

DOI: 10.3901/JME.2015.20.101

循环热-机械双轴载荷下薄壁圆筒的热棘轮极限*

郑小涛 彭红宇 喻九阳 徐建民 林 伟

(武汉工程大学化工装备强化与本质安全湖北省重点实验室 武汉 430205)

摘要: 热棘轮失效是薄壁圆筒的主要失效模式之一, 现有 ASME 锅炉及压力容器规范和 EN13445 等设计标准主要考虑环向应力, 而未考虑轴向应力条件, 使得设计结果可能偏于不安全。针对循环热-机械双轴载荷下薄壁圆筒热棘轮设计理论的不足, 采用非循环分析方法系统研究双轴应力状态下薄壁圆筒热棘轮极限的解析解, 重点考虑轴向压缩应力对循环温度梯度和稳定内压组合载荷下薄壁圆筒热棘轮极限的影响, 并提出相应的设计方法, 并采用有限元法对理论结果进行验证。结果表明, 循环热-机械载荷下轴向压缩应力会显著降低薄壁圆筒的热棘轮极限, 且理论解与有限元分析结果吻合良好, 这说明此方法可用于循环热-机械双轴载荷及类似工况下薄壁圆筒的热棘轮设计限, 具有良好的工程价值。

关键词: 棘轮极限; 薄壁圆筒; 双轴载荷; 非循环方法

中图分类号: TB333

Thermal Ratchet Limit of Thin-walled Cylinder under Cyclic Biaxial Thermo-mechanical Loadings

ZHENG Xiaotao PENG Hongyu YU Jiuyang XU Jianmin LIN Wei

(Hubei Provincial Key Laboratory of Chemical Equipment Intensification and Intrinsic Safety,
Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205)

Abstract: Thermal ratchet is the typical failure mode for thin-walled cylinder. Only the hoop stress is used for ratchet limit design in the ASME boiler and pressure vessel code as well as EN 13445 design standards, while the axial stress is not considered. Hence, the design results may be unsafe under this case. In view of the shortage of ratchet limit design theory for thin-walled cylinder under cyclic biaxial thermo-mechanical loadings, the ratchet limit analytical solution of thin-walled cylinders subjected to biaxial thermo-mechanical loads has been derived according to the non-cyclic method. The effect of axial compressive stress on the thermal ratchet limit of thin-walled cylinder under cyclic temperature gradient and constant internal pressure is stressed, and the corresponding design method is proposed. The closed-form solutions are validated by simplified finite element method. Results revealed that the axial compressive stress significantly decreases the ratchet limit of thin-walled cylinders under biaxial loadings. Moreover, the proposed analytical solutions are in well agreement with those finite element method(FEM) results. This shows that the proposed design method has good engineering significance for evaluating the ratchet limit of thin-walled cylinders under cyclic biaxial thermo-mechanical loadings.

Key words: ratchet limit; thin-walled cylinder; biaxial loadings; non-cyclic method

0 前言

在交变热载荷作用下, 构件随载荷波动次数产生积累的塑性变形, 这一现象称为热棘轮效应。薄

壁圆筒是石油化工、电力、冶金等行业过程设备的主要承压元件, 除了苛刻的操作条件, 承受的载荷也比较复杂, 其中最典型的工况之一是承受热-机械载荷的共同作用。在该条件下, 热棘轮是结构的主要失效模式之一。近年来, 基于失效模式的分析设计方法逐渐被认可并推广使用, 限制棘轮失效的设计方法显得日益迫切。BREE^[1]首次研究了循环热-机械载荷下薄壁圆筒的热棘轮极限, 但文中将薄壁

* 国家自然科学基金(51305310)、湖北省教育厅科学研究计划(Q20131506)和武汉工程大学研究生创新教育基金(CX2014037)资助项目。20140904 收到初稿, 20150320 收到修改稿

圆筒简化为仅考虑环向应力的单轴模型, 得到了著名的 BREE 图。该图至今仍是 ASME^[2]规范和 EN13445^[3]等标准中薄壁圆筒热棘轮设计的主要方法。随后, BREE^[4]进一步推导了考虑双轴应力下薄壁管道的热棘轮极限, 但文中假设泊松比等于零, 忽略了各向应力的相互作用, 其分析结果偏于保守。随后, 陈刚等^[5]对循环热-机械双轴载荷下薄壁圆筒的棘轮极限进行了系统的有限元分析, 除了稳定的内压外, 还考虑了结构自重引起的轴向压缩应力, 并进一步研究了双轴问题的热棘轮变形机理。截至目前, 真实双轴条件下薄壁圆筒热棘轮极限均为数值解^[6-10], 尚缺乏精确的理论解。近来, REINHARDT 等^[11-13]拓展了经典的安定下限理论, 提出了一种计算结构棘轮极限的非循环方法。以此为基础, 本文推导了循环热-机械双轴载荷下薄壁圆筒热棘轮极限的解析解, 并基于通用有限元软件 ANSYS 对理论结果进行了验证, 提出了相应的设计方法, 为复杂条件下薄壁圆筒热棘轮评估奠定理论依据。

1 理论基础

假设承压薄壁圆筒为理想弹塑性材料, 在承载过程中服从小应变和 von Mises 屈服条件。在本文分析过程中, 将循环载荷组合分为稳态载荷和随时间变化的循环荷载^[6-7], 则横截面的剩余等效承载能力可表示为

$$(\tilde{\sigma}_r(t))_{eq} = \sigma_s - \frac{1}{2}(\Delta\tilde{\sigma}_c(t))_{eq} \quad (1)$$

式中, $\Delta\tilde{\sigma}_c(t)$ 为外纤维在厚度方向的循环应力振幅张量; σ_s 是屈服极限, 下标 eq 代表 von-Mises 等效应力。

在剩余强度条件下对稳态载荷的极限承载能力可表示为

$$\int_{\Omega} (\tilde{\sigma}_s(t))_{eq} d\Omega = \int_{\Omega} (\tilde{\sigma}_r(t))_{eq} d\Omega \quad (2)$$

式中, $\tilde{\sigma}_s(t)$ 是在厚度方向的稳态应力张量; Ω 是结构的横截面, 其稳态应力水平即为相应循环载荷下的棘轮边界。

2 双轴条件下薄壁圆筒热棘轮极限

假设薄壁圆筒承受双轴热-机械载荷, 这里将组合载荷分为稳定内压 p_i 、稳态轴向压力 p_c 和循环线性温度梯度 ΔT , 如图 1 所示。

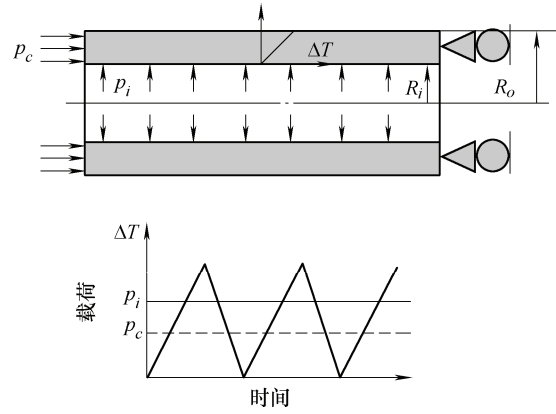


图 1 薄壁圆筒的载荷工况

承受线性温度梯度薄壁圆筒呈等双轴热应力状态。若循环热应力沿整个厚度保持为弹性, 环向热应力和轴向热应力可表示为

$$\sigma_{th}^{\theta}(r) = \sigma_{th}^z(r) = \left| \frac{\Delta\sigma_{th}(2r - R_o - R_i)}{2(R_o - R_i)} \right| \quad R_i \leq r \leq R_o \quad (3)$$

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\nu)}$$

式中, E 、 α 和 ν 分别是弹性模量、热膨胀系数和泊松比; r 是圆筒半径; R_o 和 R_i 是外半径与内半径; 上标 θ 和 z 代表环向和轴向。

随着线性温度梯度的增加, 圆筒的内、外表面会首先出现屈服, 且屈服区域随温度梯度的增加而增大。当发生屈服时, 圆筒的热应力分布如下

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{th}^{\theta}(r) = \sigma_{th}^z(r) = \left| \frac{\sigma_s}{r_{ep}} \left(r - \frac{R_i + R_o}{2} \right) \right| \\ \quad \frac{R_i + R_o}{2} - r_{ep} < r < \frac{R_i + R_o}{2} + r_{ep} \\ \sigma_{th}^{\theta}(r) = \sigma_{th}^z(r) = \sigma_s \\ \quad R_i \leq r \leq \frac{R_i + R_o}{2} - r_{ep} \quad \frac{R_i + R_o}{2} + r_{ep} \leq r \leq R_o \end{array} \right. \quad (4)$$

式中, r_{ep} 为圆筒上屈服层厚度。

考虑到线性温度梯度下薄壁圆筒的热应力状态是等双轴的, 根据 von-Mises 屈服准则, 沿厚度方向的等效应力 $\sigma_{th}^{eq}(r)$ 是可以得到的。

当循环热应力沿整个厚度保持为弹性时, 相应的等效应力为

$$\sigma_{th}^{eq}(r) = \left| \frac{\Delta\sigma_{th}(2r - R_o - R_i)}{2(R_o - R_i)} \right| \quad (5)$$

当发生屈服时, 相应的等效应力为

$$\sigma_{th}^{eq}(r) = \left| \frac{\sigma_s}{r_{ep}} \left(r - \frac{R_i + R_o}{2} \right) \right| \quad (6)$$

而对于稳定的内压 p_i 和轴向压力 p_c 下的薄壁筒体, 环向应力 σ_m^θ 和轴向应力 σ_m^z 为

$$\begin{cases} \sigma_m^\theta = \frac{p_i(R_o + R_i)}{2(R_o - R_i)} \\ \sigma_m^z = \frac{p_i(R_o + R_i)}{4(R_o - R_i)} + p_c \end{cases} \quad (7)$$

在这种情况下 von-Mises 等效应力

$$\sigma_m^{eq} = \sqrt{\frac{3}{4}(\sigma_m^\theta)^2 + p_c^2} = \sqrt{\frac{3p_i^2(R_o + R_i)^2}{16(R_o - R_i)^2} + p_c^2} \quad (8)$$

同理, 当热循环应力保持弹性, 将式(5)和式(8)代入式(1)和式(2)则有

$$\begin{aligned} \int_{R_i}^{R_o} 2\pi \sqrt{\frac{3p_i^2(R_o + R_i)^2}{16(R_o - R_i)^2} + p_c^2} r dr = \\ \int_{R_i}^{R_o} 2\pi \left[\sigma_s - \left| \frac{\Delta\sigma_{th}(2r - R_o - R_i)}{2(R_o - R_i)} \right| \right] r dr \end{aligned} \quad (9)$$

因此, 棘轮边界可表示为

$$\bar{\sigma}_m^\theta = \frac{\sqrt{3}(k-1)}{(k+1)\ln k} \frac{2}{\sqrt{3+4m^2}} \left(1 - \frac{\Delta\bar{\sigma}_{th}}{4} \right) \quad (10)$$

式中, $\bar{\sigma}_m^\theta$ 为内压与极限压力的比值, $\bar{\sigma}_m^\theta = p_i/p_L$, 且 $p_L = 2\sigma_s \ln k / \sqrt{3}$; m 为轴向压缩应力与环向应力的比值, $m = p_c/\sigma_m^\theta$; $\Delta\bar{\sigma}_{th}$ 为热应力与屈服极限的比值, $\Delta\bar{\sigma}_{th} = \Delta\sigma_{th}/\sigma_s$; k 为内外半径的比值, $k = R_o/R_i$ 。

当承压圆筒的外纤维发生屈服时, 将式(6)和式(8)代入式(1)和式(2), 则有

$$\begin{aligned} \int_{R_i}^{R_o} 2\pi \sqrt{\frac{3p_i^2(R_o + R_i)^2}{16(R_o - R_i)^2} + p_c^2} r dr = \\ 2\pi \int_{\frac{R_i+R_o}{2}-r_{ep}}^{\frac{R_i+R_o}{2}+r_{ep}} \left(\sigma_s - \left| \frac{\sigma_s}{r_{ep}} \left(r - \frac{R_i+R_o}{2} \right) \right| \right) r dr \end{aligned} \quad (11)$$

棘轮边界为

$$\bar{\sigma}_m^\theta = \frac{\sqrt{3}(k-1)}{(k+1)\ln k} \frac{2}{\sqrt{3+4m^2}} \Delta\bar{\sigma}_{th} \quad (12)$$

同理, 量纲一参数定义为 $\bar{\sigma}_m^\theta = p_i/p_L$, $\Delta\bar{\sigma}_{th} = \Delta\sigma_{th}/\sigma_s$, $k = R_o/R_i$ 。

由式(10)和式(12)可得不同轴向应力下结构的热棘轮极限, 如图 2 所示。结果表明, 当存在额外的轴向压缩应力时, 结构的热棘轮极限显著减小。

以便于进行薄壁圆筒不同部位的热棘轮设计, 这里定义量纲一机械载荷和量纲一热载荷分别为 $m_p = \sigma_\theta^p/\sigma_s$, $m_z = \sigma_z^p/\sigma_s$, $m_t = \sigma^T/\sigma_s$ 。其中, σ_θ^p 、

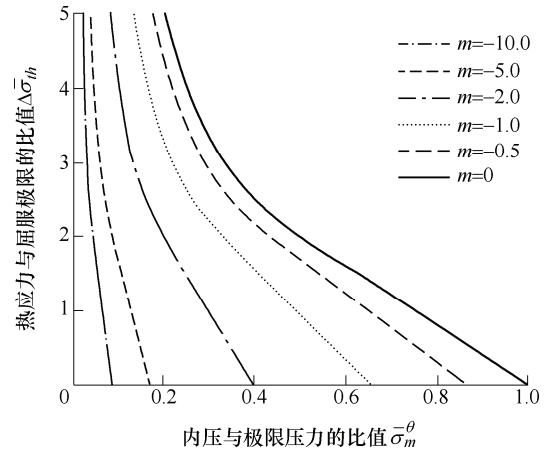


图 2 轴向压缩对承压圆筒棘轮极限的影响

σ_z^p 为薄壁筒壳的环向应力和轴向应力, σ^T 为虚拟最大热应力绝对值。且满足关系 $m_z/m_p = q$ 。那么, 式(10)和式(12)可变化为

$$\begin{aligned} m_t = 4 \left[1 - m_p \sqrt{(q-0.5)^2 + 0.75} \right] \\ \frac{1}{2\sqrt{(q-0.5)^2 + 0.75}} \leq m_p \leq \frac{1}{\sqrt{(q-0.5)^2 + 0.75}} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} m_t = \frac{1}{m_p \sqrt{(q-0.5)^2 + 0.75}} \\ 0 \leq m_p \leq \frac{1}{2\sqrt{(q-0.5)^2 + 0.75}} \end{aligned} \quad (14)$$

经典的 BREE 解可表示为

$$m_t = 4(1 - m_p) \quad 0.5 \leq m_p \leq 1.0 \quad (15)$$

$$m_t = \frac{1}{m_p} \quad 0 \leq m_p \leq 0.5 \quad (16)$$

由式(13)和式(14)可得双轴条件下薄壁圆筒的热棘轮交互图, 如图 3 所示。

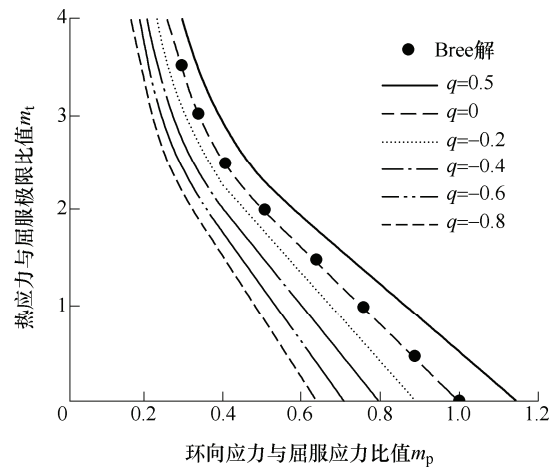


图 3 薄壁圆筒的热棘轮交互图

由图 3 可知, 当不考虑重力引起的轴向压缩应

力时, 即 $q=0$ 时, 式(13)和式(14)分别可以简化为式(15)和式(16)。本文解析解与经典的 BREE 解一致。这是因为经典的 BREE 解采用了 Tresca 屈服准则, 忽略了轴向应力的作用, 而本文采用 von-Mises 屈服准则, 弥补了该方面的不足。这也说明采用 BREE 解对两端封闭薄壁圆筒进行热棘轮设计是偏于保守的。但是, 轴向压缩力显著降低了热棘轮极限。因此, 在工程设计中若忽略重力等载荷产生的轴向压力, 采用 BREE 解进行棘轮设计是偏于危险的, 而本文方法适于双轴条件下薄壁圆筒的热棘轮设计。

3 有限元分析法及验证

为验证本文解析解的正确性, 这里采用有限元法进行比较。薄壁圆筒的几何模型见图 1, 其中筒体的内径和外径分别为 $R_i = 200 \text{ mm}$, $R_o = 210 \text{ mm}$ 。考虑其轴对称特征, 采用 PLANE42 单元和轴对称模型进行建模。为保证计算精度, 网格密度沿厚度方向划分 100 等份。对应的有限元模型如图 4 所示。根据理想弹塑性材料进行分析, 其参数如表 1 所示。



图 4 有限元模型

表 1 材料参数

热膨胀系数/ K^{-1}	泊松比	弹性模量/MPa	屈服极限/MPa
1.17×10^{-5}	0.3	2.1×10^5	200

有限元分析主要采用四个步骤进行计算。

(1) 将操作载荷分为常机械载荷和循环热载荷。

(2) 建立理想弹塑性有限元模型, 初始屈服极限为 σ_s , 并根据循环热载荷计算 Mises 等效应力分布。

(3) 利用屈服应力 σ_s 减去 Mises 等效应力, 得到各节点的剩余强度值。

(4) 设置各节点的屈服应力为剩余强度值, 根据常机械载荷进行极限分析, 其极限载荷即为相应条件下的棘轮极限。

图 5 为有限元分析结果与本文解析解的比较, 结果表明本文解析解与有限元分析计算结果吻合良好, 这说明本文方法可用于评估热-机械双轴载荷下薄壁圆筒的热棘轮极限, 具有良好的工程价值。

4 结论

(1) 基于非循环理论, 推导了承受热-机械双轴

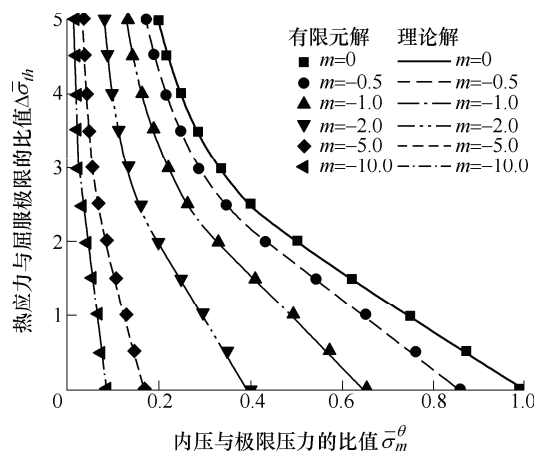


图 5 理论解与有限元结果比较

载荷下薄壁圆筒热棘轮极限的解析解。

(2) 提出了热-机械双轴载荷下薄壁圆筒热棘轮工程设计方法, 并采用有限元法进行了验证。

(3) 轴向压应力显著降低薄壁圆筒的热棘轮极限, 按传统的 BREE 理论进行设计是偏于危险的。

参 考 文 献

- [1] BREE J. Elastic-plastic behavior of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel elements[J]. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 1967, 2(3): 226-238.
- [2] American Society of Mechanical Engineers. Boiler and pressure vessel code[S]. New York: The American Society of Mechanical Engineers, 2007.
- [3] EN13445-3, Unfired pressure vessels-Part 3: Design, annex C: Method based on stress categories[S]. Brussels: European Commission for Standardization, 2002.
- [4] BREE J. Plastic deformation of a closed tube due to interaction of pressure stress and cyclic thermal stresses [J]. International Journal of Mechanical Science, 1989, 11(31): 865-892.
- [5] 陈刚, 刘应华. 结构塑性极限与安定性分析理论及工程方法[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
CHEN Gang, LIU Yinghua. Plastic limit of Structural and theory analysis of shakedown and engineering method[M]. Beijing: Science Press, 2006.
- [6] ZHENG Xiaotao, XUAN Fuzhen. Shakedown of thick cylinders with radial openings under thermo-mechanical loadings[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2012, 134: 011205.
- [7] CHEN Gang, DING Xingwei, HE Kuangguo. Critical stress limit of biaxial thermal ratcheting deformation in thin-walled cylindrical shells[C/CD]//Asia-Pacific

- Symposium on Advances in Engineering Plasticity and Its Application, Hong Kong, China, 1992.
- [8] 郑小涛, 轩福贞. 热-机载荷下厚壁圆筒自增强压力与安全性分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(16): 156-161.
ZHENG Xiaotao, XUAN Fuzhen. Investigation on autofrettage and safety of the thick-walled cylinder under thermo-mechanical loadings[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(16): 156-161.
- [9] 郑小涛, 彭常飞. 热-机械载荷下 U 型对焊焊接接头的安定性[J]. 焊接学报, 2013, 34(10): 1-4.
ZHENG Xiaotao, PENG Changfei. Shakedown of U-type butt welded joints under thermo-mechanical loadings[J]. Transactions of the China Welding Institution, 2013, 34(10): 1-4.
- [10] ZHENG Xiaotao, XUAN Fuzhen. Autofrettage and shakedown analysis of strain-hardening cylinders under thermo-mechanical loadings[J]. Journal of Strain Analysis Engineering and Design, 2011, 46(1): 45-55.
- [11] REINHARDT W. A Non-cyclic method for plastic shakedown analysis[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2008, 130(3): 031209.
- [12] ADIBI-ASL R, REINHARDT W. Non-cyclic shakedown/ratcheting boundary determination-part 1: Analytical approach[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2011, 88: 311-320.
- [13] ADIBI-ASL R, REINHARDT W. Non-cyclic shakedown/ratcheting boundary determination-part2: Numerical implementation[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2011, 88: 321-329
-
- 作者简介: 郑小涛(通信作者), 男, 1982 年出生, 副教授。主要从事结构完整性方面的教学和研究工作。
E-mail: xiaotaozheng@163.com