服控制器控制电动机输出(ASD-A2-0721-F)。根据实际情况采用定位控制，转速设置为 5 r/min 。最后，分三次对目标路径进行滚压包边试验，滚压包边效果如图10c所示，其中，第一次采用锥角为 30° 的滚头进行滚压(图10d)，第二次采用锥角为 60° 的滚头进行滚压(图10e)，第三次采用锥角为 90° 的滚头进行滚压(图10f)。通过试验结果可以看出，所设计的进给机构可以实现滚头的滚压路径，进而完成滚压包边。通过对实际机构的设计及试验验证了本文提出方法的实用性，同时可以为利用连杆机构代替工业机器人实现滚压包边加工提供参考。

图9 目标机构的CATIA仿真

图10 滚压包边过程及滚压效果图

4 结论

(1) 利用小波特征参数描述了平面四杆机构

连杆轨迹曲线特征，通过分析，发现机构尺寸型与小波特征参数之间的内在联系，从而建立包含3 004 281 900组平面四杆机构的机构尺寸型数据库，实现相同机构尺寸型的聚类储存。克服了曲线

图谱法检索效率低和图谱中包含尺寸型数量有限的缺点; 弥补了傅里叶级数法无法对特定相对转动区间进行轨迹综合的不足。

(2) 利用多维搜索树, 对 135 个相对转动区间内的机构尺寸型进行分区。根据设计要求建立动态自适应图谱库, 实现了非预定相对转动区间的平面四杆机构轨迹综合问题的求解。克服了精确点法存在的给定精确位置个数限制的制约; 避免了近似综合方法涉及的非线性方程组求解、优化初值选取和迭代收敛性等问题。

(3) 对滚压包边设备的滚轮进给机构进行设计, 利用四杆机构取代工业机器人来带动滚轮实现滚压包边。通过对实际机构的设计为滚压包边提供新的思路。

参 考 文 献

- [1] 张均富, 徐礼矩, 王杰. 可调球面六杆机构轨迹综合[J]. 机械工程学报, 2007, 43(11): 50-55.
ZHANG Junfu, XU Liju, WANG Jie. Synthesis of adjustable spherical six-bar mechanisms for path generation[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(11): 50-55.
- [2] 张新歌. 基于神经网络的铰链四杆机构复演轨迹设计软件的开发[D]. 苏州: 苏州大学, 2008.
ZHANG Xinge. Development of design software on generation of path curves with four-bar linkage mechanism based on neural networks[D]. Suzhou: Soochow University, 2008.
- [3] WU J, GE Q J, GAO F, et al. Fourier descriptors with different shape signatures: A comparative study for shape based retrieval of kinematic constraints[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2011, 24(5): 723-730.
- [4] 孙晓斌, 肖人彬, 王雪. 基于曲线几何特征量化提取的轨迹机构检索生成方法[J]. 机械工程学报, 2000, 36(11): 98-105.
SUN Xiaobin, XIAO Renbin, WANG Xue. New approach to rapid searching path generating mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2000, 36(11): 98-105.
- [5] SUN J W, LIU W R, CHU J K. Dimensional synthesis of open path generator of four-bar mechanisms using the Haar wavelet[J]. Journal of Mechanical Design, 2015, 137(8): 082303.
- [6] 蓝兆辉, 邹慧君. 基于轨迹局部特性的机构并行优化综合[J]. 机械工程学报, 1999, 35(5): 16-19.
LAN Zhaohui, ZOU Huijun. Concurrent optimum synthesis of path generating mechanisms based on the local characteristics[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1999, 35(5): 16-19.
- [7] YU H Y, TANG D W, WANG Z X. Study on a new computer path synthesis method of a four-bar linkage[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(4): 383-392.
- [8] UNRUH V, KRISHNASWAMI P. A Computer-aided design technique for semi-automated infinite point coupler curve synthesis of four-bar linkages[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1995, 117(1): 143-149.
- [9] 黄灿明, 郭海鹏, 陈永康, 等. 基于 B 样条插值曲线的平面四杆机构轨迹复演优化设计[J]. 机械工程学报, 1998, 34(3): 72-79.
HUANG Canming, GUO Haipeng, CHEN Yongkang, et al. Optimization scheme for four-bar mechanism path synthesis based on B-spline[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1998, 34(3): 72-79.
- [10] 于红英, 赵彦微, 许栋铭. 平面铰链四杆机构的轨迹综合方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2015, 47(1): 40-47.
YU Hongying, ZHAO Yanwei, XU Dongming. A path synthesis method of planar hinge four-bar linkage[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2015, 47(1): 40-47.
- [11] MCGARVA J R, MULLINEUX G. Harmonic representation of closed curves[J]. Applied Mathematical Modelling, 1993, 17(4): 213-218.
- [12] MCGARVA J R. Rapid search and selection of path generating linkages from a library[J]. Mechanism and Machine Theory, 1994, 29(2): 223-235.
- [13] 褚金奎, 孙建伟. 基于傅里叶级数理论的连杆机构轨迹综合方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(13): 31-41.
CHU Jinkui, SUN Jianwei. Unified approach to synthesis of coupler curves of linkage by Fourier series[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(13): 31-41.
- [14] SUN J W, CHU J K. A unified model of harmonic characteristic parameter method for dimensional synthesis of linkage mechanism[J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(12): 6001-6010.
- [15] MULLINEUX G. Atlas of spherical four-bar mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(11): 1811-1823.
- [16] WU J, GE Q J, GAO F, et al. On the extension of a Fourier descriptor based method for planar four-bar linkage synthesis for generation of open and closed paths[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2011, 3(3): 031002.
- [17] YUE C, SU H J, GE Q J. A hybrid computer-aided linkage design system for tracing open and closed planar curves[J]. Computer-Aided Design, 2012, 44(11): 1141-1150.
- [18] 吴鑫, 褚金奎, 曹惟庆. 平面四杆机构函数输出的小波变换分析[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(2): 180-182.

- WU Xin, CHU Jinkui, CAO Weiqing. Analysis of output function of 4-bar linkages using wavelet transform. *Mechanical Science and Technology*, 1998, 17(2): 180-182.
- [19] 王成志, 纪跃波, 孙道恒. 小波分析在平面四杆机构轨迹综合中的应用研究[J]. *机械工程学报*, 2004, 40(8): 34-39.
- WANG Chengzhi, JI Yuebo, SUN Daocheng. Research on applying wavelet analysis to path synthesis for coupler curves of planar four-bar linkages[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2004, 40(8): 34-39.
- [20] GALÁN-MARÍN G, ALONSO F J, CASTILLO J M D. Shape optimization for path synthesis of crank-rocker mechanisms using a wavelet-based neural network[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(6): 1132-1143.
- [21] SUN J W, LIU W R, CHU J K. Synthesis of spherical four-bar linkage for open path generation using wavelet feature parameters[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 128: 33-46.
- [22] LIU W R, SUN J W, ZHANG B C, et al. Wavelet feature parameters representations of open planar curves[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 57: 614-624.
- [23] LIU S Z, DAI J S, LI A M, et al. Analysis of frequency characteristics and sensitivity of compliant mechanisms[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 29(4): 1-14.
- [24] 陈放, 李欣玲, 余霞, 等. 平面轨迹机构时变可靠性分析的联合概率方法[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(15): 119-124.
- CHEN Fang, LI Xinling, SHE Xia, et al. Joint probability method to time-dependent reliability for planar path mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(15): 119-124.
- [25] 郑国峰, 上官文斌, 韩鹏飞, 等. 基于小波变换的汽车零部件加速耐久性载荷谱编辑方法研究[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(8): 124-131.
- ZHENG Guofeng, SHANGGUAN Wenbin, HAN Pengfei, et al. Study of load spectrum edition method based on the wavelet transform to the accelerated durability test of the vehicle component[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(8): 124-131.
- [26] 孙殿柱, 郭洪帅, 李延瑞, 等. 基于局部泊松曲面重建的点云刚性配准方法[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(15): 141-149.
- SUN Dianzhu, GUO Hongshuai, LI Yanrui, et al. Method of rigid registration based on Poisson reconstruction of local sample points[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(15): 141-149.
- [27] CHEN D K, DING J J, GAO M Z, et al. Form gene clustering method about pan-ethnic-group products based on emotional semantic[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 29(6): 1134-1144.
-
- 作者简介: 刘文瑞, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机器人机构学、连杆机构分析与综合。
E-mail: wenruilv@126.com
- 孙建伟(通信作者), 男, 1979 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学、仿生机构学、连杆机构分析与综合。
E-mail: avensun@tom.com
- 褚金奎, 男, 1965 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为微机械电子系统、仿生微纳传感器与执行器、机器人机构学及 CAD、智能机器人及微机器人。
E-mail: chujk@dlut.edu.cn