DOI: 10.3901/JME.2019.05.074

柔性双稳态结构分岔跳跃模式的探讨*

赵 剑¹ 程 凯¹ 高仁璟¹ 黄 毓² 刘蓬勃¹

(1. 大连理工大学工业装备结构国家重点实验室 大连 116024;

2. 大连海洋大学海洋与土木工程学院 大连 116023)

摘要: 针对柔性双稳态结构跳跃路径不唯一及其力位移曲线存在不连续点(即尖点)的问题, 基于有限元大变形理论建立了双稳态柔性结构的跳跃控制方程, 采用多步位移载荷循环加载/卸载的方法数值模拟了跳跃过程中存在的可能屈曲模态及其变换方式, 得到了其对称跳跃分岔的完整解。分析了双稳态结构参数对跳跃不连续点(尖点)和跳跃路径的影响关系, 提出将结构品质因数作为双稳态跳跃“尖点”判据的方法, 得到了具有稳定单一跳跃路径的双稳态结构。采用热成型方法研制了类余弦梁双稳态结构, 考虑残余应力、夹持边界条件及载荷加载方式的影响, 仿真预测的屈曲模态转换过程与实验结果基本一致, 为双稳态跳跃特征的精确设计与控制提供理论依据。

关键词: 双稳态; 跳跃; 尖点; 品质因数; 屈曲模态

中图分类号: TG156

Snap-through Bifurcation Analysis of Compliant Bistable Structures

ZHAO Jian¹ CHENG Kai¹ GAO Renjing¹ HUANG Yu² LIU Pengbo¹

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,

Dalian University of Technology, Dalian 116024;

2. College of Ocean and Civil Engineering, Dalian Ocean University, Dalian 116023)

Abstract: The discontinuity of the force-displacement curve (also named sharp point) and multiple snap-through pathways significantly affect the engineering practicability of compliant bistable structures. Hence, the snap-through controlling equation for compliant bistable structures is established according to the large deflection finite element theory. By using the multistep displacement loading method, the possible buckling modes and their transforming procedure are numerically obtained, which interprets reasonably the discontinuity of the force curve. Furthermore, the influence of the structure parameters on the sharp point and snap-through pathway is numerically analyzed, and meanwhile, the structural quality factor is introduced to judge the occurrence of the sharp point. Finally, the bistability design method for achieving stable bistable mechanics with single snapping pathway is proposed. For further validation, a thermal formed bistable beam structure with quasi-cosine shape is manufactured, and the simulated mode transforming process is nearly consistent with that from experiments considering the influences of residual stress, clamping status and loading conditions, thus providing a theoretical basis to design and control the bistable snapping characteristics of compliant structures.

Key words: bistability; snap-through; sharp point; quality factor; buckling mode

0 前言

柔性双稳态结构具有丰富的力学特性包括阈值跳跃、响应迅速、稳态保持无需外力等, 如图 1 所示, 跳跃过程中结构表现出刚度正负交替变换, 峰值点和谷点分别为正反向跳跃所需的阈值力, 且存在零力平衡位置等特征, 这对于提升微开关^[1]、微

继电器^[2]、微驱动器^[3]、能量收集器^[4-5]及微加速度计^[6-7]等器件的性能具有重要的应用价值。

准确分析跳跃力学特性是实现特定功能双稳态器件设计的关键。为此, 国内外学者展开了大量的研究工作, 如 QIU 等^[8]基于一阶和二阶屈曲模态假设建立了中心加载双稳态余弦梁结构跳跃分析模型, 并分析了结构参数对跳跃临界力的影响关系。ZHAO 等^[9]基于大变形理论提出了具有双稳态特征的 V 型梁结构跳跃分析模型。随后, HUANG 等^[10]针对特定宏观尺寸约束双稳态结构跳跃特征设计困

* 国家自然科学基金(51575088, 11502043)和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目。20180404 收到初稿, 20180924 收到修改稿

图1 柔性双稳态结构及其跳跃力学特性

难的问题, 提出了基于局部单元截面构型优化的双稳态跳跃阈值控制方法, 实现在不改变宏观结构尺寸的条件下特定双稳态跳跃力和保持力的优化设计。文献[11-13]采用伪刚体模型法和矩量法分析了Young双稳态机构的双稳态力学特性, 并利用型综合法设计了具有多个双稳态结构的组合机构。CAZOTTES等^[14]基于能量变分原理分析了屈曲式双稳态结构跳跃过程存在的屈曲模态变换, 并得到了加载位置变化对其跳跃特征的影响关系。PHAM等^[15]采用有限元方法分析了V型双稳态结构的跳跃特征, 并将其并联实现了四稳态功能。利用这些分析方法能够得到不同类型柔性结构的光滑跳跃特征曲线(图1b), 这对于双稳态器件的静动态设计具有重要的借鉴意义^[16-19]。然而, 并非所有双稳态结构都具有光滑的力位移特征曲线。对于某些特定柔性双稳态结构, 当几何尺寸在一定范围内时, 双稳态跳跃过程中会出现高阶屈曲模态且模态间的变换过程极为复杂。此时, 借助有限阶模态假设容易忽略跳跃过程中存在的可能屈曲模态, 造成双稳态跳跃控制方程漏解的问题, 无法获得真实而完整的力位移曲线。以双稳态余弦梁结构为例, 当拱高、跨度参数发生变化时, 双稳态跳跃过程中将出现高阶屈曲模态, 且屈曲模态由高向低转换过程中其力位移曲线出现弹性力突变现象, 即不连续点或“尖点”, 如图2所示。HAO等^[20]所设计的双稳态柔性结构的跳跃特征曲线中已经出现了明显的尖点现象, 其跳跃阈值要远高于光滑曲线部分。尤其对于中心加载且边界对称的均匀结构而言, “尖点”现象引起的跳跃路径多值问题极易造成双稳态器件工作性能的不稳定, 从而影响其工程实用性。因此, 如何准确分析双稳态跳跃力学特性并获得其关键影响因素是目前特定功能双稳态结构设计亟待解决的难点。

图2 含有跳跃不连续点的双稳态跳跃力学特征曲线

针对跳跃特征曲线的不连续问题, CAMESCASSE等^[21-22]分析了两端简支预压屈曲梁的跳跃问题, 并利用前两阶屈曲模态模拟简支梁的跳跃过程, 发现预压简支梁结构的跳跃特征曲线存在明显的尖点现象, 但并未分析产生“尖点”的原因及关键影响因素。事实上, 这些“尖点”正是结构屈曲模态的静态分岔现象造成的, 并且与双稳态结构参数之间密切相关。因此, 需要深入研究双稳态结构的跳跃力学行为, 并探讨“尖点”的产生原因和影响因素。

针对两端固支余弦梁结构的跳跃分岔现象, 本文基于大变形有限元理论建立了双稳态结构的跳跃控制方程, 采用多步载荷循环加载的方法得到了柔性双稳态结构跳跃过程的完整解, 获得了双稳态结构跳跃过程中存在的可能屈曲模态。研究了双稳态梁结构加载和卸载过程中屈曲模态变换与轴向载荷、横向载荷之间的影响关系。分析了结构参数对屈曲模态分岔的影响关系, 得到了具有稳定单一跳跃路径的双稳态结构参数变化规律。引入结构品质因数作为判断尖点与否的依据, 当且仅当品质因数大于一定值时才能获得较为稳定的无尖点双稳态力学特性, 为双稳态跳跃过程的精确控制提供了有效的方法。

1 双稳态结构的跳跃分析模型

无预应力双稳态余弦梁的大变形跳跃过程具有强非线性特征, 采用更新拉格朗日法^[23]分析其跳转过程, 如图3所示。

图3 双稳态余弦梁有限元模型

以时间 t 位形为参考位形, 在时间 $t+\Delta t$ 位形内的平衡条件及力边界条件等效的虚位移原理可表示为

$$\int_{t_r}^{t+\Delta t} {}_t\mathbf{S}_{ij} \delta {}_t^{\Delta t} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} {}_t^{\Delta t} dV = {}^{t+\Delta t}W \quad (1)$$

式中, ${}^{t+\Delta t}{}_t\mathbf{S}_{ij}$ 和 ${}^{t+\Delta t}{}_t\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ 分别是时间 $t+\Delta t$ 位形的 Kirchhoff 应力张量和 Green 应变张量, ${}^{t+\Delta t}W$ 为 $t+\Delta t$ 位形外载荷的虚功。

将应力应变的增量分解成

$$\begin{cases} {}^{t+\Delta t}{}_t\mathbf{S}_{ij} = {}^t\boldsymbol{\tau}_{ij} + {}_t\mathbf{S}_{ij} \\ {}^{t+\Delta t}{}_t\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = {}_t\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \\ {}_t\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = {}_t\mathbf{e}_{ij} + {}_t\boldsymbol{\eta}_{ij} \end{cases} \quad (2)$$

式中, ${}_t\mathbf{e}_{ij}$ 和 ${}_t\boldsymbol{\eta}_{ij}$ 为线性应变和非线性应变, ${}^t\boldsymbol{\tau}$ 为 Cauchy 应力。

则关于位移增量 $\mathbf{u}_j$ 的非线性方程为

$$\int_{t_v} {}_t\mathbf{S}_{ij} \delta {}_t\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} {}_t^{\Delta t} dV + \int_{t_v} {}^t\boldsymbol{\tau}_{ij} \delta {}_t\boldsymbol{\eta}_{ij} {}_t^{\Delta t} dV = {}^{t+\Delta t}W - \int_{t_v} {}_t\boldsymbol{\tau}_{ij} \delta {}_t\mathbf{e}_{ij} {}_t^{\Delta t} dV \quad (3)$$

式中线性和非线性应变的表达式可以写为

$${}_t\mathbf{e}_{ij} = \frac{1}{2}({}_t\mathbf{u}_{i,j} + {}_t\mathbf{u}_{j,i}) \quad {}_t\boldsymbol{\eta}_{ij} = \frac{1}{2}{}_t\mathbf{u}_{k,i}{}_t\mathbf{u}_{j,i}$$

采用近似式 $\delta {}_t\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \delta {}_t\mathbf{e}_{ij}$ 和 ${}_t\mathbf{S}_{ij} = {}_t\mathbf{D}_{ijkl}{}_t\mathbf{e}_{kl}$, 将式 (3) 中的第 1 项作线性化处理, 代入节点插值函数, 得到 U.L. 格式的矩阵求解方程

$$({}_t\mathbf{K}_L + {}_t\mathbf{K}_{NL})\mathbf{u} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} - {}^t\mathbf{F} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{u}$ 为节点位移增量矢量, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{Q}$ 为载荷矢量, ${}_t\mathbf{K}_L$ 、 ${}_t\mathbf{K}_{NL}$ 和 ${}^t\mathbf{F}$ 为各部分的积分项。

$$\begin{cases} {}_t\mathbf{K}_L = \sum_e \int_{t_{ve}} {}_t\mathbf{B}_L^T {}_t\mathbf{D} {}_t\mathbf{B}_L {}_t^{\Delta t} dV \\ {}_t\mathbf{K}_{NL} = \sum_e \int_{t_{ve}} {}_t\mathbf{B}_{NL}^T {}^t\boldsymbol{\tau} {}_t\mathbf{B}_{NL} {}_t^{\Delta t} dV \\ {}^t\mathbf{F} = \sum_e \int_{t_{ve}} {}_t\mathbf{B}_L^T {}^t\hat{\boldsymbol{\tau}} {}_t^{\Delta t} dV \end{cases} \quad (5)$$

式中, ${}_t\mathbf{B}_L^T$ 和 ${}_t\mathbf{B}_{NL}^T$ 分别为线性应变 ${}_t\mathbf{e}_{ij}$ 和非线性应变 ${}_t\boldsymbol{\eta}_{ij}$ 与位移的转换矩阵; ${}_t\mathbf{D}$ 为材料的本构矩阵; ${}^t\boldsymbol{\tau}$ 和 ${}^t\hat{\boldsymbol{\tau}}$ 为 Cauchy 应力矩阵和矢量。

为了准确获得双稳态余弦梁结构跳跃过程中的屈曲模态变换过程, 以双稳态余弦梁为典型结构(参数如表 1 所示), 采用多步位移载荷循环加载的方法来模拟其静态分岔特性, 如图 4 和图 5 所示。

表 1 余弦梁结构参数

跨度 /mm	拱高 /mm	厚度 /mm	宽度 /mm	弹性模量 /GPa	泊松比
40.0	4.0	0.8	4.0	2.0	0.29

图 4 双稳态跳跃过程中的位型曲线

图 5 中点处的力位移曲线

从图 4 中看出, 受对称边界条件和中心点加载的影响, 双稳态余弦梁的屈曲模态随着变形能逐渐集聚使结构达到 5 阶模态。随着横向位移增大, 变形能达到极值, 迅速跳变为 3 阶屈曲模态。此时, 双稳态结构出现静态分岔, 即力位移曲线存在不连续点, 如图 5 所示。分析其原因在于, 跳跃控制方程的解在尖点处出现分岔, 即满足变形一致性条件的位形曲线从高阶屈曲模态转变为低阶屈曲模态, 瞬间释放变形能, 出现力位移曲线不连续现象。

进一步采用位移载荷循环多步加载的方式, 得到了双稳态梁跳跃过程中可能存在的屈曲模态及其力位移曲线, 如图 6a 所示, 揭示了柔性双稳态结构跳跃过程存在的所有可能路径, 为双稳态位移跳跃控制方程的全解。其中分步 1 为正向加载的力位移曲线(即从第一稳态跳跃至第二稳态); 分步 2 为以反向加载的力位移曲线(从第二稳态跳跃至第一稳态); 分步 3 为以反向加载的“尖点”为初始点, 正向加载的“尖点”为终点的力位移曲线; 分步 4 为以正向加载的“尖点”为初始点, 反向加载到初始位置所得到的力位移曲线(结构返回第一稳态)。双稳态结构两端为固支边界条件, 在初始状态下无轴向应力, 但在横向位移加载过程中, 结构受轴向挤压作用, 且轴向力的变化与横向位移所对应, 如图 6b 所示, 结构在高阶屈曲模态状态下产生的轴向力(分步 3)远高于跳跃过程中的其他阶段。

(a) 双稳态跳跃过程中的屈曲模态及力位移曲线

(b) 双稳态跳跃过程中的轴向力曲线

图6 多步位移载荷法模拟双稳态梁跳跃过程

综合分析发现, 双稳态结构在正反向跳跃过程存在3条可能的分岔路径, 随着变形能逐渐累积, 结构位形曲线发生第1次分岔, 即从初始状态转换为5阶屈曲模态, 该过程为能量渐变过程, 并未出现突变现象。随着位移载荷继续增大, 结构的刚度变为负刚度, 此时结构的弹性变形能逐渐释放, 达到尖点位置时迅速由高阶模态跳变到低阶屈曲模态, 弹性变形能突变, 产生不连续突变现象, 结构发生第2次分岔。另外, 分步3所对应的高阶屈曲模态和分步1所对应的低阶屈曲模态分别对应于极值点屈曲和分叉屈曲。从图6a中可以看出, 正反行程(分步1和分步2)之间存在明显的迟滞现象, 即结构在双向运动过程中表现出不同的力学特性, 极易引起双稳态器件的性能不稳定。为此, 针对屈曲模态转换存在多路径现象而引起的双稳态跳跃力学特性存在多值性和不确定性, 需要进一步研究如何获得稳定的正反行程跳跃力学特性。

2 影响“尖点”的关键因素分析

双稳态结构参数尤其是拱高、厚度及跨度等参数对其跳跃力学行为具有重要的影响。因此, 选取双稳态余弦梁的弹性模量 $E=2.0$ GPa, 泊松比 $\mu=0.29$, 跨度 $L=40.0$ mm, 宽度 $D=4.0$ mm, 厚度 $t=0.8$ mm, 拱高 $H=4.0$ mm 等为初始参数, 研究结构参数对跳跃力学特性的影响关系。

2.1 拱高对跳跃特征的影响

保持跨度、宽度和厚度等参数不变, 分析拱高对双稳态力学特性的影响关系, 如图7所示。随着拱高的不断增大(从2.0 mm到4.0 mm), 双稳态余弦梁结构的力位移曲线逐渐出现尖点, 即跳跃力载荷随着拱高的不断增大出现突变现象。

当拱高为2.0 mm时, 双稳态结构正反行程的力学特性曲线已经无“尖点”突变, 且其正反行程(加载/卸载)力位移曲线重合, 不存在迟滞现象, 如图8

图7 拱高对双稳态余弦梁跳跃特性的影响关系

所示。同时, 双稳态跳跃行程和跳跃阈值力也随拱高而发生变化。因此, 通过合理设计双稳态结构的拱高参数, 可以有效的避免高阶屈曲模态变换突变现象所造成的跳跃路径不唯一的问题。另外, 双稳态跳跃正反行程表现出相同的力学特征, 这对于获得稳定的双稳态特征具有重要意义。

图8 拱高为2.0 mm的双稳态跳跃特征曲线

2.2 厚度对跳跃特征的影响

柔性双稳态结构的厚度参数也是影响其跳跃特征的重要因素。保持其他参数不变, “尖点”随着厚度的不断增大而逐渐消失, 如图9a所示。主要原因

(a) 厚度对“尖点”的影响

(b) 厚度为1.6 mm时跳跃过程中的屈曲模态

图9 厚度对双稳态跳跃力学特性的影响

在于,当厚度增大到 1.6 mm 时,双稳态跳跃过程中并未出现高阶屈曲模态突变的现象,如图 9b 所示,有效避免了能量突变而引起的力位移曲线不连续现象。同时,双稳态跳跃力学特征也随厚度而变化。随着厚度的增大,结构的跳跃阈值逐渐增大,但其稳态保持力则逐渐减小。另外,第二稳态位置随着厚度的增大而减小。因此,双稳态结构设计过程中需要综合考虑厚度对“尖点”、跳跃阈值力和行程(第二稳态位置)的影响。

2.3 跨度变化对跳跃行为的影响

保持结构尺寸参数和拱高参数不变,即双稳态结构的行程保持不变,当双稳态梁结构的跨度从 40.0 mm 增大到 48.0 mm 不断增大时,力位移曲线中的尖点(不连续点)仍然存在,且出现位置不变,如图 10 所示。同时,跳跃阈值力随着跨度的增大而逐渐减小,但双稳态跳跃行程一直保持不变。由此,在相同拱高情况下,在小范围内增加跨度只能降低跳跃临界载荷,难以消除力位移曲线中的“尖点”。

图 10 跨度对跳跃力学特征的影响

2.4 宽度对跳跃特征的影响关系

保持双稳态余弦梁结构的跨度、拱高、厚度等参数不变,宽度对双稳态跳跃力学特性的影响关系,如图 11 所示。当宽度从 0.5 mm 增大到 6.0 mm 时,双稳态结构的力位移曲线的尖点位置保持不变,且峰值力随着宽度的增大线性增大。另外,宽度的变化仅影响跳跃阈值力的大小,双稳态跳跃行程保持不变。

图 11 双稳态梁宽度对跳跃力位移曲线的影响

综合研究表明,厚度和拱高是影响柔性双稳态结构跳跃分岔的关键结构参数。通过合理设计拱高和厚度参数可以有效的抑制“尖点”问题,但也会影响其跳跃力学特性如行程和阈值。因此,为了获得稳定的双稳态特征,需要系统分析厚度和跨度对其跳跃分岔特性的影响关系。

首先,保持双稳态结构的参数包括弹性模量、泊松比、跨度和宽度保持不变(表 1),数值仿真拱高和厚度变化对双稳态跳跃特征的影响,如图 12 所示,“尖点”存在与否具有明显的界限。为了更清晰地描述结构参数对双稳态跳跃的影响关系,引入结构品质因数 Q

$$Q = \frac{t}{H} \quad (6)$$

式中, H 为拱高; t 为厚度。

图 12 拱高和厚度对双稳态跳跃特征的影响关系

系统分析跨度为 40.0~120.0 mm 的柔性双稳态结构跳跃特性,得到其品质因数在 0.33 左右,且仅当品质因数 Q 大于 0.33 时,双稳态结构在跳跃过程中的力位移曲线不存在尖点,且具有较为稳定的单一跳跃力学特性。因此,通过合理设计双稳态结构的品质因数,可以获得较为稳定且无“尖点”的双稳态力学特性,这对于双稳态微器件或系统的性能设计至关重要。

3 试验分析

采用热成型的方法制备双稳态余弦梁结构,如图 13 所示,首先通过夹具将直梁两端固支并挤压成为弧形状态,然后通过高温热处理工艺成型,并经过退火释放残余应力。直梁原长 45.6 mm,挤压至 40.0 mm,宽 4.0 mm,厚 0.1 mm。受制造过程中夹具的影响,所得结构为弧形结构,其轮廓线与标准余弦形式存在偏差。借助激光位移传感器(MTI-LTS-300-200, MTI Corp)重新扫描轮廓线,测得梁跨度为 38.0 mm,拱高为 6.4 mm,数学拟合得到弧形梁的轮廓线为

$$f(x) = a_1 \exp\left(-((x-b_1)/c_1)^2\right) + a_2 \exp\left(-((x-b_2)/c_2)^2\right) \quad (7)$$

式中, 系数 $a_1=0.7504$, $b_1=17.05$, $c_1=3.578$, $a_2=5.926$, $b_2=19.91$, $c_2=8.471$ 。

图 13 实验样件

将弧形梁通过夹具安装于微型拉压试验机 (SD-50, 负荷分度值 0.01 N, 最大位移 100.0 mm, 位移分度值 0.01 mm), 如图 15 所示。受制造工艺所限, 制造纯弹性余弦梁结构较为困难, 试验所用弧形梁本身非完全对称。另外, 在实际测量中, 试验件加载位置位于偏离中心位置 1.0 mm 处。因此, 基于式(6)拟合的弧形梁轮廓线及边界条件对有限元模型进行修正, 如图 14 所示。采用逐步位移加载的方式, 测得其力位移曲线, 如图 16 所示, 仿真结果与试验值基本一致。根据已有仿真结果, 双稳态梁结构的加载位置对其力学特性影响明显。由于图 16 中测量结果仅为偏离位置处的力位移关系, 因而与

图 14 有限元计算模型示意图

图 15 拉压试验机测力装置

中心位置处双稳态梁结构所表现的力学特性偏差较大, 并未出现零力点。但所测的力位移关系曲线轮廓与中心点处所对应的曲线类似, 且在弧形梁加载过程中可以明显的屈曲模态转换过程, 如图 17 所示, 所预测的模态与试验模态几乎一致, 从而验证了本文所提出的模态转换预测方法的有效性。另外, 误差主要来源于热处理成型材料弹性模量、厚度变化, 且加载位置处的连接方式也会造成局部刚化和转动约束。

图 16 试验与仿真结果对比

图 17 跳跃过程中的模态对比

双稳态结构的跳跃力学特性与其形貌、夹持边界条件和横向载荷施加位置密切相关。由于热成型方法制备的弧形梁形貌与余弦梁略有不同, 且加载位置难以准确定位在弧形梁的几何中心, 如图 13 所示, 使得加载过程中并未出现“尖点”现象。为此, 在计算模型中引入形貌和加载位置(微小偏置)

误差,准确预测了结构跳跃过程中的模态转换过程及其所对应的力位移关系,仿真与实验结果基本一致,如图 16 和 17 所示,从而充分验证了屈曲模态变换过程对双稳态结构跳跃力学特征的影响关系。

4 结 论

论文基于有限元大变形理论系统分析了柔性双稳态结构跳跃路径不唯一及其力位移曲线存在不连续(即尖点)的问题,采用多步载荷循环加载的方法得到了柔性双稳态结构跳跃的完整解,获得了双稳态结构跳跃过程中存在的可能屈曲模态,解释引起力位移曲线出现不连续“尖点”的原因,即屈曲模态突变现象。

(1) 研究了双稳态梁结构加载和卸载过程中屈曲模态变换与轴向载荷、横向载荷之间的影响关系,分析了结构参数对屈曲模态分岔的影响关系,得到了具有稳定单一跳跃路径的双稳态结构参数变化规律。

(2) 提出引入品质因数作为双稳态结构力位移曲线“尖点”出现与否的判据的方法,当且仅当品质因数大于一定值时才能获得较为稳定的无尖点双稳态力学特性。

(3) 采用热成型方法研制了类余弦梁双稳态结构,考虑残余应力、夹持边界条件及载荷加载偏置方式的影响,仿真预测的屈曲模态转换过程和相应的力位移曲线与试验结果基本一致,为双稳态跳跃过程的精确设计与控制提供了有效的依据。

参 考 文 献

- [1] 赵剑,陈国玺,高仁璟,等. 基于磁-机耦合效应的大行程多稳态机构非线性跳跃分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(20): 188-194.
ZHAO Jian, CHEN Guoxi, GAO Renjing, et al. Nonlinear snap-through analysis of magnetic mechanical based large stroke multistable mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(20): 188-194.
- [2] WU Yibo, DING Guifu, ZHANG Congchun, et al. Design and implementation of a bistable microcantilever actuator for magnetostatic latching relay[J]. Microelectronics Journal, 2010, 41(6): 325-330.
- [3] LUHARUKA R, HESKETH P. Bistable electromagnetically actuated rotary gate microvalve[J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2008, 18(3): 035015.
- [4] SNELLER A, CETTE P, MANN B. Experimental investigation of a post-buckled piezoelectric beam with an attached central mass used to harvest energy[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2011, 225(4): 497-509.
- [5] HARNE R, WANG K W. A review of the recent research on vibration energy harvesting via bistable systems[J]. Smart Materials and Structures, 2013, 22(2): 023001.
- [6] HANSEN B, CARRON C, JENSEN B, et al. Plastic latching accelerometer based on bistable compliant mechanisms[J]. Smart Materials and Structures, 2007, 16(5): 1967-1972.
- [7] 赵剑,魏岩,高仁璟,等. 基于局部截面构型优化的双稳态结构跳跃阈值控制与设计[J]. 机械工程学报, 2016, 52(19): 154-161.
ZHAO Jian, WEI Yan, GAO Renjing, et al. Control of the snap-through characteristic through local cross-section optimization[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(19): 154-161.
- [8] QIU Jin, LANG J, SLOCUM A. A curved-beam bistable mechanism[J]. Journal of Microelectromechanical systems, 2004, 13(2): 137-146.
- [9] ZHAO Jian, JIA Jianyuan, HE Xiaoping, et al. Post-buckling and snap-through behavior of inclined slender beams[J]. Journal of Applied Mechanics, 2008, 75(4): 041020.
- [10] HUANG Yu, ZHAO Jian, LIU Shutian. Design optimization of segment-reinforced bistable mechanisms exhibiting adjustable snapping behavior[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2016, 252: 7-15.
- [11] ZHANG Aimei, CHEN Guimin. A comprehensive elliptic integral solution to the large deflection problems of thin beams in compliant mechanisms[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 5(2): 021006.
- [12] CHEN Guimin, GOU Yanjie, ZHANG Aimei. Synthesis of compliant multistable mechanisms through use of a single bistable mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133(8): 081007.
- [13] 勾燕洁,张守银,陈贵敏. 一种全柔顺六稳态机构的设计[J]. 机械工程学报, 2015, 51(7): 61-66.
GOU Yanjie, ZHANG Shouyin, CHEN Guimin. Design approach for a fully compliant sextastable mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(7): 61-66.
- [14] CAZOTTES P, FERNANDES A, POUGET J, et al. Bistable buckled beam: Modeling of actuating force and experimental validations[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(10): 101001.
- [15] PHAM Huytuan, WANG Dungan. A quadristable compliant mechanism with a bistable structure embedded in a surrounding beam structure[J]. Sensors and Actuators

- A: Physical, 2011, 167(2): 438-448.
- [16] KRYLOV S, ILIC B, LULINSKY S. Bistability of curved microbeams actuated by fringing electrostatic fields[J]. Nonlinear Dynamics, 2011, 66(3): 403-426.
- [17] HUSSEIN H, LE MOAL P, BOURBON G, et al. Modeling and stress analysis of a pre-shaped curved beam : influence of high modes of buckling[J]. International Journal of Applied Mechanics, 2015, 7(04): 1550055.
- [18] ZOU Hongxiang, ZHANG Wenming, WEI Kexiang, et al. A compressive-mode wideband vibration energy harvester using a combination of bistable and flextensional mechanisms[J]. Journal of Applied Mechanics, 2016, 83(12): 121005.
- [19] HUANG Henwei, LEE Fuwei, YANG Yaojoe. Design criteria for a push-on push-off MEMS bistable device[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2016, 25(5): 900-908.
- [20] HAO Guangbo, MULLINS J. On the comprehensive static characteristic analysis of a translational bistable mechanism[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(20): 3803-3817.
- [21] CAMESCASSE B, FERNANDES A, POUGET J. Bistable buckled beam: Elastica modeling and analysis of static actuationp[J]. International Journal of Solids and Structures, 2013, 50(19): 2881-2893.
- [22] CAMESCASSE B, FERNANDES A, POUGET J. Bistable buckled beam and force actuation: Experimental validations[J]. International Journal of Solids and Structures, 2014, 51(9): 1750-1757.
- [23] 王勖成. 有限单元法[D]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- WANG Xucheng. Finite element method[D]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.

作者简介: 赵剑(通信作者), 男, 1980 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为智能结构与材料、非线性谐振器、多稳态结构设计。

E-mail: jzhao@dlut.edu.cn

程凯, 男, 1991 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为多稳态智能结构设计与分析。

E-mail: 1579800067@qq.com

高仁璟, 女, 1964 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为左手材料和生物传感器。

E-mail: renjing@dlut.edu.cn

黄毓, 女, 1984 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为带隙材料设计、结构优化设计。

E-mail: huangyu130@aliyun.com

刘蓬勃, 男, 1981 年出生, 博士, 工程师。主要研究方向为非线性微纳结构、光学传感器与生物传感器。

E-mail: pengbolu@dlut.edu.cn