

DOI: 10.3901/JME.2023.16.137

# 改进低秩矩阵逼近算法的非同步测量声源定位<sup>\*</sup>

宁方立<sup>1</sup> 姚克强<sup>1</sup> 韦娟<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学机电学院 西安 710072;  
2. 西安电子科技大学通信工程学院 西安 710071)

**摘要:** 非同步测量声源定位可以提高定位的频率范围和空间分辨率。然而,在低信噪比的环境下现有矩阵补全算法的非同步测量声源定位结果精度较差。提出改进低秩矩阵逼近矩阵补全算法:首先,对不完整的互谱矩阵进行矩阵补全;其次,应用参数化非凸惩罚函数的去噪方法对互谱矩阵进行去噪处理。最终通过常规波束形成算法实现非同步测量声源定位。将改进低秩矩阵逼近算法与核范数最小化补全算法、主成分分析算法在不同频率与低信噪比下进行非同步测量声源定位数值仿真与试验对比。仿真与试验结果表明:① 不同低信噪比下,改进低秩矩阵逼近算法较核范数最小化补全算法、主成分分析算法的补全误差均要小。② 相比于核范数最小化补全算法、主成分分析算法的声源定位结果,改进的低秩矩阵逼近算法可以有效缩小主瓣宽度、抑制旁瓣,提高声源定位的分辨率,能够适用于信噪比较低的复杂工业环境。

**关键词:** 非同步测量; 矩阵补全; 声源定位; 低秩矩阵逼近

**中图分类号:** TB51; TP391

## Improved Low Rank Matrix Approximation Algorithm for Non-synchronous Measurement of Sound Source Localization

NING Fangli<sup>1</sup> YAO Keqiang<sup>1</sup> WEI Juan<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072;  
2. School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an 710071)

**Abstract:** Non-synchronous measurement sound source localization can improve the frequency range and spatial resolution of localization. However, in the environment of low signal to noise ratio(SNR), the accuracy of the non-synchronous measurement sound source localization result of the existing matrix completion algorithm is poor. An improved low rank matrix approximation algorithm (LRMA) is proposed to perform matrix completion: First, incomplete cross-spectral matrix is completed; Second, the cross-spectral matrix is denoised by using the method of parameterized non-convex penalty function; In the end, the non-synchronous measurement sound source localization is realized through the conventional beamforming algorithm(CBF). The improved LRMA and the nuclear norm minimization completion algorithm and principal component analysis algorithm(PCA) are compared with the numerical simulation and experiment of non-synchronous measurement sound source localization at different frequencies and low SNRs. The simulation and experiment results show that: ① Under different low SNRs, the improved LRMA has smaller matrix completion error(MCE) than the nuclear norm minimization completion algorithm and PCA algorithm. ② Compared with the sound source localization results of the nuclear norm minimization completion algorithm and PCA algorithm, the sound source localization result of the improved LRMA can effectively reduce the main lobe width, suppress the side lobes, improve the resolution of sound source localization, which can be applied to the complex industrial environments with low SNR.

**Key words:** non-synchronous measurement; matrix completion; sound source localization; low rank matrix approximation

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(52075441)、陕西省重点研发计划(2023-YBGY-219)、2023 重点产业链攻关 (2023JH-RGZNGG-0033)和航空科学基金(20200015053001)资助项目。20220825 收到初稿, 20221115 收到修改稿

## 0 前言

利用传声器阵列进行声源定位已经广泛地应用到各个领域:故障诊断<sup>[1]</sup>、声源识别<sup>[2]</sup>、飞机起落架噪声检测<sup>[3]</sup>等。基于传声器阵列的声源定位算法也在不断地发展,常规波束形成算法(Conventional beamforming, CBF)作为最典型的算法已被广泛应用,但其空间分辨率较差。为了解决声源定位空间分辨率不足的问题,越来越多的方法被提出: CLEAN、CLEAN-SC、DAMAS、DAMAS2 等。这些高级波束形成算法可以有效抑制旁瓣,提高声源定位的分辨率,但计算效率较低,且 CLEAN、CLEAN-SC 可能会出现负声源<sup>[4-5]</sup>, DAMAS、DAMAS2 常常会有假声源的出现<sup>[6]</sup>。近年来,诸多学者将压缩感知这种方法应用到声学领域<sup>[7]</sup>,能够有效地提高声源定位的分辨率。虽然在较低的频率下有良好的定位效果,但在低信噪比下定位结果会出现误差<sup>[8]</sup>。

为了提高传声器阵列的口径以及传声器密度,一种非同步测量的声源定位方法被提出<sup>[9]</sup>。由于非同步测量中每次测量都不是在同一时刻进行数据采集,很难获得每次测量之间的相位信息<sup>[10]</sup>。通过应用一组与声场相关的传声器作为参考,并对结果进行后同步,可以间接地保留传声器阵列不同位置之间的相位信息<sup>[11]</sup>。但该方法要求参考传声器的数量大于或等于声源平面内不相干声源的数目。由于非同步测量是在不同位置采集的声信号,其互谱矩阵并不是完整的,互谱矩阵非对角块上的数据缺失,但由于声源在空间中是稀疏的<sup>[12-13]</sup>,生成的互谱矩阵具有低秩性,这样就可以通过矩阵补全的方式,来填补不完整互谱矩阵中缺失的数据,最后实现声场的重构。WANG 等<sup>[14]</sup>提出低秩矩阵逼近算法(Low rank matrix approximation algorithm, LRMA),这种算法在不完整矩阵中含有噪声时,表现为具有近似低秩性<sup>[15]</sup>,应用于非同步测量声源定位会出现大量的噪声旁瓣,对定位结果产生极大的干扰。

复杂工业环境中经常会出现强背景噪声,在这种低信噪比的情况下会导致现有的非同步测量声源定位算法失效,定位精度差。针对背景噪声问题,学者应用不同的去噪算法。对角消去法(Diagonal removal, DR)<sup>[16]</sup>是去噪算法中最常见以及简便的方法,因为不相干的噪声大多都集中在互谱矩阵的对角线位置,通过将互谱矩阵对角线位置处的元素置零进行去噪。但是 DR 方法会降低目标声源的强度,

消除弱声源,有时甚至会产生负声源。主成分分析(Principal component analysis, PCA)<sup>[17]</sup>可以获得互谱矩阵中主要的数据信息,但主元个数的选择对去噪有着很大的影响,主元太少就没有办法包含全部的有效声源信息,主元太多就会带入噪声。概率因子分析(Probabilistic factor analysis, PFA)<sup>[18]</sup>不需要单独测量背景噪声,可以很好地抑制不相干噪声。但是需要对背景噪声有一定的先验了解,且计算成本较高。基于高斯混合模型的最大期望算法(Gaussian mixture model-expectation maximization, GMM-EM)<sup>[19]</sup>对初始数据敏感,并且在求解参数时,可能得到的只是局部收敛值,并不是全局最优解。

为克服上述去噪算法的缺陷,本文使用参数化非凸函数做为惩罚函数,并通过设置参数使目标函数为凸函数,使得目标函数具有全局最优解。并建立了改进 LRMA 的非同步测量声源定位算法,解决在低信噪比下非同步测量准确声源定位算法存在的问题。

## 1 非同步测量的声源定位模型

采用平面传声器阵列对声源信号进行采集,声源平面与平面传声器阵列平行布置,声源平面到平面传声器阵列的距离为  $h$ ,平面传声器阵列口径为  $D$ ,阵列上含有  $M$  个传声器,在第  $i$  个位置下各传声器的位置坐标  $\mathbf{P}^i = (p_1^i, p_2^i, \dots, p_M^i)$ 。将声源平面均匀地划分为  $N = u \times v$  个网格,每个网格点的坐标为  $\mathbf{P} = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ ,以便确定声源的坐标信息。声源平面网格划分地越细,声源真实位置落到网格点坐标上的概率就越大。

非同步测量采集模型如图 1 所示,在不同的位置对同一个声源平面进行多次测量。虽然传声器阵列在不同的位置进行数据采集,数据不是同一时刻下的,但一般情况下,声源往往是长时平稳的,且

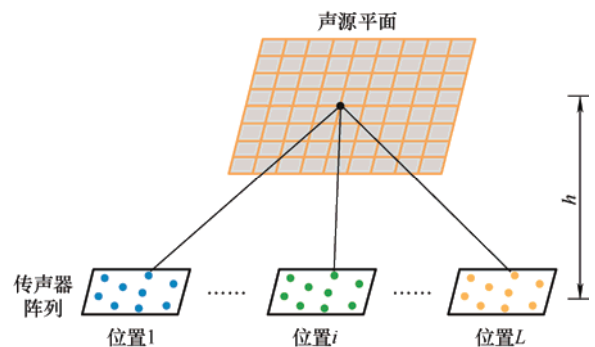


图 1 非同步测量采集模型

位置是不发生改变的，这就使得在不同的位置进行数据采集可看作是在同一时刻下进行采集。利用小口径的传声器阵列在  $L$  个位置进行声信号数据采集，可以认为是模拟成  $M \times L$  个传声器的大口径阵列同时进行声信号数据采集。

通过傅里叶变换将时域信号转化成频域信号，分析传声器阵列在第  $i$  个位置、第  $t$  次快拍下的采集模型，传声器阵列采集所得数据为  $\mathbf{Y}_t^i = (y_1^i, y_2^i, \dots, y_M^i)^T$ ，声源平面每个网格点的声压  $\mathbf{s}_t = (s_1, s_2, \dots, s_N)^T$ ，噪声信号为  $\mathbf{e}_t^i$ 。传声器阵列在位置  $i$  下对声场的响应

$$\mathbf{Y}_t^i(f) = \mathbf{W}^i \mathbf{s}_t(f) + \mathbf{e}_t^i(f) \quad (1)$$

式中， $\mathbf{W}^i = (\mathbf{w}_1^i, \mathbf{w}_2^i, \dots, \mathbf{w}_N^i)$ ， $\mathbf{w}_n^i = (w_{1n}^i, w_{2n}^i, \dots, w_{Mn}^i)^T$ ， $f$  为频率， $(\bullet)^T$  为转置操作符。 $\mathbf{w}_{mn}^i$  代表第  $n$  个网格节点到第  $m$  个传声器的导向矢量元素

$$w_{mn}^i = \frac{\exp(-jkr_{mn}^i)}{4\pi r_{mn}^i} \quad (2)$$

式中， $r_{mn}^i = \|\mathbf{p}_m^i - \mathbf{p}_n\|_2$  为第  $m$  个传声器到第  $n$  个网格节点之间的距离， $\|\bullet\|_2$  为 2 范数。 $k$  为波数， $k = 2\pi f / c$ ， $c$  为声速。传声器阵列在位置  $i$ 、网格点  $n$  处的声功率  $B_n^i$

$$B_n^i = \frac{(\mathbf{w}_n^i)^H \mathbf{S}^{ii} \mathbf{w}_n^i}{\|\mathbf{w}_n^i\|_2^4} \quad i=1, 2, \dots, L \quad (3)$$

式中， $(\bullet)^H$  为共轭转置操作符。 $\mathbf{S}^{ii}$  为互谱矩阵

$$\mathbf{S}^{ii} = E\{\mathbf{Y}_t^i (\mathbf{Y}_t^i)^H\} \quad i=1, 2, \dots, L \quad (4)$$

式中， $E\{\bullet\}$  为数学期望，则可通过式(5)求解

$$\mathbf{S}^{ii} = \frac{1}{t_T} \sum_{t=1}^{t_T} \mathbf{Y}_t^i (\mathbf{Y}_t^i)^H \quad (5)$$

如图 2 所示为利用小口径的传声器阵列进行采集得到的互谱矩阵( $\mathbf{S}^{ii}$ )尺寸为  $M \times M$ 。通过移动小口径的传声器阵列在  $L$  个位置进行采集得到的数据缺失的互谱矩阵( $\mathbf{S}^m$ )尺寸为  $ML \times ML$ ，根据互谱矩阵的性质， $L$  个互谱矩阵( $\mathbf{S}^{ii}$ )分布在数据缺失的互谱矩阵( $\mathbf{S}^m$ )对角块位置，非对角块位置的数据未知。如图 3 所示，通过矩阵补全的方法可以获得完整的互谱矩阵( $\mathbf{S}^c$ )，将非同步测量与 CBF 结合，与式(3)相似，声源平面网格点  $n$  处的声功率  $B_n$  为

$$B_n = \frac{\mathbf{w}_n^H \mathbf{S}^c \mathbf{w}_n}{\|\mathbf{w}_n\|_2^4} \quad (6)$$

声源定位图可以用声源平面内所有网格点的声功率  $B_n$  绘制。互谱矩阵中并没有包含各个传声器的位置信息。当多次测量时，某两个位置下的个别传声器坐标相等，这时这两个传声器对应的互谱矩阵

向量应该是相关的，所以需要补全后的互谱矩阵进行修正。根据文献[20]，通过引入空间基  $\Psi$  对互谱矩阵进行修正，以满足声场的连续性。空间基  $\Psi$  的选择：对传声器阵列与声源之间的传播函数矩阵进行奇异值分解，即： $\mathbf{W} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^H$ ，左奇异向量  $\mathbf{U}$  代表声场模型，右奇异向量  $\mathbf{V}$  代表声源。令  $Q = M\sqrt{L}$ ，空间基  $\Psi$  取  $\mathbf{U}$  的前  $Q$  个列向量组成的矩阵。

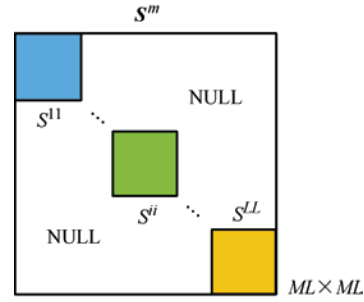


图 2 数据缺失的互谱矩阵

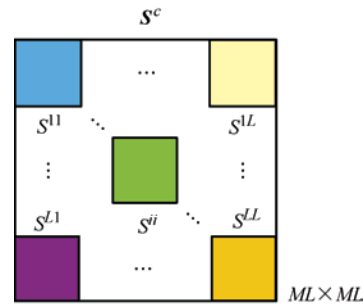


图 3 矩阵补全后的互谱矩阵

## 2 矩阵补全算法及其改进

### 2.1 低秩矩阵逼近算法

当声源平面中声源的数目远小于传声器阵列中传声器的数目，通过非同步测量获得，并进行矩阵补全后的互谱矩阵( $\mathbf{S}^c$ )秩的个数与声源平面内互不相干的声源个数相等。从数据缺失的低秩矩阵中重构出原始的完整矩阵这个方法称为低秩矩阵补全，其数学模型为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{S}^c} \text{rank}(\mathbf{S}^c) \\ & \text{s.t. } \mathbf{S}_{ij}^c = \mathbf{S}_{ij}^m \quad (i, j) \in \Omega \end{aligned} \quad (7)$$

式中， $\text{rank}(\bullet)$  为矩阵的秩； $\mathbf{S}^c$  为补全之后的矩阵； $\mathbf{S}^m$  为数据缺失的矩阵； $\Omega$  为数据缺失矩阵中已知数据的位置坐标集合。跟其他  $l_0$  范数最小化问题相似，上述的秩最小化问题是 NP 难问题。

解决上述数学模型的一种方法是 LRMA 算法。根

据奇异值分解, 秩为  $K$  的任意矩阵  $A$  可分解为  $K$  个简单矩阵  $\sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$  之和, 且  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \sigma_K > 0$ , 即

$$A = U \Sigma V^T = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \cdots + \sigma_K \mathbf{u}_K \mathbf{v}_K^T \quad (8)$$

取矩阵  $A$  的前  $r$  个主成分来近似  $A$ , 即

$$B_r = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^T + \cdots + \sigma_r \mathbf{u}_r \mathbf{v}_r^T \quad (9)$$

用  $B_r$  最优近似  $A$ 。 $r$  值越接近  $K$  值, 则矩阵  $B_r$  跟矩阵  $A$  越相似,  $r$  值与算法中的误差精度有关。

初始条件: 根据式(10)得到初始输入矩阵  $P_\Omega(S^m)$ , 误差精度  $\varepsilon = 10^{-3}$ ,  $c = 0.92$ ,  $S_0^c = P_\Omega(S^m)$ ,  $X_{-1} = \mathbf{0}$ , 初始秩大小  $r_k = 1$ , 初始迭代次数  $k = 0$ 。

$$P_{ij}(S^m) = \begin{cases} S_{ij}^m & ij \in \Omega \\ 0 & ij \notin \Omega \end{cases} \quad (10)$$

(1) 由  $[U_k \Sigma_k V_k] = \text{lansvd}(S_k^c, r_k, L)$  得到  $S_k^c$  的前  $r_k$  左奇异值矩阵  $U_k$  和右奇异值矩阵  $V_k$ , 奇异值矩阵  $\Sigma_k$ 。

(2) 通过式  $X_k = U_k \Sigma_k V_k^T$  得到重组矩阵  $X_k$ 。

(3) 通过  $\|P_\Omega(S^m) - P_\Omega(X_k)\|_F \leq c \|P_\Omega(S^m) - P_\Omega(X_{k-1})\|_F$  判断秩是否叠加。

(4) 通过式  $S_{k+1}^c = P_\Omega(S^m) + P_\Omega(X_k)$  得到  $S_{k+1}^c$ , 并进行相位修正。

(5) 通过  $\frac{\|P_\Omega(S^m) - P_\Omega(X_k)\|_F}{\|P_\Omega(S^m)\|_F} < \varepsilon$  判断是否满足迭代终止条件, 满足迭代终止条件, 循环结束。

## 2.2 改进的低秩矩阵逼近算法

在实际环境中进行声信号数据采集, 一般会有噪声信号的干扰, 得到的互谱矩阵就包含了噪声成分。因为噪声成分的存在, 实际采集得到的互谱矩阵是近似低秩矩阵。如图 4 所示, 该图为通过 LRMA 补全算法对数据缺失互谱矩阵( $S^m$ )进行矩阵补全后( $S^c$ )的奇异值分解。图中有两个较大的奇异值, 代表了两个声源。较小的奇异值代表的是噪声成分。这些少量较大的奇异值以及大量较小的奇异值表现为近似低秩性。LRMA 算法会将较小的奇异值也补全到最后的完整互谱矩阵( $S^c$ )中, 这样最终的互谱矩阵就含有噪声信号, 声场重构的结果并不理想。

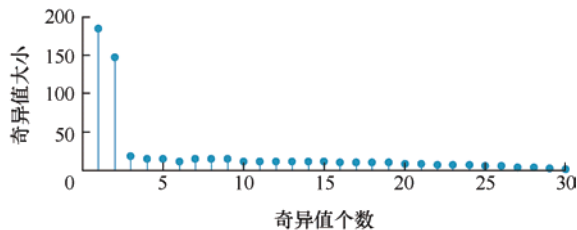


图 4 含噪互谱矩阵的奇异值分解

互谱矩阵去噪问题可等价在噪声矩阵  $S^c$  中估计低秩矩阵  $S_d^c$

$$\begin{aligned} & \min_{S_d^c} \text{rank}(S_d^c) \\ & \text{s.t. } S^c = S_d^c + W \end{aligned} \quad (11)$$

式中,  $W$  为噪声矩阵。这个问题可以看作是下面求解最小化的问题

$$\arg \min_{S_d^c} \left\{ \Psi(S_d^c) = \frac{1}{2} \|S^c - S_d^c\|_F^2 + \lambda \sum_{i=1}^{ks} \Phi(\sigma_i(S_d^c); a) \right\} \quad (12)$$

式中,  $\Psi(S_d^c)$  为目标函数,  $S^c$  为噪声矩阵,  $S_d^c$  为低秩矩阵。 $\lambda$  为正则化参数,  $\Phi(\sigma_i(S_d^c); a)$  为惩罚函数,  $\sigma_i(S_d^c)$  为  $S_d^c$  矩阵的奇异值,  $ks = \min(m, n)$ 。

当上述的惩罚函数是  $\sigma_i(S_d^c)$  时, 上述问题就变成标准的核范数最小化的问题。核范数最小化问题是凸函数, 可以应用奇异值阈值方法进行求解, 其全局最小值可以通过式(13)得到。

$$S_d^c = U(\text{soft}(\Sigma; \lambda))V^T \quad (13)$$

式中,  $\text{soft}(\Sigma; \lambda)$  为应用于  $S^c$  奇异值的软阈值函数。

多项研究表明非凸惩罚函数相对于凸惩罚函数在奇异值估计方面有优势<sup>[21-22]</sup>。当  $0 \leq a \leq 1/\lambda$ , 虽然正则化项中的惩罚函数为非凸函数, 但整个目标函数是凸函数。参数化非凸惩罚函数<sup>[21]</sup>为

$$\Phi(\sigma_i(S_d^c); a) = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left\{ \left[ \text{atan} \left( \frac{2a \cdot \text{abs}(\sigma_i(S_d^c)) + 1}{\sqrt{3}} \right) \right] - \frac{\pi}{6} \right\} \quad (14)$$

求解上述的目标函数可以用基于梯度的方法来求解, 可通过对噪声矩阵奇异值进行阈值化, 得到目标函数的非迭代解。上述优化问题的最小值可通过式(15)求解

$$S_d^c = U(\Theta(\Sigma; \lambda; a))V^T \quad (15)$$

式中,  $\Theta(\Sigma; \lambda; a)$  为跟参数化非凸惩罚函数  $\Phi(\sigma_i(S_d^c); a)$  相关的阈值函数。

## 3 数值仿真

为了验证本文改进的 LRMA 算法的可行性与优势, 以下的仿真采用了基于核范数最小化的 ADMM 补全算法、PCA 去噪算法、改进后的 LRMA 算法三类算法进行非同步测量声源定位。同时分析了在不同的频率、不同算法对非同步测量声源定位的影响。仿真结果如下。



数据仿真中,在声源平面设置两个声源,声源平面到传声器阵列的距离为 1 m,两个声源的坐标为(0.3,0,1) m、(-0.3,0,1) m。传声器阵列含有 21 个传声器,阵型为螺旋形。声源平面内每个网格点之间的间隔为 0.01 m。声源分布图中的动态范围为 10 dB。通过移动 9 次进行数据采集,以 9 次测量的中心位置为坐标原点建立笛卡儿坐标系,传声器阵列移动的位置坐标(-0.1,-0.1,0)、(-0.1,0,0)、(-0.1,0.1,0)、(0,-0.1,0)、(0,0,0)、(0,0.1,0)、(0.1,-0.1,0)、(0.1,0,0)、(0.1,0.1,0)。定义矩阵的补全误差(Matrix completion error, MCE)来衡量补全之后的矩阵误差。公式如下

$$MCE = \frac{\|S_d^c - S^d\|_F}{\|S^d\|_F} \times 100\% \quad (16)$$

式中,  $S_d^c$  为补全之后的互谱矩阵,  $S^d$  为同步测量的互谱矩阵。改进后的 LRMA 算法重构出的声场结果可以抑制噪声,因此在计算补全误差时,通过同步测量仿真的互谱矩阵( $S^d$ )是在无噪声的情况下获得。

由于高斯白噪声便于分析、量化以及评价算法,仿真中添加不同信噪比下的高斯白噪声。通过设置信噪比为-10 dB 至 0 dB。比较在不同的信噪比下 ADMM 算法、PCA 去噪算法和改进后的 LRMA 算法的补全误差。在 PCA 去噪算法中提取的主成分累计方差贡献率为 85%<sup>[17]</sup>。

图 5 所示为 3 000 Hz 频率下,三类算法在不同信噪比下的补全误差。随着信噪比的降低,ADMM 算法、PCA 去噪算法和改进后的 LRMA 算法的补全误差均增大。SNR=0 dB 时,ADMM 算法、PCA 去噪算法和改进后的 LRMA 算法的补全误差基本接近。SNR=-6 dB 时,ADMM 算法的补全误差达到了 95.1%,PCA 去噪算法的补全误差达到 104.2%,改进后的 LRMA 算法的补全误差达到 38.8%。SNR=-10 dB 时,ADMM 算法的补全误差达到了

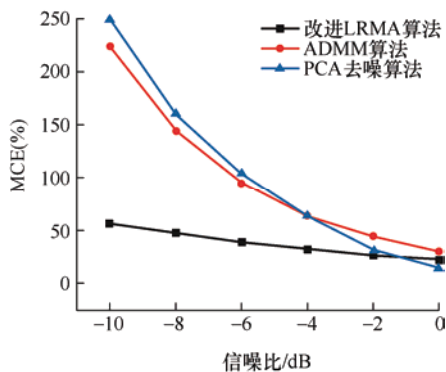


图 5 3 000 Hz 频率不同算法的补全误差

224.3%, PCA 去噪算法的补全误差达到 249.3%,改进后的 LRMA 算法的补全误差达到 55.8%。即使补全误差很高,最后的定位结果可能是正确的<sup>[23]</sup>。在低频、低信噪比下改进后的 LRMA 算法相比于 ADMM 算法、PCA 去噪算法有较小的补全误差。

图 6 所示为 5 000 Hz 频率下,三类算法在不同信噪比下的补全误差。随着信噪比的降低,三种算法的补全误差逐渐增大。SNR=0 dB 时,ADMM 算法补全误差达到 73.9%,PCA 去噪算法的补全误差达到 113.5%,改进后的 LRMA 算法的补全误差达到 69.2%。SNR=-6 dB 时,ADMM 算法的补全误差达到了 115.8%,PCA 去噪算法的补全误差达到 154.7%,改进后的 LRMA 算法的补全误差达到 71.5%。SNR=-10 dB 时,ADMM 算法补全误差达到 225.9%,PCA 去噪算法的补全误差达到 254.1%,改进后的 LRMA 算法的补全误差达到 89.5%。

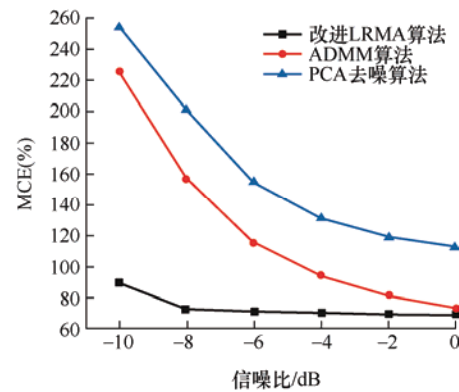


图 6 5 000 Hz 频率不同算法的补全误差

在相同的信噪比下,相比于 ADMM 算法、PCA 去噪算法,改进后的 LRMA 算法的补全误差均较小。随着信噪比的下降,ADMM 算法、PCA 去噪算法的补全误差骤增,而改进后的 LRMA 算法的补全误差增加缓慢。改进后的 LRMA 算法在低信噪比的情况下补全误差变化不大,更适合于在低信噪比下进行声源定位。

图 7 所示为 SNR=0 dB,频率为 3 000 Hz,三类算法的仿真定位结果图。在定位结果图中可以很清楚地看出两个主瓣,并且两个主瓣完全分开。通过计算动态范围为 3 dB 的主瓣宽度来评估定位结果的分辨率。在 3 dB 的动态范围下:ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.332 m,PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.298 m,改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.294 m。

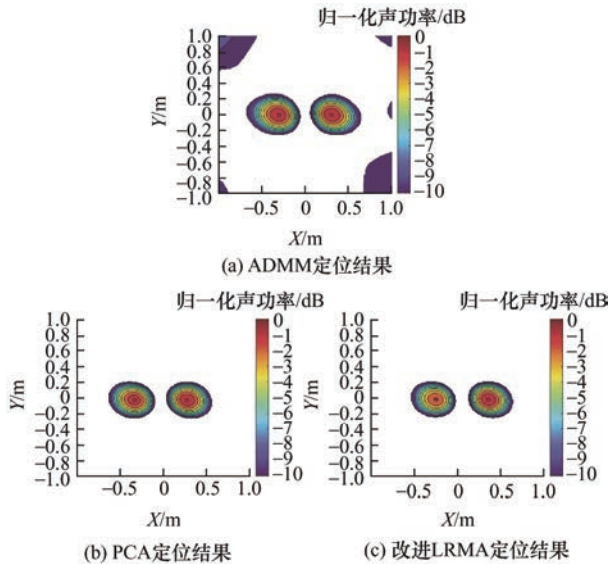


图 7 SNR=0 dB、3 000 Hz 不同算法定位结果

图 8 所示为 SNR=-5 dB, 频率为 3 000 Hz, 三类算法的仿真定位结果图。在定位结果图中可以看出声源平面有两个主瓣, 但 ADMM 算法的旁瓣覆盖在整个声源定位图中。在 3 dB 的动态范围下: ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.396 m, PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.389 m, 改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.314 m。

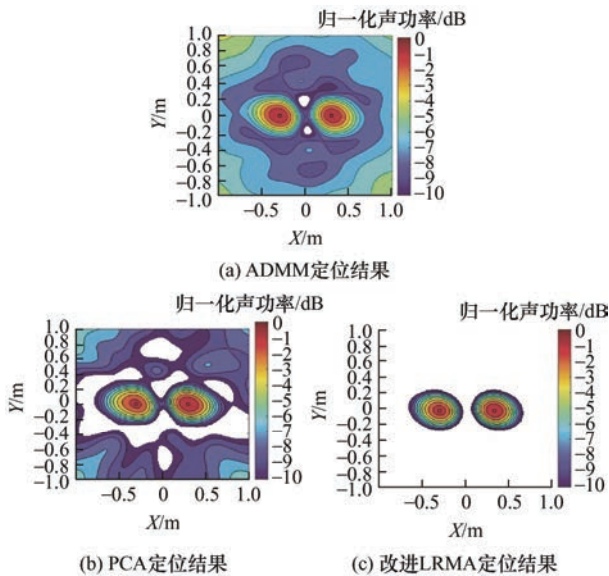


图 8 SNR=-5 dB、3 000 Hz 不同算法定位结果

图 9 所示为 SNR=-10 dB, 频率为 3 000 Hz, 三类算法的仿真定位结果图。随着信噪比的降低, 声场重构图中会出现较多的旁瓣, 主瓣宽度也逐渐增大。ADMM 算法与 PCA 去噪算法的定位结果差, 最大声功率点并不在真实声源处。改进后的 LRMA 算法定位结果有较好的效果, 在 SNR=-10 dB 也可以定位出两个声源, 没有噪声旁瓣干扰, 抑制了噪声旁瓣,

在 3 dB 的动态范围下: ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.612 m, PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.546 m, 改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.333 m。

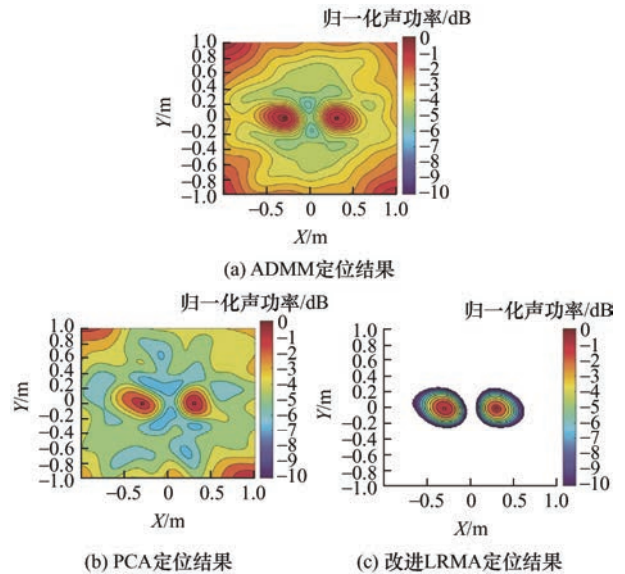


图 9 SNR=-10 dB、3 000 Hz 不同算法定位结果

图 10 为 SNR=0 dB, 频率为 5 000 Hz, 三类算法的仿真定位结果图。随着频率的提高, 声场重构结果的两个主瓣宽度减小。ADMM 算法和 PCA 去噪算法的定位结果虽然能看出有两个主瓣, 但出现了大量的旁瓣, 对声源的定位产生了干扰。改进后的 LRMA 算法的定位结果可以看出两个主瓣, 定位结果只有少量的旁瓣, 在 3 dB 的动态范围下: ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.225 m; PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.206 m; 改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.187 m。

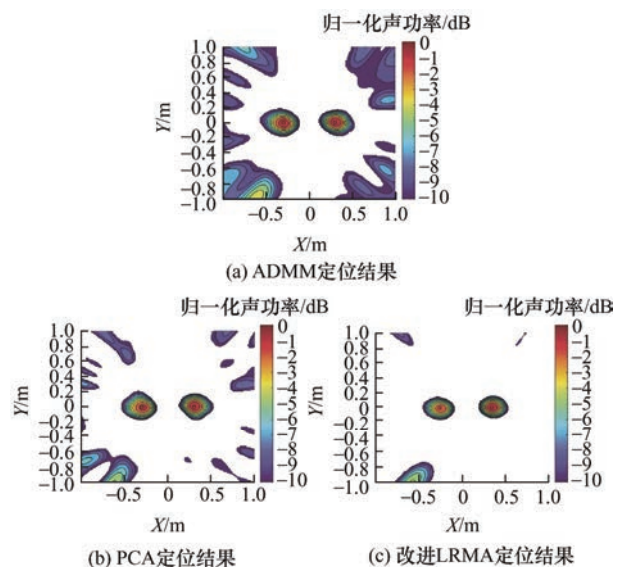


图 10 SNR=0 dB、5 000 Hz 不同算法定位结果



图 11 为  $\text{SNR}=-5$  dB, 频率为 5 000 Hz, 三类算法的仿真定位结果图。ADMM 算法和 PCA 去噪算法的定位结果出现了大量的旁瓣, 两个声源定位效果差。改进后的 LRMA 算法的定位结果可以很清楚地看出两个主瓣, 只出现少量旁瓣, 在 3 dB 的动态范围下: ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.242 m; PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.222 m; 改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.189 m。

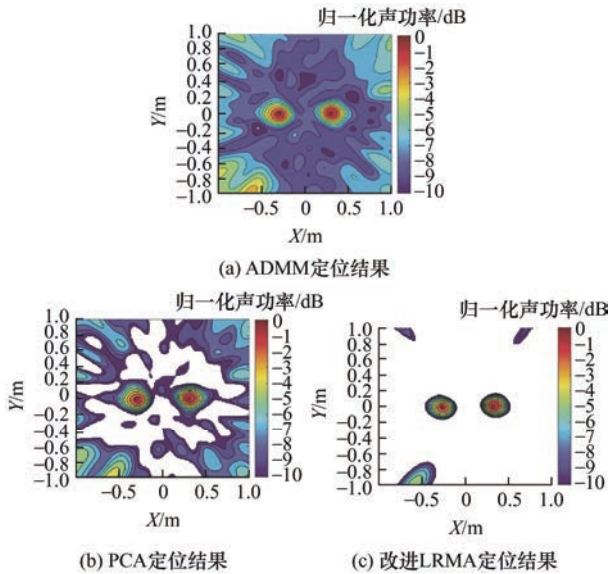


图 11  $\text{SNR}=-5$  dB、5 000 Hz 不同算法定位结果

图 12 为  $\text{SNR}=-10$  dB, 频率为 5 000 Hz, 三类算法的仿真定位结果图。随着信噪比的降低, 声场重构图中会出现较多的旁瓣。ADMM 算法和 PCA 去噪算法的定位结果差, 较高强度的旁瓣对声源的定位产生了干扰。改进后的 LRMA 算法的定位结果

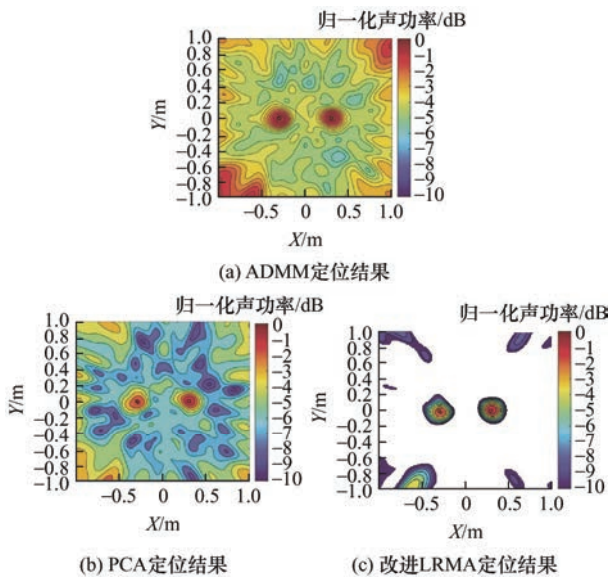


图 12  $\text{SNR}=-10$  dB、5 000 Hz 不同算法定位结果

可以很清楚地看出两个主瓣, 只出现少量旁瓣, 在 3 dB 的动态范围下: ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.379 m; PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.321 m; 改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.194 m。

相比于 ADMM 算法、PCA 去噪算法的定位结果, 改进后的 LRMA 算法在不同的信噪比下均能缩小主瓣宽度, 抑制噪声, 提高分辨率。

## 4 试验结果

为了验证仿真结果的可靠性及所改进的 LRMA 算法的可行性, 通过搭建试验平台对其进行了验证。

如图 13 所示, 试验装置包括两个蓝牙音箱, 两个音箱支架, 16 个传声器组成的阵列, 空压机等。传声器阵列和蓝牙音箱与地面的距离为 1.3 m, 传声器阵列与蓝牙音箱之间的距离为 1 m。两个蓝牙音箱分别播放不相关白噪声, 空压机在进行空气压缩时产生噪声, 用于产生低信噪比的复杂工业环境。传声器阵列的口径为  $0.3\text{ m} \times 0.3\text{ m}$ , 传声器阵列移动 9 次, 以 9 次测量的中心位置为坐标原点建立笛卡儿坐标系, 移动的位置坐标为  $(-0.1, -0.1, 0)$ 、 $(-0.1, 0, 0)$ 、 $(-0.1, 0.1, 0)$ 、 $(0, -0.1, 0)$ 、 $(0, 0, 0)$ 、 $(0, 0.1, 0)$ 、 $(0.1, -0.1, 0)$ 、 $(0.1, 0, 0)$ 、 $(0.1, 0.1, 0)$ 。传声器阵列的采样率为 96 KHz。



图 13 试验装置

通过打开空压机, 让其进行空气压缩产生噪声以获得噪声信号; 同时打开空压机与蓝牙音箱进行声信号的采集, 然后通过减去单独采集得到的噪声信号以获取目标信号。在位置  $(0, 0, 0)$  处进行声信号采集并计算信噪比。图 14 所示为试验中不同频率下的信噪比, 当频率为 2 813 Hz, 信噪比约为  $-1.9$  dB; 频率为 2 719 Hz, 信噪比约为  $-8.6$  dB。

图 15 展示了  $\text{SNR}=-1.9$  dB, 频率为 2 813 Hz, 三类算法的试验定位结果图。动态范围为 10 dB, 并对重构结果中声功率进行了归一化处理。ADMM 算法的定位结果主瓣分开但旁瓣没有分开。旁瓣基本覆盖在整个声源定位图中。改进后

的 LRMA 算法的定位结果图中两个主瓣分开, 且主瓣宽度小。在 3 dB 的动态范围下: ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.484 m。PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.436 m。改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.356 m。

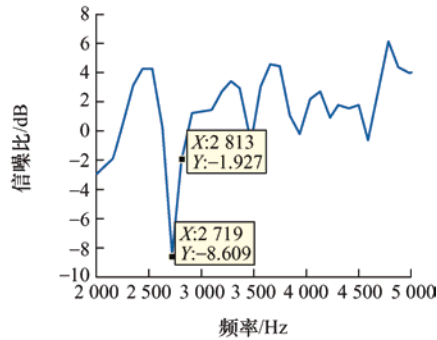


图 14 不同频率试验的信噪比

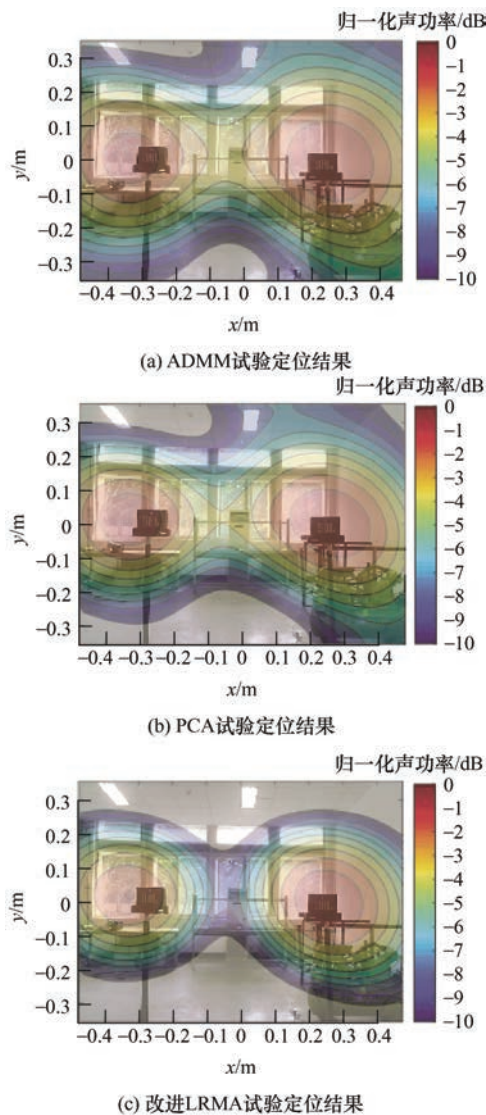


图 15 SNR=-1.9 dB、2 813 Hz 不同算法试验定位结果

图 16 展示了 SNR=-8.6 dB, 频率为 2 719 Hz, 三类算法的试验定位结果图。ADMM 算法的定位结果虽然可以看出存在两个主瓣, 但两个主瓣并没有分开, 旁瓣基本覆盖在整个声源定位图中, 在 3 dB 的动态范围下: ADMM 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.596 m。PCA 去噪算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.531 m。改进后的 LRMA 算法的定位结果图中最大主瓣宽度为 0.395 m, 定位结果的最大主瓣宽度小于 ADMM 算法、PCA 去噪算法的最大主瓣宽度。

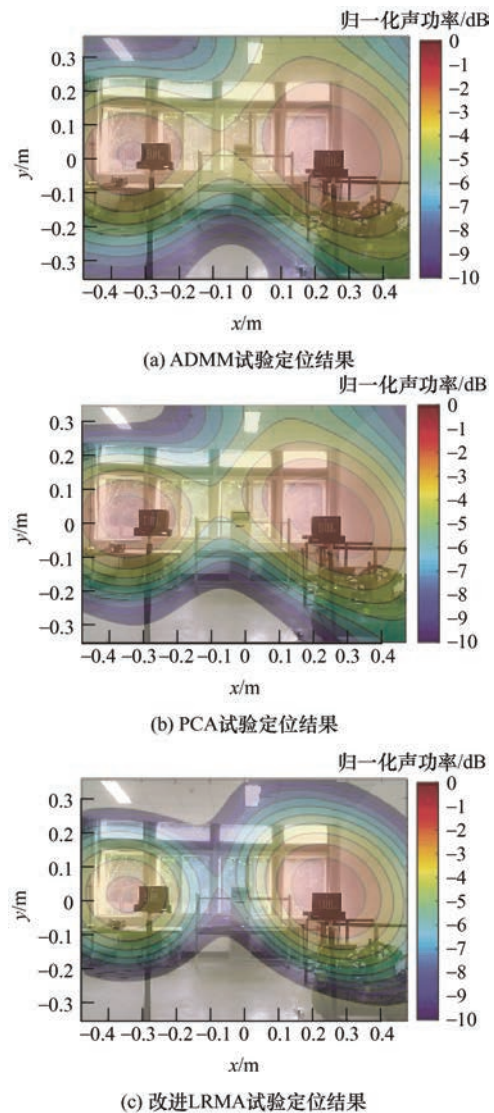


图 16 SNR=-8.6 dB、2 719 Hz 不同算法试验定位结果

试验证明了所改进的 LRMA 算法在非同步测量声源定位中的可行性, 通过对比 ADMM 算法和 PCA 去噪算法在 3 dB 动态范围的主瓣宽度, 验证了改进的 LRMA 算法可以提高低信噪比下声源定位时的分辨率。



## 5 结论

将具有较好低秩近似表现性的低秩矩阵逼近算法与参数化非凸惩罚函数去噪方法相结合,提出了改进低秩矩阵逼近算法进行非同步测量声源定位,通过仿真与试验结果得到如下结论。

(1) 随着信噪比的下降,ADMM 算法、PCA 去噪算法的补全误差骤增,而改进后的 LRMA 算法的补全误差增加缓慢、变化不大。

(2) 与 ADMM 算法以及 PCA 去噪算法相比,改进后的 LRMA 算法能够缩小主瓣宽度,抑制旁瓣,提高声源定位的分辨率。改进后的 LRMA 算法相比于 ADMM 算法、PCA 去噪算法更适合于在低信噪比下进行声源定位。

## 参 考 文 献

- [1] XIONG W, HE Q, PENG Z. Fibonacci array-based focused acoustic camera for estimating multiple moving sound sources[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 478: 115351.
- [2] 褚志刚, 陈涛, 赵书艺, 等. 基于声压贡献的球面阵波束形成声源识别滤波求和算法[J]. 机械工程学报, 2018(4): 238-244.  
CHU Zhigang, CHEN Tao, ZHAO Shuyi, et al. Filter-and-sum beamforming sound source identification algorithm for spherical microphone arrays based on pressure contribution[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018(4): 238-244.
- [3] 宁方立, 张超, 潘峰, 等. 飞机起落架噪声源定位的压缩感知算法[J]. 航空学报, 2018, 39(5): 121810.  
NING Fangli, ZHANG Chao, PAN Feng, et al. Compressive sensing algorithm for sound source location of aircraft landing gear[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(5): 121810.
- [4] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [5] SIGTSM P. CLEAN based on spatial source coherence[J]. International Journal of Aeroacoustics, 2007, 6(4): 357-374.
- [6] BROOKS T F, HUMPHREYS W M. A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294(4-5): 856-879.
- [7] SIMARD P, ANTONI J. Acoustic source identification: Experimenting the  $\ell_1$  minimization approach[J]. Applied Acoustics, 2013, 74(7): 974-986.
- [8] 宁方立, 卫金刚, 刘勇, 等. 压缩感知声源定位方法研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(19): 42-52.  
NING Fangli, WEI Jingang, LIU Yong, et al. Study on Sound Sources Localization Using Compressive Sensing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(19): 42-52.
- [9] BARRE S, PUHLE C. Acoustic sources distribution reconstruction from non-synchronous sound pressure measurements[C]//INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings. Institute of Noise Control Engineering, 2017, 255(5): 2929-2935.
- [10] OPPENHEIM A V, LIM J S. The importance of phase in signals[J]. Proceedings of the IEEE, 1981, 69(5): 529-541.
- [11] KWON H S, KIM Y J, BOLTON J S. Compensation for source non stationarity in multireference, scan-based near-field acoustical holography[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2003, 113(1): 360-368.
- [12] SIGTSM P, DINSENMEYER A, ANTONI J, et al. Beamforming and other methods for denoising microphone array data[C]//25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2019: 2653.
- [13] GAO J, YU L, JIANG W. Extraction of target sources from incoherent and partially coherent background noise using low-rank and sparse decomposition of the cross-spectral matrix[C]//INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings. Institute of Noise Control Engineering, 2019, 259(8): 1547-1555.
- [14] WANG J, WANG Y, XU Z, et al. Accelerated low rank matrix approximate algorithms for matrix completion[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2019, 77(2): 334-341.
- [15] 张丽, 孔旭, 孙忠贵. 基于非局部自相似性和低秩矩阵逼近的补全算法[J]. 计算机应用, 2020, 40(11): 3327-3331.  
ZHANG Li, KONG Xu, SUN Zhonggui. Matrix completion algorithm based on nonlocal self-similarity and low-rank matrix approximation[J]. Journal of Computer Applications, 2020, 40(11): 3327-3331.
- [16] SIGTSM P. Phased array beamforming applied to wind tunnel and fly-over tests[R]. NLR-TP-2010-549, 2010.
- [17] 项亚南, 潘丰. 一种基于信噪比确定主元个数的方法[J]. 计算机系统应用, 2015(2): 200-205.  
XIANG Yanan, PAN Feng. Method based on the fault

- signal noise ratio to determine the number of principal component[J]. Computer Systems & Applications , 2015(2): 200-205.
- [18] DINSENMEYER A, ANTONI J, LECLERE Q, et al. A probabilistic approach for cross-spectral matrix denoising: Benchmarking with some recent methods[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2020, 147(5): 3108-3123.
- [19] 岳佳, 王士同. 高斯混合模型聚类中 EM 算法及初始化的研究[J]. 微计算机信息, 2006(11X): 244-246.  
YUE Jia , WANG Shitong. Algorithm EM and its initialization in gaussian-mixture-model based clustering[J]. Microcomputer Information, 2006(11X): 244-246.
- [20] YU L , ANTONI J , LECLERE Q. Spectral matrix completion by Cyclic Projection and application to sound source reconstruction from non-synchronous measurements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 372: 31-49.
- [21] PAREKH A , SELESNICK I W. Enhanced low-rank matrix approximation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(4): 493-497.
- [22] MA R , MIAO J , NIU L , et al. Transformed  $\ell_1$  regularization for learning sparse deep neural networks[J]. Neural Networks, 2019, 119: 286-298.
- [23] YU L , ANTONI J , WU H , et al. Fast iteration algorithms for implementing the acoustic beamforming of non-synchronous measurements[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 134: 106309.
- 
- 作者简介: 宁方立(通信作者), 男, 1974 年出生, 博士研究生导师。主要研究方向为声信号处理。  
E-mail: ningfl@nwpu.edu.cn