

DOI: 10.3901/JME.2023.03.022

面向构态切换稳定性的约束变胞机构可靠性 优化设计方法^{*}

杨强^{1,2} 孙本奇¹ 李树军^{1,3} 戴建生⁴

- (1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819;
2. 辽宁工业大学机械工程与自动化学院 锦州 121001;
3. 宁夏理工学院 石嘴山 753000;
4. 伦敦大学国王学院 伦敦 WC2R 2LS 英国)

摘要: 为获得稳定、可靠的构态切换能力而开展可靠性优化设计是降低约束变胞机构运动功能失效概率的关键。基于多构态欠驱动约束变胞源机构的组成原理建立了含变胞运动副的扩展 Assur 杆组的模块化受力分析模型。根据变胞运动副的等效阻力梯度模型,考虑系统内外部误差的随机性,利用可靠性理论建立了约束变胞机构构态切换能力的概率评估模型。基于可靠性评估及可靠性灵敏度分析,提出了面向约束变胞机构构态切换稳定性的可靠性优化设计方法,进而针对可靠性灵敏度较高的结构参数随机变量的公差进行优化设计,使优化后的设计方案同时满足可靠性和经济性要求。最后,以折纸变胞机构为例,验证了提出的可靠性优化设计方法的可行性和有效性。研究工作为开展面向高概率的构态切换重复执行能力的变胞机构可靠性优化设计奠定了基础,同时对推进变胞机构的工程应用具有理论和实际意义。

关键词: 约束变胞机构; 构态切换; 可靠性; 优化设计; 可靠性灵敏度; 变胞运动副

中图分类号: TH112

Reliability Optimization Design Method of Constrained Metamorphic Mechanism Oriented to the Stability of Configuration Transformation

YANG Qiang^{1,2} SUN Benqi¹ LI Shujun^{1,3} DAI Jiansheng⁴

- (1. College of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819;
2. College of Mechanical Engineering and Automation, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001;
3. Ningxia Institute of Science and Technology, Shizuishan 753000;
4. King's College, University of London, London WC2R 2LS, UK)

Abstract: Reliability optimization design to obtain stable and reliable configuration transforming ability is the key to reduce the failure probability of kinematic failure of the constrained metamorphic mechanism. Based on structure composition principle of the multiconfiguration source metamorphic mechanism that can operate in an under-actuated state, the modularized calculation models are established for force analysis of the augmented Assur groups including metamorphic joints. According to the equivalent resistance gradient model of metamorphic joints, with considering the uncertainties in the link dimensions, masses, and compliance parameters et al, a probabilistic evaluation method of the configuration transforming ability of the constrained metamorphic mechanism is established. Based on reliability evaluation and reliability sensitivity analysis, a reliability optimization design method for the configuration transformation of constrained metamorphic mechanisms is proposed, and then the optimization design for tolerances of random variables of structural parameters with high reliability sensitivity is completed, so that the optimized scheme can satisfy both the reliability and economic requirements simultaneously. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed reliability

^{*} 国家自然科学基金(51575091)、航空科学基金(20170250001)和中央高校基本科研业务费专项资金(N2203010)资助项目。20220323 收到初稿, 20221106 收到修改稿

optimization design method is verified by taking the metamorphic mechanism of paper folding as an example. This research provides the foundation of reliability design of metamorphic mechanisms to obtain the high-probability repeated execution ability of configuration transformation, it also has theoretical and practical significance to promote the application of metamorphic mechanisms.

Key words: constrained metamorphic mechanisms; configuration transformation; reliability; optimal design; reliability sensitivity; metamorphic joints

0 前言

1998 年第 25 届 ASME 机构学与机器人学双年会上, DAI 等^[1]首次提出了变胞机构这一新型机构的概念。变胞机构具有能够根据不同的任务要求和工况变化进行自我重构的特点, 引起了全世界机构学学者的关注, 并迅速成为机构学领域的研究热点。JIN 等^[2]利用凯恩方程建立了变胞机构全构态动力学分析模型。徐贺等^[3]通过对可重构机器人灵敏度分析, 获得了多个重构变量对非线性性能指标的量化影响的相对大小。LI 等^[4-5]提出了扩展 Assur 杆组的概念和基于扩展 Assur 杆组的变胞机构结构组成原理, 引入了变胞机构等效阻力的概念并定义了变胞副的等效阻力系数函数。KANNER 等^[6]研究了设计参数变化对欠驱动机器人腿被动适应性的影响, 讨论了机器人相对于姿态的稳定性。COPPOLA 等^[7]提出了一种可重构机构的设计方法—可重构动力学, 并用该方法重新配置了机构运动学和动力学参数。WANG 等^[8]建立了变胞码垛机器人各构型从一个自由度变为两个自由度时的非线性动力学模型。杨强等^[9]研究了含变胞副结构的约束变胞机构构型综合。李树军等^[10]提出了变胞副约束阻力的模块化计算模型。WANG 等^[11]对一种欠驱动机械臂进行静力学分析, 在此基础上分析了欠驱动机械臂的抓取稳定性并优化了结构配置参数。王汝贵等^[12]以面向任务可控变胞式码垛机器人机构为研究对象, 提出了一种变胞机构动态稳定性分析方法。QIAO 等^[13]利用虚功原理建立了三自由度欠驱动手指一般静态接触力的表达式, 介绍了其自适应抓取过程和平衡配置。宋艳艳等^[14]研究了变胞机构在构态切换时的冲击问题并以结合实例进行了数值仿真计算。SONG 等^[15]提出了一种约束变胞机构统一动力学模型, 基于此模型可以得到所有构件的运动规律、主动件的驱动力/力矩和变胞运动副的约束力/力矩。YANG 等^[16]基于结构综合矩阵提出了一种平面变胞机构的通用结构设计方法。王兴东和孔建益等^[17]考虑关节间隙、连杆制造公差、连杆和关节热变形等多源不确定性因素建立了一种平面五杆变胞机构的全构态运动可靠性模型。周杨等^[18]提出一种可由变

胞源机构动力学模型自动生成任意子机构动力学模型的建模方法。

简易的变构态/变拓扑结构能力是变胞机构的“灵魂”所在, 相邻构态的准确切换和工作构态的构型保持是变胞机构完成操作任务的前提和基础。目前, 已有学者指出^[19]: “如何平稳地切换机构的运动模式一直是一个悬而未决的问题。”显然, 开展面向构态切换稳定性的可靠性优化设计是提高构态切换稳定性/可靠性的关键。目前, 已有学者尝试从可靠性优化设计角度出发, 研究变胞机构的可靠性问题。王汝贵等^[20]针对变胞机构多失效模式的运动可靠性问题提出了一种基于变量状态空间的可靠性分析与优化设计方法。但是, 针对构态切换时刻从变胞副运动状态切换的力学调控机理出发, 系统开展构态切换能力的概率评估模型建立和可靠性优化设计研究并不多见。本文基于等效阻力梯度模型, 定义了变胞副运动状态切换的等效阻力系数变化判据。考虑系统内外部误差的随机性, 建立了约束变胞机构构态切换能力的概率评估模型。考虑可靠性与经济性要求, 提出了面向构态切换稳定性的约束变胞机构可靠性优化设计方法。最后, 以折纸变胞机构的设计计算为例, 验证了上述可靠性优化模型的可行性和有效性。

1 约束变胞机构的变胞过程和组成原理

1.1 约束变胞机构的变胞过程

约束变胞机构一般的约束变胞过程为: 利用变胞副特定结构提供的几何约束和/或力约束, 实现变胞副运动/静止状态的调控进而将多自由度变胞源机构的自由度数降低到与主动件数相等, 构成对应的工作模式/构态, 并在对应的运动周期内保持该工作模式/构态以完成预期的作业任务。同理, 通过变胞副运动状态的切换实现构态的切换, 如此循环最终实现机构全部构态的作业任务。图 1 是一种两自由度约束变胞机构, 其中 θ_c 为构态切换时刻主动件角位置, θ_1 为主动件角位置, ω_1 为主动件角速度; 图 2 是该机构的运动循环图, 该图表征了随着主动件角位置的不同机构处于不同构态时驱动副、常规

运动副和变胞运动副的运动状态。分析图1和图2可知:利用变胞副 R_3 和 P_7 的运动状态切换(R 代表转动副, P 代表移动副),该约束变胞机构可以实现曲柄滑块机构和曲柄摇杆机构两种工作构态/拓扑结构,并在各自的构态下完成对应的作业任务。

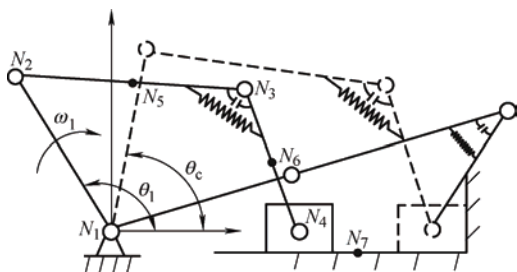


图1 两自由度约束变胞机构

$J \backslash \theta$	构态 I	构态 II
$J_D(R_{12})$		
$J_1(R_{23})$		
$J_2(R_{45})$		
$J_f(R_{34})$	X	
$J_f(P_{51})$		X

J_D —驱动副 J_1, J_2 —常规运动副

J_f, J_j —变胞运动副 θ —主动件角位置



图2 两自由度约束变胞机构运动循环图

1.2 约束变胞机构的组成原理

文献[4]提出了扩展Ⅱ级 Assur 杆组,其共有 9 种不同的类型,如图3所示。

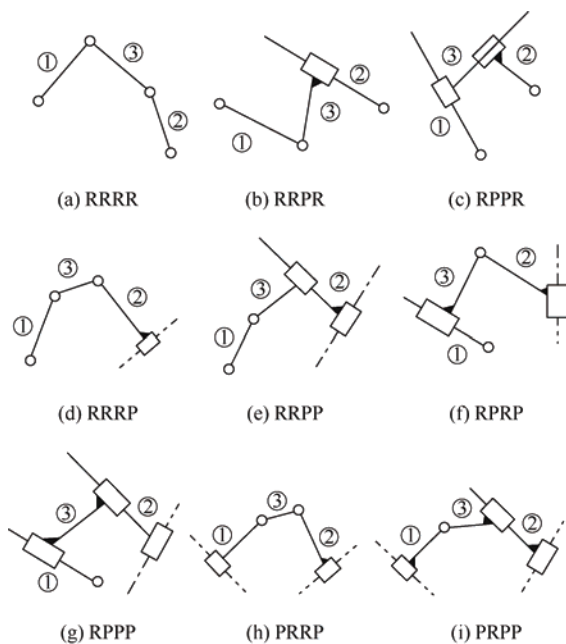


图3 扩展Ⅱ级 Assur 杆组的九种结构形式

当设计自由度数为 n 的单驱动约束变胞机构时,可以将 $(n-1)$ 个 1-DOF 扩展 Assur 杆组以及任意个 0-DOF Assur 杆组依次连接到主动件与机架上和/或连接到前一个扩展 Assur 杆组/Assur 杆组与机架上,这就是基于扩展 Assur 杆组的约束变胞机构的组成原理^[4]。图1所示的 2-DOF 约束变胞机构可看作是 1 个 1-DOF 扩展 Assur 杆组(图 3d 所示 RRRP 杆组)依次连接于主动件和机架构成。

由图1引申可知, n 个自由度的变胞源机构可以通过设置 n 个变胞副获得 n 个构态。由图2可知,为了完成所有的变胞构态,变胞副必须根据所需的工作阶段依次被约束(变胞副处于静止状态)。显然,变胞副的运动规律取决于作用在其上的驱动力和约束力。

2 约束变胞机构模块化力分析与变胞转动副结构设计

根据基于扩展 Assur 杆组的约束变胞机构的组成原理,以主动件、Assur 杆组和扩展 Assur 杆组为基本单元,建立各单元运动学和力学分析模型之间的数学关系式。本文将在Ⅱ级 Assur 杆组的常规运动学和力学分析的基础上,完成包含变胞副的扩展Ⅱ级 Assur 杆组的运动学和力学分析。

由于每个变胞副在变胞过程中根据所需的工作阶段依次被约束,被约束的扩展 Assur 杆组将退化为相应的等效 Assur 杆组。因此,对扩展 Assur 杆组的运动学和力学分析可以根据不同构态进行,在每个构态分别分析对应的等效 Assur 杆组。由于扩展 Assur 杆组与对应 Assur 杆组运动学分析方法^[21]相同,本文在 Assur 杆组的常规受力分析方法的基础上,推导含变胞副的扩展 Assur 杆组受力分析计算模型。由于 9 种扩展 Assur 杆组的模块化力分析方法相同,因此以图1所示变胞机构中包含的 RRRP 杆组(图 3d)为例进行分析。

在构态变换过程中,RRRP 扩展 Assur 杆组的等效 Assur 杆组如图4所示,其中转动副2和移动副4为变胞副。第Ⅰ构态中变胞转动副2被约束保持静止,构件1和构件2成为一个整体相对静止,变胞移动副4运动,RRRP 杆组退化为 RRP 杆组。第Ⅱ构态中变胞移动副4被约束由运动变为静止,变胞转动副2由静止变为运动,RRRP 杆组退化为 RRR 杆组。下面给出 RRRP 杆组模块化力分析计算模型的推导过程。

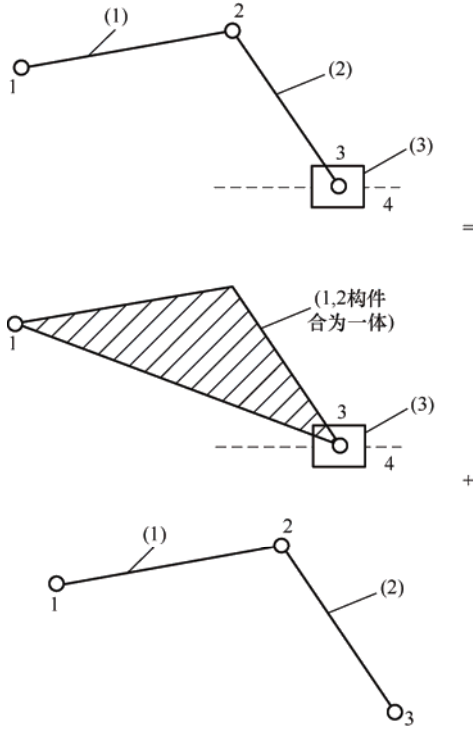


图 4 RRRP 杆组构态变换过程

2.1 约束变胞机构模块化力分析

第I构态 RRRP 杆组退化为 RRP 杆组, 受力分析如图 5 所示。其中 N_5, N_6 和 N_7 点分别为连杆 N_2N_3 , N_3N_4 和滑块的质心; α 为变胞转动副几何约束角; d_k 为弹簧当前长度; F_k 为弹簧力; θ 为弹簧力方向与连杆 N_3N_4 夹角; d_1 和 d_2 分别为弹簧在连杆 N_3N_4 和连杆 N_2N_3 上的安装位置与 N_3 点的距离; γ 为导路与水平方向夹角; F_y 为滑块所受外力沿导路方向分量。已知分别作用在连杆 N_2N_3 , N_3N_4 和滑块上的外力 F_5, F_6, F_7 和力矩 T_1, T_2, T_3 , 求解各转动副所受支反力和变胞转动副所受驱动力矩与约束力矩。

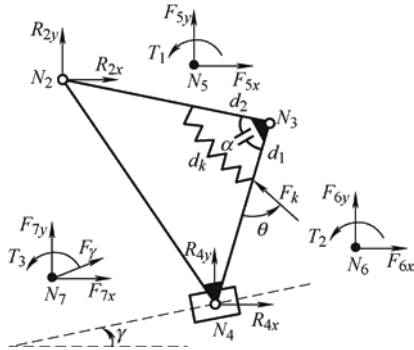


图 5 RRRP 退化的 RRP 杆组受力分析图

模块化力分析步骤如下所示

$$\cos \alpha = \frac{l_{23}^2 + l_{34}^2 - l_{24}^2}{2l_{23}l_{34}} = \frac{d_1^2 + d_2^2 - d_k^2}{2d_1d_2} \quad (1)$$

$$d_k = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - \frac{d_1d_2(l_{23}^2 + l_{34}^2 - l_{24}^2)}{l_{23}l_{34}}} \quad (2)$$

$$F_k = k(a - d_k) \quad (3)$$

$$\cos \theta = \frac{d_k^2 + d_1^2 - d_2^2}{2d_kd_1} \quad (4)$$

$$\theta = \arccos \left[\frac{2d_1^2 - \frac{d_1d_2(l_{23}^2 + l_{34}^2 - l_{24}^2)}{l_{23}l_{34}}}{2\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - \frac{d_1d_2(l_{23}^2 + l_{34}^2 - l_{24}^2)}{l_{23}l_{34}}}d_1} \right] \quad (5)$$

$$T_k = F_k d_1 \sin \theta \quad (6)$$

$$\begin{cases} R_{2x} = \frac{(-A_1 \sin \gamma + B_1 P_{24x})}{P_{24x} \cos \gamma + P_{24y} \sin \gamma} \\ R_{2y} = \frac{(A_1 \cos \gamma + B_1 P_{24y})}{P_{24x} \cos \gamma + P_{24y} \sin \gamma} \\ A_1 = -(T_{54} + T_{64} + T_1 + T_2) \\ B_1 = -(F_{5x} + F_{6x} + F_{7x}) \cos \gamma - \\ (F_{5y} + F_{6y} + F_{7y}) \sin \gamma \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} R_{4x} = -(R_{2x} + F_{5x} + F_{6x}) \\ R_{4y} = -(R_{2y} + F_{5y} + F_{6y}) \end{cases} \quad (8)$$

$$F_y = F_{7x} \cos \gamma + F_{7y} \sin \gamma \quad (9)$$

式中, k 为弹簧刚度; a 为弹簧原长; P_{ijx}, P_{ijy} 分别表示 i 点和 j 点间 x, y 方向的距离; R_{ix}, R_{iy} 分别表示作用在运动副 i 上 x, y 方向的支反力; F_{ix}, F_{iy} 分别表示作用在 i 点上 x, y 方向的力; T_{ij} 表示 i 点作用力对 j 点力矩; T_i 表示作用在 i 点的力矩; T_k 表示弹簧力对 N_3 点的力矩, 即变胞副结构提供的约束阻力矩。

用 T_{53}, T_{63} 分别表示两个连杆的重力对 N_3 点的力矩, ΔT 表示变胞转动副的驱动力矩, 逆时针方向为正, 则

$$\begin{cases} T_{23} = P_{23x} R_{2y} - P_{23y} R_{2x} \\ T_{43} = P_{43x} R_{4y} - P_{43y} R_{4x} \\ T_{53} = P_{53x} m_{23} g \\ T_{63} = P_{63x} m_{43} g \end{cases} \quad (10)$$

$$\Delta T = T_{23} - T_{43} + T_{53} - T_{63} \quad (11)$$

第II构态 RRRP 杆组退化为 RRR 杆组, 受力分析如图 6 所示。其中 N_5 和 N_6 点分别为连杆 N_2N_3 , N_3N_4 的质心; θ_{34} 为连杆 N_3N_4 的角位置。已知分别

作用在连杆 N_2N_3 , N_3N_4 上的外力 F_5 , F_6 和力矩 T_1 , T_2 , 求解各转动副所受支反力和变胞转动副所受驱动力矩与约束力矩。

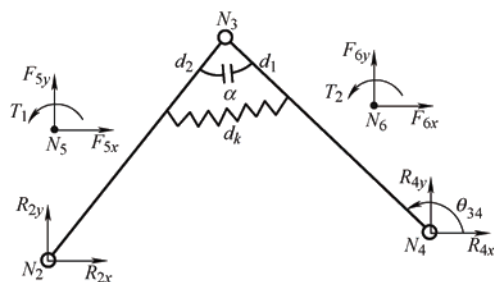


图 6 RRRP 退化的 RRR 杆组受力分析图

模块化力分析步骤如下所示

$$\begin{cases} R_{4x} = \frac{(A_2 P_{43x} - B_2 P_{42x})}{P_{43x} P_{42y} - P_{43y} P_{42x}} \\ R_{4y} = \frac{(A_2 P_{43y} - B_2 P_{42y})}{P_{43x} P_{42y} - P_{43y} P_{42x}} \\ A_2 = -(T_{51} + T_{61} + T_1 + T_2) \\ B_2 = -(T_{63} + T_2 + T_k) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} R_{2x} = -(R_{4x} + F_{5x} + F_{6x}) \\ R_{2y} = -(R_{4y} + F_{5y} + F_{6y}) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} R_{3x} = -(R_{4x} + F_{6x} + F_{kx}) \\ R_{3y} = -(R_{4y} + F_{6y} + F_{ky}) \\ F_{kx} = F_k \cos(\theta_{34} + \theta - \pi) \\ F_{ky} = F_k \sin(\theta_{34} + \theta - \pi) \end{cases} \quad (14)$$

式中, F_{kx} , F_{ky} 分别表示弹簧力沿 x , y 方向的分量; 变量 d_k , θ , F_k , 变胞副约束力矩 T_k , 变胞副驱动力矩 ΔT 的计算方法和其余各变量的含义均可参照第 I 构态受力分析计算模型。

2.2 基于模块化力分析中约束参数计算的变胞转动副结构设计

在目前变胞机构的研究中, 变胞转动副往往以简图的形式表示, 要将变胞机构更好地投入到实际工程应用中, 设计变胞转动副的结构是必不可少的环节。本文设计了简单实用的具有弹簧力约束和几何约束共同调控的变胞转动副的结构形式如图 7a 所示, 实物如图 7c 所示。

连杆 1, 端盖 3 和构件 6 连接后成为一个整体, 如图 7b 所示, 连杆 2 和构件 4 通过螺栓连接后成为一个整体。构件 6 两端的球形结构在构件 4 内部的凹槽内滑滚, 使得两个连杆能够相对转动。销轴 5

起到几何约束的作用, 构件 6 与销轴 5 接触后转动副的角度不能增大。弹簧被压缩后安装到连杆上, 此时弹簧具有预紧力, 当转动副的驱动力矩足够大时才能够克服预紧力即压缩弹簧开始转动。

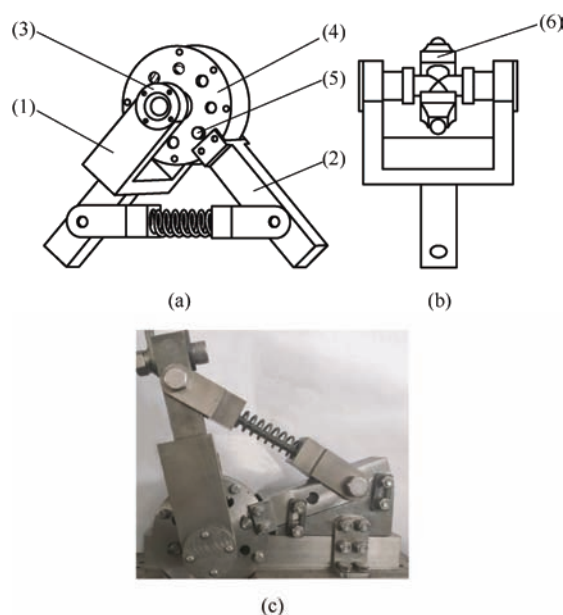


图 7 变胞转动副结构

变胞副限位装置(几何约束)提供理论上无穷的约束力, 保障角度不能增大。同时, 如果变胞转动副要想在某个工作构态内保持静止, 需要满足弹簧预紧力提供的约束力矩大于整个构态内变胞副提供的最大驱动力矩, 以限制角度的减小。即

$$F_k \geq \frac{\Delta T}{d_1 \sin \theta} \quad (15)$$

式中, F_k 为弹簧预紧力; d_1 和 θ 为图 5 中对应的结构尺寸。进而, 可以利用式(15)计算的弹簧预紧力范围对弹簧参数进行设计。

3 约束变胞机构构态切换能力的概率评估模型

由图 2 可知, 变胞机构构态切换运动失效必然由变胞副运动状态切换失效引起。因此, 从运动副受力分析入手研究其运动状态切换的力学调控机理。

3.1 基于等效阻力梯度模型的构态切换能力评估

为了使约束变胞机构能够准确地完成构态切换从而实现预期的运动规律, 需要确定变胞副的类型及约束形式, 并计算对应变胞副约束力的变化规律,

因此建立变胞副的等效阻力梯度模型^[5]。首先，定义一个无量纲的等效阻力系数函数 $f_e(\theta_i)$

$$f_{em}(\theta_i) = \left| \frac{F_c(\theta_i)}{F_{\min}} \right| = \left| \frac{T_c(\theta_i)}{T_{\min}} \right| \quad (16)$$

$$f_{es}(\theta_i) = \left| \frac{F_c(\theta_i)}{F_{\max}} \right| = \left| \frac{T_c(\theta_i)}{T_{\max}} \right| \quad (17)$$

式中， $f_{em}(\theta_i)$ 和 $f_{es}(\theta_i)$ 分别为变胞副处于相对运动和相对静止状态下的等效阻力系数函数； $F_c(\theta_i)$ 和 $T_c(\theta_i)$ 表示变胞副在运动方向上提供的约束力和约束力矩； F_{\min} 和 T_{\min} 为相应构态周期内变胞副所受到的最小驱动力和驱动力矩； F_{\max} 和 T_{\max} 为相应构态周期内变胞副所受到的最大驱动力和驱动力矩。

根据最小阻力原则，变胞副的动作顺序和等效阻力系数紧密相关，要使静止变胞副的等效阻力系数大于相对运动变胞副的等效阻力系数，整个约束变胞过程的等效阻力梯度变化规律为

$$f_{es}(\theta_i) \geq 1 \text{ 和 } f_{em}(\theta_i) \leq 1 \quad (18)$$

以图 1 所示约束变胞机构为例，其包含的 RRRP 扩展 Assur 杆组受力分析方法可参照第 2.1 节。根据式(16)~(18)，其变胞副 R_3 和 P_7 的等效阻力系数在两构态切换过程中需满足以下条件

第 I 构态中变胞转动副 R_3 始终静止且变胞移动副 P_7 始终运动即可保证不出现运动时序错乱，并主要由变胞转动副 R_3 决定。变胞转动副由式(11)中 ΔT 提供驱动力矩，弹簧预紧力和几何约束共同作用提供约束力矩。当 $\Delta T < 0$ 时，变胞转动副有角度增大的趋势，由于几何约束的限制，其角度保持不变。当 $\Delta T > 0$ 时，变胞转动副有角度减小的趋势并压缩弹簧，要使得变胞转动副仍保持固定角度，需保证弹簧提供的约束力矩始终大于驱动力矩。即

$$f_{e3} = \frac{F_k d_1 \sin \theta}{\Delta T} \geq 1 \quad (19)$$

将第 II 构态初始时刻视为构态切换时刻，这一时刻变胞移动副 P_7 开始受几何约束由运动变为静止，变胞转动副 R_3 由静止状态变为运动状态。由于几何约束力可视为无穷大，显然变胞移动副完成运动状态切换的可靠度为 1。变胞转动副 R_3 准确地完成运动状态切换需保证这一时刻其驱动力矩 ΔT 大于弹簧的约束力矩。即

$$f'_{e3} = \frac{F_k d_1 \sin \theta}{\Delta T} < 1 \quad (20)$$

第 II 构态中变胞移动副 P_7 始终静止且变胞转动副 R_3 始终运动即可保证不出现运动时序错乱，并主要由变胞移动副 P_7 决定。由于滑块受几何约束，约束力理论上为无穷大，滑块不会向右运动。同时还要保证滑块不会有向左的运动趋势，需要满足滑块所受的支反力沿导路的方向始终方向向右且大于外载荷沿导路向左的分量。即

$$f_{e7} = \frac{R_{4x} \cos \gamma + R_{4y} \sin \gamma}{|F_\gamma|} \geq 1 \quad (21)$$

式中， R_{4x} ， R_{4y} 的表达式见计算式(12)； F_γ 为图 5 所示滑块所受外力沿导路方向的分量，见计算式(9)； γ 为滑块导路与水平面之间的夹角。

3.2 构态切换过程中的随机性分析

工程实际中，由于制造公差造成的尺寸误差、运动副间隙和配合误差；材料不均性导致的构件质量和转动惯量误差；力约束变胞副中弹簧刚度、尺寸和安装误差；主动件输出的驱动误差和外载荷的扰动；磨损导致的运动副间隙增大为代表的时变性能退化等因素的存在，导致按同一图纸生产的变胞机构中任意变胞副的驱动力和约束阻力不是确定值，而是具有一定分布规律的随机变量。即对于实际的约束变胞机构而言，变胞副的等效阻力系数亦为随机变量。图 8 表示图 1 所示机构变胞副 R_3 和 P_7 的理想等效阻力系数曲线和在构态 II 中考虑误差时随机抽取的一条实际曲线，其中 θ 为主动件角位置， f_e 为等效阻力系数。由图 8 可以看出实际的等效阻力系数 f_3 和 f_7 在其临界区间内随机波动。根据等效阻力梯度模型，若想实现变胞副 R_3 运动状态切换，则要求在构态切换时刻其等效阻力系数 $f_3 < 1$ 。显然，当其随机波动较大时，变胞副运动状态切换必然提前或滞后，最终引起变胞机构的构态切换失败。由图 8 可知，在接近构态切换时刻等效阻力系数 f_3 更接近决定变胞副运动与静止的临界值 1，因此其值的波动更容易造成变胞副运动状态切换失败，进而导致构态切换失败。图 9 为两变胞副都是力约束的变胞机构等效阻力系数曲线，由于受到 θ_c 时刻两个等效阻力系数随机波动的影响，力约束的变胞机构构态切换成功的概率低于图 8 所示的几何-力组合约束的变胞机构。显然，相比确定性模型，如何定义和求解构态切换成功/失败的概率值更具有实际工程意义。

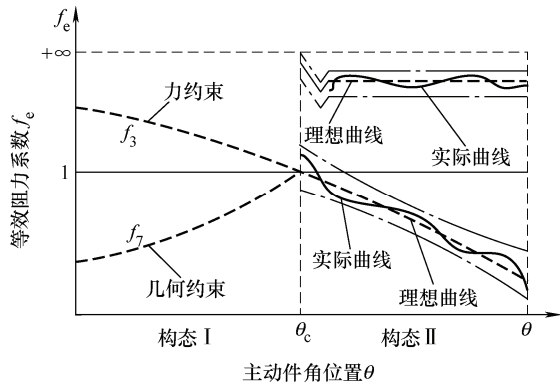


图 8 构态 II 的实际等效阻力系数

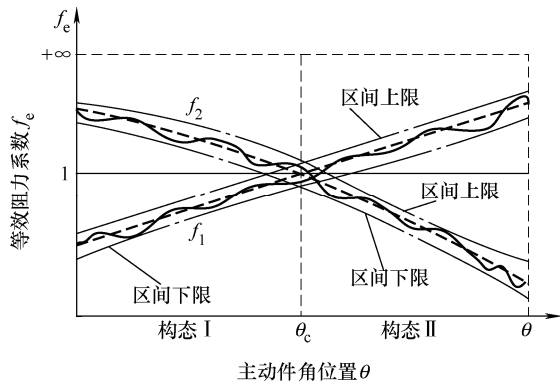


图 9 构态 I 和 II 的实际等效阻力系数

3.3 构态切换能力的概率评估模型

已知某变胞副 k 的驱动力 F 和约束阻力 F_c 的随机性, 当构态切换时刻该变胞副由静止变为运动时, 其运动状态切换成功的可靠度 R_{kt} 为

$$R_{kt} = P(f_e < 1) = P(F > F_c) = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(x_s) \left[\int_{-\infty}^{x_s} f_1(x_1) dx_1 \right] dx_s \quad (22)$$

当构态切换时刻该变胞副由运动变为静止时, 其运动状态切换成功的可靠度为

$$R_{kt} = P(f_e > 1) = P(F < F_c) = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(x_s) \left[\int_{x_s}^{\infty} f_1(x_1) dx_1 \right] dx_s \quad (23)$$

式中, $f_s(x_s)$ 为驱动力随机变量的概率密度函数; $f_1(x_1)$ 为约束阻力随机变量的概率密度函数。

显然, 变胞机构的构态切换主要是通过变胞副运动状态的切换来实现的。因此, n 构态约束变胞机构单次构态切换时刻切换成功的概率(可靠度)可以定义为参与构态切换的 n 个变胞副运动状态切换成功的概率连乘积。即

$$R_{ct} = \prod_{i=1}^n R_{kt}^i = P(f_{e1}(\theta_c) < 1) \prod_{i=2}^n P(f_{ei}(\theta_c) > 1) \quad (24)$$

式中, θ_c 为构态切换时刻主动件位置角。

参照图 8 和图 9 所示的等效阻力梯度曲线, 变胞副在构态切换相邻时刻的等效阻力系数接近 1, 此时其值的波动容易使变胞副的运动状态切换提前或滞后, 导致变胞机构运动时序错乱。因此, 需要给出构态切换的区间可靠度计算模型。

平面变胞副分为变胞转动副和变胞移动副两种, 它们都存在于图 3 所示的扩展 Assur 杆组中。RRRP 杆组中同时包含变胞转动副和变胞移动副, 因此, 以图 1 所示包含 RRRP 扩展 Assur 杆组的约束变胞机构为例建立构态切换的区间可靠度计算模型, 同时为分析包含其他扩展 Assur 杆组的约束变胞机构构态切换可靠性提供参考。其中, RRRP 扩展 Assur 杆组受力分析方法可参照第 2.1 节。模型中考虑的输入误差有: 构件几何尺寸误差、构件质量误差、输入角速度误差、主动件转角误差、变胞转动副几何约束角度误差、弹簧刚度误差和弹簧安装位置误差, 假设上述误差随机变量相互独立且均符合正态分布。

如第 3.1 节所述, 第 I 构态中机构是否会产生运动时序错乱主要由变胞转动副 R_3 是否能保持始终静止状态决定。

将式(7)、(8)、(10)分别代入式(11), 得出变胞转动副 R_3 的驱动力矩计算式

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= T_{23} - T_{43} + T_{53} - T_{63} = \\ &P_{23x}R_{2y} - P_{23y}R_{2x} - P_{43x}R_{4y} + \\ &P_{43y}R_{4x} + P_{53x}m_{23}g - P_{63x}m_{43}g = \\ &f(l_{12}, l_{23}, l_{34}, \alpha, m_{23}, m_{34}, m_s, \omega_1, \theta_1) \end{aligned} \quad (25)$$

将式(3)、(5)分别代入式(6), 得出变胞转动副 R_3 的约束力矩计算式

$$\begin{aligned} T_k &= F_k d_1 \sin \theta = \\ &k(a - d_k) d_1 \sin \theta = \\ &f(k, d_1, d_2, \alpha) \end{aligned} \quad (26)$$

因此, 第 I 构态中变胞转动副 R_3 运动状态保持能力的极限状态函数可表示为

$$Z_1 = T_k - \Delta T_1 \quad (27)$$

构态切换时刻需满足变胞转动副 R_3 的运动状态由静止变为运动, 同时变胞移动副 P_7 的运动状态由运动变为静止。构态切换时刻, 变胞移动副 P_7 受几何约束其运动状态切换的可靠度为 1, 因此只需判断变胞转动副 R_3 是否能够准确地切换运动状态即可判断变胞机构是否能够成功完成构态切换。

将式(10)、(12)、(13)分别代入式(11)得出构态切换时刻变胞转动副 R_3 的驱动力矩计算式

$$\begin{aligned}\Delta T_c &= T_{23} - T_{43} + T_{53} - T_{63} = \\ &P_{23x}R_{2y} - P_{23y}R_{2x} - P_{43x}R_{4y} + \\ &P_{43y}R_{4x} + P_{53x}m_{23}g - P_{63x}m_{43}g = \\ &f(l_{12}, l_{23}, l_{34}, k, d_1, d_2, \alpha, m_{23}, m_{34}, \omega_1, \theta_1) \quad (28)\end{aligned}$$

构态切换时刻弹簧未被压缩, 此时变胞转动副 R_3 的约束力矩的计算式与式(26)相同。同理, 构态切换时刻变胞转动副 R_3 运动状态切换能力的极限状态函数可表示为

$$Z_c = \Delta T_c - T_k \quad (29)$$

第II构态中机构是否会产生运动时序错乱主要由变胞移动副 P_7 是否能保持始终静止状态决定。变胞移动副 P_7 保持静止需满足滑块所受驱动力, 即支反力与外力沿导路的合力始终方向向右。

滑块所受支反力沿导路方向分量的计算式展开为

$$\begin{aligned}R_\gamma &= R_{4x} \cos \gamma + R_{4y} \sin \gamma = \\ &f(l_{12}, l_{23}, l_{34}, k, d_1, d_2, m_{24}, m_{34}, \omega_1, \theta_1) \quad (30)\end{aligned}$$

式中, R_{4x} , R_{4y} 的表达式见计算式(12)。

滑块所受外力沿导路方向的分量 F_γ 如计算式(9)所示。

多数情况下滑块所受支反力方向向右且外力方向向左, 因此第II构态中变胞移动副 P_7 运动状态保持能力的极限状态函数可表示为

$$Z_2 = R_\gamma - |F_\gamma| \quad (31)$$

基于一次二阶矩法, 将上述三个运动阶段的极限状态函数表达式一阶泰勒展开, 建立极限状态函数的误差模型。以构态切换时刻为例, 其均值和方差分别为

$$\begin{aligned}\mu_{Z_c} &= f(\mu_{l_{12}}, \mu_{l_{23}}, \mu_{l_{34}}, \mu_k, \mu_{d_1}, \mu_{d_2}, \mu_\alpha, \mu_{m_{23}}, \mu_{m_{34}}, \mu_{\omega_1}, \mu_{\theta_1}) \quad (32) \\ \sigma_{Z_c}^2 &= \left(\frac{\partial f}{\partial l_{12}}\right)^2 \sigma_{l_{12}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_{23}}\right)^2 \sigma_{l_{23}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_{34}}\right)^2 \sigma_{l_{34}}^2 + \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial m_{23}}\right)^2 \sigma_{m_{23}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial m_{34}}\right)^2 \sigma_{m_{34}}^2 + \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial d_1}\right)^2 \sigma_{d_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial d_2}\right)^2 \sigma_{d_2}^2 + \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial \omega_1}\right)^2 \sigma_{\omega_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \theta_1}\right)^2 \sigma_{\theta_1}^2 \quad (33)\end{aligned}$$

由于变胞机构三个运动阶段的极限状态函数已知, 且各运动阶段的驱动力矩和约束力矩均符合正态分布, 基于应力强度干涉模型^[22]各阶段机构构态切换/保持能力的运动功能可靠度为

$$\begin{aligned}R &= P(Z > 0) = \int_0^\infty f(Z) dZ = \\ &\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right] dZ \quad (34)\end{aligned}$$

将式(34)转化为标准正态分布, 设 $z = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z}$,

则

$$R = \int_{z_0}^\infty \varphi(z) dz = 1 - \Phi(z_0) = \Phi(\beta) \quad (35)$$

$$z_0 = -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad \beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$$

$f(Z)$ 为极限状态函数, 表示变胞副运动状态切换成功或失效两种状态: $f(Z) \leq 0$ 是失效状态, $f(Z) > 0$ 是成功状态。对应构态I, 构态切换时刻和构态II, 其具体表达式为式(27)、(29)和(31)。以构态切换时刻为例, 极限状态函数 Z_c 的表达式 $f(Z_c)$ 可由式(26)、(28)和(29)解得。各个输入参数 x_i 的偏导数 $\partial f / \partial x_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ 同样容易求得, 即 μ_Z, σ_Z 可知。限于篇幅, 此处不再赘述。

由于约束变胞机构在构态切换的相邻时刻容易产生运动时序错乱, 在第I构态和第II构态内分别取 a 和 b 个等效阻力系数接近 1 的构态切换相邻时刻, 分别计算对应时刻的可靠度。参照串联系统的可靠度计算方法, 将这 $(a+b)$ 个相邻时刻的可靠度与构态切换时刻变胞副运动状态切换成功的可靠度 R_c 连乘, 即定义了约束变胞机构某单次构态切换成功的区间可靠度 R_{ir} 为

$$R_{ir} = \prod_{i=1}^a R_{li} R_{ct} \prod_{i=1}^b R_{2i} \quad (36)$$

式中, R_{li} 为第I构态第 i 个相邻时刻的可靠度; R_{2i} 为第II构态第 i 个相邻时刻的可靠度。更具一般性, n 构态约束变胞机构同样可以参照上述方法计算每次构态切换区间的可靠度。显然, n 构态的变胞机构需完成 $(n-1)$ 次构态切换, 则 n 构态约束变胞机构全部构态切换成功的全局可靠度 R_{gr} 为

$$R_{gr} = \prod_{j=1}^{n-1} R_{ir} \quad (37)$$

4 面向构态切换能力的可靠性优化设计

可靠性优化设计是可靠性设计的重要环节, 是指在一定约束条件下, 按照相应的目标要求给出对应的最佳设计方案。一般做法是针对工程问题建立设计变量、目标函数和约束条件的数学模型, 进而

利用智能优化算法计算最优结果。一般的数学优化模型可以描述为^[23]

$$\begin{cases} \min & f(d, X, Y) \\ \text{s.t.} & \Pr\{g_i(d, X, Y) \geq 0\} \geq [R_i] \quad i=1, 2, \dots, n_g \\ & d^l < d < d^u \\ & \mu_X^l < \mu_X < \mu_X^u \end{cases} \quad (38)$$

式中, $f(d, X, Y)$ 为目标函数; d 为确定性设计变量; X 为随机设计变量矢量, 由设计者在设计过程中控制; Y 为不确定性设计参量, 不由设计者在设计过程中控制; $\Pr\{\bullet\}$ 为不发生失效的概率; $g_i(d, X, Y)$ 为与失效模式相关的性能函数; n_g 为性能函数的个数; d^l 和 d^u 为 d 的下限值和上限值; μ_X 为随机设计变量 X 的均值; μ_X^l 和 μ_X^u 为 μ_X 的下限值和上限值。

4.1 基于可靠性灵敏度分析确定优化设计参数

各结构参数随机变量的离散性对变胞机构构态切换可靠度的影响程度是不同的。如果某些结构参数的公差变化对可靠度有较大影响, 则应该严格加以控制; 反之, 则可以放宽对它们的限制以降低加工成本。因此, 在对变胞机构开展构态切换能力的可靠性优化设计前, 需要确定各个结构参数的方差灵敏度大小, 进而以此为依据确定需要严格控制的结构参数公差值, 并将其选定为优化设计变量。

约束变胞机构构态切换时刻可靠度对结构参数 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 方差的灵敏度^[24]为

$$\frac{\partial R}{\partial \text{Var}(X)} = \frac{\partial R}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_Z} \cdot \frac{\partial \sigma_Z}{\partial \text{Var}(X)} \quad (39)$$

由式(35)可知

$$\frac{\partial R}{\partial \beta} = \varphi(\beta) \quad \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_Z} = -\frac{\mu_Z}{\sigma_Z^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_Z}{\partial \text{Var}(X)} = \frac{1}{2\sigma_Z} \left[\frac{\partial \bar{z}}{\partial X} \otimes \frac{\partial \bar{z}}{\partial X} \right]$$

Z 为极限状态函数, 对应构态I, 构态切换时刻和构态II, 其具体表达式为式(27), (29)和(31)。 $\varphi(\bullet)$ 为标准正态分布的概率密度函数, $\text{Var}(X)$ 表示结构参数矢量的方差, 符号 \otimes 代表 Kronecker 积, 定义为 $(A)_{p \times q} \otimes (B)_{s \times t} = (a_{ij} B)_{ps \times qt}$ 。

由于影响变胞机构构态切换可靠度的各结构参数之间存在着单位不统一的问题, 导致不同参数的可靠性灵敏度之间无法直接比较。因此, 将可靠性灵敏度进行无量纲化处理^[25]。可靠度对各结构参数

的方差灵敏度无量纲处理后为

$$s_{x_i} = \frac{\partial R}{\partial \text{Var}(X)} \frac{\sigma_{x_i}^2}{R} \quad (40)$$

为了更好地分析各参数公差对可靠性的影响, 将方差灵敏度值进行归一化处理, 得到各参数的方差灵敏度系数 S_{x_i}

$$S_{x_i} = \left| \frac{s_{x_i}}{\sum s_{x_i}} \right| \quad (41)$$

根据各个参数方差灵敏度系数的计算结果, 将灵敏度系数较高的参数的公差作为优化设计变量。

4.2 目标函数

优化设计的目标通常为成本最低、重量最轻和刚度最大等, 本文的目标函数采用公差-成本模型, 该模型可以采用多种构成方法, 如指数模型、幂指数模型、线性模型以及复合模型等。本文选取较为常用的幂指数模型, 建立的目标函数如下

$$\text{cost}(x) = \sum_{i=1}^n k_i (c_i)^{-\alpha_i} \quad (42)$$

式中, α_i 为根据机械制造工艺理论而制定的加工成本特征指数^[26], 一般 $\alpha_i = 0.7 \sim 1$, 本文取 $\alpha_i = 0.7$; k_i 为各参数公差项的成本权重系数, 在优化设计阶段一般无法给出确切的数值, 本文结合方差灵敏度的分析结果采用各参数的方差灵敏度系数作为其成本权重系数; n 表示优化设计变量的个数。

由于进行优化设计的各参数量纲不同, 它们之间相差很大的数量级, 因此会对优化结果产生很大影响。本文的优化模型对各参数的变异系数 c_i 进行优化, 将相对成本计算无量纲化处理, 因此 $\text{cost}(x)$ 为无量纲参数。

4.3 约束条件

(1) 可靠度约束条件。

本文优化设计的要求是约束变胞机构满足给定的构态切换可靠度指标要求, 约束条件为

$$R_{gr} \geq [R_{gr}] \quad (43)$$

式中, $[R_{gr}]$ 为预先设定的构态切换可靠度许用值。

(2) 单项公差边界条件。

在约束条件中分别对优化设计参数对应的变异系数 c_i 的范围进行约束, 约束条件为

$$c_i \leq [c_i] \quad (44)$$

式中, $[c_i]$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为对应优化设计参数的变异系数许用值。

4.4 基于改进遗传算法的可靠性优化设计

本文在使用遗传算法进行全局搜索的基础上再

通过非线性规划算法进行局部搜索, 以得到问题的全局最优解。改进的遗传算法流程图如图 10 所示。

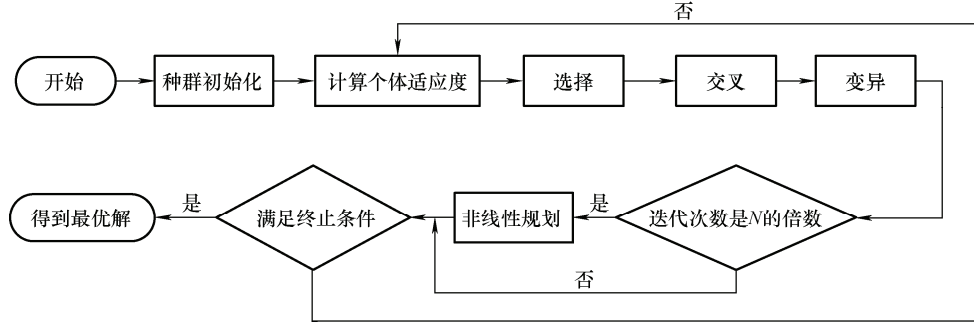


图 10 改进的遗传算法流程图

改进的遗传算法各步骤详细介绍如下。

(1) 种群初始化。本文采用实数编码方法, 每个染色体为一个实数矢量。

(2) 个体适应度。本文将优化模型的目标函数作为适应度函数。

(3) 选择。本文使用轮盘赌法, 个体选择的概率 p_i 为

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (45)$$

式中, f_i 为个体适应度值; N 为种群个体总数。

(4) 交叉。本文交叉操作采用实数交叉法, 模拟二进制表示的均匀交叉, 第 k 个染色体 a_k 和第 l 个染色体 a_l 在 j 位的交叉操作方法为

$$\begin{cases} a_{kj} = a_{kj}(1-b) + a_{lj}b \\ a_{lj} = a_{lj}(1-b) + a_{kj}b \end{cases} \quad (46)$$

式中, b 是 $[0, 1]$ 区间的随机数。

(5) 变异。本文使用高斯变异算子, 在进行变异操作时, 用符合均值为 μ , 方差 σ^2 的正态分布的一个随机数来替换原有基因值。假定有 12 个在 $[0, 1]$ 范围内均匀分布的随机数 $r_i (i=1, 2, \dots, 12)$, 则符合 $N(\mu, \sigma^2)$ 正态分布的一个随机数可由下式求得

$$Q = \mu + \sigma \left(\sum_{i=1}^{12} r_i - 6 \right) \quad (47)$$

在进行由 $X = x_1 x_2 \dots x_k \dots x_l$ 向 $X = x_1 x_2 \dots x'_k \dots x_l$ 的高斯变异操作时, 若变异点 x'_k 处的基因值取值范围为 $[U_{\min}^k, U_{\max}^k]$, 则新的基因值 x'_k 可由以下计算式确定

$$x'_k = \frac{U_{\max}^k + U_{\min}^k}{2} + \frac{U_{\max}^k - U_{\min}^k}{6} \left(\sum_{i=1}^{12} r_i - 6 \right) \quad (48)$$

(6) 非线性规划。Matlab 最优化工具箱中包含可直接调用的求解非线性规划问题的 `fmincon` 函数。

5 折纸变胞机构的计算实例

5.1 折纸机构构型综合

图 11 所示为纸板折叠过程: 第一步从图 11a 到图 11b, 纸板 1 和纸板 2 保持相对静止, 沿 2 与 3 之间的折痕折叠成 90° 。第二步从图 11b 到图 11c, 纸板 2 和纸板 3 保持相对静止, 沿 1 和 2 之间的折痕折叠成 90° 。

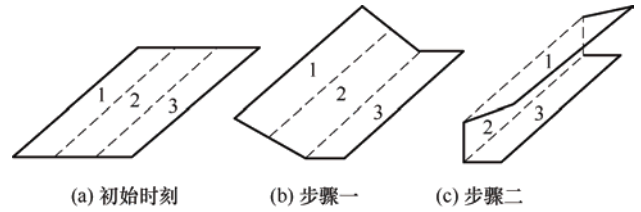


图 11 纸板折叠过程

基于第 2.2 节中变胞转动副的结构设计, 一种可以执行整个折纸过程的两自由度平面约束变胞机构的运动简图如图 12 所示。该机构可以拆分为主动件, RRR 杆组和 RRRP 杆组。利用 RRRP 杆组可以实现曲柄滑块机构和曲柄摇杆机构的切换。

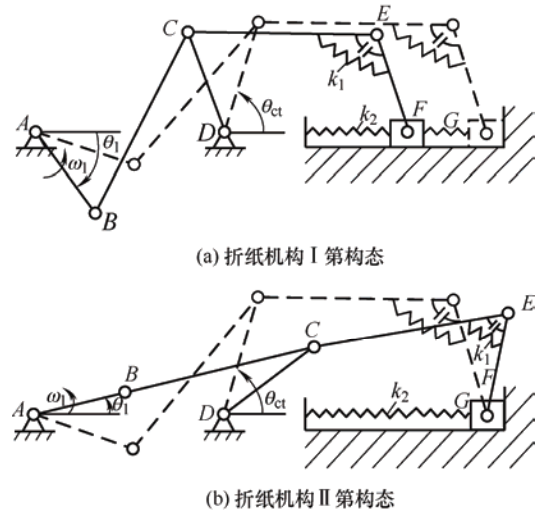


图 12 折纸变胞机构工作构态

折纸机构的结构参数和公差如表 1 所示, 部分运动学参数变化范围如表 2 所示。其中 k_1 , k_2 , a , b 分别为弹簧 1 和弹簧 2 的刚度及原长; d_1 , d_2 为弹簧 1 在连杆 EF 和连杆 CE 上安装位置与变胞副 E

的距离; ω_1 为主动件角速度; θ_1 为主动件的角位置; α 为变胞转动副几何约束角度($\angle CEF$ 最大角度); $\Delta\theta_1$ 为主动件转角误差。假设表 1 中各参数均服从正态分布, 且遵循“ 3σ ”原则。

表 1 折纸机构结构参数及公差

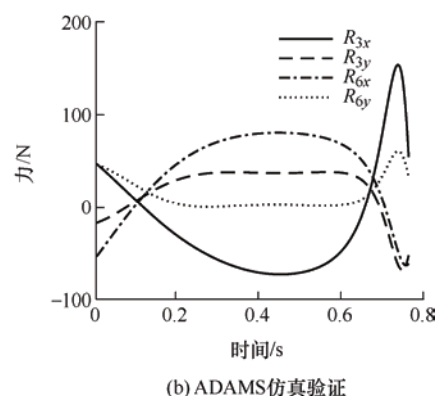
参数	数值	参数	数值	参数	数值
l_{AB}/mm	180 ± 0.125	l_{BC}/mm	360 ± 0.18	l_{CD}/mm	240 ± 0.145
l_{CE}/mm	360 ± 0.18	l_{EF}/mm	210 ± 0.145	l_{AD}/mm	315
$\max l_{AF}/\text{mm}$	870	m_{AB}/kg	$N\sim(1,0.007)$	m_{BC}/kg	$N\sim(1.5,0.01)$
m_{CD}/kg	$N\sim(1,0.007)$	m_{CE}/kg	$N\sim(1.5,0.01)$	m_{EF}/kg	$N\sim(2,0.013)$
$m_{\text{slider}}/\text{kg}$	$N\sim(1,0.007)$	$J_{AB}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.002 7	$J_{BC}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.016 2
$J_{CD}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.004 8	$J_{CE}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.016 2	$J_{EF}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.007 35
a/mm	250	$k_1/(\text{N}/\text{mm})$	$N\sim(10,0.1)$	d_1/mm	$N\sim(100,0.667)$
d_2/mm	$N\sim(120,0.667)$	b/mm	76	$k_2/(\text{N}/\text{mm})$	$N\sim(0.5,0.01)$
$\omega_1/(\text{rad}/\text{s})$	$N\sim(2\pi,0.01)$	$\alpha/(\circ)$	$N\sim(120.3,0.167)$	$\Delta\theta_1/(\circ)$	$N\sim(0,0.067)$

表 2 折纸机构部分运动学参数变化范围

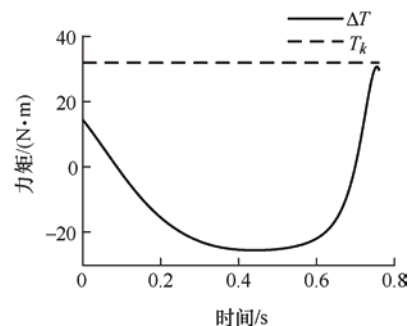
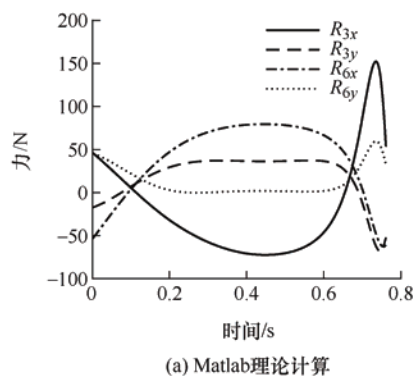
	第I构态	第II构态	下一循环
机构类型	曲柄滑块机构	曲柄摇杆机构	下一循环
主动件转角	$-290.2^\circ\sim-15.2^\circ$	$-15.2^\circ\sim 69.8^\circ$	下一循环
变胞副 E 夹角	停(120.3°)	$120.3^\circ\sim 72.5^\circ$	下一循环
滑块位置	$598.5\sim 870\text{ mm}$	停(870 mm)	下一循环
摇杆摆角	停(115.9°)	$115.9^\circ\sim 88.8^\circ$	下一循环

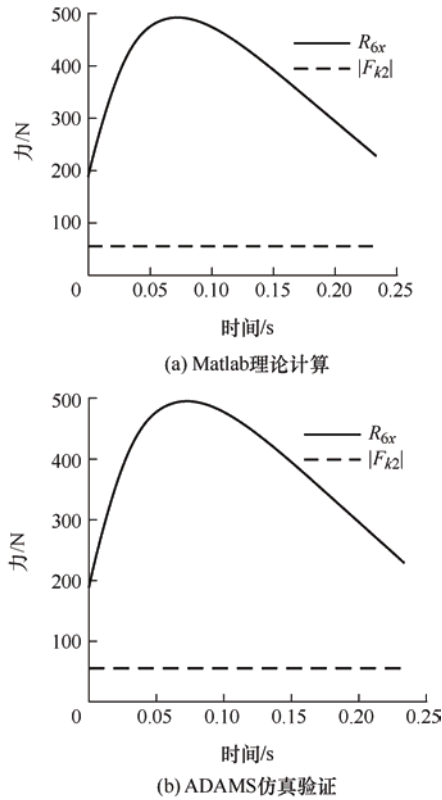
5.2 折纸机构构态切换能力的可靠度计算

基于约束变胞机构的模块化分析并应用 2.1 节理论计算模型, 使用 Matlab 对折纸机构运动学和力学分析进行编程计算, 并通过 ADAMS 仿真对部分 Matlab 计算结果进行验证, 两种方法结果对比如图 13~15 所示。由图 13 可知: 第 I 构态的部分关键力学性能参数 Matlab 计算与 ADAMS 仿真结果相同, 验证了折纸机构运动学和力学分析数学模型的正确性。由图 14 可知: 在整个第 I 构态, 变胞副 E 驱动力矩均小于弹簧提供的约束力矩, 因此变胞副 E 始终处于约束状态, 构件 CE 和 EF 始终保持相对静止。由图 15 可知: 第 II 构态的部分关键力学性能参数两种方法的计算结果相同。此外, 在整个第 II 构态, 滑块受到的支反力沿水平方向

图 13 第 I 构态转动副 C 和转动副 F 所受支反力

分量始终向右且大于方向向左的弹簧力, 因此滑块所受驱动力始终向右。由于几何约束的存在, 滑块始终处于约束状态。

图 14 第 I 构态变胞转动副 E 所受驱动力矩 ΔT 和约束力矩 T_k

图 15 第II构态滑块所受支反力 R_{6x} 和弹簧力 F_{k2}

由式(16)~(18)求得变胞副 E 和 G 的等效阻力系数 f_E 和 f_G 如图 16a 所示, 等效阻力系数 f_E 在第I构态中临近构态切换时刻的局部放大图如图 16b 所示, 其中 θ_i 为局部放大图的边界角位置, θ_j 和 θ_k 分别为不可靠工作区的极限角位置。受表 1 中各参数误差的影响, 这一时间段内变胞转动副 R_E 的运动状态切换很可能被提前或滞后, 造成机构运动时序错乱。第II构态中, 整个构态内变胞移动副 P_G 的等效阻力系数为正无穷大, 但是根据受力分析结果, 折纸机构构态切换时刻的相邻时刻, 滑块所受方向向右的支反力和方向向左的弹簧力大小最为接近, 需要验证在这些时刻它们的大小关系是否会因为表 1

中各参数误差的影响而发生变化, 使得滑块有向左运动的趋势, 造成运动时序错乱。

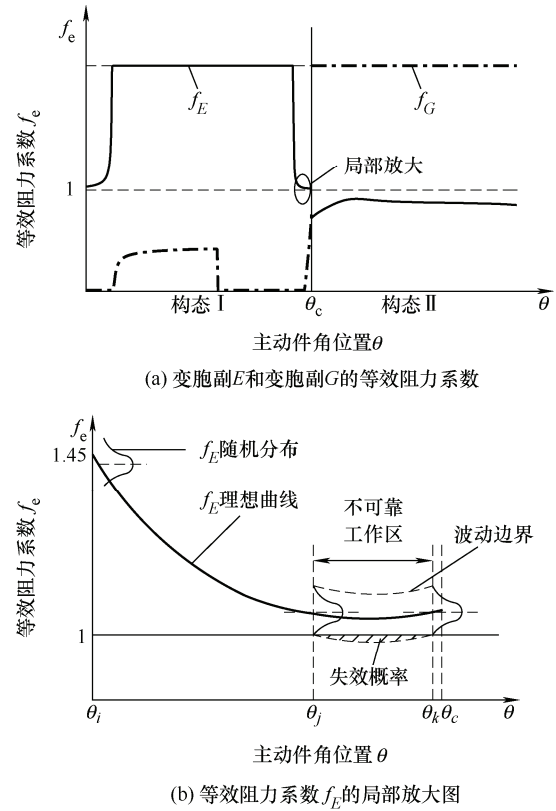


图 16 折纸机构等效阻力系数

基于第 3.3 节中推导的构态切换能力的概率评估模型, 分别计算折纸机构构态切换时刻及其相邻时刻在第I构态与第II构态内的可靠度, 最后将它们连乘即为折纸机构的构态切换能力的区间可靠度。计算相邻时刻可靠度时, 从临近构态切换时刻向远离构态切换时刻每隔 1° 取一个相邻时刻计算可靠度, 直到可靠度为 1 为止。第I构态、构态切换时刻和第II构态的可靠度理论计算和蒙特卡洛仿真结果如表 3 所示。

表 3 可靠度理论计算和蒙特卡洛仿真结果

构态	角度/(°)	μ_z	σ_z	β	可靠度	蒙特卡洛
构态I	-21	2.581 7	0.519 4	4.970 5	1	1
构态I	-20	1.791 8	0.525 6	3.408 8	0.999 7	0.999 6
构态I	-19	1.331 4	0.533 7	2.494 7	0.993 7	0.963 3
构态I	-18	1.247 4	0.544 0	2.293 0	0.989 1	0.988 6
构态I	-17	1.584 6	0.557 0	2.844 9	0.997 8	0.998 1
构态I	-16	2.383 2	0.572 9	4.159 9	1	1
切换时刻	-15.2	42.133 6	1.060 6	39.726 2	1	1
构态II	-15	132.477 9	3.884 8	34.101 6	1	1

由式(37)得, 折纸机构的构态切换能力的区间可靠度为

$$R_{gr} = R_{11}R_{12} \cdots R_{16}R_{ct}R_{21} = 0.9804$$

5.3 折纸机构构态切换能力的可靠性优化设计

灵敏度计算模型中包含主动件位置角参数, 根据折纸机构可靠度计算结果, 主动件位置角为 -18° 时刻可靠度最低, 以这一时刻为例计算各结构参数的方差灵敏度系数。将折纸机构各参数代入式 (39)~(41), 计算结果如表 4 所示。

表 4 折纸机构各结构参数方差灵敏度系数

参数	灵敏度系数	参数	灵敏度系数	参数	灵敏度系数
l_{AB}	0.007 5	l_{BC}	0.006 5	l_{CD}	0.003 0
l_{CE}	0.000 3	l_{EF}	0.000 3	k_1	0.344 9
k_2	0.190 4	d_1	0.114 9	d_2	0.201 9
α	0.093 7	m_{CE}	0.014 2	m_{EF}	0.000 1
m_{slider}	0.006 7	ω_1	0.015 5	θ_1	0.000 2

为了更直观地反映出各参数方差灵敏度系数的大小关系, 绘制方差灵敏度系数直方图如图 17 所示。

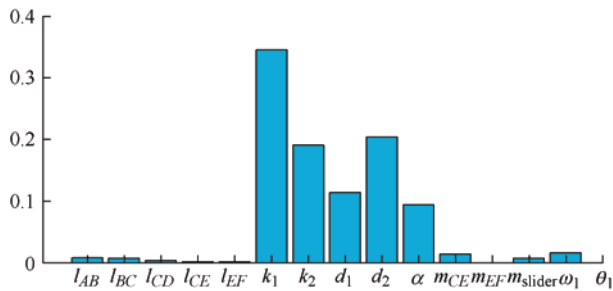


图 17 折纸机构各参数方差灵敏度系数

从图中可以看出, $k_1, k_2, d_1, d_2, \alpha$ 这 5 个参数的方差对可靠度影响较大, 其余参数的方差对可靠度的影响可以忽略不计, 在可靠性优化设计中, 将这 5 个参数的公差作为设计变量, 其余参数的公差作为给定值, 使折纸机构在考虑经济性的条件下能够满足可靠度要求。

折纸机构的优化模型为

$$\begin{cases} \text{cost}(x) = \sum_{i=1}^5 k_i (c_i)^{-0.7} \\ \text{s.t.} & R_{gr} \geq 0.9995 \\ & 0.005 \leq c_1 \leq 0.01 \\ & 0.01 \leq c_2 \leq 0.02 \\ & 0.003 \leq c_3 \leq 0.007 \\ & 0.003 \leq c_4 \leq 0.006 \\ & 0.007 \leq c_5 \leq 0.014 \end{cases} \quad (51)$$

式中, k_i, c_i 分别为优化设计变量的成本权重系数和

变异系数。由于加工成本随着可靠度要求的增加呈指数级增长, 这里给定构态切换可靠度要求为 0.999 5, 在保证折纸机构多次重复操作仍有较高可靠度的前提下尽可能控制加工成本。

在改进的遗传算法中设置种群规模为 100, 染色体个数为 5, 迭代次数为 50。使用 Matlab 软件编写程序实现利用该优化模型寻找折纸机构各参数公差分配的最优解。优化过程中最优个体函数值的变化趋势如图 18 所示, 优化后折纸机构的等效阻力系数在第 I 构态中临近构态切换时刻的局部放大图如图 19 所示。

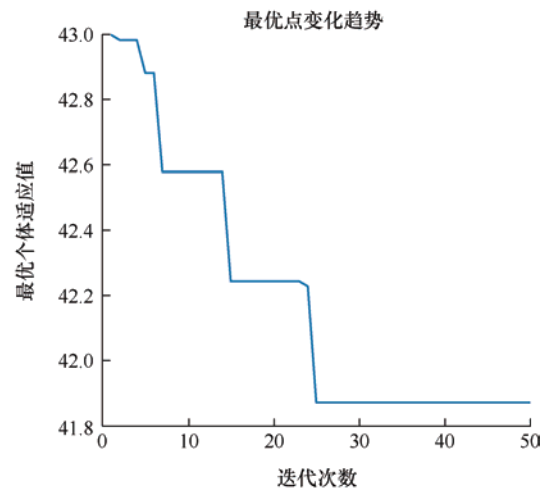


图 18 改进的遗传算法结果

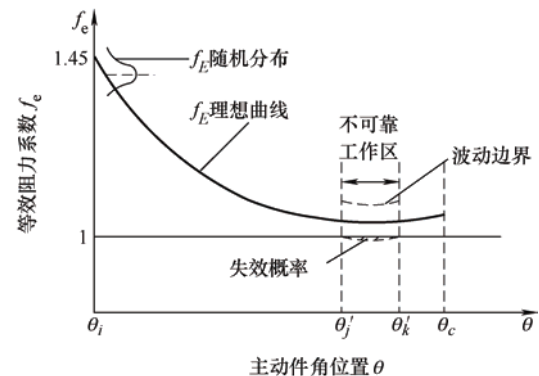


图 19 优化后等效阻力系数 f_e 的局部放大图

优化结果显示, 当迭代到 25 次时, 可以得到最优适应值为 41.870 4, 即为权重得到的相对成本值。优化后 5 个参数的公差分别为: $T_{k_1} = 0.348 \text{ N/m}$, $T_{k_2} = 0.030 3 \text{ N/m}$, $T_{d_1} = 2.58 \text{ mm}$, $T_{d_2} = 2.736 \text{ mm}$, $T_{\alpha} = 1.01^\circ$ 。从折纸机构优化前后等效阻力系数局部放大图(图 16b 和图 19)对比可以看出, 优化后任意时刻等效阻力系数的波动范围缩小, 同时不可靠区间减小, 构态切换失效概率降低(图 19 中阴影部分

面积较图 16b 减小)。选取构态切换时刻可靠度较低三个离散点对比优化前后等效阻力系数变化, 如表 5 所示, 同样可以看出优化效果。将优化后各参数的公差值代入变胞机构构态切换区间可靠度计算式中, 计算出折纸机构构态切换能力的可靠度从原来的 0.980 4 提升到 0.999 5。因此, 通过对折纸机构进行可靠性优化设计, 能够得到满足给定可靠度与经济性要求的各参数公差的最优分配方案。

表 5 折纸机构优化前后等效阻力系数对比

时刻	等效阻力系数 f_e	优化前	优化后
-17°	均值	1.052 2	1.052 2
	波动范围(%)	14.27	9.64
	失效概率(%)	0.22	0
-18°	均值	1.040 6	1.040 6
	波动范围(%)	13.84	9.41
	失效概率(%)	1.09	0.03
-19°	均值	1.043 5	1.043 5
	波动范围(%)	13.53	9.30
	失效概率(%)	0.63	0.01

6 结论

(1) 基于约束变胞机构的组成原理, 以主动件、Assur 杆组和包含变胞副的扩展 Assur 杆组为基本单元, 提出了约束变胞机构的模块化受力分析方法。基于变胞副等效阻力系数的定义和计算, 建立了确定性条件下的构态切换能力的评估模型。考虑系统内外部误差的随机性, 利用可靠性理论建立了约束变胞机构构态切换能力的概率评估模型。

(2) 基于约束变胞机构构态切换的可靠度计算模型, 对系统内外部参数进行可靠性灵敏度分析, 选取灵敏度较高的结构参数公差为设计变量, 建立以公差-成本模型为目标函数, 以给定的变胞机构构态切换可靠度和各参数的公差范围为约束条件的可靠性优化模型, 优化后的方案能够同时满足可靠性和经济性要求。

(3) 以折纸变胞机构的设计计算为例, 验证了论文提出的约束变胞机构构态切换可靠性优化设计方法的可行性和有效性。完成了折纸机构构态切换的可靠度计算与可靠性优化设计。可靠度计算表明:

构态切换成功的时刻可靠度 $R=1$, 区间可靠度 $R=0.980 4$ 。优化结果表明: 在重新分配关键参数的公差后, 折纸机构等效阻力系数波动范围缩小, 构态切换的区间可靠度从 $R=0.980 4$ 提高到 $R=0.999 5$, 满足了给定的可靠度要求并降低了成本。

参 考 文 献

- [1] DAI Jiansheng, REES J. Mobility in metamorphic mechanisms of foldable/erectable kinds[J]. Journal of Mechanical Design, 1999, 121(3): 375-382.
- [2] JIN Guoguang, ZHANG Qixian, DAI Jiansheng, et al. Dynamic modeling of metamorphic mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 16(1): 94-99.
- [3] 徐贺, 伏虎, 张振宇, 等. 五轮铰接式移动机器人的重构特性及分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2011, 32(9): 1233-1237.
XU He, FU Hu, ZHANG Zhenyu, et al. Reconfigurable characteristics and analysis of an articulated mobile robot with five wheels[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2011, 32(9): 1233-1237.
- [4] LI Shujun, DAI Jiansheng. Structure synthesis of single-driven metamorphic mechanisms based on the augmented Assur groups[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2012, 4(3): 031004-1-8.
- [5] LI Shujun, DAI Jiansheng. Advances in reconfigurable mechanisms and robotics I [M]. Tianjin: Springer Press, 2012.
- [6] KANNER O, DOLLAR A. Kinematic design of an underactuated robot leg for passive terrain adaptability and stability[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 5(3): 031006-1-9.
- [7] COPPOLA G, ZHANG D, LIU K, et al. Design of parallel mechanisms for flexible manufacturing with reconfigurable dynamics[J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(7): 071011-1-10.
- [8] WANG Rugui, CHEN Huiqing, LI Yexun, et al. Nonlinear dynamic model and simulation of a novel controllable metamorphic palletizing robot mechanism[C]// Proc. 2014 IFToMM Asian Conference on Mechanism and Machine Science, July 9-10, 2014, Tianjin University, Tianjin. Tianjin: IFToMM, 2014: DYMI-4.
- [9] 杨强, 王洪光, 李树军, 等. 含变胞运动副结构的约束变胞机构构型综合[J]. 机械工程学报, 2014, 50(13):

- 1-8.
- YANG Qiang, WANG Hongguang, LI Shujun, et al. Type synthesis of constrained metamorphic mechanisms with structural forms of the metamorphic joints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(13): 1-8.
- [10] LI Shujun, WANG Hongguang, YANG Qiang. Constraint force analysis of metamorphic joints based on the augmented Assur groups[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(4): 747-755.
- [11] WANG Qingchuan, QUAN Qiquan, DENG Zongquan, et al. An underactuated robotic arm based on differential gears for capturing moving targets; Analysis and design[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2016, 8(4): 041012-1-13.
- [12] 王汝贵, 陈辉庆, 戴建生. 新型可控变胞式码垛机器人机构动态稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(13): 39-47.
- WANG Ruigui, CHEN Huiqing, DAI Jiansheng. Dynamic stability study of a novel controllable metamorphic palletizing robot mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(13): 39-47.
- [13] QIAO Shangling, GUO Hongwei, LIU Rongqiang, et al. Self-adaptive grasp process and equilibrium configuration analysis of a 3-DOF UACT robotic finger[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 133: 250-266.
- [14] 宋艳艳, 畅博彦, 金国光, 等. 变胞机构构态切换时的冲击问题分析与仿真研究[J]. 机械工程学报, 2020, 56(17): 48-58.
- SONG Yanyan, CHANG Boyan, JIN Guoguang, et al. Analysis and simulation of impact problem of metamorphic mechanism considering configuration transformation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(17): 48-58.
- [15] SONG Yanyan, CHANG Boyan, JIN Guoguang, et al. Research on dynamics modeling and simulation of constrained metamorphic mechanisms[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 2021, 45(2): 321-336.
- [16] YANG Qiang, HAO Guangbo, LI Shujun, et al. Practical structural design approach of multicon guration planar single-loop metamorphic mechanism with a single actuator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2020, 33(5): 29-43.
- [17] 刘胜利, 王兴东, 孔建益, 等. 多源不确定性下平面变胞机构运动可靠性分析[J]. 机械工程学报, 2021, 57(17): 64-75.
- LIU Shengli, WANG Xingdong, KONG Jianyi, et al. Kinematic reliability analysis of planar metamorphic mechanism with multi-source uncertainties[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(17): 64-75.
- [18] 周杨, 畅博彦, 金国光, 等. 面向变胞机构动力学建模的变拓扑构型数学描述方法[J]. 机械工程学报, 2022, 58(9): 49-61.
- ZHOU Yang, CHANG Boyan, JIN Guoguang, et al. Mathematic description method of variable topology configuration for dynamic modeling of metamorphic mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(9): 49-61.
- [19] 于靖军, 刘凯, 孔宪文. 多模式机构研究进展[J]. 机械工程学报, 2020, 56(19): 14-27.
- YU Jingjun, LIU Kai, KONG Xianwen. State of the art of multi-mode mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19): 14-27.
- [20] 王汝贵, 陈辉庆. 变胞机构多失效模式运动可靠性分析与优化[J]. 机械工程学报, 2021, 57(11): 184-194.
- WANG Rugui, CHEN Huiqing. Analysis and optimization on kinematic reliability of metamorphic mechanisms with multiple failure modes[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(11): 184-194.
- [21] SIMIONESCU P. Kinematics of the RRR, RRT (passive) and RRRR, RRRT (active) linkage-mechanism building blocks with applications and reporting of new findings[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2019, 11(6): 1-24.
- [22] 谢里阳. 机械可靠性理论、方法及模型中若干问题评述[J]. 机械工程学报, 2014, 50(14): 27-35.
- XIE Liyang. Issues and commentary on mechanical reliability theories, methods and models[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(14): 27-35.
- [23] SHAN S, WANG G. Reliable design space and complete single-loop reliability-based design optimization[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(8): 1218-1230.
- [24] 张义民, 黄贤振, 贺向东, 等. 平面连杆机构运动精度可靠性灵敏度设计[J]. 工程设计学报, 2008(1): 25-28.
- ZHANG Yimin, HUANG Xianzhen, HE Xiangdong, et al. Reliable sensitivity design for kinematics accuracy of planar linkage mechanism[J]. Journal of Engineering Design, 2008(1): 25-28.
- [25] 张义民, 朱丽莎, 唐乐, 等. 刚柔混合非线性转子系统的动态应力可靠性及可靠性灵敏度研究[J]. 机械工程

学报, 2011, 47(2): 159-165.

ZHANG Yimin, ZHU Lisha, TANG Le, et al. Dynamical stress reliability and sensitivity analysis of nonlinear rotor system with rigid-flexible structure[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(2): 159-165.

- [26] 颜珍, 郭润兰. 含间隙平面机构的精度优化设计[J]. 机械制造, 2013, 51(10): 42-44.

YAN Zhen, GUO Runlan. Precision optimization design of plane mechanism with gap[J]. Machinery, 2013, 51(10): 42-44.

作者简介: 杨强(通信作者), 男, 1980 年出生, 副教授。主要研究方向为机器人机构学和机构可靠性。

E-mail: qiangyang@mail.neu.edu.cn

孙本奇, 男, 1996 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机构可靠性。

E-mail: 1970180@stu.neu.edu.cn

李树军, 男, 1955 年出生, 教授。主要研究方向为机构学、机器人机构学和变胞机构。

E-mail: shjunli@mail.neu.edu.cn

戴建生, 男, 1954 年出生, 伦敦大学国王学院首席教授。主要研究方向为旋量理论和系统、变胞机构、可重构机构、抓举理论、康复机器人、医疗机器人和包装机器人。

E-mail: jian.dai@kcl.ac.uk