

DOI: 10.3901/JME.2023.04.173

# 行星耦合 PHEV 模式切换过程全频段瞬态扭振特性分析与主动抑制<sup>\*</sup>

王 峰<sup>1</sup> 张 健<sup>1</sup> 徐 兴<sup>1</sup> 王春海<sup>2</sup> 阙红波<sup>3</sup> 高 扬<sup>3</sup>

(1. 江苏大学汽车工程研究院 镇江 212013;

2. 南京金龙客车制造有限公司 南京 211215;

3. 中车戚墅堰机车车辆工艺研究所有限公司 常州 213011)

**摘要:** 混合动力车辆模式切换过程中存在多源宽频段激励耦合,进而引发较大瞬态扭振,严重影响驾驶品质。以行星耦合 PHEV 为研究对象,建立考虑非线性啮合刚度、齿侧间隙以及离合器滑摩的混动系统瞬态扭振模型,选取混合动力车辆行车中启动发动机的典型工况,基于连续小波变换理论,展开各激励因素在全频段下对系统扭振影响特性分析,进一步设计考虑齿轮扭振特性的混杂模型预测控制器,进行宽频段瞬态扭振主动抑制。结果表明,齿轮间隙造成的脱齿-碰撞现象,加剧车辆模式切换过程中 10~100 Hz 低频扭振(整车层面纵向冲击),同时引发系统 10~100 kHz 高频扭振(耦合机构层面转矩振荡),而齿轮非线性刚度波动则主要集中在对系统高频扭振的影响。据此建立的考虑齿轮扭振特性的混杂模型预测控制器,将整车冲击度峰值降低 47.8%、切换过程高频扭振方均根值降低 33.2%,有效提升了驾驶舒适性和混合动力耦合装置使用寿命。

**关键词:** 混合动力车辆; 模式切换; 齿侧间隙; Morlet 小波变换; 混杂模型预测控制

中图分类号: U461

## Transient Torsional Vibration Characteristic Analysis and Active Suppression of PHEV with Planetary Coupled Transmission System during Mode Transition Process

WANG Feng<sup>1</sup> ZHANG Jian<sup>1</sup> XU Xing<sup>1</sup> WANG Chunhai<sup>2</sup> QUE Hongbo<sup>3</sup> GAO Yang<sup>3</sup>

(1. Automotive Engineering Research Institute, Jiangsu University, Zhenjiang 212013;

2. Nanjing Golden Dragon Bus Co., Ltd., Nanjing 211215;

3. CRCC Qishuyan Institute Co., Ltd., Changzhou 213011)

**Abstract:** The coupled multi-source and wide-band excitations exist in the process of mode transitions of planetary-coupled PHEV, and it may cause large transient torsional vibration and significantly deteriorate the driving quality. This research takes the planetary-coupled PHEV as the studied object, the transient torsional vibration model of hybrid powertrain is built, where the nonlinear meshing stiffness of gears, tooth-side clearance and sliding of clutch are taken into consideration; for the typical operation conditions with engine start, based on the continuous wavelet transformation, a full-band influence analysis of transient torsional vibration is carried out for various excitation factors, then a hybrid model predictive controller considering gear vibration characteristics is developed to actively suppress the transient torsional vibration. The result shows that the tooth drop-collision caused by tooth clearance would stimulate the low-frequency torsional vibration at 10-100 Hz (longitudinal impact in whole vehicle level) as well as lead to high-frequency torsional vibration at 10-100 kHz (torque fluctuation in coupling system level), whereas the nonlinear fluctuations of gear stiffness primarily influence the high-frequency torsional vibration. The proposed hybrid model predictive

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(52172358)、江苏省重点研发计划(BE2019010)、江苏大学农业装备学部(NZXB20210103)、江苏省六大人才高峰(JXQC-036)和浙江省自然科学基金(LQ2OE050010)资助项目。20220526 收到初稿, 20221012 收到修改稿

controller considering the characteristics of torsional vibration can reduce 47.8% of the peak value of vehicle impact and 33.2% of root mean square value of torsional acceleration, which indicate the considerable elevation of driving comforts and service life of power coupling device for hybrid powertrain.

**Key words:** hybrid electric vehicle; meshing stiffness; backlash; morlet wavelet transform; hybrid model predictive control

## 0 前言

行星齿轮传动系统凭借其灵活的动力耦合方式、紧凑的结构布置和高效的传动效率,成为多动力源系统中常用的动力耦合机构,尤其是在新能源汽车领域,行星动力耦合传动系统更是混合动力车辆的常用核心部件<sup>[1-4]</sup>。

相较于传统汽车动力传动系统,混合动力行星耦合传动系统频繁地工作在瞬态工况下(启停机、加减速、工况切换)、不断地跨越各阶共振区,包括发动机、电机外激励和离合器、齿轮、轴承内激励在内的复杂振动激励因素引发了系统的瞬态振动放大现象<sup>[5-9]</sup>;在发动机、电动机和变速器集成化与一体化的发展趋势下,混合动力行星耦合传动系统的能量传递更直接高效,但同时也使得其瞬态冲击得不到有效缓冲,系统各部件之间的相互耦合作用明显加强。

XU 等<sup>[10]</sup>建立了一种建立包括发动机、扭振减振器、分离离合器、电磁阀、变速箱和驱动阻力的传动系统模型,并提出一种用于轨迹跟踪的非线性前馈反馈控制器来优化控制离合器发动机启动的过程。LIU 等<sup>[11]</sup>采用功率分流混合动力汽车的动力学模型来研究功率分流混合动力传动系在快速加减速情况下扭转振动的主动控制算法,并结合主动振动控制策略,设计了动态协调控制算法,保证了车辆的动态性能和舒适性。ZHANG 等<sup>[12]</sup>简化了变速器的动力学模型,通过主动振动控制器来处理功率分流混合动力汽车的振动。胡明辉等<sup>[13]</sup>以整车冲击度最小为控制目标,分析了模式切换过程中双电机耦合驱动系统各部件的工作状态以及各部件之间的运动学关系,验证了模式切换协调控制策略的有效性。蔡英凤等<sup>[14]</sup>为了减小双行星排功率分流式混合动力汽车模式切换过程的转矩波动与动态冲击度,根据牛顿力学方程建立了各行星排的转矩平衡方程,基于补偿滑模控制对混合动力汽车进行协调控制,抑制了整车冲击度。

现有相关混合动力模式切换建模与控制的研究中,为了降低系统复杂度、便于控制器设计,均将具有较强非线性特征的非线性刚度、齿隙等环节忽略,以得到较为容易处理的补偿转矩传递系统线性

模型。强耦合、多频复杂激励的混合动力行星耦合非线性系统内部表现出的复杂瞬态振动传递特性,进一步影响着混合动力系统的振动、冲击乃至整车振动问题<sup>[15-16]</sup>。鉴于混合动力行星耦合传动系统瞬态振动问题的突出性和复杂性,迫切需要结合混合动力行星耦合传动系统运行工况特点,厘清模式切换过程中各激励因素对系统扭振影响机理<sup>[17-19]</sup>,进而为模式切换协调控制提供更合理的控制模型。

本文针对行星耦合 PHEV 模式切换过程复杂激励特点,以轮齿广义转动角位移为动力学变量,建立考虑轮齿非线性啮合刚度、齿侧间隙以及离合器滑摩力矩的行星耦合传动系统瞬态扭振模型,选取混合动力车辆行车过程中启动发动机的典型模式切换工况,基于连续小波变换理论,展开各激励因素在全频段范围对系统扭振影响特性分析,据此建立考虑齿轮扭振特性的混杂模型预测控制器,为提升混合动力车辆模式切换过程控制品质提供理论依据。

## 1 行星耦合 PHEV 结构及工作模式

本文的研究对象为某插电式混合动力汽车,该车辆采用行星耦合机构将发动机与电机的动力进行耦合,并通过离合器与制动器进行模式切换,其传动系统结构简图如图 1 所示。S、C、R 分别为太阳轮、行星架和内齿圈;B 为制动装置;CL 则是离合装置;MG 代表电机,其转子与内齿圈相连; $k_e$ 、 $k_w$  分别为发动机输出轴与负载端驱动轴刚度; $c_e$ 、 $c_w$  分别为发动机输出轴与负载端驱动轴阻尼; $\theta_e$ 、 $\theta_w$  分别是发动机轴与轮边的转角位移; $T_e$ 、 $T_f$  分别为发动机转矩和轮边负载; $i_0$  为主减速器的传动比。

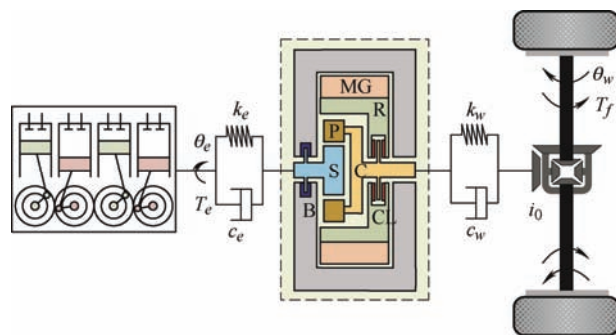


图 1 某混合动力行星耦合传动系统结构示意图

该混合动力汽车的工作模式如下。

(1) 纯电模式: 离合器分离、制动器结合即太阳轮锁止, 行星耦合机构处于定传动比状态, 电机驱动车辆行驶。

(2) 发动机模式: 制动器分离、离合器结合即齿圈与行星架相连, 行星耦合机构处于直接档, 电机不使能, 发动机驱动车辆行驶。

(3) 转速耦合混动模式: 制动器与离合器均分离, 电机和发动机均输出扭矩, 行星耦合机构符合约束条件, 电机和发动机转速耦合共同驱动车辆行驶。

(4) 转矩耦合混动模式: 制动器分离、离合器结合即齿圈与行星架相连, 行星耦合机构处于直接档, 电机使能与发动机转矩耦合, 共同驱动车辆行驶。

(5) 再生制动能量回收模式: 分为两种状态, 一是由纯电模式切换为能量回收模式, 此时离合器分离、制动器结合, 行星耦合机构处于定传动比状态, 制动时车辆惯量的机械能带动电机发电实现制动能量回收; 二是由发动机或混动模式切换再生能量回收制动模式, 此时离合器结合、制动器分离, 行星机构处于转矩耦合进行制动能量回收。

各模式下传动系统的动力部件对应工作状态如表 1 所示。

表 1 各模式下部件工作状态

模式	发动机	电机	离合器	制动器
纯电驱动	0	1	0	1
发动机驱动	1	0	1	0
混动转速耦合	1	1	0	0
混动转矩耦合	1	1	1	0
再生能量回收	0	1	0/1	1/0

注: 1 表示工作/结合, 0 表示不工作/分离。

## 2 行星耦合 PHEV 瞬态动力学模型

### 2.1 行星耦合机构扭振模型

图 2 中定义三类坐标系, 分别是定坐标系  $oxy$ 、固连在行星架上的动坐标系  $o_cx_cy_c$  和原点在行星齿轮自转中心点的动坐标系  $o_nx_ny_n$  ( $n=1,2,\dots,N$ ,  $N$  是行星齿轮总数),  $x_n$ 、 $y_n$  为行星轮中心圆的径向和切向方向;  $\theta_c$  是行星架在定坐标系  $oxy$  中的转角位移;  $\theta_s$ 、 $\theta_r$  分别是太阳轮和内齿圈在动坐标系  $o_cx_cy_c$  中的转角位移;  $\theta_{pn}$  是第  $n$  个行星齿轮在动坐标系  $o_nx_ny_n$  中的转角位移;  $\alpha_s$ 、

$\alpha_r$  分别是太阳轮和内齿圈端面压力角<sup>[20-22]</sup>。

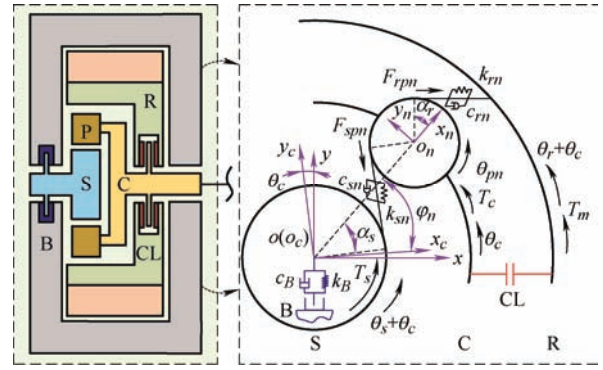


图 2 行星耦合传动系统扭振动力学模型

$\varphi_n$  是第  $n$  个行星齿轮的  $x_n$  轴与动坐标系  $x_c$  轴夹角, 其数值满足

$$\varphi_n = 2\pi \frac{(n-1)}{N} \quad (1)$$

定义广义坐标向量为

$$\boldsymbol{\theta} = \{\theta_s, \theta_r, \theta_c, \theta_{p1}, \dots, \theta_{pN}\} \quad (2)$$

在固定坐标系  $oxy$  中利用牛顿力学定律建立行星耦合传动系统扭振模型

$$I_s (\ddot{\theta}_s + \ddot{\theta}_c) = T_s + \sum_{n=1}^N F_{spn} r_{bs} \quad (3)$$

$$I_{m+r} (\ddot{\theta}_r + \ddot{\theta}_c) = T_m - \sum_{n=1}^N F_{rpn} r_{br} - T_{cl} \quad (4)$$

$$(I_c + Nm_p r_c^2) \ddot{\theta}_c = T_{cl} - c_w (\dot{\theta}_c - i_0 \dot{\theta}_w) - k_w (\theta_c - i_0 \theta_w) - \sum_{n=1}^N r_c (F_{spn} \cos \alpha_s + F_{rpn} \cos \alpha_r) \quad (5)$$

$$I_{pn} \ddot{\theta}_{pn} = (F_{spn} - F_{rpn}) r_{bp} \quad (6)$$

式中,  $r_{bs}$ 、 $r_{br}$ 、 $r_{bp}$  分别为太阳轮、内齿圈和行星轮基圆半径;  $r_c$  是行星轮中心到行星架回转中心的距离;  $r_s$ 、 $r_p$  分别为太阳轮、行星轮的节圆半径;  $m_p$  是单个行星轮质量;  $I_s$ 、 $I_{m+r}$ 、 $I_{pn}$  分别为太阳轮、内齿圈与其直联电机转子、行星轮的转动惯量;  $I_c$  是行星架转动惯量;  $T_s$ 、 $T_{cl}$  分别为太阳轮、离合器传递力矩;  $F_{spn}$ 、 $F_{rpn}$  分别为太阳轮-行星轮、内齿圈-行星轮之间轮齿端面啮合方向动态啮合力。

由于本文研究的瞬态工况下轮齿啮合过程属于变转速过程, 故作为行星齿轮系统扭振重要内激励因素的啮合刚度波动特征, 在此处无法像稳态工况一样确切给出轮齿啮合刚度与时间对应关系, 为了方便表征系统瞬态加速状态, 建立啮合刚度随轮齿转动角度的动态变化曲线。

$$Zk_{sn}(\theta_s) = a_0 + \sum_j [a_j \cos(jz_s \cdot \theta_s)] + \sum_j [b_j \sin(jz_s \cdot \theta_s)] \quad (7)$$

$$Zk_{rn}(\theta_r) = a_0 + \sum_j [a_j \cos(jz_r \cdot \theta_r)] + \sum_j [b_j \sin(jz_r \cdot \theta_r)] \quad (8)$$

行星齿轮啮合相位关系可由齿轮齿数和行星轮位置角确定, 第  $n$  个行星齿轮的外啮合相位为

$$\lambda_{sn} = \frac{z_s}{2\pi} \varphi_n \quad (9)$$

内啮合相位为

$$\lambda_{rn} = \frac{z_r}{2\pi} \varphi_n \quad (10)$$

考虑啮合相位差的行星齿轮内外啮合动态刚度表示为

$$k_{sn}(\theta_s) = Zk_{sn} \left( \theta_s - \lambda_{sn} \frac{2\pi}{z_s} \right) \quad (11)$$

$$k_{rn}(\theta_r) = Zk_{rn} \left( \theta_r - (\lambda_{rn} + \lambda_{sr}) \frac{2\pi}{z_r} \right) \quad (12)$$

式中,  $\lambda_{sr}$  为内外啮合之间的相位差, 当行星齿轮齿数为偶数时取值为 0, 当行星齿轮齿数为奇数时取值为 1/2, 即

$$\lambda_{sr} = \frac{1}{2} \bmod(z_p, 2) \quad (13)$$

式中,  $\bmod$  为求余函数;  $z_s$ 、 $z_r$ 、 $z_p$  分别为太阳轮、内齿圈和行星轮齿数。

进一步考虑齿轮啮合间隙<sup>[23-25]</sup>, 假设齿侧间隙为  $2b$ , 齿轮间隙的非线性方程表示为

$$f(\delta) = \begin{cases} \delta - b & \delta > b \\ 0 & -b \leq \delta \leq b \\ \delta + b & \delta < -b \end{cases} \quad (14)$$

式中,  $\delta$  表示齿轮啮合时的弹性形变; 具体地, 太阳轮与行星轮、齿圈与行星轮之间的弹性形变表示为

$$\begin{cases} \delta_{spn} = r_{bs}\theta_s - r_{bp}\theta_{pn} \\ \delta_{rpm} = r_{br}\theta_r - r_{bp}\theta_{pn} \end{cases} \quad (15)$$

$F_{spn}$ 、 $F_{rpm}$  分别为太阳轮-行星轮、内齿圈-行星轮之间轮齿端面啮合线方向动态啮合力, 具体表达

可参见下式

$$F_{spn} = \cos \beta \left\{ k_{sn} \cdot f(r_{bs}\theta_s - r_{bp}\theta_{pn}) \cos \beta \right\} + \cos \beta \left\{ c_{sn} (r_{bs}\dot{\theta}_s - r_{bp}\dot{\theta}_{pn}) \cos \beta \right\} \quad (16)$$

$$F_{rpm} = \cos \beta \left\{ k_{rn} \cdot f(r_{br}\theta_r - r_{bp}\theta_{pn}) \cos \beta \right\} + \cos \beta \left\{ c_{rn} (r_{br}\dot{\theta}_r - r_{bp}\dot{\theta}_{pn}) \cos \beta \right\} \quad (17)$$

式中,  $k_{sn}$ 、 $k_{rn}$  分别为太阳轮-行星轮、内齿圈-行星轮之间的瞬态非线性啮合刚度;  $\beta$  为啮合斜齿轮螺旋角;  $c_{sn}$ 、 $c_{rn}$  分别为太阳轮-行星轮、内齿圈-行星轮之间等效啮合阻尼

$$c_{xn} = 2\xi \sqrt{\frac{k_{xn0} I_x I_{pn}}{I_x r_{bx}^2 + I_{pn} r_{bp}^2}} \cdots x = s, r \quad (18)$$

式中,  $k_{sn0}$ 、 $k_{rn0}$  分别为太阳轮-行星轮、内齿圈-行星轮之间的啮合刚度均值;  $\xi$  为相对啮合阻尼系数, 文中取 0.1。

## 2.2 发动机模型

发动机的转矩通过太阳轮将转矩传递至行星耦合系统, 考虑发动机转动惯量以及输出轴柔性, 建立发动机输出端动力学模型如下

$$I_e \ddot{\theta}_e = k_e [(\theta_s + \theta_c) - \theta_e] + c_e [(\dot{\theta}_s + \dot{\theta}_c) - \dot{\theta}_e] + T_e \quad (19)$$

式中,  $I_e$  为发动机等效转动惯量;  $k_e$  为发动机端输出轴刚度;  $c_e$  为发动机输出轴阻尼。

当发动机转速高于 800 r/min 时,  $T_e$  为发动机输出扭矩, 由上层能量分配策略决定; 当发动机转速低于 800 r/min 时,  $T_e$  为发动机阻力力矩, 图 3 为通过合作企业发动机台架测试数据得到的该发动机启动过程阻力矩曲线。

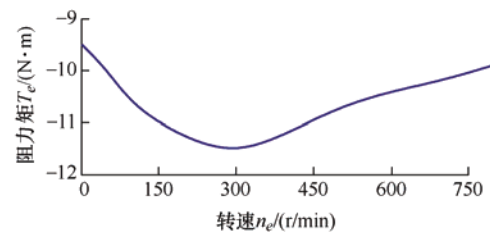


图 3 启动过程中的发动机阻力矩

## 2.3 电机模型

永磁同步电机因其结构简单、功率密度大、效率显著而被广泛应用于汽车的传动系统中。电机的转矩通过齿圈输入至行星耦合系统中, 采用一阶系统来反映电机对目标转矩的响应特性, 电机输出转



矩  $T_m$  表示如下

$$T_m = \min\{T_{m\_cmd}, T_{m\_max}\} \cdot \frac{1}{\tau_m s + 1} T_{m\_cmd} > 0 \quad (20)$$

$$T_m = \max\{T_{m\_cmd}, T_{m\_min}\} \cdot \frac{1}{\tau_m s + 1} T_{m\_cmd} < 0 \quad (21)$$

式中,  $\tau_m$  为一阶系统时间常数;  $T_{m\_cmd}$  为电机目标转矩;  $T_{m\_max}$  为电机最大输出转矩;  $T_{m\_min}$  为电机最小输出转矩。电机外特性曲线如图 4 所示。

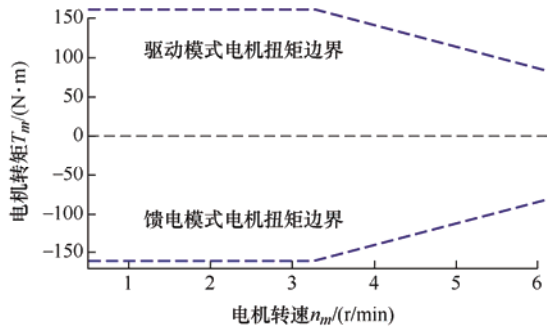


图 4 电机外特性曲线

## 2.4 离合器模型

离合器分为滑摩和结合两种状态, 滑摩状态下, 离合器两端以不同的速度旋转, 最大传递扭矩受摩擦力的影响, 离合器模型将行星耦合模型中的齿圈与行星架连接起来, 齿圈的部分扭矩在离合器的滑摩作用下输入至行星架, 表达为关于离合器压力的线性模型

$$T_{cl} = \frac{2}{3} \text{sgn}(\omega_{in} - \omega_{out}) N_{cl} R_{cl} p_{cl} S_{cl} \mu_{cl} \quad (22)$$

式中,  $T_{cl}$  为离合器传递的扭矩;  $p_{cl}$  为油压;  $S_{cl}$  为离合器的等效摩擦面积;  $N_{cl}$  为离合器的摩擦面数;  $\mu_{cl}$  为离合器的摩擦因数;  $R_{cl}$  为离合器的等效半径;  $\omega_{in}$  为从动盘的转速;  $\omega_{out}$  为被动盘的转速;  $\text{sgn}$  为符号函数。

在结合状态下, 通过离合器传递的扭矩表示为

$$T_{cl} = \frac{I_{out} T_{in} + I_{in} T_{out}}{I_{in} + I_{out}} \quad (23)$$

式中,  $T_{in}$  为离合器主动盘扭矩;  $T_{out}$  为离合器被动盘扭矩;  $I_{in}$  为离合器主动盘惯量;  $I_{out}$  为离合器被动盘惯量。

## 2.5 车辆驱动轴负载模型

车辆驱动轴负载动力学模型表示为

$$I_{vf} \ddot{\theta}_w = i_0 \left[ k_w (\theta_c - i_0 \theta_w) + c_w (\dot{\theta}_c - i_0 \dot{\theta}_w) \right] - T_f \quad (24)$$

$$T_f = r_w \left[ mg f_r \cos \gamma + mg \sin \gamma + \frac{C_D A}{21.15} (r_w \dot{\theta}_w)^2 \right] \quad (25)$$

式中,  $I_{vf}$  为车轮端的整车等效转动惯量;  $r_w$  为车轮半径;  $m$  为车辆质量;  $g$  为重力系数;  $f_r$  为轮胎轮的滚动阻力系数;  $\gamma$  为车辆行驶的坡角;  $C_D$  为空气阻力系数;  $A$  为迎风面积。

## 3 EV-to-HEV 模式切换过程分析

为了适应不同的行驶条件, 混合动力汽车的模式切换至关重要。以包含行车中启动发动机的纯电模式 EV 切换到混动模式 HEV 的过程 (EV-to-HEV) 为例, 该过程中传动系统的动力传动关系发生改变, 包括存在发动机的启动、制动器的释放以及离合器的结合, 是混合动力车辆一类典型的模式切换过程, 其共分为 5 个阶段。

(1) 纯电动阶段, 制动器 B 锁止, 同时电机提供全部驱动力矩, 使车辆平稳行驶。

(2) 离合器滑摩阶段一, 制动器 B 松开, 离合器 CL 开始滑摩, 相应地齿圈转速略有下降, 由于此阶段尚未克服发动机的静阻力矩, 太阳轮转速仍为零。

(3) 离合器滑摩阶段二, 离合器 CL 持续滑摩, 在整车惯性的拖曳下发动机开始旋转, 并逐渐达到怠速状态。

(4) 发动机点火阶段, 当发动机转速提高到预设的怠速转速, 发动机点火启动。

(5) 混合动力阶段, 当离合器 CL 两端的转速差小于预设值, 离合器 CL 完全结合。

切换过程中状态量  $T_s$  见式(26)、(27), 其中  $k_B$ 、 $c_B$  为制动器作用时的等效刚度和阻尼。为分析切换过程扭振特性, 给定各控制变量值如图 5 所示。

Stage (1~2)

$$T_s = k_B (\theta_s + \theta_c) + c_B (\dot{\theta}_s + \dot{\theta}_c) \quad (26)$$

Stage (3~5)

$$T_s = k_e [(\theta_s + \theta_c) - \theta_e] + c_e [(\dot{\theta}_s + \dot{\theta}_c) - \dot{\theta}_e] \quad (27)$$

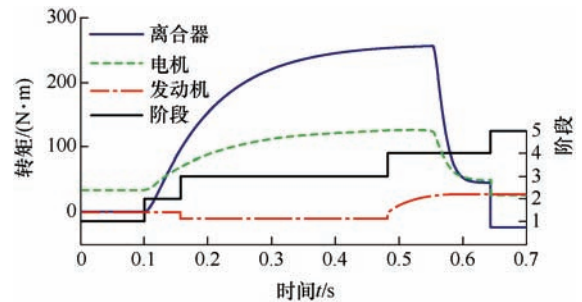


图 5 模式切换过程各动力部件的输入扭矩

## 4 全频段瞬态扭振影响特性分析

给定系统参数包括行星耦合机构参数和车辆基本参数, 分别如表 2、3 所示。

表 2 某混合动力行星耦合机构基本参数

参数	中心轮	行星轮	内齿圈
法向模数/mm	2	2	2
压力角/(°)	20	20	20
螺旋角/(°)	15.5	-15.5	15.5
轮齿齿数	61	25	110
转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	0.000 4	0.000 015	0.010 9
啮合阻尼系数	0.1		0.1
啮合刚度均值/(N/m)	2.1×10 <sup>9</sup>		1.7×10 <sup>9</sup>
齿侧间隙/(mm)	0.42		0.42
行星轮个数		4	

表 3 某混合动力车辆基本参数

参数	数值
整车质量/kg	1 500
滚动系数	0.016 5
风阻系数	0.3
旋转质量转换系数	1.1
主减速比	4.3
迎风面积/m <sup>2</sup>	2.11
车轮半径/m	0.353
初始车速/(km/h)	80
车辆加速度/(m/s <sup>2</sup> )	0.5/1.0/1.5
半轴等效扭转刚度/(N·m/rad)	12 500
半轴等效扭转阻尼/(N·s/m)	150
发动机输出轴等效扭转刚度/(N·m/rad)	53 000
发动机输出轴等效扭转阻尼/(N·s/m)	120

### 4.1 模式切换过程扭振时域分析

在模式切换的过程中, 离合器不断滑摩, 离合器所传递的扭矩逐步增大; 同时发动机点火启动, 发动机由负载变为动力源。这些外部激励的变化改变了行星耦合机构的啮合关系, 发生了主被动轮改变。模式切换过程中行星耦合机构的受力如图 6 所示。

由于存在齿轮间隙, 啮合关系的改变会导致对应齿轮的啮合力减至 0, 处于脱啮状态, 并在反向再次接触时产生碰撞冲击。以太阳轮与行星轮啮合副为例, 分析齿隙对模式切换过程动态特性的影响, 如图 7~9 所示。在 0.14 s 和 0.61 s 附近齿轮发生了两次啮合方向的改变, 造成了齿轮的脱齿, 同时由

于齿轮在脱齿后快速啮合, 造成高频扭振。易激发出高阶模态, 对行星耦合机构造成疲劳损伤, 影响机构使用寿命。

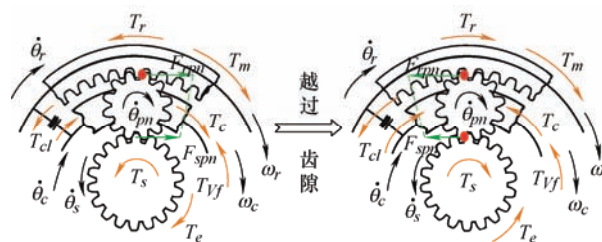


图 6 模式切换过程受力分析

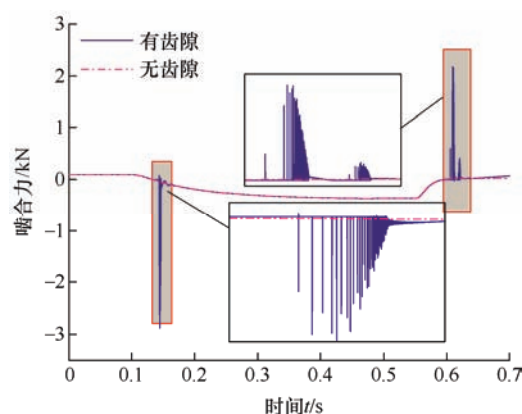


图 7 太阳轮-行星轮动态啮合力

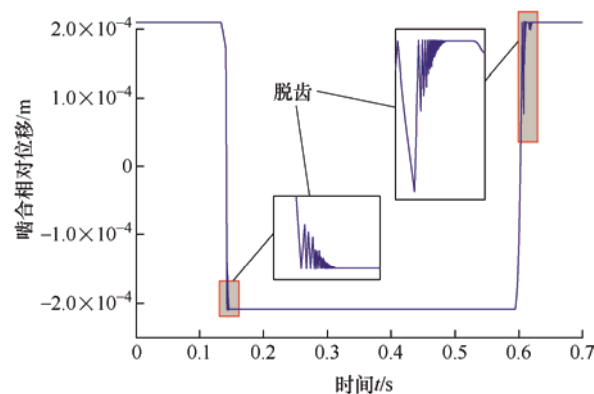


图 8 太阳轮-行星轮动态啮合相对位移

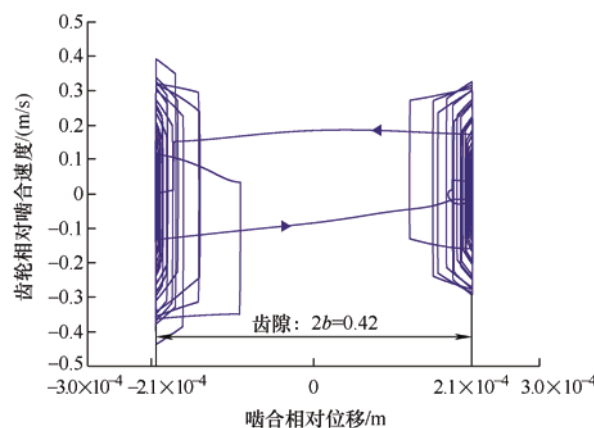


图 9 太阳轮-行星轮啮合副相平面图

同时,脱齿会造成系统输出转矩的波动。如图 10、11 所示,受到齿圈-行星轮啮合副和太阳轮-行星轮啮合副的共同影响,在 0.14 s 和 0.61 s 附近,两次脱齿造成了行星耦合机构和轮边转矩波动,影响车辆动力性和舒适性。

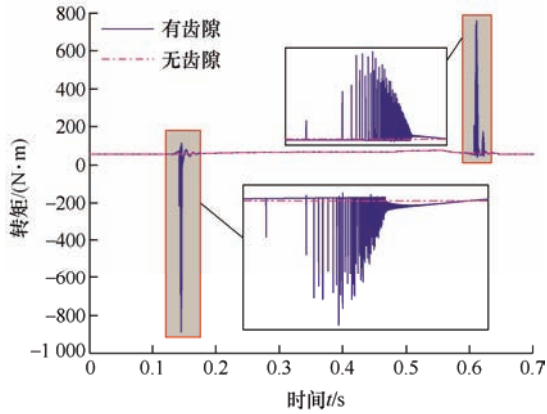


图 10 行星耦合机构输出端转矩

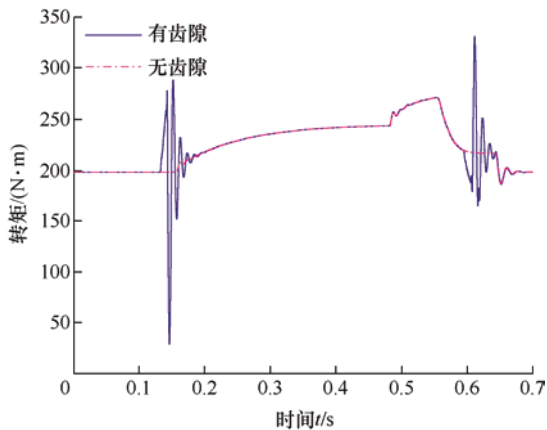


图 11 轮边输出端动态转矩

#### 4.2 齿隙对瞬态扭振影响的小波分析

针对模式切换过程中的瞬态扭振,本文采用连续小波变换方法,分析瞬态动力学行为的时频特性。由于模式切换时间短且存在阶跃信号,为避免吉布斯效应,采用对称非正交的 Morlet 小波基,通过拉伸或压缩小波长度,来改变小波的长短和频率,进而对行星耦合机构与轮边的转矩进行连续小波变换<sup>[26-27]</sup>,小波变换的分析过程框架如图 12 所示。同时,在小波变换的计算过程中,存在在采样窗口边缘的信号会被强制补零,导致信号会失真的边缘效应问题。为了确定边缘效应的影响,在每张小波变换时频图中绘制出一条影响曲线,曲线内部的信号影响小或者不受影响,曲线外部影响较大。

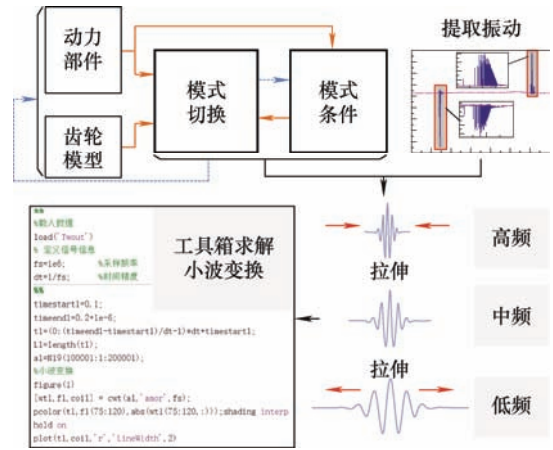


图 12 小波变换分析过程架构

首先分析不考虑齿隙影响的耦合机构和车轮输出端转矩时频特性,图 13a 中,在频率 1~10 kHz 区域存在亮线,且随时间呈现出频率下降的趋势,对应模式切换过程中,由于离合器滑摩、转速差减小,齿轮啮合速度减小造成齿轮时变啮合刚度频率降低的情况;而图 13b 中该频段没有亮线,说明齿轮啮合刚度对耦合机构输出端转矩高频成分存在影响,而对轮边输出转矩的影响较小。图 13a 和 13b 中低频段的高亮区域,以及图 13c 和 13d 峰值都对应着模式切换过程中阶段改变、转矩突变出现的时刻。由此可知在不考虑齿轮间隙的情况下,模式切换过程中的扭振冲击主要由转矩波动引起,表现为低频扭振,对整车的驾驶舒适性存在影响,应该通过控制的手段进行抑制。

进一步,对考虑齿隙的模式切换过程中行星耦合机构和轮边输出转矩进行小波变换时频特性分析。如图 14a 中亮线所示,该瞬态动力学过程在齿轮由于换向发生脱齿时激发了行星耦合机构输出端的高频(10~100 kHz)响应,影响行星耦合机构的疲劳寿命;由图 14c 与图 13c 对比可知,齿轮脱齿的低频扭振与切换过程转矩波动造成的低频扭振相耦合,低频扭振加剧,轮边输出转矩的时频分析如图 14b 和 14d 所示,轮边的扭振主要表现为低频扭振(10~100 Hz),结合图 13d,由于齿轮齿隙以及转矩波动造成的瞬态扭振表示如下所述:车轮边的低频扭振加剧,引起传动系统的扭振(100 Hz)和车辆纵向加速度冲击(10 Hz),将影响驾驶舒适性。综上,齿轮间隙在模式切换过程中应该被考虑,同时在模式切换转矩协调中应对由于齿轮齿隙造成的冲击进行控制。

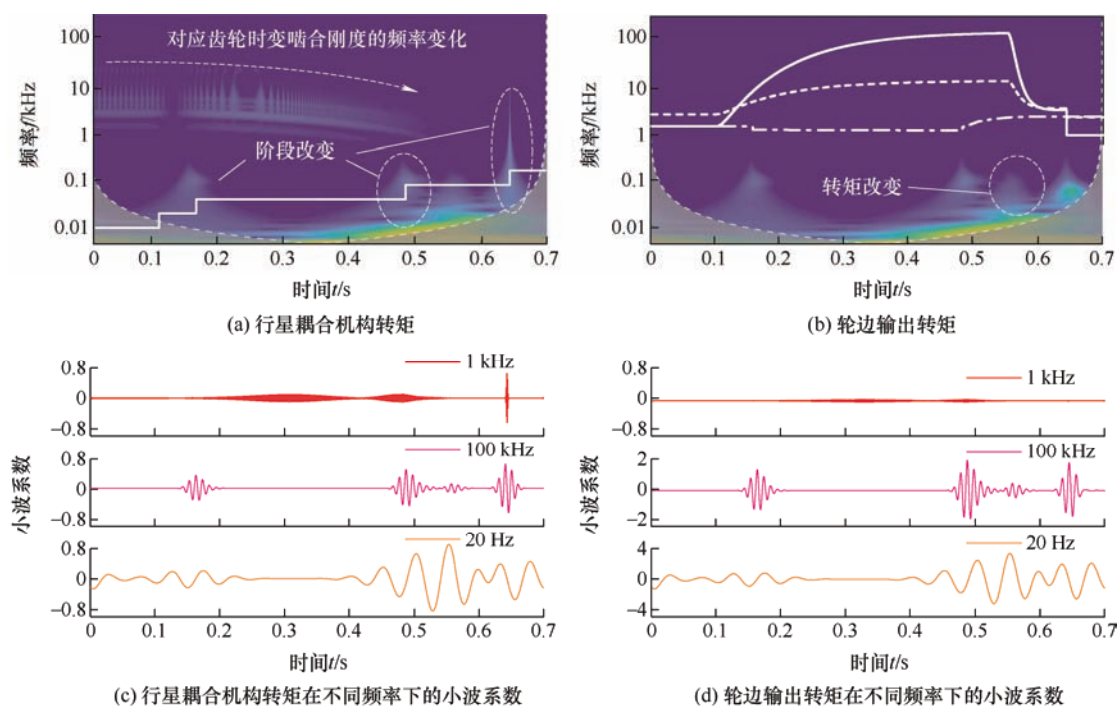


图 13 不同输出端转矩时频分析图(不考虑齿隙、考虑时变啮合刚度)

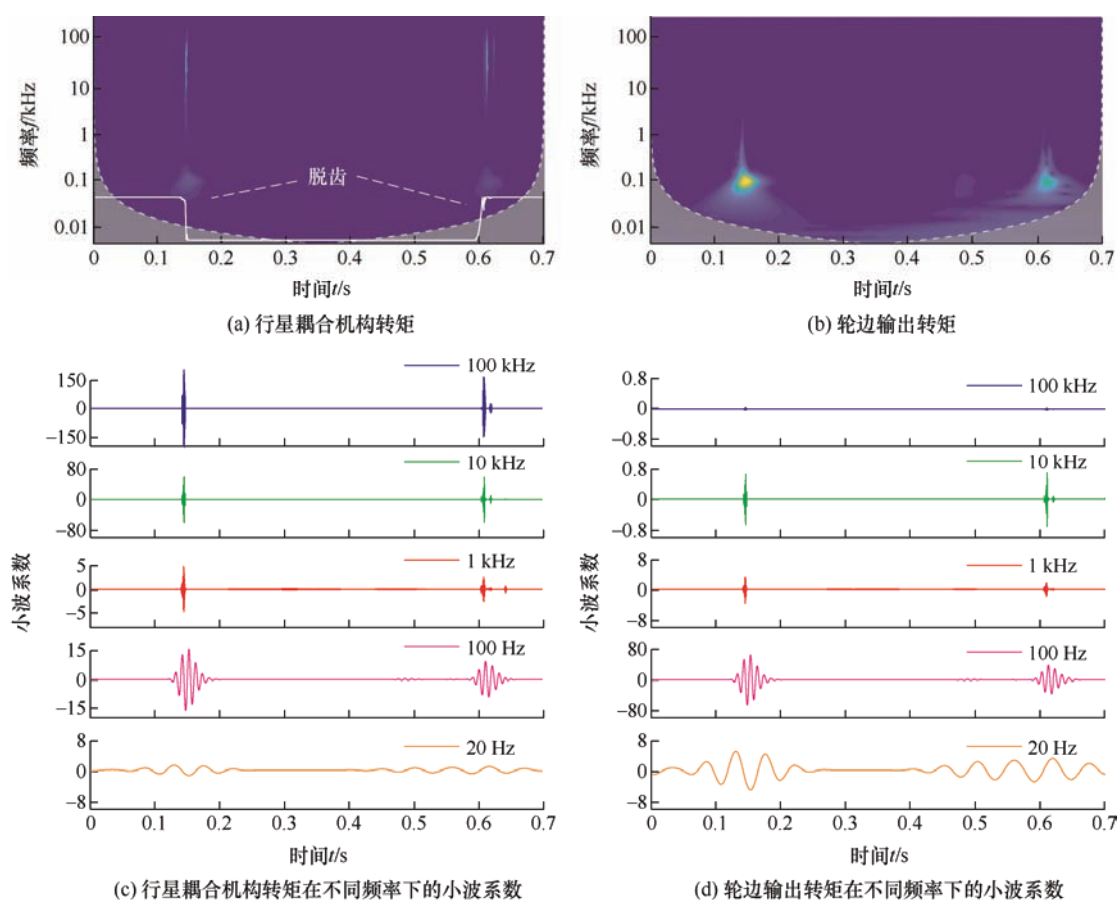


图 14 不同输出端转矩时频分析图(考虑齿隙、考虑时变啮合刚度)



### 4.3 时变啮合刚度对瞬态扭振影响的小波分析

齿轮时变啮合刚度作为一种高频非线性参数激励, 会增加模型非线性, 进一步分析齿轮时变啮合刚度对模式切换过程瞬态扭振的影响。

图 15 为模式切换过程中齿隙分别在定啮合刚度与时变啮合刚度激励下, 对行星耦合机构输出端扭矩的影响。图 15b~15f 所示行星耦合机构输出扭矩波动主要表现在 1 kHz 频段下的幅值成分, 对应着齿轮时变啮合刚度频率, 图 16 为模式切换过程中齿隙分别在定啮合刚度与

时变啮合刚度激励下, 对轮边输出端扭矩的影响, 与图 15 的结果一致, 在低频段(10~100 Hz)无区别, 在 1 kHz 的频段展现了细节的时频特性, 在高频段(10~100 kHz)的发生脱齿时间段内, 小波系数的峰值略高。因此, 在只考虑车辆的低频扭振时, 可以用平均啮合刚度描述系统, 但在构建具有行星耦合机构的 PHEV 传动系统时, 为体现出系统在模式切换时的宽频扭振特性, 仍需要采用时变啮合刚度来表征高频扭振细节。

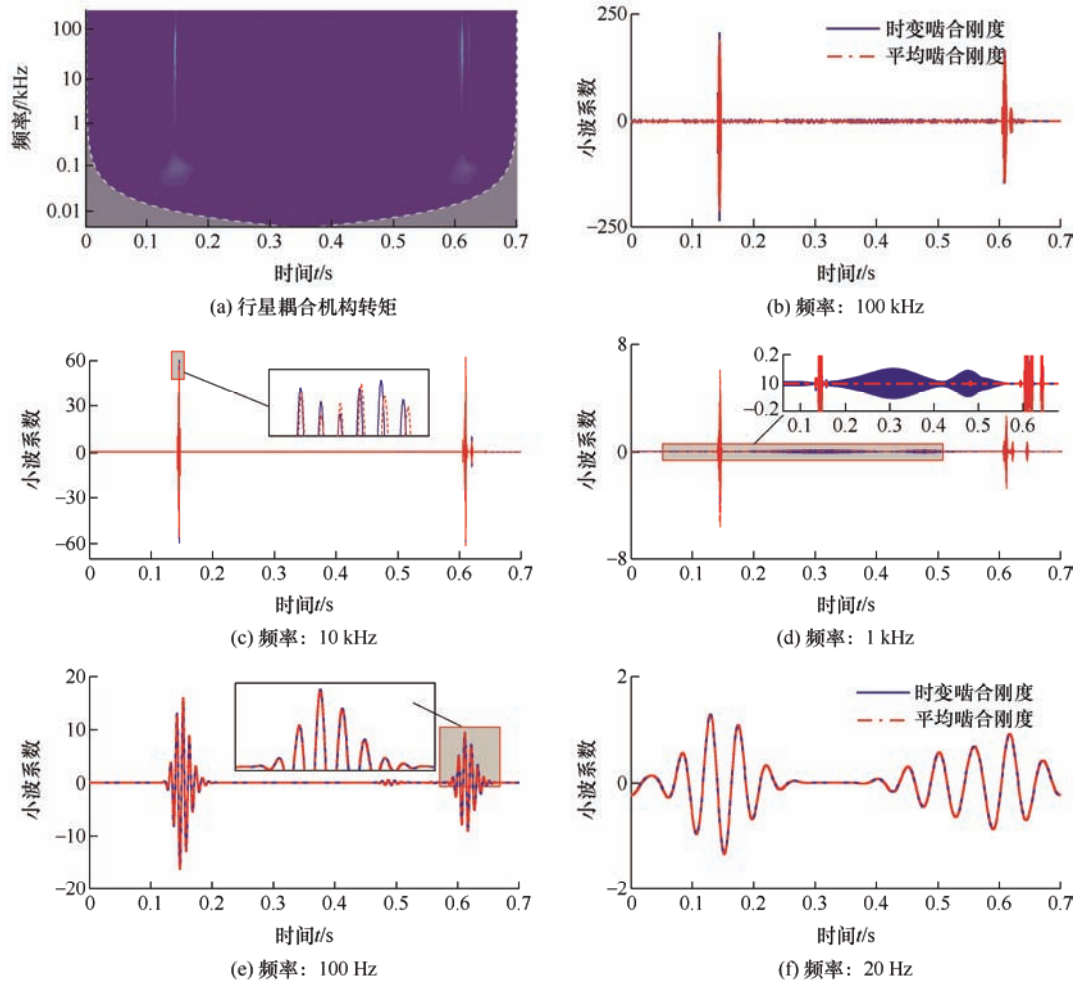
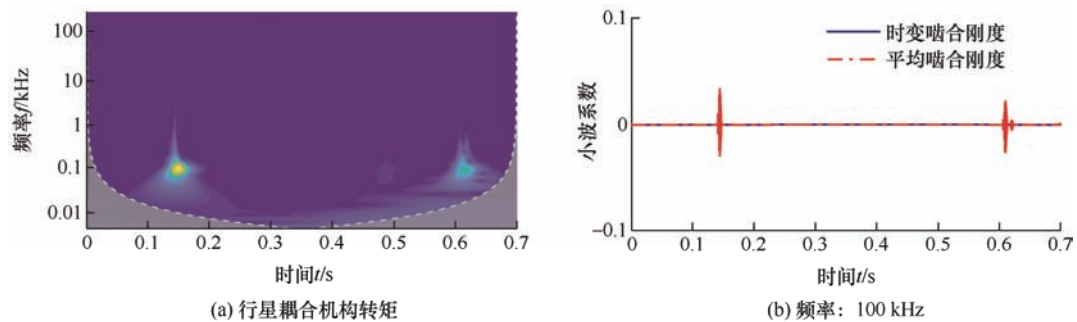


图 15 行星耦合机构输出端转矩时频分析图



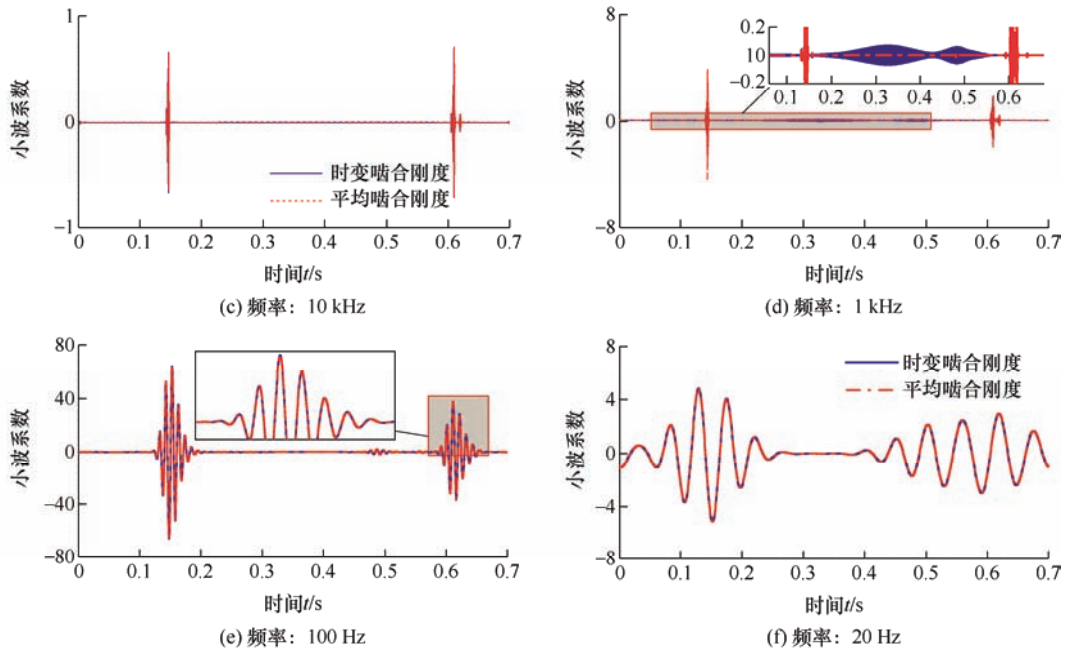


图 16 轮边输出端转矩时频分析图

## 5 基于 HMPC 的模式切换协调控制

为减小模式切换过程瞬态扭振对传动系统造成的冲击, 本节选取某行星耦合 PHEV 的 EV-to-HEV 切换过程为例, 设计一种考虑齿轮间隙和时变啮合刚度的切换协调控制器。该切换过程不仅包含齿轮间隙以及 5 个切换阶段的离散动力学方程, 而且单一过程内系统状态量连续变化, 因此考虑建立混杂模型来表征 PHEV 模式切换过程的连续与离散特性, 并在此基础上进行考虑齿轮扭振特性(Model of the gear based, G-based)的混杂模型预测控制(Hybrid model predictive control, HMPC)。

### 5.1 控制器模型简化

由于采用 G-based 模型, 系统具有较多的状态量, 难以直接用于控制, 因此需要对其进行简化。

(1) 由于车辆惯量较大, 且模式切换的时间较短, 车速几乎不变, 因此在建立控制模型时认为车辆负载保持恒定。

(2) 由表 2 可知行星轮的惯量远小于其他部件惯量, 因此在建立控制模型时忽略行星轮惯量, 则式(6)可简化为

$$F_{spm} - F_{rpm} = 0 \quad (28)$$

(3) 为减少系统状态量, 降低控制器复杂度, 将整车惯量等效至行星耦合机构的输出端即行星架输出处, 将发动机转矩等效至太阳轮处, 取一阶谐波振幅来表征齿轮啮合刚度时变特性。

将 EV-to-HEV 切换过程的表示为

$$\dot{x} = g_{p,q,j} [f(x), x, u] \quad (29)$$

此处,  $p=1,2,\dots,5$  表示 EV-to-HEV 模式切换过程的 5 个状态;  $q=1,2,3$  表示齿轮齿面、间隙、齿背啮合状态;  $j=1,2,\dots,6$  表示状态方程的状态量个数。

状态量表示为

$$x = (\dot{\theta}_c \quad \dot{\theta}_s \quad \dot{\theta}_r \quad \theta_r \quad \dot{\theta}_{pn} \quad \theta_{pn})^T \quad (30)$$

控制量为

$$u = (T_m \quad T_{cl})^T \quad (31)$$

以  $g_{1,1,j}$  为例

$$g_{1,1,1} = a_1 \left[ c_{rn} (r_{br} \dot{\theta}_r - r_{bp} \dot{\theta}_{pn}) + k_{rn0} (r_{br} \theta_r - r_{bp} \theta_{pn} - b) + k_{rn1} \sin(z_r \theta_r) \cdot (r_{br} \theta_r - r_{bp} \theta_{pn} - b) \right] + b_1 T_{cl} - b_1 T_{vf} \quad (32)$$

$$g_{1,1,2} = (a_2 - a_1) \left[ c_{rn} (r_{br} \dot{\theta}_r - r_{bp} \dot{\theta}_{pn}) + k_{rn0} \cdot (r_{br} \theta_r - r_{bp} \theta_{pn} - b) + k_{rn1} \sin(z_r \theta_r) \cdot (r_{br} \theta_r - r_{bp} \theta_{pn} - b) \right] + b_2 T_e - b_1 T_{cl} + b_1 T_{vf} \quad (33)$$

$$g_{1,1,3} = -(a_1 + a_3) \left[ c_{rn} (r_{br} \dot{\theta}_r - r_{bp} \dot{\theta}_{pn}) + k_{rn0} \cdot (r_{br} \theta_r - r_{bp} \theta_{pn} - b) + k_{rn1} \sin(z_r \theta_r) \cdot (r_{br} \theta_r - r_{bp} \theta_{pn} - b) \right] + b_3 T_m - (b_3 + b_1) T_{cl} + b_1 T_{vf} \quad (34)$$

$$g_{1,1,4} = \dot{\theta}_r \quad (35)$$

$$g_{1,1,5} = 0 \quad (36)$$

$$g_{1,1,6} = \dot{\theta}_{pn} \quad (37)$$

式中,  $k_{m1}$  为内齿圈-行星轮之间的啮合刚度变化时的一阶谐波振幅。

$$a_1 = \frac{\sum_{n=1}^N r_c (\cos \alpha_s + \cos \alpha_r) \cos^2 \beta}{I_c + i_0^2 I_{vf}} \quad (38)$$

$$a_2 = \frac{\sum_{n=1}^N r_{bs} \cos^2 \beta}{I_e + I_s} \quad (39)$$

$$a_3 = \frac{\sum_{n=1}^N r_{br} \cos^2 \beta}{I_{m+r}} \quad (40)$$

$$b_1 = \frac{1}{I_c + i_0^2 I_{vf}} \quad (41)$$

$$b_2 = \frac{1}{I_e + I_s} \quad (42)$$

$$b_3 = \frac{1}{I_{m+r}} \quad (43)$$

进一步, 为解决模式切换过程的实时性问题, 需进一步减小控制器的运算量, 因此对式(32)~(34)中存在的非线性项  $\theta_r \sin(z_r \theta_r)$  和  $\theta_{pn} \sin(z_r \theta_r)$  进行线性化处理。因为对于时刻  $k$ , 时刻  $k-1$  的状态  $x(k-1)$  是已知的, 所以对  $\theta_r(k) \sin[z_r \theta_r(k)]$  和  $\theta_{pn}(k) \sin[z_r \theta_r(k)]$  采用泰勒公式在时刻  $k-1$  处展开, 并取其前两项

$$\begin{aligned} \theta_r(k) \sin[z_r \theta_r(k)] &= \theta_r(k+1) \sin[z_r \theta_r(k+1)] + \\ &\left\{ \sin[z_r \theta_r(k+1)] + z_r \theta_r(k+1) \cos[z_r \theta_r(k+1)] \right\} \cdot \\ &[\theta_r(k) - \theta_r(k+1)] \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \theta_{pn}(k) \sin[z_r \theta_r(k)] &= \theta_{pn}(k+1) \sin[z_r \theta_r(k+1)] + \\ z_r \theta_{pn}(k+1) \cos[z_r \theta_r(k+1)] \cdot [\theta_r(k) - \theta_r(k+1)] + \\ \sin[z_r \theta_r(k+1)] \cdot [\theta_{pn}(k) - \theta_{pn}(k+1)] \end{aligned} \quad (45)$$

利用差商公式将式(29)的连续模型离散化, 则状态量和控制量的增量定义为

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1) \\ \Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1) \end{cases} \quad (46)$$

增广形式表示为

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \tilde{\mathbf{A}}_{p,q} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) + \tilde{\mathbf{B}}_{p,q} \Delta \mathbf{u}(k) \quad (47)$$

其中系数矩阵表示为

$$\tilde{\mathbf{A}}_{p,q} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{p,q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{p,q} & \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad (48)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_{p,q} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{p,q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{p,q} & \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad (49)$$

## 5.2 EV-to-HEV 模式切换过程 MLD 模型

为了覆盖模式切换的整个离散动力学行为, 本节采用混合逻辑动态(Mixed logical dynamical, MLD)建立系统的混合模型<sup>[28]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{u}(k) + \\ &\mathbf{B}_2 \delta(k) + \mathbf{B}_3 \mathbf{z}(k) \end{aligned} \quad (50)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_1 \Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_2 \delta(k) + \mathbf{D}_3 \mathbf{z}(k) \quad (51)$$

$$\mathbf{E}_2 \delta(k) + \mathbf{E}_3 \mathbf{z}(k) \leq \mathbf{E}_4 \mathbf{x}(k) + \mathbf{E}_1 \Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{E}_5 \quad (52)$$

式中,  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}_m \times \{0,1\}^m$  为系统连续状态量和离散状态量;  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}_n \times \{0,1\}^n$  为系统连续输入变量和离散输入变量;  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}_l \times \{0,1\}^l$  为系统连续输出变量和离散输出变量;  $\delta \in \{0,1\}^p$  和  $\mathbf{z} \in \{0,1\}^q$  为引入的辅助离散变量和辅助连续变量;  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}_{1\sim 3}$  和  $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{D}_{1\sim 3}$  为描述系统状态量和系统输出的相应系数矩阵;  $\mathbf{E}_{1\sim 5}$  定义了系统的不等式。

由于采用传统的布尔代数的方法进行 MLD 建模的过程繁琐且效率低下, 且本文模型输入 MLD 系统的变量较多, 因此考虑采用 MATLAB 软件及 HYSDEL 3.0 编译器来自动生成的 MLD 模型相关的矩阵。

首先, 定义系统的变量与参数。MLD 模型的状态量, 如式(30)所示, 它们均为连续变量; 控制量如式(31)所示, 亦为连续变量; 此外定义为模式切换时的车速、车辆负载等必要参数。

其次, 定义系统辅助变量。为准确表达该 EV-to-HEV 模式切换 MLD 模型内部变量间的约束与演变机制, 引入二进制辅助变量  $\delta \in \{0,1\}$ 。

齿轮啮合过程存在间隙, 通过齿轮啮合时的弹性形变  $\delta$  与齿轮间隙为  $2b$  之间的关系, 定义辅助变量  $\delta_{\text{gear}(i)} (i=1,2)$  为

$$\begin{cases} [\delta_{\text{gear}1} = 1] \leftrightarrow \delta \geq b \\ [\delta_{\text{gear}2} = 1] \leftrightarrow \delta \leq -b \end{cases} \quad (53)$$

定义与模式切换 5 个阶段相关的辅助变量为  $\delta_{\text{stage}(p)} (p=1,2,\dots,5)$

$$\begin{cases} [\delta_{\text{stage}1} = 1] \leftrightarrow \text{Stage 1} \\ [\delta_{\text{stage}2} = 1] \leftrightarrow \text{Stage 2} \\ [\delta_{\text{stage}3} = 1] \leftrightarrow \text{Stage 3} \\ [\delta_{\text{stage}4} = 1] \leftrightarrow \text{Stage 4} \\ [\delta_{\text{stage}5} = 1] \leftrightarrow \text{Stage 5} \end{cases} \quad (54)$$

由于在模式切换过程中系统必定处于 5 个阶段之一, 且对于其任意时刻系统都仅处于单一阶段, 因此对  $\delta_{\text{stage}(p)}$  进行逻辑约束

$$\sum_{i=1}^5 \delta_{\text{stage}(p)} = 1 \quad (55)$$

为表征切换过程各阶段的系统特征, 定义以下辅助变量

(1) 定义辅助变量  $\delta_B$  来表示当前制动器状态

$$[\delta_B = 1] \leftrightarrow \text{Brake On} \quad (56)$$

(2) 当制动器释放即  $\delta_B=0$  时, 行星耦合机构的自由度增加, 由于齿圈与行星架存在大于阈值  $\omega_0$  的转速差, 离合器开始滑摩, 因此设计辅助变量  $\delta_{cl1}$  来反映系统中离合器的状态

$$[\delta_{cl1} = 1] \leftrightarrow \dot{\theta}_r > \omega_0 \quad (57)$$

(3) 当在太阳轮上的转矩达到足以克服发动机启动阻力矩  $T_{ef}$  时, 发动机开始转动, 因此设计关于发动机转动的辅助变量  $\delta_{e1}$  为

$$[\delta_{e1} = 1] \leftrightarrow r_{bs} F_{spn} \geq |T_{ef}| \quad (58)$$

(4) 发动机启动的条件是, 发动机的转速大于等于怠速  $\omega_{idle}$ , 因此设计辅助变量  $\delta_{e2}$  为

$$[\delta_{e2} = 1] \leftrightarrow (\dot{\theta}_s + \dot{\theta}_c) \geq \omega_{idle} \quad (59)$$

(5) 当离合器开始滑后, 行星耦合机构的齿圈与行星架转速差逐渐减小, 直至转速差减小至阈值  $\omega_0$ , 离合器接合。因此设计辅助变量  $\delta_{cl1}$  来反映系统中离合器的状态

$$[\delta_{cl2} = 1] \leftrightarrow \dot{\theta}_r \leq \omega_0 \quad (60)$$

$$\delta_B + \delta_{cl1} + \delta_{cl2} = 1 \quad (61)$$

进一步, 将离合器与发动机状态相关的辅助变量与模式切换阶段相关的辅助变量为  $\delta_{\text{stage}(p)}$  进行关

联, 来根据车辆处于的 EV-to-HEV 的切换过程中的具体状态, 即确定各阶段之间切换的条件。

$$\begin{cases} \delta_{\text{stage}1} = \delta_B \\ \delta_{\text{stage}2} = \delta_{cl1} \wedge (1 - \delta_{e1}) \\ \delta_{\text{stage}3} = \delta_{cl1} \wedge \delta_{e1} \wedge (1 - \delta_{e2}) \\ \delta_{\text{stage}4} = \delta_{cl1} \wedge \delta_{e2} \\ \delta_{\text{stage}5} = \delta_{cl2} \end{cases} \quad (62)$$

然后, 根据定义的系统辅助变量来表述系统状态方程的演变过程。在 EV-to-HEV 切换过程的 MLD 系统中状态方程由辅助变量  $\delta_{\text{stage}(p)}$  和  $\delta_{\text{gear}(i)}$  决定<sup>[29]</sup>, 故设连续辅助变量  $z_{p,q}$  为

$$\begin{cases} z_{p,1} = (\delta_{\text{stage}(p)} \wedge \delta_{\text{gear}1} \wedge \delta_{\text{gear}2}) \cdot [\tilde{A}_{p,1} \tilde{x}(k) + \tilde{B}_{p,1} u(k)] \\ z_{p,2} = (\delta_{\text{stage}(p)} \wedge (1 - \delta_{\text{gear}1}) \wedge \delta_{\text{gear}2}) \cdot [\tilde{A}_{p,2} \tilde{x}(k) + \tilde{B}_{p,2} u(k)] \\ z_{p,3} = (\delta_{\text{stage}(p)} \wedge \delta_{\text{gear}1} \wedge (1 - \delta_{\text{gear}2})) \cdot [\tilde{A}_{p,3} \tilde{x}(k) + \tilde{B}_{p,3} u(k)] \end{cases} \quad (63)$$

即状态方程表述为

$$\tilde{x}(k+1) = \sum_{p=1}^5 \sum_{q=1}^3 z_{p,q} \quad (64)$$

对 MLD 输入的控制量电机转矩  $T_m$  和离合器转矩  $T_{cl}$  进行物理约束, 需要满足以下约束条件

$$\begin{cases} T_{m\_min} \leq u_1 \leq T_{m\_max} \\ T_{cl\_min} \leq u_2 \leq T_{cl\_max} \\ \Delta T_{m\_min} \leq \Delta u_1 \leq \Delta T_{m\_max} \\ \Delta T_{cl\_min} \leq \Delta u_2 \leq \Delta T_{cl\_max} \end{cases} \quad (65)$$

### 5.3 模式切换过程混杂模型预测控制

基于第 5.2 节设计的考虑扭振特性 MLD 模型, 结合模型预测控制算法, 形成 G-based HMPC 算法进行模式切换过程控制<sup>[30]</sup>。

#### 5.3.1 协调切换过程控制目标

驾驶舒适性: 为了减小系统转矩波动, 通常采用离合器的滑摩来削减转矩波动同时通过电机的快速响应进行转矩补偿, 以整车冲击度作为驾驶舒适性的评价指标。

$$Jerk = \frac{d\dot{v}}{dt} = \frac{i_0 r_w}{I_c + I_{vf} / i_0^2} \frac{d\ddot{\theta}_c}{dt} \quad (66)$$

滑摩功: 为减少能量损失和离合器的磨损, 同时保证车辆的动力性能, 模式切换期间的总体摩擦损失可表示为



$$W = \int_0^t T_{cl} (\omega_{in} - \omega_{out}) dt = \int_0^t T_{cl} \dot{\theta}_r dt \quad (67)$$

模式切换瞬态扭振: 为了改进模式切换过程的瞬态扭振, 以齿轮相对啮合方向的加速度为评价指标, 来抑制模式切换过程中的瞬态扭振。

$$a_{gear} = r_{br} \ddot{\theta}_r - r_{bp} \ddot{\theta}_{pn} \quad (68)$$

### 5.3.2 G-based HMPC 优化目标的设计

根据上述控制目标将 EV-to-HEV 模式切换过程的协调控制转化为车速与离合器转速差的跟踪问题, 通过调节电机转矩并限制其转矩波动范围、减小齿轮相对振动加速度, 来提高驾驶舒适性、减小滑摩功、抑制切换过程的瞬态扭振。EV-to-HEV 模式切换过程中, 每一时间步长下的有限预测域的最优控制问题表示为

$$\min_{(x_e, u_e)} \sum_{k=0}^{N-1} \left( \underbrace{J_{v(k+1|t)}}_1 + \underbrace{J_{cl(k|t)}}_2 + \underbrace{J_{\Delta u(k|t)}}_3 + \underbrace{J_{g(k+1|t)}}_4 \right) \quad (69)$$

$$\begin{cases} x(k+1|t) = \tilde{A}x(k|t) + \tilde{B}_1 \Delta u(k|t) + \tilde{B}_2 \delta(k|t) + \tilde{B}_3 z(k|t) \\ E_2 \delta(k|t) + E_3 z(k|t) \leq E_4 x(k|t) + E_1 \Delta u(k) + E_5 \\ x_0 = x(t) \end{cases} \quad (70)$$

具体为

$$J_{v(k+1|t)} = \|Q_1 [\dot{\theta}_c(k+1|t) - \dot{\theta}_{cr}(k+1|t)]\|_{\infty} \quad (71)$$

$$J_{cl(k|t)} = \|Q_2 [\dot{\theta}_r(k|t)]\|_{\infty} \quad (72)$$

$$J_{\Delta u(k|t)} = \|Q_3 \begin{bmatrix} \Delta T_m(k|t) \\ \Delta T_{cl}(k|t) \end{bmatrix}\|_{\infty} \quad (73)$$

$$J_{g(k+1|t)} = \|Q_4 [r_{br} \ddot{\theta}_r(k+1|t) - r_{bp} \ddot{\theta}_{pn}(k+1|t)]\|_{\infty} \quad (74)$$

其中式(69)目标函数的第 1 项用于跟踪参考车速, 保证车辆的驱动力需求; 第 2 项用于使离合器两端的转速差快速下降, 减小滑摩功的同时保证模式切换的速率; 第 3 项用于约束控制量的转矩变化率; 第 4 项用于抑制模式切换过程的瞬态扭振。

### 5.3.3 混合整数线性规划下的 G-based HMPC 求解

为了方便计算机编程优化, 将上述 EV-to-HEV 模式切换过程基于 MLD 的 G-based HMPC 协调控制器的最优问题, 通过 MATLAB 工具箱转化为一个混合整数线性规划(Mixed integer linear program, MILP)求解问题<sup>[31]</sup>。

MILP 的一般形式为

$$\min J = f^T \cdot r \quad (75)$$

s.t.

$$\begin{cases} A_{ieq} \cdot r \leq b_{ieq} \\ A_{eq} \cdot r = b_{eq} \end{cases} \quad (76)$$

式中,  $r$  为决策变量。如果存在满足约束条件的  $r$ , 则此 MILP 是可行的, 使目标函数取得最小值的可行解  $R^*$  为此 MILP 的最优解。

进一步转化其为一个 MILP 最优问题, 如下

$$J = \min \sum_{i=1}^N (\varepsilon^v + \varepsilon^{cl} + \varepsilon^{\Delta u} + \varepsilon^g) \quad (77)$$

$$\begin{cases} x(k+1|t) = \tilde{A}x(k|t) + \tilde{B}_1 \Delta u(k|t) + \tilde{B}_2 \delta(k|t) + \tilde{B}_3 z(k|t) \\ E_2 \delta(k|t) + E_3 z(k|t) \leq E_4 x(k|t) + E_1 \Delta u(k) + E_5 \\ -\varepsilon^{vi} \pm Q_1 (\dot{\theta}_{ci} - \dot{\theta}_{cri}) \leq 0 \\ -\varepsilon^{cli} \pm Q_2 \dot{\theta}_{ri} \leq 0 \\ -\varepsilon^{\Delta ui} \pm Q_3 \Delta u_i \leq 0 \\ -\varepsilon^{gi} \pm Q_4 (r_{br} \ddot{\theta}_{ri} - r_{bp} \ddot{\theta}_{pni}) \leq 0 \\ T_{m\_min} \leq u_1 \leq T_{m\_max} \\ T_{cl\_min} \leq u_2 \leq T_{cl\_max} \end{cases} \quad (78)$$

其中满足以下约束条件

$$\begin{cases} \|J_v(i)\|_{\infty} \leq \varepsilon^v \\ \|J_{cl}(i)\|_{\infty} \leq \varepsilon^{cl} \\ \|J_{\Delta u}(i)\|_{\infty} \leq \varepsilon^{\Delta u} \\ \|J_g(i)\|_{\infty} \leq \varepsilon^g \end{cases} \quad (79)$$

## 6 控制策略 HiL 在环试验验证

### 6.1 G-based HMPC 的仿真分析

选取不考虑齿轮扭振模型(Model of the gear free, G-free)的 HMPC 与文章提出的 G-based HMPC 进行比较, 前者未考虑齿轮间隙和时变啮合刚度对模式切换过程的瞬态扭振的影响, 而后者将齿轮扭振特性纳入控制模型, 使模型预测的目标更准确以期达到更好的控制效果。

图 17 给出了两种 HMPC 的转矩优化曲线, 相较于图 17a 为 G-free HMPC 转矩分布曲线, 图 17b 的 G-based HMPC 转矩变化更加平滑, 在齿轮间隙附近离合器和电机转矩都进行了补偿。

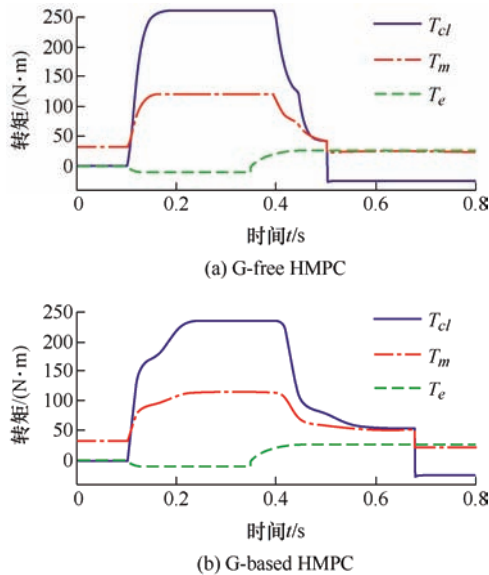


图 17 不同控制策略下转矩分布图

图 18 为整车冲击度的对比图, 由于 G-based HMPC 考虑了齿轮扭振特性, 对齿轮间隙提前预测并进行了转矩补偿, 相较于 G-free HMPC 整车冲击度峰值从  $13.27 \text{ m/s}^3$  降低至  $6.93 \text{ m/s}^3$ , 降低了 47.8%。

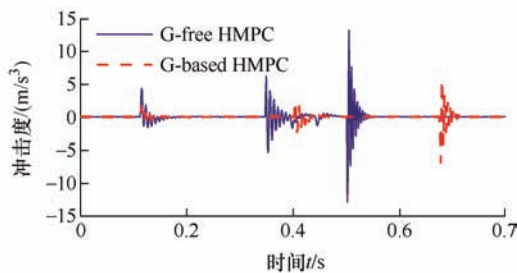


图 18 不同控制策略下的冲击度(仿真)

图 19 为齿轮啮合方向上的相对加速度对比图, 用于表征模式切换过程系统的瞬态扭振。相较于 G-free HMPC, 由于 G-based HMPC 在目标中增加了抑制齿轮扭振的目标, 因此较好的降低了由于齿轮时变刚度和间隙造成的瞬态扭振, 在 0.16 s 和 0.41 s 附近高频扭振明显减小且振动收敛更快, 切换过程扭振加速度方均根值从  $0.21 \text{ m/s}^2$  降低至  $0.14 \text{ m/s}^2$ , 降低了 33.2%。

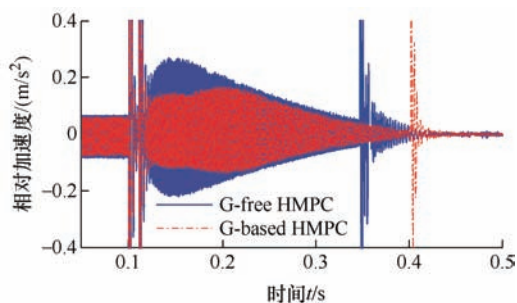


图 19 不同控制策略下的相对加速度(仿真)

## 6.2 G-based HMPC 在环验证

为了验证所提出的控制策略在实际控制器中的实时性和有效性, 基于 HiL 平台建立了具有行星耦合机构的 PHEV 在环测试系统。HiL 系统使用 NI 板卡来模拟、采集和输出不同的信号, 在控制器和模型之间形成闭环回路, 以验证控制策略在实际控制器中的可行性、有效性和实时性<sup>[32]</sup>。

图 20 所示 HiL 硬件在环验证系统架构中, 首先利用 Simulink 建立和编译控制模型, 然后下载到基于 MotoHawk 的实物控制器中; 此外, 将 G-based 的整车模型进行离散化, 并在其中增加 NI 软件的信号接口; 然后将模型编译成 “.dll” 文件并下载到 NI 实时仿真机中; 最后, 在主机中使用 NI Veristand 软件进行模型匹配和仿真设置。

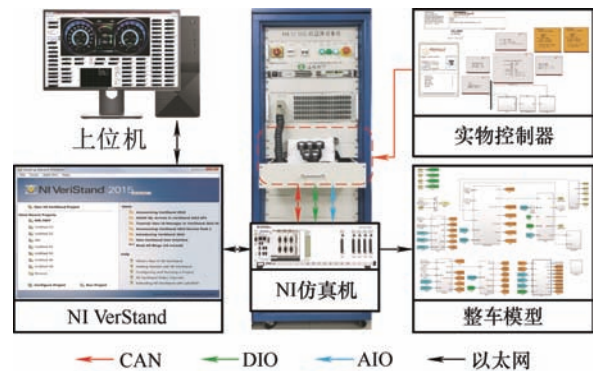


图 20 HiL 系统的结构图

图 21、22 为在 HiL 测试系统下的整车冲击度与相对加速度, 相较于 G-free HMPC 整车冲击度峰值从  $13.94 \text{ m/s}^3$  降低至  $7.01 \text{ m/s}^3$ , 降低了 49.8%, 切换过程扭振加速度方均根值从  $0.22 \text{ m/s}^2$  降低至  $0.15 \text{ m/s}^2$ , 降低了 31.8%。由于理论模型与 HiL 实时仿真模型之间存在误差, 且信号存在网络迟滞, 因此 HiL 在环测试的结果与仿真结果存在偏差, 最大偏差在 5% 以内。

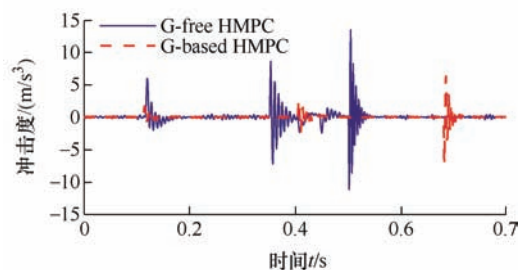


图 21 不同控制策略下的冲击度(HiL)

综上所述, G-based HMPC 考虑了系统的齿轮扭振特性, 提高了驾驶舒适性的同时, 抑制了由于时变刚度、间隙造成的模式切换过程的瞬态扭振。

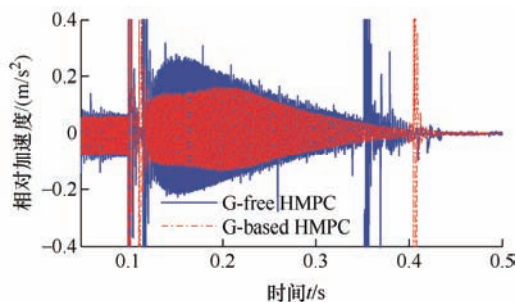


图 22 不同控制策略下的相对加速度(HiL)

## 7 结论

(1) 提出了一种混合动力模式切换的瞬态动力学分析模型, 模型中考虑了齿轮时变啮合刚度、齿轮间隙和离合器滑摩/结合转矩等非线性因素, 可用于分析混合动力系统模式切换过程的瞬态动力学行为。

(2) 基于连续小波变换理论, 分析各激励因素在全频段下对系统扭振特性影响, 齿轮间隙造成的脱齿-碰撞现象, 加剧车辆模式切换过程中 10~100 Hz 低频扭振(整车层面纵向冲击), 同时引发耦合机构 10~100 kHz 高频扭振(耦合机构层面转矩震荡), 而齿轮非线性刚度波动则主要集中在对系统高频扭振的影响。

(3) 以 EV-to-HEV 切换过程为例, 采用 MLD 混杂模型来连续的表征模式切换离散过程, 采用 G-based 模型设计 HMPC 控制器, 相较于 G-free HMPC, 整车冲击度峰值降低 47.78%, 扭振加速度均方根值降低 33.2%, 提高了驾驶舒适性, 抑制了齿轮扭振特性造成的切换过程瞬态扭振。

下一步工作将完善混合动力系统模式切换的离合器、制动装置的底层执行器控制, 以提升模式切换的综合品质, 同时, 将进行实车测试以进一步验证所设计的 G-based HMPC 控制策略的有效性与可靠性。

## 参 考 文 献

[1] GHANAATIAN M, RADAN A. Application and simulation of dual mechanical port machine in hybrid electric vehicles[J]. International Transactions on Electrical Energy Systems, 2015, 25(6): 1083-1099.

[2] 高晋, 艾田付, 杨秀建. 某电动客车车身骨架的轻量化[J]. 江苏大学学报, 2017, 38(5): 522-528.

GAO Jin, AI Tianfu, YANG Xiujian. Lightweight on body frame of electric bus[J]. Journal of Jiangsu University,

38(5): 522-528.

[3] YANG Chao, WANG Muyao, WANG Weida. An efficient vehicle-following predictive energy management strategy for PHEV based on improved sequential quadratic programming algorithm[J]. Energy, 2021, 219(3): 119595.

[4] 张袞娜, 周长哲, 高泽霖. 基于 FCMAC 神经网络的 PHEV 转矩分配策略[J]. 江苏大学学报, 2017, 38(6): 652-657.

ZHANG Niaona, ZHOU Changzhe, GAO Zelin. Torque distribution strategy of PHEV based on FCMAC neural network[J]. Journal of Jiangsu University, 2017, 38(6): 652-657.

[5] TRISTAN M, ROBERT G. Experimental measurement and finite element simulation of elastic-body vibration in planetary gears[J]. JSME International Journal, 2021, 160(7): 104264.

[6] WEEKS B. Compound-type hybrid energy storage system and its mode control strategy for electric vehicles[J]. Journal of Power Electronics, 2015, 15(3): 849-859.

[7] 项昌乐, 何韡, 刘辉, 等. 履带车辆传动系统换挡工况瞬态动力学分析[J]. 农业机械学报, 2016, 47(4): 288-293.

XIANG Changle, HE Wei, LIU Hui, et al. Transient dynamic analysis of tracked vehicle transmission during gear shift process[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(4): 288-293.

[8] 于蓬, 章桐, 孙玲, 等. 集中驱动式纯电动车动力传动系统扭转振动研究[J]. 振动与冲击, 2015, 34(10): 121-127.

YU Peng, ZHANG Tong, SUN Ling, et al. Powertrain torsional vibration of a central-driven pure EV[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(10): 121-127.

[9] WANG Dongyang, HU Minghui, LI Baogang, et al. Modular modeling and dynamic response analysis of a driveline system during start-up process[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 156(2): 104136.

[10] XU Xiangyang, LIANG Yinghua, MICK J, et al. Optimized control of engine start assisted by the disconnect clutch in a P2 hybrid automatic transmission[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 124(1): 313-329.

[11] LIU Hui, ZHANG Xun, CHEN Yinqi, et al. Active damping of driveline vibration in power-split hybrid vehicles based on model reference control[J]. Control Engineering Practice, 2019, 91(10): 104085.1-104085.9.

[12] ZHANG Xun, LIU Hui, ZHAN Zhaobin, et al. Modelling

- and active damping of engine torque ripple in a power-split hybrid electric vehicle[J]. *Control Engineering Practice*, 2020, 104(11): 104634.
- [13] 胡明辉, 陈爽, 曾剑峰. 双电机耦合系统驱动模式切换控制策略研究[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(14): 59-67. HU Minghui, CHEN Shuang, ZENG Jianfeng. Coordinated control for mode-shift of dual-motor coupling powertrain[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(14): 59-67.
- [14] 蔡英凤, 窦磊, 陈龙, 等. 基于补偿滑模控制的混合动力汽车协调控制[J]. *汽车工程*, 2020, 42(4): 431-438. CAI Yingfeng, DOU Lei, CHEN Long, et al. Research on coordinated control of hybrid electric vehicle based on compensation sliding mode control[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 42(4): 431-438.
- [15] PAUL D, ZHANG Nong. Modelling of dual clutch transmission equipped powertrains for shift transient simulations[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 60: 47-59.
- [16] 唐友福, 王磊, 邹龙庆. 变转速风电行星齿轮传动系统动力学特性[J]. *江苏大学学报*, 2018, 39(5): 550-555. TANG Youfu, WANG Lei, ZOU Longqing. Dynamic characteristic of planetary gear transmission system of wind turbine under time-varying speed conditions[J]. *Journal of Jiangsu University*, 39(5): 522-528.
- [17] 汪少华, 李佳芯, 施德华, 等. 基于传动效率最优的功率分流式混合动力汽车控制[J]. *江苏大学学报*, 2018, 39(6): 621-627. WANG Shaohua, LI Jiaxin, SHI Dehua, et al. Control strategy of power-split HEV based on optimal transmission efficiency[J]. *Journal of Jiangsu University*, 2018, 39(6): 621-627.
- [18] 赵尚义, 郑青星, 刘豪森. 混合动力物流车动力系统匹配及仿真[J]. *江苏大学学报*, 2020, 41(6): 648-654. ZHAO Shangyi, ZHENG Qingxing, LIU Haosen. Matching and simulation of power system of hybrid electric logistics vehicle[J]. *Journal of Jiangsu University*, 2020, 41(6): 648-654.
- [19] 郑晨飞, 姚晓山, 曹晓雨, 等. 两轴驱动混合动力汽车动力系统的优化设计[J]. *江苏大学学报*, 2021, 42(1): 22-27. ZHEN Chenfei, YAO Xiaoshan, CAO Xiangyu, et al. Optimization design of power system for two-axle drive hybrid electric vehicle[J]. *Journal of Jiangsu University*, 2021, 42(1): 22-27.
- [20] KAHARAMAN A. Load sharing characteristics of planetary transmissions[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 1994, 29(8): 1151-1165.
- [21] 孙涛, 胡海岩. 基于离散傅里叶变换与谐波平衡法的行星齿轮系统非线性动力学分析[J]. *机械工程学报*, 2002(11): 58-61. SUN Tao, HU Haiyan. Nonlinear dynamics of planetary gear transmission by harmonic balance method based on DET[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2002(11): 58-61.
- [22] 刘长钊, 秦大同, 廖映华. 采煤机截割部机电传动系统动力学特性分析[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(7): 14-22. LIU Changzhao, QIN Datong, LIAO Yinghua. Dynamic analysis for the cutting electromechanical transmission system in the long-wall shearer[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(7): 14-22.
- [23] 方禹鑫, 丁千, 张微. 多齿侧间隙传动系统非线性特性研究[J]. *振动与冲击*, 2016, 35(23): 29-34. FENG Yuxin, DING Qian, ZHANG Wei. Non-linear dynamic features of a steering gear system with backlashes[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(23): 29-34.
- [24] 孟宗, 石桂霞, 王福林, 等. 基于时变啮合刚度的裂纹故障齿轮振动特征分析[J]. *机械工程学报*, 2020, 56(17): 108-115. MENG Zong, SHI Guixia, WANG Fulin, et al. Vibration characteristic analysis of cracked gear based on time-varying meshing stiffness[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(17): 108-115.
- [25] BAI Wenyu, QIN Datong, WANG Yawen, et al. Dynamic characteristic of electromechanical coupling effects in motor-gear system[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 423: 50-64.
- [26] 江洪, 周宇, 薛红涛, 等. 基于 CDI 和 AHNs 的轮毂电动机轴承故障逐次诊断方法[J]. *江苏大学学报*, 2021, 42(1): 15-21. JIANG Hong, ZHOU Yu, XUE Hongtao, et al. Sequential diagnosis method for bearing fault of in-wheel motor based on CDI and AHNs[J]. *Journal of Jiangsu University*, 2021, 42(1): 15-21.
- [27] 朱洪俊, 王忠, 秦树人. 小波变换对瞬态信号特征信息的精确提取[J]. *机械工程学报*, 2005(12): 196-199. ZHU Hongjun, WANG Zhong, QIN Shuren. Accurate extraction for the characteristic information of transient signal with wavelet transforms[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2005(12): 196-199.
- [28] BEMPORAD A, MORARI M. Predictive control of



- constrained hybrid systems[J]. Nonlinear Model Predictive Control, 2000, 120(3): 71-98.
- [29] SUN Xiaoqiang, ZHANG Houzhong, CAI Yingfeng, et al. Hybrid modeling and predictive control of intelligent vehicle longitudinal velocity considering nonlinear tire dynamics[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 97(1): 1-16.
- [30] LIAN Jing, LIU Shuang, LI Linhui. A mixed logical dynamical-model predictive control (mld-mpc) energy management control strategy for plug-in hybrid electric vehicles (PHEVs)[J]. Energies, 2017, 10(1): 10010074.
- [31] LIANG Cong, XU Xing, WANG Feng, et al. Coordinated control strategy for mode transition of DM-PHEV based on MLD[J]. Nonlinear Dynamics, 2021(5): 1-24.
- [32] WANG Feng, XIA Jiaqi, XU Xing, et al. Torsional vibration-considered energy management strategy for power-split hybrid electric vehicles[J]. Journal of Cleaner Production, 2021, 296(5): 126399.
- 
- 作者简介: 王峰, 男, 1986 年出生, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为智能机电传动系统分析控制、混合动力耦合传动系统动力学。  
E-mail: bewater@ujs.edu.cn
- 张健, 男, 1997 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为混合动力车辆模式切换协调控制。  
E-mail: 675818978@qq.com
- 徐兴(通信作者), 男, 1979 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为车辆系统动力学。  
E-mail: xuxinug@ujs.edu.cn