

DOI: 10.3901/JME.2022.24.264

# 基于线性时变模型预测控制的自主车辆轨迹跟踪 控制器设计与验证<sup>\*</sup>

庞辉 刘楠 刘敏豪 张凤奇

(西安理工大学机械与精密仪器工程学院 西安 710048)

**摘要:** 随着自动驾驶技术的快速发展,精确的轨迹跟踪已经成为汽车工业和学术领域公认的实现自主车辆运动控制的核心技术之一。为提高自主车辆轨迹跟踪的实时性与准确性,提出一种应用于自主车辆的线性时变模型预测跟踪控制器(Linear time-varying model predictive controller, LTV-MPC)设计方法。根据运动学原理建立某自主无人小车的二自由度运动学模型,其次,基于该模型构建车辆轨迹跟踪系统的误差模型并利用线性参数化理论对其进行离散化,在模型预测控制框架内将该轨迹跟踪控制器的设计转化为一个线性二次规划最优问题。在一个实际搭建的自主车辆试验平台上对所提出控制器的有效性进行不同预设参考路径轨迹下的实车验证,结果表明,该自主车辆能够对所预设的实际参考道路轨迹进行快速、准确的轨迹跟踪控制,且具有较好的行驶稳定性。

**关键词:** 自主车辆; 线性时变理论; 模型预测控制器; 轨迹跟踪控制

## Design and Validation of Trajectory Tracking Controller for Autonomous Vehicle Based on Linear Time-varying MPC Method

PANG Hui LIU Nan LIU Minhao ZHANG Fengqi

(School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048)

**Abstract:** With the rapid development and implementation of autonomous driving technology, accurate trajectory tracking for such autonomous vehicles(AVs) has become one of core techniques for fulfilling the AVs motion control in automobile industry and academic research areas. To improve the real-time and accuracy performance of trajectory tracking for the AVs, it is proposed a comprehensive linear time-varying model predictive controller(LTV-MPC) applied to a certain AV. First, a two-degree-of-freedom kinematic model of an AV is constructed in terms of vehicle kinematics principle, Next, based on this 2-DOF kinematic model of AV, a dynamic error model of vehicle's trajectory tracking system is derived using linear time-varying theory, and this model is then linearized by a successive linearization, and the design of this desirable trajectory tracking controller is transformed to a quadratic programming optimized problem in the framework of model predictive control. Finally, the effectiveness of the proposed controller is validated on a self-established test platform under various prescribed reference road trajectories, the results show that this AV with the proposed LTV-MPC can track the prescribed reference road trajectories with high speed and precision, as well as good stability for the AV under various driving conditions.

**Key words:** autonomous vehicle; linear time-varying theory; model predictive controller; trajectory tracking control

## 0 前言

精准的轨迹跟踪可以提高自主车辆的安全性和

稳定性,因此,对自主车辆进行有效地轨迹跟踪是汽车底层控制的基本问题,亦是实现车辆自主运动并执行相应任务的技术基础<sup>[1-3]</sup>。轨迹跟踪指的是跟踪一条以时间为参数的道路曲线(参考轨迹),不仅

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51675423, 51905419)。20220125 收到初稿, 20220725 收到修改稿

对路径有要求,同时对跟踪速度和时间也有要求,即在特定的时间到达特定的位置<sup>[4]</sup>。

自主车辆是一个强非线性、具有多重约束的复杂过驱动系统。当前,已有诸多学者提出了应用于自主车辆轨迹跟踪的若干控制方法,如滑模控制方法<sup>[5-6]</sup>、基于视觉的控制方法<sup>[7]</sup>、模糊逻辑方法<sup>[8-9]</sup>、鲁棒控制方法<sup>[10-11]</sup>和神经网络方法<sup>[12-13]</sup>等。但现有的控制方法中,大多数都是通过预设好的道路条件或者以提前获得的训练数据集为基础进行自主车辆的轨迹跟踪研究,且多基于仿真手段进行研究。比如文献[14]提出了一种参数化批量强化学习算法(Parametrized batch actor-critic, PBAC)用于陆地自主汽车的纵向车速控制,该算法的主要优点是可自适应地调整燃油/制动控制信号以实现不同行驶车速的跟踪控制。文献[15]提出了一种新型自适应神经网络调节的路径跟踪控制器,采用了积分滑模控制的神经网络,同时引入补偿策略以最大限度减少路面信号对车辆的干扰,仿真结果表明所提出的自适应神经网络控制器能够有效地跟踪所规划的路径。然而,现有大多数的控制方法难以根据当前的汽车状态来预测系统未来的输入和输出,同时在线迭代计算的优化控制具有较大的计算量,这显然无法满足自动驾驶车辆实时控制需求。

模型预测控制(Model predictive control, MPC)方法<sup>[16-17]</sup>利用已知模型和其当前状态量来预测系统未来的输入、输出偏差,通过在线时域滚动优化和反馈校正方法确定系统当前的最优控制目标值,具有实时性、全局性和鲁棒性的特点,其作为一种非常有前景的控制方法在自主车辆的轨迹跟踪中得到广泛应用<sup>[18-24]</sup>。为实现自主车辆的转向避让操作,文献[21]提出了一种针对转向控制器的MPC设计方法,仿真和试验结果验证了所提出转向控制器的优越性。类似地,文献[22]提出了一种基于模型预测控制的路径跟踪算法,通过应用二次规划优化方法(Quadratic programming, QP)计算转向指令的最优轨迹,同时结合转向执行系统的动态特性实现自动驾驶车辆精确、平滑的轨迹跟踪。文献[23]构建了一种无人驾驶车辆运动学和动力学集成模型,并提出了基于MPC的路径跟踪控制器,在不同速度和道路摩擦因数下进行了VE-DYNA-Simulink联合仿真,结果表明该算法具有良好的跟踪性能。文献[24]提出了一种具有循环神经网络记忆细胞的模型预测控制方法,用于预测驾驶员行为,从而提高自主车辆的轨迹跟踪性能。文献[25]提出一种智能汽车的横向轨迹跟踪控制器,用于在极限工况下对车辆进行精

确的轨迹跟踪,基于Simulink和CarSim进行了联合仿真分析,结果表明所设计的控制器控制精度优于CarSim内置的OPC控制器。文献[26]针对自动驾驶车辆的转向避障问题提出了一种基于MPC理论的分层避障控制策略,仿真结果表明上层控制器能实时准确的规划局部避障路径,下层控制器能够稳定地跟踪避障路径。

文献[21-26]均在仿真条件下对控制器进行性能分析,缺乏有效的试验验证。此外,若被控模型过于复杂,则会显著增加MPC在线迭代计算量,降低其实时性,这也会阻碍MPC控制器的实际应用<sup>[27]</sup>。

因而,为减轻MPC控制器的在线计算负担,一些学者开展了包括显式MPC<sup>[28]</sup>、控制块方法<sup>[29]</sup>、差值控制方法<sup>[30]</sup>在自动驾驶车辆控制中的相关应用研究。比如:文献[29]提出了一种应用于智能车辆自适应巡航控制的快速在线MPC控制器框架,可以有效降低MPC控制器的在线计算负担,在预测时域内松弛不等式约束以实现控制器的优化求解。

线性时变理论(Linear time-varying, LTV)同样是一种可以减轻MPC控制器在线计算负担的方法<sup>[31]</sup>,它的优势在于可以将非线性模型转化成依赖于某些变量的线性模型组合。相比于非线性模型的MPC控制器,其最大的优点在于可以降低计算的复杂度,实时性更好,更适用于自主车辆的运动控制。例如,在文献[32]中,作者将LTV的思想引入到自主车辆的横、纵向运动控制中,仿真结果表明该方法在控制车辆动态行为方面具有重要价值。

受上述讨论启发,本文提出了一种基于线性时变模型预测控制(LTV-MPC)的自主车辆轨迹跟踪控制器。本文主要贡献如下:首先建立了一个无人驾驶自主小车的二自由度运动学模型。其次,基于线性时变理论构建了车辆轨迹跟踪的动态误差模型,利用局部线性化方法对其进行离散,在模型预测控制框架下将其转化为最优QP问题,通过对所求解的控制序列设置上下界和松弛因子,保证了自主车辆轨迹跟踪的精确性和稳定性。最后,基于MATLAB开发了控制算法并将其下载到Arduino开发板上完成控制器开发,在所搭建的实车测试平台中对所提出的LTV-MPC控制器进行试验分析与验证。

## 1 自主车辆运动学建模

本文利用自主车辆的两自由度(2-DOF)运动学模型来设计控制器。自主车辆通过前轮实现转向操

作、后轮驱动实现车辆纵向行驶,假定车辆运动中轮胎侧偏角不发生变化、且纵向车速  $v_r$  为恒定值。自主车辆二自由度运动学模型如图 1 所示,在笛卡尔坐标系中,  $A(X_f, Y_f)$  和  $B(X_r, Y_r)$  分别表示前轴和后轴的中心,车辆二自由度运动学模型的其他相关符号如表 1 所示。

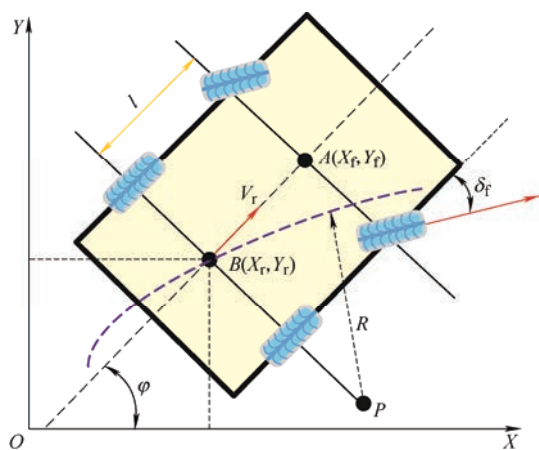


图 1 自主车辆二自由度运动学模型

表 1 车辆运动学模型参数

符号	描述
$A(X_f, Y_f)$	前轴轴心
$B(X_r, Y_r)$	后轴轴心
$\varphi$	车身横摆角
$v_r$	后轮速度
$l$	轴距
$\delta_f$	前轮偏转角
$R$	瞬时转向半径
$P$	瞬时转向中心
$\omega$	车身横摆率

为了便于推导该自主车辆的运动学方程,引入了所示的车辆转向示意图,图中各符号含义见表 1。需要说明的是,  $P$  为瞬时转向中心,  $R$  为瞬时转向半径。

根据图 1 所示的该自主车辆运动学关系,  $v_r$  可以表示为

$$v_r = \dot{X}_r \cos \varphi + \dot{Y}_r \sin \varphi \quad (1)$$

此外,根据车辆前后轴的运动学约束关系,我们可以得到

$$\dot{X}_f \sin \varphi = \dot{Y}_r \cos \varphi \quad (2)$$

$$\dot{X}_f \sin(\varphi + \delta_f) = \dot{Y}_f \cos(\varphi + \delta_f) \quad (3)$$

由式(1)和(2)可得

$$\begin{cases} \dot{X}_r = v_r \cos \varphi \\ \dot{Y}_r = v_r \sin \varphi \end{cases} \quad (4)$$

另外,  $A$  点和  $B$  点的坐标关系满足

$$\begin{cases} X_f = X_r + l \cos \varphi \\ Y_f = Y_r + l \sin \varphi \end{cases} \quad (5)$$

假定  $\varphi$  的导数 ( $\dot{\varphi}$ ) 表示为  $\omega$ , 将式(4)代入式(5)的导数中可得

$$\begin{cases} \dot{X}_f = v_r \cos \varphi + l \dot{\varphi} \cos \varphi \\ \dot{Y}_f = v_r \sin \varphi + l \dot{\varphi} \sin \varphi \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(3), 可以得到

$$\dot{\varphi} = \omega = \frac{v_r}{l} \tan \delta_f \quad (7)$$

现在, 很容易得到  $R$  和  $\delta_f$  的表达式为

$$\begin{cases} R = \frac{v_r}{\omega} \\ \delta_f = \arctan \frac{l}{R} \end{cases} \quad (8)$$

综合式(4)和(7)可得

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{Y}_r \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ \tan \delta_f / l \end{pmatrix} v_r \quad (9)$$

至此, 根据式(8)该自主车辆的运动学状态方程可表示为

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_r \\ \dot{Y}_r \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_r \\ \omega \end{pmatrix} \quad (10)$$

定义  $\xi_{kout} = (X_r \ Y_r \ \varphi)^T$  为系统输出变量,  $u_{kin} = (v_r \ \omega)^T$  为系统的控制输入变量, 则公式(10)的运动学状态空间方程可重写为

$$\dot{\xi}_{kout} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u_{kin} \quad (11)$$

## 2 LTV-MPC 控制器设计

基于上述建立的自主车辆运动学模型, 本节开发了一种新型的线性时变参数模型预测控制器, 用于实现不同道路行驶条件下的车辆轨迹跟踪, 其控制框架如图 2 所示。

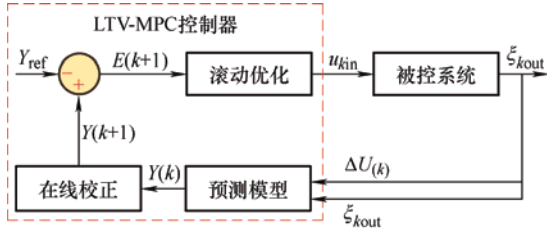


图2 MPC控制原理框图

该 LTV-MPC 控制器由预测模型、在线校正和滚动优化组成。预测模型是根据系统控制时域内输出的状态量,在预测时域内进行状态估计,不同于传统的模型预测控制器(Traditional model predictive control, TMPC),此处的预测模型中,我们将线性与非线性项都进行了离散化,不仅降低了计算的复杂度,并且提高了实时性。在线校正模块根据  $k$  时刻系统的状态估计值来计算  $k+1$  时刻的系统状态估计值,滚动优化模块是根据  $k+1$  时刻的估计误差值计算  $k+1$  时刻被控系统的控制输入  $u_{kin}$ 。

## 2.1 误差模型的建立

由式(10)可知,其普通形式为

$$\dot{\chi} = f(\chi, u) \quad (12)$$

对于给定的参考轨迹  $\chi_{ref}$ , 其参考轨迹上的任何一点满足方程式(12), 可以表示为

$$\dot{\chi}_{ref} = f(\chi_{ref}, u_{ref}) \quad (13)$$

式中,  $\chi_{ref} = (x_{ref} \ y_{ref} \ \varphi_{ref})^T$ ,  $u_{ref} = (v_{ref} \ \omega_{ref})^T$ , 角标 ref 代表参考量。

将式(12)在任一参考轨迹点处采用泰勒级数展开, 只保留一阶项, 忽略高阶项, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\chi} = f(\chi_{ref}, u_{ref}) + \frac{\partial f(\chi, u)}{\partial \chi} \bigg|_{\substack{\chi=\chi_{ref} \\ u=u_{ref}}} (\chi - \chi_{ref}) + \\ \frac{\partial f(\chi, u)}{\partial u} \bigg|_{\substack{\chi=\chi_{ref} \\ u=u_{ref}}} (u - u_{ref}) \end{aligned} \quad (14)$$

用式(14)减去式(13), 得到跟踪误差系统为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\chi}} = \begin{pmatrix} \dot{x} - \dot{x}_{ref} \\ \dot{y} - \dot{y}_{ref} \\ \dot{\varphi} - \dot{\varphi}_{ref} \end{pmatrix} + (u - u_{ref}) = \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v_{ref} \sin \varphi_{ref} \\ 0 & 0 & v_{ref} \cos \varphi_{ref} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_{ref} \\ y - y_{ref} \\ \varphi - \varphi_{ref} \end{pmatrix} + \\ \begin{pmatrix} \cos \varphi_{ref} & 0 \\ \sin \varphi_{ref} & 0 \\ \frac{\tan \delta_{ref}}{l} & \frac{v_{ref}}{l \cos^2 \delta_{ref}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v - v_{ref} \\ \delta - \delta_{ref} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

为推导 LTV-MPC 控制器, 对式(15)进行离散化

可得如下离散的线性误差系统模型

$$\tilde{\chi}(k+1) = A_k \tilde{\chi}(k) + B_k \tilde{u}(k) \quad (16)$$

式中,  $k$  为离散采样时间点, 方程系数矩阵  $A_k$ 、 $B_k$  分别为

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -v_{ref} \sin \varphi_{ref} T \\ 0 & 1 & v_{ref} \cos \varphi_{ref} T \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_k = \begin{pmatrix} \cos \varphi_{ref} T & 0 \\ \sin \varphi_{ref} T & 0 \\ \frac{\tan \delta_{ref}}{l} T & \frac{v_{ref}}{l \cos \delta_{ref}} T \end{pmatrix}$$

其中,  $T$  为采样时间。在控制器的设计过程中, 通常采用  $\Delta U(k)$  作为实际控制增量, 这样做的好处是不仅可以控制  $\Delta U(k)$ , 而且可以避免计算过程中无可行解。

因此, 需要改变系统的反馈量, 使模型控制的输入为  $\Delta U(k)$  而不是  $u(k)$ , 这里引入一个新的状态变量  $\xi_{kout}(k+1)$  为

$$\begin{cases} \xi_{kout}(k+1) = \begin{pmatrix} \xi_{kout}(k) \\ \Delta u(k) \end{pmatrix} \\ \Delta U(k) = (\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N_c-1)) \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $\Delta U(k)$  是通过求解目标函数得到的。

通过合并系统的状态量和控制量, 可以得到一个新的状态空间表达式

$$\begin{cases} \xi_{kout}(k+1) = \tilde{A}_k \xi_{kout}(k) + \tilde{B}_k \Delta u(k) \\ \eta(k+1) = \tilde{C}_k \xi_{kout}(k+1) \end{cases} \quad (18)$$

式(18)中每一个系数矩阵定义为

$$\begin{cases} \tilde{A}_k = \begin{pmatrix} A_k & B_k \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} & I_2 \end{pmatrix} \\ \tilde{B}_k = \begin{pmatrix} B_k \\ I_2 \end{pmatrix} \\ \tilde{C}_k = (I_3 \ \mathbf{0}_{2 \times 3}) \end{cases} \quad (19)$$

需要注意的是,  $I_2$  是 2 阶的单位矩阵,  $I_3$  为 3 阶的单位矩阵, 为了提高模型预测控制器的求解速度, 对预测时域和控制时域的输出状态变量都进行了线性化处理。定义系统的预测时域为  $N_p$ , 控制时域为  $N_c$ , 则在预测时域内的状态量和系统输出可由式(20)和(21)获得

$$\begin{aligned} \xi_{kout}(k+N_p) = \tilde{A}_k^{N_p} \xi_{kout}(k) + \\ \tilde{A}_k^{N_p-1} \tilde{B}_k \Delta u(k) + \dots + \\ \tilde{A}_k^{N_p-N_c-1} \tilde{B}_k \Delta u(k+N_c) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}\eta(k+N_p) = & \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p} \xi_{kout}(k) + \\ & \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p-1} \tilde{B}_k \Delta u(k) + \dots + \\ & \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p-N_c-1} \tilde{B}_k \Delta u(k+N_c)\end{aligned}\quad (21)$$

为了更清楚地显示各变量之间的关系, 将式(21)的输出用矩阵向量可表示为

$$Y(k+N_p) = \Psi_k \xi_{kout}(k+N_p) + \Theta_k \Delta U(k) \quad (22)$$

通过求解式(22), 可以根据当前状态量  $\xi_{kout}(k)$  和控制时域的增量  $\Delta U(k)$  计算出预测时域内系统状态量  $\xi_{kout}(k+N_p)$  和系统输出量  $\eta(k+N_p)$ , 从而实现 LTV-MPC 控制器的预测功能, 其中相关向量和系数矩阵如下

$$\begin{aligned}Y(k+N_p) &= \begin{pmatrix} \eta(k+1) \\ \eta(k+2) \\ \dots \\ \eta(k+N_c) \\ \dots \\ \eta(k+N_p) \end{pmatrix} \quad \Psi_k = \begin{pmatrix} \tilde{C}_k \tilde{A}_k \\ \tilde{C}_k \tilde{A}_k^2 \\ \dots \\ \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_c} \\ \dots \\ \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p} \end{pmatrix} \\ \Delta U(k) &= \begin{pmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \dots \\ \Delta u(k+N_c) \end{pmatrix} \\ \Theta_k &= \begin{pmatrix} \tilde{C}_k \tilde{B}_k & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}_k \tilde{A}_k \tilde{B}_k & \tilde{C}_k \tilde{B}_k & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_c-1} \tilde{B}_k & \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p-1} \tilde{B}_k & \tilde{C}_k \tilde{B}_k & \dots \\ \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_c-1} \tilde{B}_k & \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p-1} \tilde{B}_k & \tilde{C}_k \tilde{A}_k \tilde{B}_k & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p-1} \tilde{B}_k & \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p-1} \tilde{B}_k & \tilde{C}_k \tilde{A}_k^{N_p-N_c-1} \tilde{B}_k & \dots \end{pmatrix}\end{aligned}$$

## 2.2 目标函数的设计

由于系统增量  $\Delta U(k)$  不是由被控对象通过传感器获得的, 并且没有办法估计, 所以只有设定一个合适的优化目标, 求解后才能得到控制时域内的最优控制增量  $\Delta U(k)$ , 并将序列中  $\Delta U(k)$  的第一个元素加入到未来系统状态量和输出的计算中。

为了使自主车辆在跟随过程中路径和速度的误差最小化, 设定目标函数为

$$\begin{aligned}J(k) = & \sum_{i=1}^N \tilde{x}^T \left( k + \frac{i}{k} \right) Q \tilde{x}(k+i) + \\ & \tilde{u}^T(k+i-1) R \tilde{u}^T(k+i-1)\end{aligned}\quad (23)$$

式中,  $Q$  反映的是系统参考轨迹的跟随能力,  $R$  反映的是跟随控制的稳定性,  $i$  为预测步长。

对于式(23), 由于该优化问题的迭代很难直接进行评估计算, 我们将其转化为典型的二次规划问

题, 为了对  $\Delta U(k)$  作为目标函数的状态量进行精确约束, 将优化目标函数转化为

$$\begin{aligned}J(\xi_{kout}(k), u_{kin}(k-1), \Delta U(k)) = & \sum_{i=1}^{N_p} \|\eta(k+i) - Y_{ref}(k+i)\|_Q^2 + \\ & \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i)\|_R^2\end{aligned}\quad (24)$$

总的来说, 整个目标函数的目的是使系统在跟踪过程中保持精度, 同时保持汽车的稳定性, 这与我们设计控制器的初衷是一致的。在实际的控制系统中, 应该满足如下关于系统状态量和控制量的些约束条件。

对于控制变量  $u_{kin}(k)$ , 它的约束条件是

$$\begin{cases} u_{min}(k) \leq u_{kin}(k) \leq u_{max}(k) \\ k = 0, 1, \dots, N_c - 1 \end{cases}\quad (25)$$

对于控制增量  $\Delta u(k)$ , 它的约束条件是

$$\begin{cases} \Delta u_{min}(k) \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{max}(k) \\ k = 0, 1, \dots, N_c - 1 \end{cases}\quad (26)$$

对于控制输出  $\xi_{kout}(k)$ , 它的约束条件是

$$\begin{cases} \xi_{min}(k) \leq \xi_{kout}(k) \leq \xi_{max}(k) \\ k = 0, 1, \dots, N_c - 1 \end{cases}\quad (27)$$

由于自主车辆轨迹跟踪系统是一个实时系统, 为了保证优化目标在每一时刻都有可行的解, 所以在优化目标中加入了一个松弛因子, 避免系统发生无解的情况, 具体的数学表达式为

$$\begin{aligned}J(\xi_{kout}(k), u_{kin}(k-1), \Delta U(k)) = & \sum_{i=1}^{N_p} \|\eta(k+i) - Y_{ref}(k+i)\|_Q^2 + \\ & \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i)\|_R^2 + \rho \varepsilon^2\end{aligned}\quad (28)$$

式中,  $Y_{ref}$  为相应时刻轨迹的参考值,  $\rho$  为加权系数,  $\varepsilon$  为松弛系数。

将式(22)代入优化目标式(28)中, 并且在预测的时域  $N_p$  中, 系统输出的偏差表示为

$$E(k+1) = Y(k+1) - Y_{ref}(k+1) \quad (29)$$

众所周知, MATLAB 中的 LMI 工具箱是解决此类 QP 优化问题的一种求解器。为了方便计算机求解, 使用 MATLAB 的 LMI 工具箱求解该优化问题, 因此可以将相应矩阵的目标函数  $\Delta U(k)$  调整为 QP 形式。

$$\begin{aligned}J(\xi_{kout}(k), u_{kin}(k-1), \Delta U(k)) = & [\Delta U(k)^T, \varepsilon]^T H_k [\Delta U(k)^T, \varepsilon]^T + \\ & G_k [\Delta U(k)^T, \varepsilon]^T + P_k\end{aligned}\quad (30)$$



$$H_k = \begin{pmatrix} \Theta_k^T Q_e \Theta_k + R_e & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix}$$

$$G_k = (2E(k+1)^T Q_e \Theta_k \quad 0)$$

$$P_k = (E(k+1)^T Q_e E(k+1))$$

假定  $P_k$  为常数, 则模型预测控制的有界解问题可转化为下面的 QP 问题

$$\begin{aligned} \min_{\Delta U(k), \varepsilon} & \left[ \Delta U(k)^T, \varepsilon \right]^T H_k \left[ \Delta U(k)^T, \varepsilon \right]^T + G_k \left[ \Delta U(k)^T, \varepsilon \right]^T \\ \text{s. t. } & \Delta U_{\min} \leq \Delta U(k+1) \leq \Delta U_{\max} \quad k=0,1,\dots,N_c-1 \\ & U_{\min} \leq u(k) \leq \sum_{i=k}^k U_{\max} \quad k=0,1,\dots,N_c-1 \\ & Y_{\min} - \varepsilon \leq \Psi_k \xi_{\text{kout}}(k+1) + \Theta_k \Delta U(k) \\ & \leq Y_{\max} + \varepsilon \quad k=0,1,\dots,N_c-1 \end{aligned} \quad (31)$$

式中,  $\varepsilon > 0$ 。

通过求解式(31), 可得到  $\Delta U(k)$ , 进一步得到  $u_{\text{kin}}(k)$ , 将最优控制序列  $u_{\text{kin}}(k)$  的第一项作为该自主车辆未来时刻的输入, 从而实现轨迹跟踪的闭环控制。

控制序列  $u_{\text{kin}}(k)$  可表示为

$$u_{\text{kin}}(k+1) = u_{\text{kin}}(k+1) - \Delta u(k+1) \quad (32)$$

该增量  $\Delta U(k)$  只适用于系统的当前时刻, 下一时刻就会有新的预测输出。在这种情况下, 将本节所描述的目标函数再次求解, 以获得可应用于受控系统下一刻的最新控制序列, 从而实现系统的最优滚动控制。

### 3 试验结果

为验证所提出 LTV-MPC 控制器的有效性及可靠性, 本文搭建的自主车辆户外实车测试平台如图 3 所示, 户外实车测试的场景如图 4 所示。需要说明的是, 该自主车辆行驶中的大地坐标系可从轨迹地图获得, 我们使用一辆 1:10 等比例缩小的无人自主小车 BT-4 开展相关实车测试, 车辆基本配置参数见表 2。

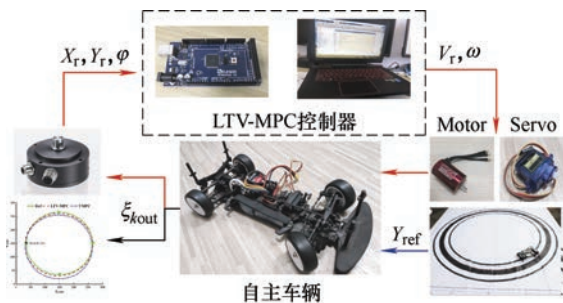


图3 试验系统原理图

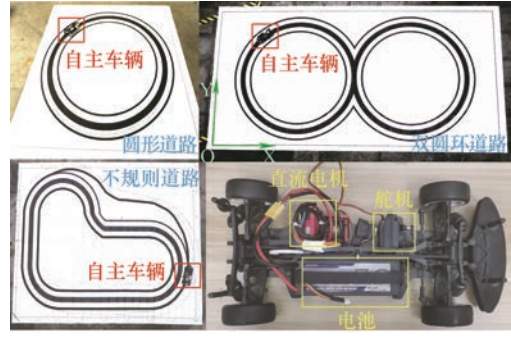


图4 户外实车测试场景图

表2 无人自主小车参数

名称	数值
轴距 $l/\text{cm}$	26
后轮速度 $v_r/(\text{m/s})$	1
舵机工作电压/V	6.6
舵机扭力/(kg/cm)	13
直流电机 KV 值	13.5 T-3400 KV
电池工作电压/V	7.4

在该自主小车改进后开展本文设计的 LTV-MPC、传统模型预测控制器(Traditional MPC, TMPC)的实地测试验证。这里预设的参考轨迹包括一个单圆环、双圆以及不规则道路轨迹, 在本文试验环境下, 该自主小车前轮转向时不考虑任何的偏转角度, 车速设为恒定值, 在文献[33]中以纵向速度为 1 m/s 进行路径跟踪仿真, 本文所用自主车辆为 1:10 等比例缩小的模型车, 其纵向速度也设置为  $v_r = 1 \text{ m/s}$ 。控制的开发及实现过程为: 在上位机中编写好 Matlab 控制器程序, 通过编译下载到基于 Arduino (MEGA2560R3)开发板上完成控制器开发。BT-4 赛车有一个用来转向的舵机和一个用于后轮驱动的直流电机, 两个电机都是连接到 Arduino 开发板上, 其中包括 54 个数字输入输出引脚, 16 位脉冲宽度调制(Pulse width modulation, PWM)的驱动器。该自主车辆运行中的实际状态量由安装在车辆上的红外传感器实时测量获得; 试验车的参考量是将预设的参考路径轨迹输入到所设计的 LTV-MPC 控制器中; 试验车的控制量由 LTV-MPC 控制器根据实时跟踪误差进行计算并输出控制指令, 进而对舵机进行控制以修正轨迹跟踪的偏移量。由于试验测试条件的限制, 我们只获取了 BT-4 赛车在大地坐标系下的原始数据(x, y), 利用这些点来绘制出实际赛车的轨迹跟踪情况。其中, 自主车辆运动状态的

均方根误差(Root mean square error, RMSE)计算表达式(34)由式(33)来计算

$$\begin{cases} x_{\text{RMSE}} = \frac{\|x - x_{\text{ref}}\|}{\sqrt{n}} = \frac{\|x_{\text{err}}\|}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{\text{err}}^2} \\ y_{\text{RMSE}} = \frac{\|y - y_{\text{ref}}\|}{\sqrt{n}} = \frac{\|y_{\text{err}}\|}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{\text{err}}^2} \end{cases} \quad (33)$$

式中,  $x_{\text{err}}$  为车辆 X 轴方向误差,  $y_{\text{err}}$  为车辆 Y 轴方向误差,  $(x, y)$  表示车辆运动状态,  $(x_{\text{ref}}, y_{\text{ref}})$  表示参考轨迹的坐标值,  $n$  表示采样点。

### 3.1 圆形道路测试

在半径 2.5 m 的环形道路轨迹上进行现场试验, 从初始点  $(x_0, y_0) = (32, 150)$  出发。图 5 是参考轨迹和 TMPC 控制器及所设计的 LTV-MPC 控制器的实际跟踪响应曲线。此外, 图 6 绘制了圆形轨迹下两种 MPC 控制器的跟踪误差曲线。

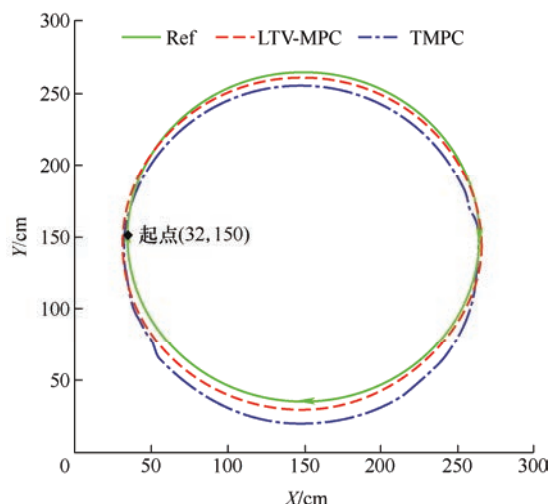
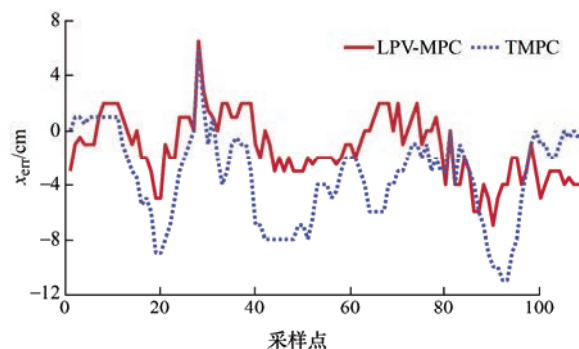


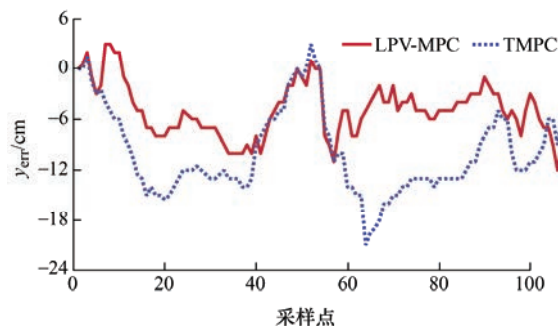
图5 圆形轨迹下两种控制器的跟踪响应曲线

由图 5 可以看出, 两种 MPC 控制器都可以较好地跟踪上圆形道路参考轨迹, 相比之下, LTV-MPC 控制器跟随参考轨迹的效果更优, 而 TMPC 控制器在跟随的过程中有较明显偏离参考轨迹的趋势。从图 6a 及 6b 可以看出, 该自主车辆的两种状态  $x$ 、 $y$  总体上都有趋近于零的趋势, 然而 LTV-MPC 控制器的跟踪误差波动明显小于 TMPC 控制器的跟踪误差波动。

具体来说, 所提出的 LTV-MPC 控制器在 X 方向上的最大的误差值约为 6 cm, 而 TMPC 控制器在 X 方向上最大的误差约为 11 cm; LTV-MPC 控制器在 Y 方向上的最大的误差值约为 10 cm, 而 TMPC 控制器在 X 方向上最大的误差约为 23 cm。



(a) 圆形轨迹下X方向跟踪误差



(b) 圆形轨迹下Y方向跟踪误差

图6 圆形轨迹下两种控制器的跟踪误差曲线

此外, 为了对两种 MPC 控制器的 RMSE 值进行定量比较, 图 7 给出了圆形路径轨迹仿真下车辆运动状态  $x$ 、 $y$  的 RMSE 值。由图 7 可知, 与 TMPC 相比, 应用 LTV-MPC 控制器的车辆运动状态  $x$ 、 $y$  的 RMSE 有效值可分别降低约 44.54%、47.36%。

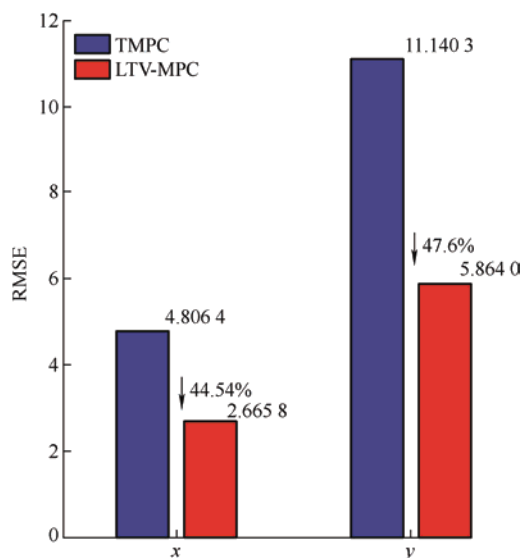


图7 圆形轨迹下两种控制器运动状态 RMSE 值

### 3.2 双圆环道路测试

在半径为 2.5 m 的双圆环道路轨迹上进行试验, 从初始点  $(x_0, y_0) = (300, 150)$  出发。图 8 是参考轨迹、TMPC 以及所提出的 LTV-MPC 控制器的实际跟踪响应曲线。此外, 图 9 绘制了双圆环轨迹下两种

MPC 控制器的跟踪误差曲线。

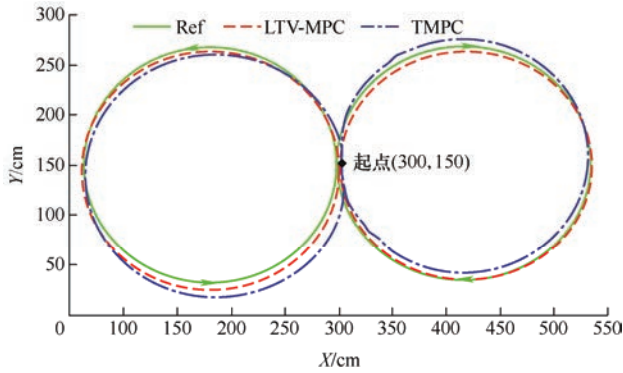
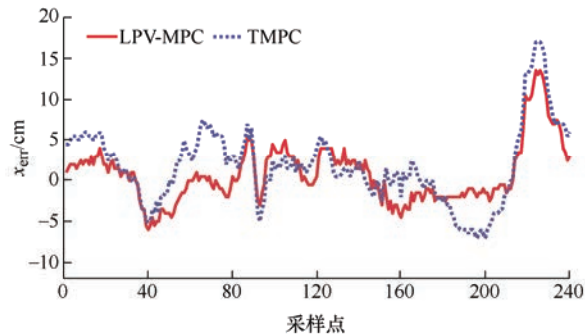
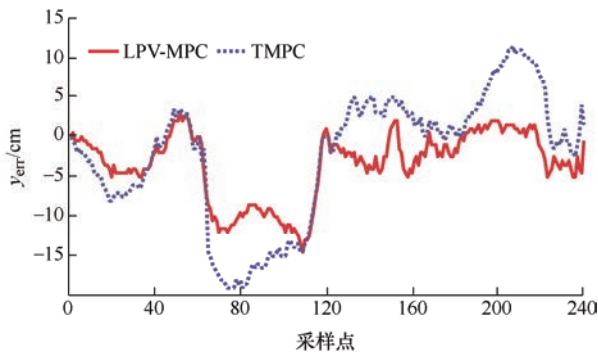


图 8 双圆环轨迹下两种控制器的跟踪响应曲线



(a) 双圆环轨迹下X方向跟踪误差



(b) 双圆环轨迹下Y方向跟踪误差

图 9 双圆环轨迹下两种控制器的跟踪误差曲线

由图 8 可以看出, 两种 MPC 控制器都可以实现对双圆环道路轨迹的跟踪, 其中 LTV-MPC 控制器的跟踪轨迹更贴合参考轨迹, 而 TMPC 控制器的跟踪轨迹与参考轨迹之间存在明显的偏离。从图 9 可以看出, 该自主车辆的两种状态  $x$ 、 $y$  总体上都有趋近于零的趋势, 与 TMPC 控制器相比, LTV-MPC 控制器能够在更短的时间内达到相对稳定状态。具体来说, 在  $X$  方向上 LTV-MPC 总体误差在  $[-5, 5]$  cm, 而 TMPC 的误差在  $[-7, 7]$  cm; 在  $Y$  方向上总体误差在  $[-15, 5]$  cm, TMPC 的误差在  $[-20, 10]$  cm。

此外, 图 10 展示了在双圆环轨迹下应用两种

MPC 控制器的车辆  $x$ 、 $y$  的 RMSE 值, 可以看出与 TMPC 相比, 应用 LTV-MPC 控制器的车辆运动状态  $x$ 、 $y$  的 RMSE 有效值可分别降低约 26.13%、35.46%。

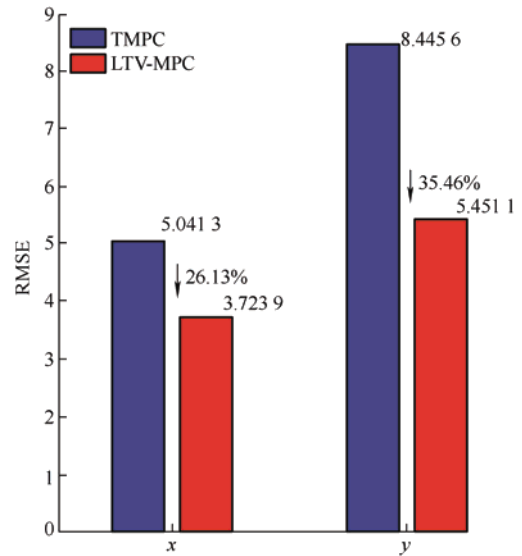


图 10 双圆环轨迹下两种控制器运动状态 RMSE 值

### 3.3 不规则道路测试

在实际的驾驶场景中, 我们往往更多地遇到不规则的道路条件。若能在此类不规则道路条件下对所提出 LTV-MPC 控制器的有效性进行实地验证和分析, 则更加能够说明所设计控制器的性能。为此, 本节开展了相应的实地测试, 所设定的不规则道路轨迹如图 11 中的绿色实线所示, 其中浅色虚线和深色虚线分别为应用 LTV-MPC 和 TMPC 所获得的轨迹跟踪曲线; 图 12 绘制了不规则轨迹下两种 MPC 控制器的跟踪误差曲线。需要说明的是, 在该不规则道路测试中, 该自主车辆行驶的出发点是  $(x_0, y_0) = (126, 31.5)$ 。

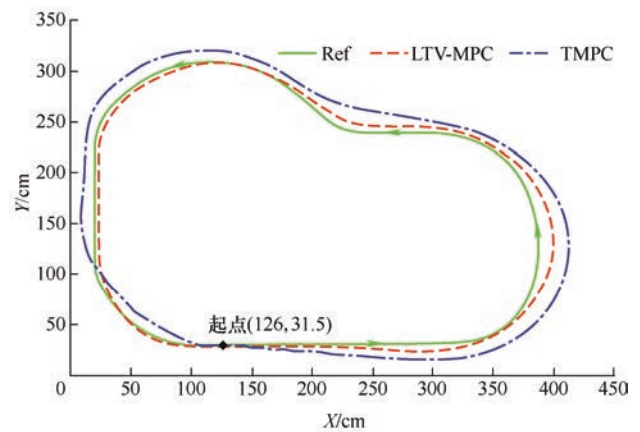


图 11 不规则轨迹下两种控制器的跟踪响应曲线



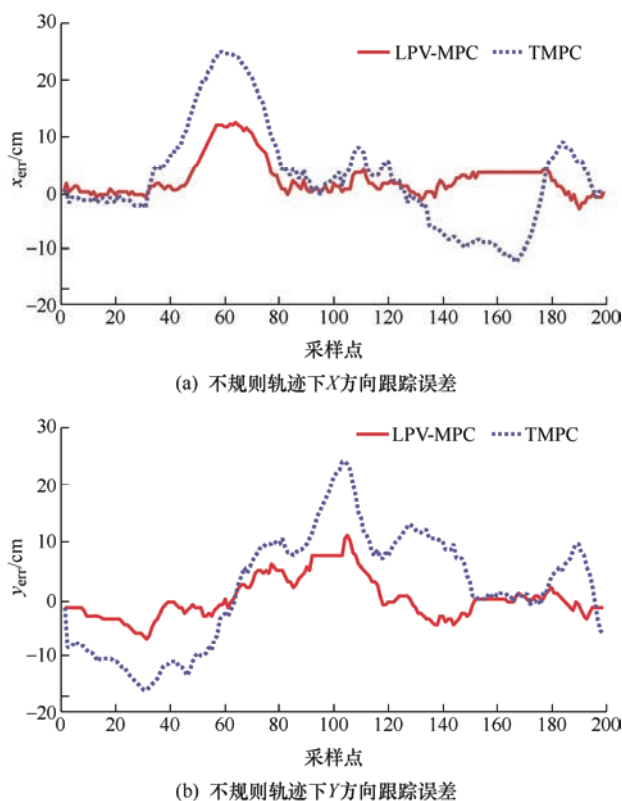


图 12 不规则轨迹下两种控制器跟踪误差曲线

从图 11 可以看出, 两种 MPC 控制器都可以跟踪上所设定的不规则道路轨迹, 而红色虚线与蓝色虚线相比, 更接近该预设路况下的绿色实线(参考轨迹)。除此之外, 从图 12 可以看出, 两种 MPC 控制器的跟踪误差  $x$ 、 $y$  在总体上都有趋近于零的趋势, 但相较于 TMPC 控制器, 本文提出的 LTV-MPC 控制器的跟踪误差波动更为平缓。具体来说, 在  $X$  方向上, 所设计的 LTV-MPC 的误差范围在  $[-2, 12]$  cm 之间, 而 TMPC 的误差范围在  $[-13, 25]$  cm; 在  $Y$  方向上 LTV-MPC 的误差范围在  $[-8, 10]$  cm, 而 TMPC 的误差范围在  $[-16, 25]$  cm。

为了对两种 MPC 控制器的 RMSE 值进行定量比较, 图 13 列出了车辆运动状态  $x$ 、 $y$  在不规则道路测试下 RMSE 值。由图 13 可以得出, 与 TMPC 相比, 应用 LTV-MPC 控制器的车辆运动状态  $x$ 、 $y$  的 RMSE 有效值可分别降低约 57.22%、63.85%。很明显, LTV-MPC 控制器在不规则道路试验下具有更好的控制效果。

总体来说, LTV-MPC 的目标函数是根据系统的误差在传统 MPC 目标函数的基础上对其控制变量  $u_{kin}(k)$ 、控制增量  $\Delta u(k)$  和控制输出  $\xi_{kout}(k)$  添加约束条件, 使得轨迹输出尽可能接近参考轨迹, 并使得输出量增量的变化尽可能小, 从而减小所设计 LTV-MPC 的计算负担; 此外, 在优化目标中加入了

一个松弛因子  $\rho\epsilon^2$ , 避免了控制系统发生无解的情况, 从而更有利于最优值的求解。从户外实车测试对比结果来看, 两种 MPC 控制器都可以较好地跟踪参考轨迹, 且所本文设计的 LTV-MPC 控制器在轨迹跟踪过程中能够展示出更加精准的跟踪性能、更加平缓的误差波动和更加良好的环境适应性。最后, 通过  $x$ 、 $y$  状态的定量分析可知, 所提出 LTV-MPC 控制器性能在三种工况下均有一定幅度改善, 说明了本文所提出 LTV-MPC 控制器在实际道路测试中的有效性良好的轨迹跟踪效果。

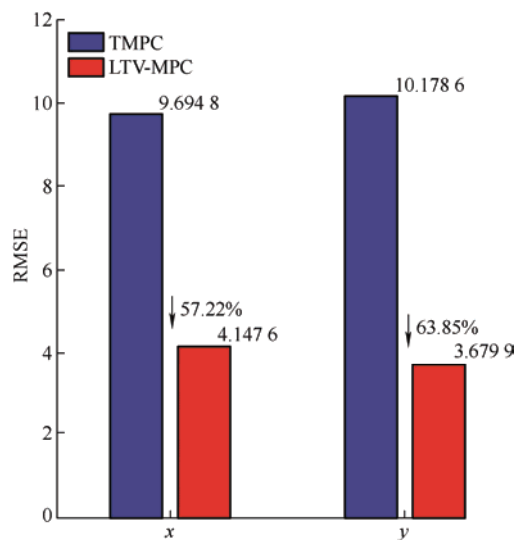


图 13 不规则轨迹下两种控制器运动状态 RMSE 值

## 4 结论

本文针对自主车辆的轨迹跟踪问题提出了一种线性时变模型预测控制算法, 从而实现自主车辆精准、稳定的轨迹跟踪控制。在建立了自主车辆二自由度运动模型的基础上, 构建了车辆轨迹跟踪系统的误差模型并设计优化目标函数, 进而提出一种应用于自主车辆的线性时变模型预测跟踪控制器, 并在搭建的自主车辆户外试验平台上对所提出的线性时变模型预测控制器进行了验证和对比分析。户外实车测试结果表明, 相较于 TMPC 控制器, 所提出的 LTV-MPC 控制器在  $x$ 、 $y$  方向上轨迹跟踪控制精度提升约在 26%~63%, 表明本文所设计的控制器不仅能够使得该自主车辆具有较高的控制精度, 同时保持了车辆行驶的稳定性的。

在将来的研究中, 我们将会继续开展考虑该自主车辆动力学和运动学特性相结合的轨迹跟踪研究, 特别是建立考虑轮胎侧滑及车辆俯仰运动稳定性的自主车辆轨迹跟踪控制器。

## 参 考 文 献

- [1] PADEN B, CAP M, YONG S Z, et al. A survey of motion planning and control techniques for self-driving urban vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2016, 1(1): 33-55.
- [2] 郭景华, 李志强, 罗禹贡. 智能车辆运动控制研究综述[J]. 汽车安全与节能学报, 2016(2): 151-159.  
GUO Jinghua, LI Keqiang, LUO Yugong. Review on the research of motion control for intelligent vehicles[J]. Journal of Automotive Safety and Energy, 2016(2): 151-159.
- [3] 姜岩, 陈慧岩, 熊光明, 等. 无人驾驶汽车概论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.  
JIANG Yan, CHEN Huiyan, XIONG Guangming, et al. Introduction to self-driving vehicles[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014.
- [4] LAPIERRE L, JOUVENCEL B. Robust nonlinear path-following control of an AUV[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2008, 33(2): 89-102.
- [5] XU D, SHI Y, JI Z. Model-free adaptive discrete-time integral sliding-mode-constrained-control for autonomous 4WMV parking systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(1): 834-843.
- [6] 陈刚, 吴俊. 无人驾驶机器人车辆非线性模糊滑模车速控制[J]. 中国公路学报, 2019, 32(6): 114-123.  
CHEN Gang, WU Jun. Nonlinear fuzzy sliding mode speed control for unmanned driving robotic vehicle[J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(6): 114-123.
- [7] 王家恩, 陈无畏, 王檀彬, 等. 基于期望横摆角速度的视觉导航智能车辆横向控制[J]. 机械工程学报, 2012, 48(4): 108-115.  
WANG Jiaen, CHEN Wuwei, WANG Tanbin, et al. Vision guided intelligent vehicle lateral control based on desired yaw rate[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(4): 108-115.
- [8] NGUYEN A T, SENTOUH C, POPIEUL J C. Sensor reduction for driver-automation shared steering control via an adaptive authority allocation strategy[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(1): 5-16.
- [9] HWANG C, YANG C, HUNG J. Path tracking of an autonomous ground vehicle with different payloads by hierarchical improved fuzzy dynamic sliding-mode control[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(2): 899-914.
- [10] 章仁燮, 熊璐, 余卓平, 等. 基于条件积分算法的无人驾驶车辆轨迹跟踪鲁棒控制方法[J]. 机械工程学报, 2018(18): 129-139.  
ZHANG Renxie, XIONG Lu, YU Zhuoping, et al. Robust trajectory tracking control of autonomous vehicles based on condition integration method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018 (18): 129-139.
- [11] 宋彦, 赵盼, 陶翔, 等. 基于  $\mu$  综合的无人驾驶车辆路径跟随串级鲁棒控制方法[J]. 机器人, 2013, 35(4): 417-424.  
SONG Yan, ZHAO Pan, TAO Xiang, et al. UGV robust path following control under double loop structure with  $\mu$  synthesis[J]. Robot, 2013, 35(4): 417-424.
- [12] JI X, HE X, Lv C, et al. Adaptive-neural-network-based robust lateral motion control for autonomous vehicle at driving limits[J]. Control Engineering Practice, 2018, 76: 41-53.
- [13] TAGHAVIFAR H. Neural network autoregressive with exogenous input assisted multi-constraint nonlinear predictive control of autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(7): 6293-6304.
- [14] HUANG Z, XU X, HE H, et al. Parameterized batch reinforcement learning for longitudinal control of autonomous land vehicles[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(4): 730-741.
- [15] TAGHAVIFAR H, RAKHEJA S. A novel terramechanics-based path-tracking control of terrain-based wheeled robot vehicle with matched-mismatched uncertainties[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(1): 67-77.
- [16] 王艺, 蔡英凤, 陈龙, 等. 基于模型预测控制的智能网联汽车路径跟踪控制器设计[J]. 机械工程学报, 2019, 55(8): 136-144, 153.  
WANG Yi, CAI Yingfeng, CHEN Long, et al. Design of intelligent and connected vehicle path tracking controller based on model predictive control[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(8): 136-144, 153.
- [17] ERLIEN S M, FUJITA S, GERDES J C. Shared steering control using safe envelopes for obstacle avoidance and vehicle stability[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(2): 441-451.
- [18] GUO H, CHEN S, ZHANG H, et al. Simultaneous trajectory planning and tracking using an MPC method for cyber-physical systems: a case study of obstacle

- avoidance for an intelligent vehicle[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(9): 4273-4283.
- [19] SCHWARTING W, ALONSO-MORA J, PAULL L, et al. Safe nonlinear trajectory generation for parallel autonomy with a dynamic vehicle model[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2018, 19(9): 2994-3008.
- [20] 冀杰, 唐志荣, 吴明阳, 等. 面向车道变换的路径规划及模型预测轨迹跟踪[J]. 中国公路学报, 2018, 31(4): 176-183.
- JI Jie, TANG Zhirong, WU Mingyang, et al. Path planning and tracking for lane changing based on model predictive control[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(4): 176-183.
- [21] BUJARBARUAH M, ZHANG X, TSENG H E, et al. Adaptive MPC for autonomous lane keeping[C]//14th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC), 2008: 223-225.
- [22] KIM E, KIM J, SUNWOO M. Model predictive control strategy for smooth path tracking of autonomous vehicles with steering actuator dynamics[J]. International Journal of Automotive Technology, 2014, 15(7): 1155-1164.
- [23] CHEN S, GUO H, et al. MPC-based path tracking controller design for autonomous ground vehicles[C]// Chinese Control Conference, 2017: 1934-1768.
- [24] CHEN Y, HU C, WANG J. Human-centered trajectory tracking control for autonomous vehicles with driver cut-in behavior prediction[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(9): 8461-8471.
- [25] 辛喆, 陈海亮, 林子钰, 等. 智能汽车的路面附着极限横向轨迹跟踪控制[J]. 机械工程学报, 2020, 56(14): 138-145.
- XIN Zhe, CHEN Hailiang, LIN Ziyu, et al. Lateral trajectory following for automated vehicles at handling limits[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(14): 138-145.
- [26] 任玥, 郑玲, 张巍, 等. 基于模型预测控制的智能车辆主动避撞控制研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(04): 48-54.
- REN Yue, ZHENG Ling, ZHANG Wei, et al. A study on collision avoidance control of autonomous vehicles based on model predictive control[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(4): 48-54.
- [27] KOUVARITAKIS B, CANNON M, ROSSITER J A. Who needs QP for linear MPC anyway? [J]. Automatica, 2002, 38(5): 879-884.
- [28] NAUS G, DEN Bleek R V, PLOEG J, et al. Explicit MPC design and performance evaluation of an ACC Stop-&-Go[C]// American Control Conference, 2008: 224-229.
- [29] LI S, JIA Z, LI K, et al. Fast online computation of a model predictive controller and its application to fuel economy-oriented adaptive cruise control[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2015, 16(3): 1199-1209.
- [30] TUCHNER A, HADDAD J. Vehicle platoon formation using interpolating control: A laboratory experimental analysis[J]. Transportation Research Part C-Emerging Technologies, 2017, 84: 21-47.
- [31] HOFFMANN C, WERNER H. A survey of linear parameter-varying control applications validated by experiments or high-fidelity simulations[J]. IEEE Transactions on Control Systems and Technology, 2015, 23(2): 416-433.
- [32] SENAME O, GASPAR P, BOKOR J. Robust control and linear parameter varying approaches: application to vehicle dynamics[M]. Springer, 2013.
- [33] 龚建伟, 姜岩, 徐威. 无人驾驶车辆模型预测控制[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.
- GONG Jianwei, JIANG Yan, XU Wei. Model predictive control for self-driving vehicles[J]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014.
- [34] PANG H, ZHANG X, YANG J, et al. Adaptive backstepping-based control design for uncertain nonlinear active suspension system with input delay[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(16): 5781-5800.

作者简介: 庞辉(通信作者), 男, 1980 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为车辆系统动力学与智能控制、无人驾驶车辆智能控制方法。

E-mail: panghui@xaut.edu.cn

刘楠, 男, 1996 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为智能车辆路径跟踪与预测算法。

E-mail: nanliu2020@163.com

刘敏豪, 男, 1997 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为智能无人车辆编队及避障控制方法。

E-mail: 18316583651@qq.com

张风奇, 男, 1987 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为智能网联电气化车辆节能控制、自动驾驶车辆控制。

E-mail: zfqdy@126.com