

DOI: 10.3901/JME.2014.20.188

# 基于磁-机耦合效应的大行程多稳态机构非线性 跳跃分析\*

赵 剑 陈国玺 高仁璟 刘书田

(大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室 大连 116024)

**摘要:** 跳跃非线性是制约多稳态特性(包括稳态个数、位置、阈值和行程)设计的难点。针对多稳态机构存在的关键稳态特征不可控问题,提出一种基于磁-机耦合效应的新型大行程多稳态机构及其设计方法,即引入空间变化磁场来调整系统局部能量极值点的分布状态,实现多稳态特性的精确设计。基于磁荷理论和伪刚体模型法,考虑结构几何大变形对空间磁场分布的影响,建立考虑位移补偿的多稳态非线性跳跃特性分析模型,分析磁结构参数、磁体数量与布置方式对多稳态特性的影响。基于能量变分原理提出多稳态特性设计的能量判据,揭示稳态与伪稳态之间的关系,得到稳态特征存在的条件。研制一种新型大行程7稳态机构样件,理论与试验结果基本一致,验证所提出的多稳态机构设计方法的可行性和有效性。

**关键词:** 多稳态; 磁-机耦合; 非线性; 跳跃; 柔性机构

**中图分类号:** TH703

## Nonlinear Snap-through Analysis of Magnetic-mechanical Based Large Stroke Multi-stable Mechanism

ZHAO Jian CHEN Guoxi GAO Renjing LIU Shutian

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,  
Dalian University of Technology, Dalian 116024)

**Abstract:** Due to the strong nonlinearity of the snap-through phenomenon of the multistable mechanism, it is difficult to design and control the multistable characteristics including stable state number, stable positions, snapping threshold and travelling stroke. To solve the design problems caused by the uncontrollable state features of the multistable mechanisms, a novel magnetic-mechanical based multistable mechanism with large travelling stroke is proposed by introducing the spatial arranged magnets to assist the energy storage and release procedure of the mechanical system, with which the local minimal energy positions can be designed by properly incorporating the compliant mechanisms and multi-magnets. Considering the influence of the nonlinear mechanical deformation on the magnetic field distribution, the accurate mathematical model for analyzing the nonlinear snap-through characteristic is established based on the magnetic charged model and the pseudo rigid body model method. Additionally, the influence of the magnetic pole direction, the magnet number and their arrangement on the multistable characteristic is theoretically analyzed, which is validated by the FEM simulation. Accordingly, the energy criterion for the magnetic-mechanical coupled multistability is obtained, thus resulting in the relationship between the real stable state and pseudo stable state. With the prerequisites for multistable features, a novel heptastable mechanism is manufactured. The good consistency between the simulation and experimental results adequately validate the correctness of the proposed model.

**Key words:** multistability; magnetic-mechanical coupling effects; nonlinear characteristic; snap-through; compliant mechanisms

## 0 前言

多稳态机构在运动行程中具有两个或多个稳

定平衡位置,且只有在外界输入能量大于跳跃能量阈值时才能实现状态转换,具有显著的阈值跳跃特性和稳态自保持能力,因而在低能耗光开关<sup>[1]</sup>、阈值碰撞传感器<sup>[2-4]</sup>、机械存储器<sup>[5-8]</sup>、驱动器<sup>[9]</sup>、变体飞机<sup>[10]</sup>等领域具有广泛的应用前景。

从能量角度看,大多数双稳态或多稳态机构主要依靠本身机械形状的变化来实现能量的存储与

\* 国家自然科学基金(51105059, 11372063, 11332004)、中航产学研(cxy2011dg34)、教育部博士点基金(20100041120019)、广西制造系统与先进制造技术重点实验室开放课题和中央高校基本科研业务费资助项目。20131012 收到初稿,20140315 收到修改稿

释放。例如, 利用曲线梁、倾斜支撑梁及球形拱等柔顺机构可以通过自身构型的调整来改变机构的能量状态。QIU 等<sup>[11]</sup>基于能量变分原理分析了双余弦平行梁结构的双稳态特性。赵剑等<sup>[12]</sup>基于非线性大挠度屈曲理论分析了倾斜 V 字梁结构的双稳态跳转特性, 得到倾斜梁大挠度后屈曲行为的精确解析解。伪刚体模型法已成为柔性双稳态机构设计与分析的重要方法<sup>[13]</sup>。CHEN 等<sup>[14]</sup>提出了 3 自由度伪刚体模型法用于设计压应力引起的双稳态柔性机构。于靖军等<sup>[15]</sup>提出了扩展伪刚体模型法并得到了空间柔性机构的位置解。MASTERS 等<sup>[16]</sup>采用伪刚体模型法将柔性双稳态机构简化为双滑块连杆模型, 得到了其双稳态跳跃力学特性。ATEN 等<sup>[17]</sup>结合伪刚体模型法与最小势能原理计算了多自由度柔性机构的稳态位置及其影响因素。另外, 在多稳态功能实现方面, 目前主要通过多个双稳态单胞结构互连来实现<sup>[18-21]</sup>, 即在有限的空间范围内连接不同尺寸的单胞结构。不足之处在于, 该类机构所连接的单胞个数受整体几何尺寸的限制, 从而限制了稳态个数的调整范围, 并且机构复杂度也会随单胞个数的增加而增加。由此可以看出, 探索新的结构形式来合理设计能量局部极值点是简化多稳态机构设计的关键。

文献调研发现, 借助空间布置永磁材料可以有效地改变机械系统的局部能量极值点分布状态。KING 等<sup>[22]</sup>提出一种基于能量变分原理的多稳态机构设计方法, 但由于采用的磁能量计算模型存在较大误差, 使得该模型仅能用于计算双磁体作用的稳态保持机构。ZHAO 等<sup>[5]</sup>利用永磁力与机构位移之间的强非线性关系, 设计一种具有显著阈值特性的双向碰撞传感器, 由于其计算模型采用小变形理论, 难于准确分析大行程多稳态机构的力学特性。另外, 需要指出的是, 在大行程多稳态机构的设计中需要充分考虑机构空间几何变形与磁场耦合影响。

针对多胞连接式多稳态机构在行程、稳态个数及跳跃控制等方面存在的不足, 本文提出通过空间布置磁体与大变形柔性结构耦合设计的方法来实现机械系统能量极值点的合理分布, 实现多稳态特性的精确设计与控制。具体内容包括, 在考虑非线性几何变形与空间磁场耦合影响的基础上, 基于伪刚体理论和磁荷模型方法建立了考虑位移补偿的大变形多稳态机构非线性力学分析模型, 分析了磁体个数与布置方式对多稳态特性(包括稳态个数、位置、阈值和行程)的影响, 有限元数值模拟结果有

效验证了所建立模型的正确性。建立了磁-机耦合效应多稳态机构的能量方程, 提出了可用于指导多稳态特性设计的能量判据, 并研制了一种新型 7 稳态机构样件, 试验结果有效验证了所提出的多稳态机构跳跃力学分析模型的准确性, 为磁-机耦合多稳态机构的精确设计与控制提供理论依据。

## 1 磁-机耦合多稳态机构

借助永磁体之间的相互作用, 可以使机构在多个位置达到力平衡状态。基于稳定性原理, 本文提出一种基于磁机耦合效应的多稳态机构, 如图 1 所示, 主要包括: 动磁体、定磁体和平行梁支撑结构。动磁体沿竖直方向运动过程中受弹性力和永磁体的共同工作用, 存在多个力平衡位置。由此可以看出, 磁体个数、磁极方向及布置方式、弹性支撑结构等是影响多稳态力学特性的关键因素。图 1 为具有 5 个永磁体的 7 稳态机构, 磁极方向相反时为 7 稳态。

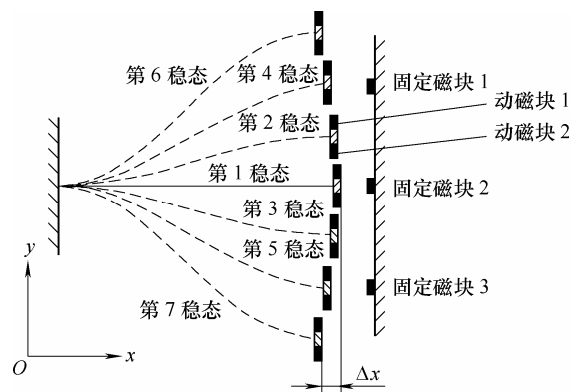


图 1 永磁式多稳态机构示意图

## 2 磁-机耦合多稳态跳跃分析模型

图 2 为动磁体沿竖直方向运动过程中的受力状态示意图。当外力  $F_{out}$ 、弹性力和磁力达到平衡时, 机构处于稳定状态。

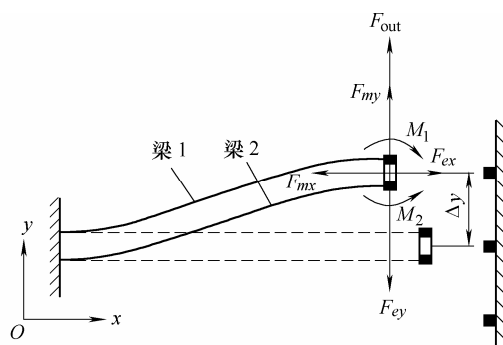


图 2 多稳态机构受力分析图

由此得到机构在位移 $\Delta y$  处的平衡条件为

$$\begin{cases} \sum F_x = F_{mx} + F_{ex} = 0 \\ \sum F_y = F_{my} + F_{ey} + F_{out} = 0 \\ \sum M = M_1 + M_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $F_x, F_y$ ——机构沿  $x$  和  $y$  方向的合力;

$M$ ——合弯矩;

$F_{mx}, F_{my}$ ——永磁力分别在  $x, y$  反向分力;

$F_{ex}, F_{ey}$ ——双平行梁弹性力分别在  $x, y$  方向分力;

$M_1, M_2$ ——双平行梁扭矩。

## 2.1 平行梁支撑结构大变形力学分析

平行梁支撑结构的一端固定, 自由端刚性连接动磁体, 其变形具有如下特点<sup>[17]</sup>。

(1) 平行移动。运动过程中, 自由端角度始终保持不变, 实现平行移动。

(2) 侧向刚度大, 导向特性。运动过程中, 双平行梁不发生侧向变形, 保证直线运动。

如图 3 所示, 可以将平行梁结构简化为固定-导向伪刚体模型, 其中三个伪刚体杆通过两个特征铰链依次相连, 两个扭转弹簧分别位于两个特征铰链位置。 $F$  为施加的外力,  $L$  为梁长,  $\gamma=0.85$  为特征半径,  $\delta$  为磁体沿  $y$  方向位移,  $\Delta x$  为磁体沿  $x$  负方向位移,  $M_0$  和  $M_1$  为磁弯矩。

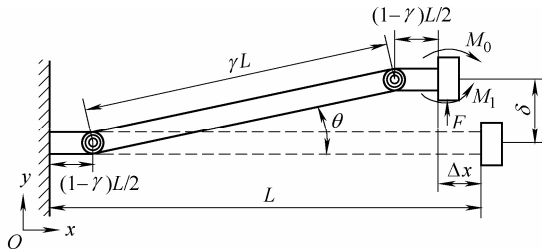


图 3 双平行梁伪刚体模型

以单梁为研究对象, 扭转弹簧扭转刚度<sup>[24]</sup>

$$K = 2\gamma K_\theta \frac{EI}{L} \quad (2)$$

式中  $E$ ——材料弹性模量;

$I$ ——梁的转动惯量;

$K_\theta$ ——刚度系数;

$K_\theta=2.68$ 。

平行梁自由端沿竖直方向位移

$$\Delta y = \delta = \gamma L \sin \theta \quad (3)$$

弹性力  $F_k$  与扭转弹簧力矩之间的关系

$$F_k \gamma L \cos \theta = 2K\theta \quad (4)$$

将式(2)、(3)代入式(4)得到弹性力表达式为

$$F_k = \frac{4\theta K_\theta EI}{L^2 \cos \left( \arcsin \left( \frac{\delta}{\gamma L} \right) \right)} \quad (5)$$

根据图 3 中的变形几何关系, 平行梁发生大变形时沿  $x$  轴方向的伸缩量为

$$\Delta x = \gamma L - \gamma L \cos \theta \quad (6)$$

由此, 得到平行梁总反作用力

$$F = 2F_k = \frac{8 \left[ a \sin \left( \frac{\delta}{\gamma L} \right) \right] K_\theta EI}{L^2 \cos \left( \arcsin \left( \frac{\delta}{\gamma L} \right) \right)} \quad (7)$$

## 2.2 非线性磁力计算

平行梁发生大变形过程中引起的轴向伸缩量  $\Delta x$ , 会直接影响磁体之间作用力的大小, 如图 4 所示。两磁块之间距离的微小变化会导致磁作用力的急剧减少。因此, 在磁场分析过程中必须考虑平行梁轴向伸缩运动的影响。

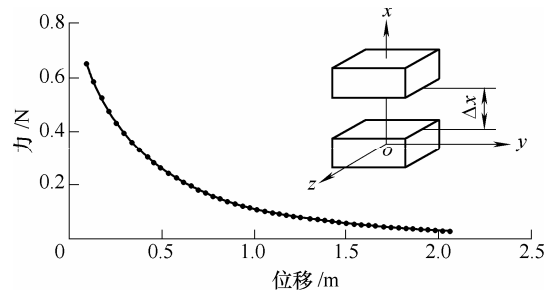


图 4 永磁体沿  $x$  方向运动时磁力变化曲线

基于磁荷模型理论分析多个永磁体之间相互作用力, 其中磁体的布置如图 5 所示。假设各磁体之间的磁极化强度  $J$  相同, 尺寸为  $2a \times 2c \times 2b$ 。定磁块坐标为  $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ 、 $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$  和  $(\alpha_3, \beta_3, \gamma_3)$ , 动磁块坐标为  $(x_1, y_1, z_1)$  和  $(x_2, y_2, z_2)$ 。动磁块和定磁块的位置关系为  $\alpha_2 = \alpha_1$ ,  $d_1 = \beta_2 - \beta_1 = \beta_1 - \beta_3$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2$ ,  $x_2 = x_1$ ,  $d_2 = y_2 - y_1$ ,  $z_1 = z_2$ 。其中  $d_1$  为两个相邻定磁块中心之间的距离,  $d_2$  为动磁块中心之间的距离。动磁块在沿  $y$  轴运动过程中, 沿  $z$  方向的受力为 0。

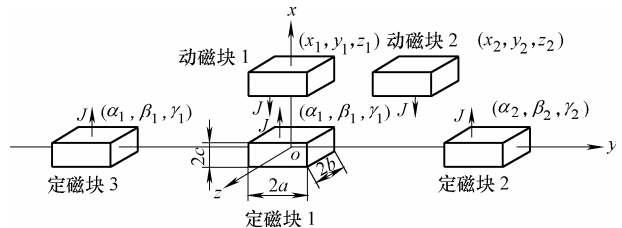


图 5 永磁体布置图

根据磁荷理论模型和磁力叠加原理<sup>[23]</sup>, 考虑平行梁轴向伸缩的影响, 得到  $x, y$  方向磁力计算的修正模型为

$$\left\{ \begin{aligned} F_{mx} &= \frac{J^2}{4\pi\mu_0} \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^3 \left[ \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 (-1)^{i+j+k+l+p+q} \right. \\ &\quad \left. \varphi_{mx}(u_{mnij}, v_{mnkl}, w_{mnpq}, r_{mn}) \right] \\ F_{my} &= \frac{J^2}{4\pi\mu_0} \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^3 \left[ \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 (-1)^{i+j+k+l+p+q} \right. \\ &\quad \left. \varphi_{my}(u_{mnij}, v_{mnkl}, w_{mnpq}, r_{mn}) \right] \end{aligned} \right. \quad (8)$$

式中  $J$  ——磁极化强度;  
 $\mu_0$  ——磁导率;  
 $m$  ——定磁块的个数;  
 $n$  ——动磁块的个数;  
 $i, j, k, l, p, q$  ——求和系数;  
 $\varphi_{mx}$ 、 $\varphi_{my}$  ——中间函数;  
 $u_{mnij}$ 、 $v_{mnij}$ 、 $w_{mnij}$  ——第  $m$  和  $n$  磁体沿坐标轴方向的距离;  
 $r_{mnij}$  ——两磁体间的空间距离。

中间函数为

$$\left\{ \begin{aligned} u_{mnij} &= (x_m + \Delta x - \alpha_n) + (-1)^j c - (-1)^i c \\ v_{mnij} &= (y_m - \beta_n) + (-1)^l b - (-1)^k b \\ w_{mnij} &= (z_m - \gamma_n) + (-1)^q a - (-1)^p a \\ r_{mnij} &= (u_{mnij}^2 + v_{mnij}^2 + w_{mnij}^2)^{1/2} \\ \phi_{mx} &= \frac{1}{2} (v_{mn}^2 - w_{mn}^2) \ln(r_{mn} - u_{mn}) + u_{mn} v_{mn} \ln(r_{mn} - v_{mn}) + \\ &\quad u_{mn} \omega_{mn} \arctan \frac{u_{mn} v_{mn}}{r_{mn} \omega_{mn}} + \frac{1}{2} r_{mn} u_{mn} \\ \phi_{my} &= \frac{1}{2} (u_{mn}^2 - w_{mn}^2) \ln(r_{mn} - u_{mn}) + u_{mn} v_{mn} \ln(r_{mn} - u_{mn}) + \\ &\quad u_{mn} \omega_{mn} \arctan \frac{u_{mn} v_{mn}}{r_{mn} \omega_{mn}} + \frac{1}{2} r_{mn} v_{mn} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

式中  $a, b, c$  ——磁体尺寸;  
 $(x_m, y_m, z_m)$  ——动磁体坐标;  
 $(\alpha_n, \beta_n, \gamma_n)$  ——静磁体坐标。

### 2.3 等效力计算

由于动磁体和静磁体的磁极方向相反, 在动磁体运动过程中沿  $x$  轴方向的斥力会产生磁扭矩  $M$  来阻碍或辅助机构发生状态转换。

令动磁块之间的距离为  $d_2$ ,  $F_{mx1}$  和  $F_{mx2}$  分别表示定磁块对动磁块 1 和动磁块 2 在  $x$  方向的合力, 其中  $m=\{1,2,3\}$  表示相应的定磁块。由此, 得到多个定磁块对两个动磁块总力矩为

$$M = \sum_{m=1}^3 \left[ F_{mx1} \left( \gamma L \sin \theta + \frac{d_2}{2} \right) + F_{mx2} \left( \gamma L \sin \theta - \frac{d_2}{2} \right) \right] \quad (10)$$

按照位移等效方法, 计算得到由弯矩  $M$  产生的沿  $y$  方向的等效力为

$$F_{eq} = \frac{M}{\gamma L \cos \theta} = \frac{\sum_1^3 F_{mx1} \left( \gamma L \sin \theta + \frac{d_2}{2} \right) + \sum_1^3 F_{mx2} \left( \gamma L \sin \theta - \frac{d_2}{2} \right)}{\gamma L \cos \theta} \quad (11)$$

根据力平衡原理, 得到永磁式多稳态机构的静力学表达式为

$$F = F_{my} + F_k + F_{eq} \quad (12)$$

采用表 1 参数, 建立有限元模型, 如图 6 所示。在磁分析模型中, 空气的相对磁导率为 1.0。图 7 为多稳态机构空间磁场分布状态。

表 1 永磁体参数表

参数	数值
长/mm	1.8
宽/mm	5.3
高/mm	4.3
定磁块距离/mm	4.5
动磁块距离/mm	3.6
磁极化强度/T	1.08
矫顽力/(A/m)	$9.6 \times 10^5$

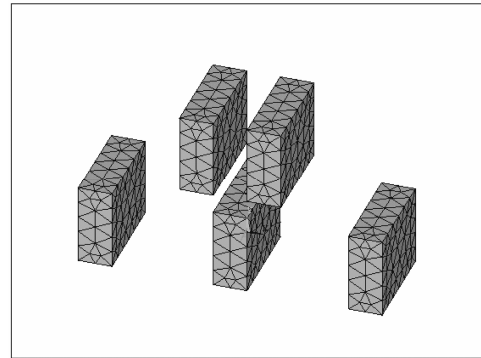


图 6 有限元模型

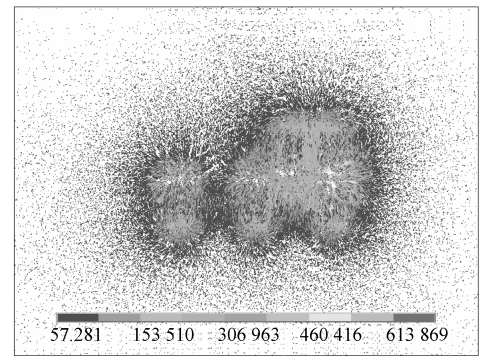


图 7 磁场分布变化图(T)

分别采用有限元法和磁力计算修正模型得到多稳态机构的力位移特性曲线, 如图 8a、8b 所

示。可以看出,在考虑轴向伸缩的情况下,理论模型与有限元计算结果基本一致。当忽略平行梁轴向伸缩影响时,所得到的磁体之间的作用力与有限元结果存在较大偏差,且随着变形量的增大而不断增大。尤为重要的是,当机构发生大变形时,轴向伸缩量对磁力计算结果的影响会直接影响稳态数目的判断。

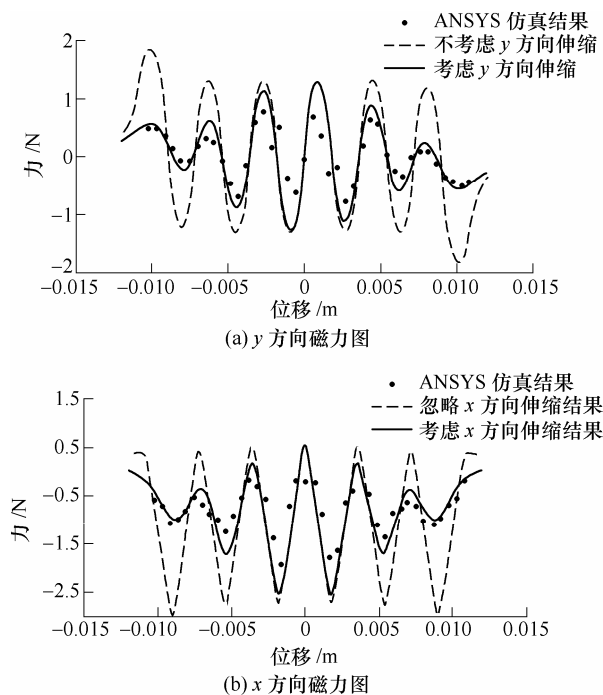


图 8 理论计算与有限元仿真结果对比图

## 2.4 磁-机耦合多稳态设计能量判据

从能量角度分析,多稳态结构发生稳态跳转时伴随着能量的存储与释放过程,系统能量局部极小点对应一个稳态点。

磁能量  $E_m$  计算公式为

$$E_m = \frac{J^2}{4\pi\mu_0} \times \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^3 \left( \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 (-1)^{j+k+l+p+q} \varphi(u_{mnij}, v_{mnkl}, w_{mnpq}, r_{mn}) \right) \quad (13)$$

中间变量

$$\varphi(u, v, \omega, r) = \frac{1}{2}u(v^2 - \omega^2) \ln(r - u) + \frac{1}{2}v(u^2 - \omega^2) \ln(r - v) + uv\omega \arctan \frac{uv}{r\omega} + \frac{1}{6}(u^2 + v^2 + 2\omega^2) \quad (14)$$

平行梁弹性势能  $E_k$  可以用扭转弹簧的弹性势能计算

$$E_k = \int_0^\theta 4K\theta d\theta = 2K\theta^2 \quad (15)$$

系统总能量为

$$E = E_m + E_k \quad (16)$$

系统的平衡位置位于能量方程的极值点,即一阶导数为零点;系统的稳定位置位于能量方程的极小值点,二阶导数大于零,即

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial^2 E}{\partial x_i^2} > 0 \end{cases} \quad (17)$$

因为  $\frac{\partial E}{\partial x} = F$ , 同样可以根据系统力平衡关系判断平衡位置

$$\begin{cases} F_i = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial x_i} > 0 \end{cases} \quad (18)$$

以 7 稳态机构为例,图 9 中力-位移曲线图中共有 13 个合力为零点。根据能量变分理论,6 个点对应局部能量最高点,微小扰动即发生失稳,为非稳态位置,其余 7 个位置为稳态点。

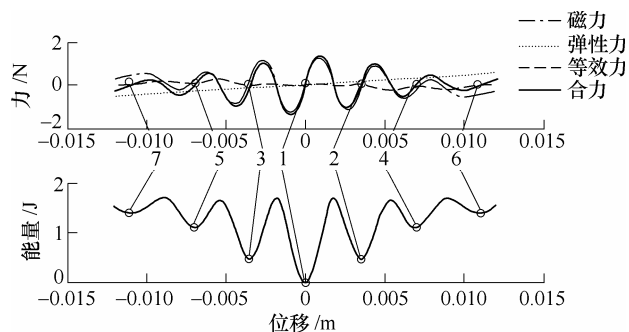


图 9 7 稳态机构稳态特性曲线

## 3 试验验证

根据所提出的磁-机耦合多稳态机构设计模型,研制了 7 稳态机构样件,如图 10 所示。永磁体参数及其排布位置如表 1 所示,平行梁参数如表 2 所示。利用小型弹簧拉压试验机测试机构的多稳态力学特性,如图 11 所示。考虑质量块的重量影响,需要对测量结果进行重力补偿,得到

$$F = F_{mx} + F_k + F_{eq} + F_g \quad (19)$$

质量块重力 0.03 N。最终得到所设计多稳态机构的力位移特性曲线,如图 12 所示。根据式(21),利用表 1、2 所给的结构参数,所得到力-位移曲线与试验结果基本吻合。

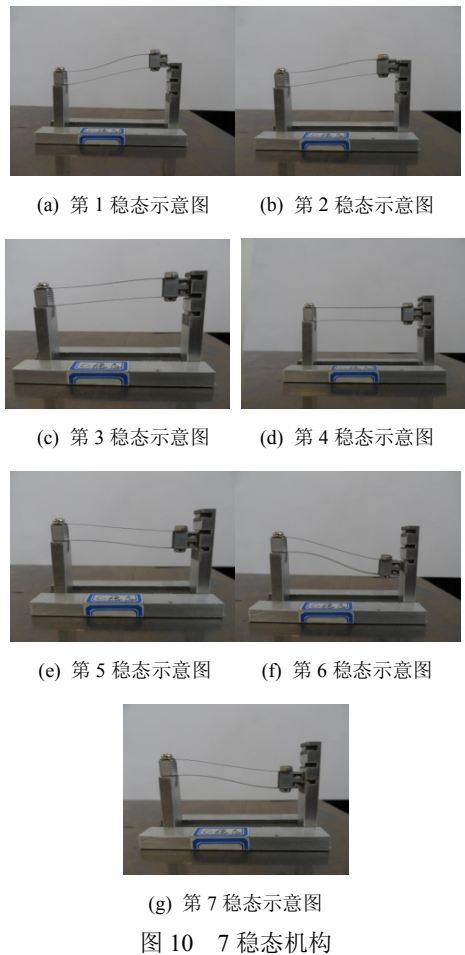


图 10 7 稳态机构

表 2 平行支撑梁参数表

长/mm	宽/mm	厚度/mm	弹性模量/GPa	泊松比	梁间距/mm
45.0	5.0	0.05	180.0	0.3	4.5

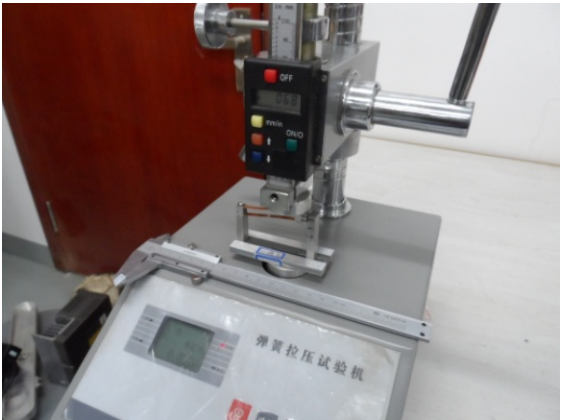


图 11 多稳态机构测试平台

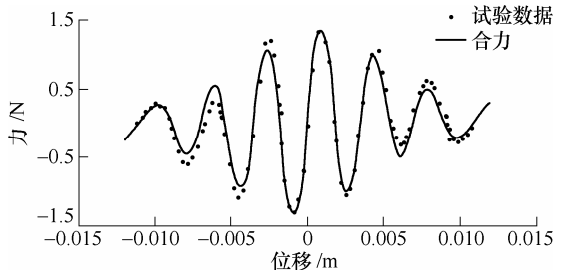


图 12 试验结果与理论计算对比图

从图 12 可以看出，所设计的机构能够稳定平衡于 7 个稳态状态，具有显著的多稳态特性。在误差允许范围内，理论模拟结果与试验结果一致，从而验证了所提出的多稳态设计模型的正确性和可行性。

4 结论

(1) 借助空间磁体合理布局和大变形柔性机构的耦合设计，本文提出一种基于磁-机耦合效应的大行程多稳态机构并分析其非线性跳跃力学特性。相对于传统计算模型，所提出的基于位移补偿的磁-机耦合多稳态跳跃特性修正模型的计算结果更加准确，适用于大行程多稳态机构设计。

(2) 磁-机耦合多稳态机构的稳态特性(包括稳态位置、稳态个数、跳跃阈值力及稳态保持力等)与磁体的结构参数和布置方式密切相关。柔性机构变形直接引起磁场分布状态的改变，进而影响稳态特性。另外，通过调整定磁块和动磁块极化方向和间距可以有效地改变多稳态个数、稳态位置及跳跃阈值力。

(3) 在分析机构力平衡特性的基础上，提出了实现多稳态功能的能量判据。通过局部能量极值点的布局设计来实现满足特定需求的多稳态机构设计。

最后，试验结果表明，所提出的分析模型能够准确预测机构的跳跃力学特性，实现多稳态静态特性的精确设计与控制。

参 考 文 献

[1] CHEN W C, LEE C K, WU C Y, et al. A new latched 2 × 2 optical switch using bi-directional movable electrothermal h-beam actuators[J]. Sensors and Actuators A, 2005, 123-124: 563-569.

[2] TODD B, PHILLIPS M, SCHULTZ S M, et al. Low-cost RFID threshold shock sensors[J]. IEEE Sensors Journal, 2009, 9(4): 464-469.

[3] HANSEN B J, CARRON C J, JENSEN B D, et al. Plasticlatching accelerometerbased on bistablecompliant mechanisms[J]. Smart Materials and Structures, 2007, 16(5): 1967-1972.

[4] NORDQUIST D, BAKER M S, KRAUS G M, et al. Poly-silicon based latching RF MEMS switch [J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2009, 19(6): 380-382.

[5] ZHAO Jian, GAO Renjing, YANG Yintang, et al. A

- bidirectional acceleration switch incorporating magnetic-fields-based tristable mechanism[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(1): 113-120.
- [6] CHARLOT B, SUN W, YAMASHITA K, et al. Bistable nanowire for micromechanical memory[J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2008, 18(4): 045005.
- [7] TSUCHIYA Y, TAKAI K, MOMO N, et al. Nanoelectromechanical nonvolatile memory device in incorporating nanocrystalline Si dots[J]. Journal of Applied Physics, 2006, 100: 094306.
- [8] GOWRISHETTY U R, WALSH K M, BERFIELD T A. Fabrication of polyimide bi-stable diaphragms using oxide compressive stresses for the field of Buckle MEMS[J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2010, 20(7): 075013.
- [9] CHOI W Y. Design and scaling of nano-electro-mechanical non-volatile memory (memory) cells[J]. Current Applied Physics, 2010, 10(1): 311-316.
- [10] GERSON Y, KRYLOV S, ILIC B, et al. Design considerations of a large-displacement multistable micro actuator with serially connected bistable elements[J]. Finite Element Analysis and Design, 2012, 49(1): 58-69.
- [11] QIU J, JEFFREY H L, SLOCUM A H. A curved-beam bistable mechanism[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2004, 13: 137-146.
- [12] 赵剑, 贾建援, 王洪喜, 等. 一种 V 形梁结构的双稳态惯性开关[J]. 航空学报, 2008, 29(5): 1157-1162.
- ZHAO Jian, JIA Jianyuan, WANG Hongxi, et al. Bistable inertial switch with V-shaped beam structure[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(5): 1157-1162.
- [13] 于靖军, 裴旭, 毕树生, 等. 柔性铰链机构设计方法的研究进展[J]. 机械工程学报, 2010, 46(13): 2-9.
- YU Jingjun, PEI Xu, BI Shusheng, et al. State of arts of design method for flexure mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(13): 2-9.
- [14] CHEN Guimin, GAO Hongwei, JIA Jianyuan. A 3-DOF pseudo-rigid body model for tension-based compliant bistable mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2010, 23(2): 149-155.
- [15] 于靖军, 毕树生, 宗光华, 等. 基于伪刚体模型法的全柔性机构位置分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38(2): 75-78.
- YU Jingjun, BI Shusheng, ZONG Guanghua, et al. Kinematics analysis of fully compliant mechanisms using the Pseudo-rigid-body model[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(2): 75-78.
- [16] MASTERS N D, HOWELL L L. A self-retracting fully compliant bistable micromechanism [J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2003, 12: 273-280.
- [17] ATEN Q T, ZIRBEL S A, JENSEN B D, et al. A numerical method for position analysis of compliant mechanisms with more degrees of freedom than inputs [J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133: 061009.
- [18] PHAM H T, WANG D A. A quadristable compliant mechanism with a bistable structure embedded in a surrounding beam structure [J]. Sensors and Actuators A, 2011, 167: 438-448.
- [19] OH Y S, KOTA S. Synthesis of multistable equilibrium compliant mechanisms using combinations of bistable mechanisms [J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131: 021002.
- [20] HAN J S, MÜLLER C, WALLRABE U, et al. Design, simulation, and fabrication of a quadstable monolithic mechanism with x-and y-directional bistable curved beams [J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129: 1198-1203.
- [21] CHEN Guimin, GOU Yanjie, ZHANG Aimei. Synthesis of compliant multistable mechanisms through use of a single bistable mechanism [J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133: 081077.
- [22] KING C, BEAMAN J J, SREENIVASAN S V, et al. Multistable equilibrium system design methodology and demonstration [J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126: 1036-1046.
- [23] AKOUN G, YONNET J P. 3D analytical calculation of the forces exerted between two cuboidal magnets [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1984, 20: 1962-1964.

作者简介: 赵剑, 男, 1980 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为多稳态机构设计、传感器及驱动器与车辆安全。

E-mail: jzhao@dlut.edu.cn

陈国玺, 男, 1987 年出生。主要研究方向为多稳态机构设计。

E-mail: chenguoxi1987@163.com

高仁璟(通信作者), 女, 1964 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为左手材料、生物传感器、电路与系统等。

E-mail: renjing@dlut.edu.cn

刘书田, 男, 1962 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为结构与多学科优化、拓扑优化与材料设计。

E-mail: stliu@dlut.edu.cn