

DOI: 10.3901/JME.2022.19.229

并联机构敏感性分析和多目标优化设计方法^{*}

杨超¹ 叶伟² 陈巧红³

- (1. 嘉兴学院机电工程学院 嘉兴 314001;
2. 浙江理工大学机械与自动控制学院 杭州 310018;
3. 浙江理工大学信息学院 杭州 310018)

摘要: 为了解决并联机构全局性能指标高计算成本引起的敏感性分析和多目标优化设计困难,提出了一种结合多项式响应面模型、基于方差的敏感性分析方法和智能优化算法的高效计算方法。首先,确定并联机构的目标函数和设计参数,增加节点密度以提高目标函数的计算精度,基于拉丁超立方体抽样方法和最小二乘多项式拟合技术建立全局目标函数与设计参数之间的响应面解析映射模型,并结合基于方差的 Sobol' 敏感性分析方法得到对目标函数有重要影响的设计参数。然后,结合敏感性分析结果简化设计参数并建立并联机构的多目标优化设计模型,包括目标函数、约束函数和设计参数,结合响应面模型与智能优化算法开展并联机构多目标优化设计。最后,考虑规则工作空间体积、运动学性能和动力学性能指标为目标函数,以 DELTA 并联机构为例实现了本文提出的方法。优化前后的结果对比证明了算法的有效性。

关键词: 并联机构; 多目标优化设计; 性能指标; 敏感性分析

中图分类号: TH112

Sensitivity Analysis and Multi-objective Optimization Design of Parallel Manipulators

YANG Chao¹ YE Wei² CHEN Qiaohong³

- (1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Jiaxing University, Jiaxing 314001;
2. Mechatronic Institute, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018;
3. School of Information, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018)

Abstract: An efficient calculation method combining multivariate regression response surface model (RSM), variance based sensitivity analysis method, and intelligent optimization algorithm to solve the high computation-intensive of sensitivity analysis and multi-objective optimization design of parallel manipulators (PMs) caused by the high computational cost of global performance indices (GPIs). First, establish objective functions and design parameters of PMs, increase the node density to improve the calculation accuracy of GPIs, establish the analytical RSM between the GPI and the design parameters using the Latin hypercube sampling method and least squares multivariate fitting technique, and then combine with the RSM and variance based Sobol's sensitivity analysis method to obtain the important design parameters to the objective influence. Second, simplify design parameters based on the sensitivity analysis results and establish the multi-objective optimization design mathematical model of PMs, including objective functions, design parameters and constraint functions. Combine with RSMs and intelligent optimization algorithm to carry out multi-objective optimization design of PMs. Finally, considering the regular workspace volume, global kinematic and dynamic performance indices as objective functions, the DELTA PM is taken as an example to implement the proposed method. The comparison of the results before and after optimization proves the effectiveness of the proposed method.

Key words: parallel manipulator; multi-objective optimization design; performance index; sensitivity analysis

^{*} 国家自然科学基金(51775513)和浙江省自然科学基金(LY17E050028)资助项目。
20211206 收到初稿, 20220714 收到修改稿

0 前言

相对于串联机构,并联机构由于其优异的动力学性能、刚度性能和高负载比,受到了学者和企业的青睐^[1]。成功商用的案例之一是 20 世纪 80 年代提出的具有纯移动的平行四边形结构的 DELTA 并联机构^[2-3],其被广泛地应用于工业领域进行快速拾取操作^[4]。相比之下,并联机构性能对任务的不确定性与连杆及关节的几何尺寸非常敏感。因此,需要结合性能指标与尺寸综合来帮助设计者处理不确定性并综合出满足工程实际需求的最优几何尺寸。

相对于串联机构,并联机构的主要缺点是工作空间较小^[5]。优化设计的首要任务是最大化机构的工作空间。然而由于并联机构各性能指标之间的耦合竞争关系,单纯追求工作空间的最大化可能会造成运动学/刚度/动力学性能的下降^[6]。因此,需要考虑多个性能指标对并联机构进行多目标优化设计^[7]。传统的综合目标权重方法通过给目标函数赋予不同的权重因子(各性能指标权重因子之和等于 1),将多个性能指标的权重之和定义为一个综合指标^[8]。综合权重目标法的优点是最终可以得到一个全局最优解,缺点主要是目标函数量纲不统一,权重因子的决定带有一定的主观性,并且针对不同的权重因子要分别进行优化^[9]。Pareto 前沿法采用智能优化算法计算多目标的非支配解集,不但可以得到每一个性能指标的最优解,并可以得到多组非支配解供决策者选择。STAN 等^[10]采用遗传算法优化了 PRRRP 并联机构的全局运动学性能和工作空间体积并得到了最优解集组成的 Pareto 前沿。BOUNAB 等^[11-12]以全局刚度性能指标、质量和工作空间为优化目标,基于遗传方法得到 DELTA 并联机构多目标的 Pareto 前沿。LIAN 等^[13]基于粒子群优化方法优化了 T5 并联机构的质量和全局刚度性能指标。ZHANG 等^[14]采用差分进化算法优化了 3UPU 并联机构的全局刚度性能和规则工作空间体积。MIRSHEKARI 等^[15]考虑机构的几何约束,使用人工蜂群算法优化了 6RUS 并联机构的全局运动学和动力学性能指标。

以上优化设计往往采用数值离散方法计算全局性能指标,其高计算成本将显著降低多目标

优化设计的效率^[16-17],同时在优化设计阶段没有筛选出对机构性能有重要影响的设计参数。本文提出一种结合响应面模型、敏感性分析与智能优化算法的多目标优化设计方法。全局性能指标与优化设计参数之间的解析映射模型与基于方差的 Sobol' 敏感性方法相结合可得到敏感性指标的解析解,同时可得到对目标函数有重要影响的设计参数。结合敏感性分析结果、响应面模型和智能优化算法的优化设计方法可显著提高并联机构多目标优化设计效率。最后,以 DELTA 并联机构为例实现了本文提出的算法。

1 敏感性分析与多目标优化设计方法

1.1 响应面模型

基于多项式的响应面映射数学模型定义如下

$$\left\{ \begin{array}{l} y^1(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^t b_i x_i \\ y^2(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^t b_i x_i + \sum_{i=1}^t c_i x_i^2 + \sum_{i=1}^t \sum_{j=i+1}^t d_{ij} x_i x_j \\ y^3(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^t b_i x_i + \sum_{i=1}^t c_i x_i^2 + \sum_{i=1}^t \sum_{j=i+1}^t d_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^t e_i x_i^3 \\ y^4(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^t b_i x_i + \sum_{i=1}^t c_i x_i^2 + \sum_{i=1}^t \sum_{j=i+1}^t d_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^t e_i x_i^3 + \sum_{i=1}^t f_i x_i^4 \end{array} \right. \quad (1)$$

式中, y^i ($i=1, 2, 3, 4$) 表示 i 次拟合多项式函数, $a_0, b_i, c_i, d_{ij}, e_i, f_i$ 表示待定的回归系数, t 表示设计参数的数量, $x_i x_j$ 表示二参数的耦合, 本公式中忽略了三参数 $x_i x_j x_k$ 的耦合以及高阶耦合。

基于最小二乘法原理的多项式响应面模型通过最小化估计值 \hat{y}_i 与实测值 y_i 的差的平方来估计回归系数, 即

$$\min \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2)$$

对于一个设计参数的线性回归, 只需要两点即可确定一条直线, 但是这样得到的直线对于实际的测量是不准确的, 当测量点大于 2 时, 方程数目大于方程未知数, 为超定方程。需要采用拟合的方法求解。

根据公式(2)的要求, 对于一次拟合多项式应有

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - \sum_{i=1}^l b_i x_i) = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial b_1} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=1}^n [(y_i - a_0 - \sum_{i=1}^l b_i x_i) x_1] = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial b_2} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial b_2} = -2 \sum_{i=1}^n [(y_i - a_0 - \sum_{i=1}^l b_i x_i) x_2] = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial b_3} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial b_3} = -2 \sum_{i=1}^n [(y_i - a_0 - \sum_{i=1}^l b_i x_i) x_3] = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial b_4} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial b_4} = -2 \sum_{i=1}^n [(y_i - a_0 - \sum_{i=1}^l b_i x_i) x_4] = 0 \end{cases} \quad (3)$$

求解正规方程组(3)即可得到回归参数 a_0 和 b_i 。

同样的方法可以求得二次、三次和四次多项式拟合函数的回归系数。

为了评估多项式拟合的精度，需要通过交叉验证和外部验证评估拟合函数的性能指标，最常用的性能指标有相对平均绝对误差(RAAE)，相对最大绝对误差(RMAE)，平方根误差(RMSE)和 R 平方(R^2)

$$\begin{cases} \text{RAAE} = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{\sum_{i=1}^n |y_i - \bar{y}_i|}, \quad \text{RMAE} = \frac{\max(|y_i - \hat{y}_i|)}{\sum_{i=1}^n (|y_i - \bar{y}_i|/n)} \\ \text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}, \quad R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \end{cases} \quad (4)$$

1.2 敏感性分析

敏感性分析是研究模型输出中的不确定性如何分配到模型输入因素中的不同来源的不确定性的分析技术，它能有效的识别出重要的输入变量。目前，针对具体的工程问题，传统的计算方法往往采用采样技术^[18-19]来近似计算参量的敏感性，计算结果的稳定性和精度严重依赖于样本。本文采用多项式响应面模型与 Sobol' 敏感性分析方法相结合，可有效避免或降低求解过程中的困难，提高计算效率和计算精度。

给定模型形式 $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ ，输出参数 Y 为标量，基于 Sobol' 敏感性指标定义^[18]，基于方差的一阶敏感性指标定义为

$$\begin{cases} S_i = \frac{V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y|X_i))}{V(Y)} \\ V(Y) = V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y|X_i)) + E_{X_i}(V_{X_{-i}}(Y|X_i)) \end{cases} \quad (5)$$

式中， X_i 表示第 i 个影响因子， X_{-i} 表示除 X_i 之外的所有影响因子组成的矩阵。 $E_{X_{-i}}(\cdot)$ 和 $V_{X_{-i}}(\cdot)$ 分别表

示取除 X_i 以外所有参量可能值的情况下输入(\cdot)的均值和方差。 $E_{X_{-i}}(Y|X_i)$ 表示 Y 的均值取 X_{-i} 的所有可能值，同时保持 X_i 不变。 $E_{X_i}(\cdot)$ 和 $V_{X_i}(\cdot)$ 分别表示取 X_i 所有可能值情况下输入(\cdot)的均值和方差。 S_i 为取值范围 0~1 的标准化指标， $V_{X_i}(E_{X_{-i}}(Y|X_i))$ 评价影响因子 X_i 对模型输出的一阶影响，而 $E_{X_i}(V_{X_{-i}}(Y|X_i))$ 通常称之为残差。因此，又被称作局部敏感性指标。

局部敏感性指标 S_i 仅考虑参量 X_i 的一阶影响，并没有考虑参量交叉作用的影响。为评估参量 X_i 对模型输出的整体影响，定义全局敏感性指标如下

$$S_{Ti} = \frac{E_{X_{-i}}(V_{X_i}(Y|X_{-i}))}{V(Y)} = 1 - \frac{V_{X_{-i}}(E_{X_i}(Y|X_{-i}))}{V(Y)} \quad (6)$$

S_{Ti} 评价了参量 X_i 对模型输出的整体影响，即一阶和高阶影响。

本文基于多项式响应面模型建立模型输出与参量之间的多项式回归模型。由于建立的多项式响应面模型是结构精简的多项式形式，使得可以通过 Sobol' 直接积分便可快捷高效的获得模型的敏感性结果，从而实现对复杂系统结构参数敏感性的高效评估。

在利用 Sobol' 方法对模型参量进行识别和定量评估时，将 n 维模型参量 \mathbf{X} 转化到单元超立方体 H^n ， $H^n = \{\mathbf{X} | 0 \leq X_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, n\}$ 。基于方差分解，将响应函数解耦为

$$f(\mathbf{X}) = f_0 + \sum_{i=1}^n f_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j>i} f_{ij} + \dots + f_{12\dots n} \quad (7)$$

公式(7)中全部子项数为 2^n ， $f_i = f_i(X_i)$ ， $f_{ij} = f_{ij}(X_i, X_j)$ 各子项可通过下面的多重积分求得

$$\begin{cases} f_0 = \int_{K^n} f(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \\ f_i = \int_{K^{n-1}} f(\mathbf{X}) \prod_{k \neq i} dX_k - f_0 \\ f_{ij} = \int_{K^{n-2}} f(\mathbf{X}) \prod_{k \neq \{i, j\}} dX_k - f_i - f_j - f_0 \\ \vdots \\ f_{i_1 \dots i_m} = \int_{K^{n-m}} f(\mathbf{X}) \prod_{k \neq \{i_1, \dots, i_m\}} dX_k - \sum_{j_1 < \dots < j_{m-1} \subset \{i_1, \dots, i_m\}} f_{i_1 \dots i_{m-1}} \\ \quad - \dots - \sum_{j \in \{i_1, \dots, i_m\}} f_j - f_0 \end{cases} \quad (8)$$

目标响应函数 $f(\mathbf{X})$ 的总方差 D 可表达为

$$D = \int_{K^n} f^2(\mathbf{X}) d\mathbf{X} - f_0^2 \quad (9)$$

目标响应函数各子项的偏方差可表达为

$$D_{i_1, \dots, i_k} = \int_{K^k} f_{i_1, \dots, i_k}^2 dX_{i_1} \cdots dX_{i_k} \quad (10)$$

基于公式(5), Sobol' 敏感性指标可表达为

$$S_{1,2,\dots,n} = \frac{D_{1,2,\dots,n}}{D} \quad (11)$$

由公式(7)各子项两两正交的性质可知公式(10)各项之和为

$$D = \sum_i D_i + \sum_{ij} D_{ij} + \cdots + D_{12\dots n} \quad (12)$$

公式(12)两端分别除以 D 可得

$$\sum_i S_i + \sum_{ij} S_{ij} + \cdots + S_{12\dots n} = 1 \quad (13)$$

参量 X_i 的全局敏感性指标 S_{Ti} 可表达为

$$S_{Ti} = 1 - S_{\sim i} \quad (14)$$

式中, $S_{\sim i}$ 表示不包含参量 x_i 的所有 $S_{12\dots m}$ 之和。

1.3 并联机构多目标优化设计

基于响应面模型、敏感性分析与智能优化算法的并联机构多目标优化设计的分析流程如图 1 所示, 详细步骤可归纳如下。

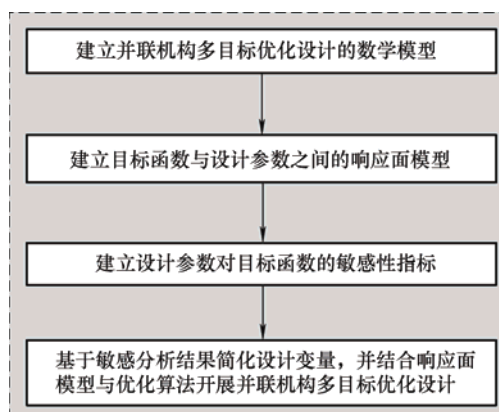


图 1 并联机构敏感性分析与多目标优化设计流程图

(1) 建立并联机构多目标优化数学模型, 包括设计参数及其范围、目标和约束函数, 并将目标函数归一化或者转化为同一量级的数值。

(2) 通过拉丁超立方体获得一定数量的样本点, 同时增加节点密度来提高样本点处目标函数的精度, 为多项式拟合提供足够的信息; 文献[13]研究表明样本点的数量应为多项式系数的 2 倍以上; 基于样本点建立多项式响应面模型, 并开展外部验证, 评估多项式响应面模型的精度。

(3) 结合解析的响应面模型与基于方差的敏感性分析方法建立敏感性指标的解析解, 并得到对目标函数有重要影响的设计参数。

(4) 基于敏感性分析结果简化设计参数, 并结合响应面模型与智能优化算法开展并联机构多目标

优化设计。

2 算例: DELTA 并联

如图 2 和图 3 分别为 CLAVE^[3]提出的三自由度 DELTA 并联机构原理图及其支链图, 关节和连杆的几何安排使得动平台具有三个移动自由度。DELTA 并联机器人在高速分拣等领域得到了广泛的应用, 其由基座、动平台和三个相同的子链组成。三个驱动 R 铰固定在基座上, 其轴线构成一个等边三角形。每一个支链包含一个由球铰组成的平行四边形机构, 其主要作用是限制平台工作面方向与工件平行。几何参数定义如下: L_a 表示首端连杆 $o_i b_i$ 的长度, L_d 表示平行四边形长杆(末端连杆) $b_i p_i$ 的长度。 L_s 表示平行四边形短杆 $b_{i1} b_{i2}$ 的长度, r_a 表示基座中心 o 到 R 铰中心 o_i 的距离, r_b 表示动平台中心 p 到 $p_{i1} p_{i2}$ 的中点 p_i 的距离。

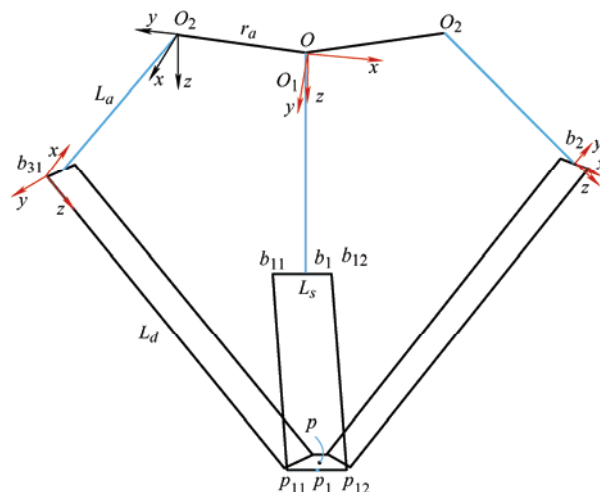


图 2 DELTA 并联机构原理图

为了方便进行反解的计算, 定义坐标系定义如下。全局坐标系 $o-xyz$, y 轴沿 oo_1 , z 轴垂直基座向下, x 轴由右手法则确定; 分支坐标系 o_i-xyz , 其 y 轴沿 oo_i 方向, z 轴垂直基座向下, x 轴由右手法则确定。

已知动平台位置, 可由运动学反解^[11]得到驱动角

$$\alpha_i = a \tan 2(c\alpha_i, s\alpha_i) \quad (15)$$

式中, s 和 c 分别表示 \sin 和 \cos , $s\alpha_i = (-a_{i2}^{oi} p_{iy} + a_{i1}^{oi} p_{iz}) / (a_{i1}^2 + a_{i2}^2)$, $c\alpha_i = (a_{i1}^{oi} p_{iy} + a_{i2}^{oi} p_{iz}) / (a_{i1}^2 + a_{i2}^2)$, $^{oi}p_{ix}$, $^{oi}p_{iy}$ 与 $^{oi}p_{iz}$ 分别表示在分支坐标系 $\{o_i\}$ 下 $o p_i$ 的 x , y 和 z 坐标。 $a_{i1} = L_a + L_d s\theta_i c\beta_i$, $a_{i2} = L_d s\theta_i s\beta_i$, $\theta_i = \cos^{-1}(^{oi}p_{ix}/L_d)$, $\beta_i = \cos^{-1}[(^{oi}p_{ix}^2 + ^{oi}p_{iy}^2 + ^{oi}p_{iz}^2 - l_d^2 - l_a^2) / (2L_a L_d s\theta_i)]$ 。

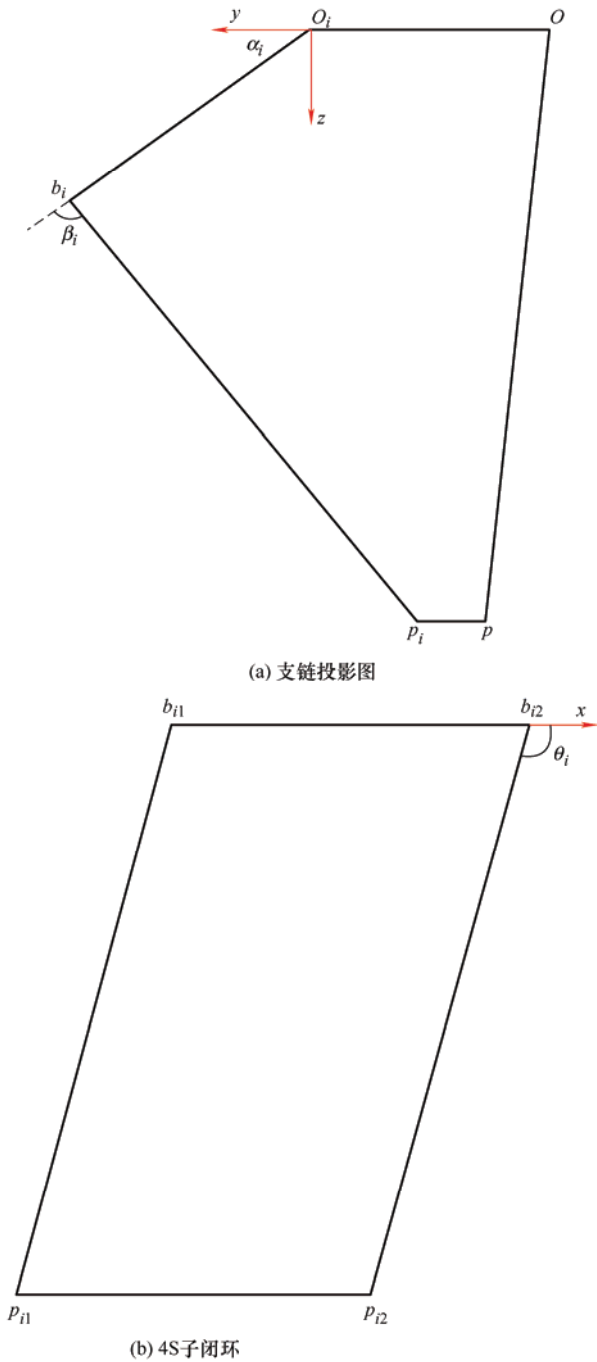


图3 DELTA 并联机构支链的结构图

为方便后续动力学建模,定义各连杆坐标系如下。连杆 $o_i b_i$ 坐标系 b_i-xyz , 其 z 轴沿 $o_i b_i$ 方向, x 轴沿 $b_{i1} b_{i2}$ 方向, y 轴由右手法则确定, 其可以通过分支坐标系 $\{o_i\}$ 绕 x 轴旋转 $\pi/2 - \alpha_i$ 角度得到; 平行四边形长杆 $b_{i1} p_{i1}$ ($b_{i2} p_{i2}$) 坐标系 $b_{i1}-xyz$ ($b_{i2}-xyz$), 其 z 轴沿杆件 $b_{i1} p_{i1}$ ($b_{i2} p_{i2}$) 方向, y 轴垂直平行四边形组成的平面, 坐标系 $\{b_{i1}\}$ ($\{b_{i2}\}$) 可以通过坐标系 $\{b_i\}$ 绕 x 轴旋转 $-\beta_i$ 角度, 然后再绕新的坐标系 y 轴旋转 $\theta_i - \pi/2$ 角度得到。连杆 $b_{i1} b_{i2}$ 坐标系与分支坐标系 $\{o_i\}$ 平行。

基于以上分析得到全局坐标系到各连杆坐标系

的变换矩阵如下

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{i1} = \mathbf{R}_x(\pi/2 - \alpha_i) \mathbf{R}_i \\ \mathbf{R}_{i2} = \mathbf{R}_i \\ \mathbf{R}_{i3} = \mathbf{R}_y(\theta_i - \pi/2) \mathbf{R}_x(-\beta_i) \mathbf{R}_x(\pi/2 - \alpha_i) \mathbf{R}_i \\ \mathbf{R}_{i4} = \mathbf{R}_{i3} \end{cases} \quad (16)$$

式中, \mathbf{R}_i 表示全局坐标系 $\{o\}$ 到分支坐标系 $\{o_i\}$ 的变换矩阵, \mathbf{R}_{ij} 分别表示全局坐标系到分支 i 的第 j 个连杆坐标系的变换矩阵 ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4$)。为便于表达, 定义 $o_i b_i$ 、 $b_{i1} b_{i2}$ 、 $b_{i1} p_{i1}$ 和 $b_{i2} p_{i2}$ 分别为分支 i 的第 1、第 2、第 3 和第 4 连杆。

2.1 目标函数一：工作空间体积

DELTA 并联机构主要用于在一定的工作空间范围内进行拾放操作, 工作空间体积是 DELTA 并联机构的主要性能评价指标之一。可达工作空间往往是非规则的, 不利于轨迹规划和编程控制, 并且机构的某些性能在可达工作空间边界可能存在“病态”^[20]。因此, 工程应用中往往采用规则工作空间体积作为工作空间的评价指标^[21]。

机构工作空间受被动关节转角限制^[11], 定义被动关节转角范围为

$$45^\circ \leq \theta_i \leq 135^\circ \quad (17)$$

为了避免反解出现多解以及首端连杆和末端连杆的干涉, 定义转角 β_i 范围如下

$$45^\circ \leq \beta_i \leq 135^\circ \quad (18)$$

除转角限制之外, 为了避免奇异性, CLAVEL^[11] 定义如下尺寸参数约束关系

$$\frac{r_a - r_b}{L_a} \geq 0.5, \frac{L_d}{L_a} \geq 1.75 \quad (19)$$

为了满足动平台的工具尺寸要求以及基座与动平台尺寸偏差满足安装驱动马达的需求, 定义尺寸约束如下

$$r_b \geq 20 \text{ mm}, r_a - r_b \geq 20 \text{ mm} \quad (20)$$

以 DELTA-740 并联机器人为研究算例^[11], 其几何尺寸参数为 $r_a = 194 \text{ mm}$, $r_b = 30 \text{ mm}$, $L_a = 260 \text{ mm}$, $L_d = 480 \text{ mm}$, $L_s = 72 \text{ mm}$, 基于离散搜索算法得到机构的可达工作空间如图4a所示。由图可知可达工作空间是圆周对称的, 这与 DELTA 机器人的结构是吻合的。图中还可看出可达工作空间下部内部有空洞, 其工作空间并不连续, 随着动平台远离基座, 可达工作空间内部空洞消失, 但水平移动的范围也随之减少。

本文采用极坐标方法得到内部无空洞的每一层最大内切圆所组成的空间作为其规则工作空间^[20],

同时为了保证一定的操作空间,将内切圆的最小半径设置为 100 mm^[22]。得到 DELTA 机构的规则圆台工作空间如图4b 所示。

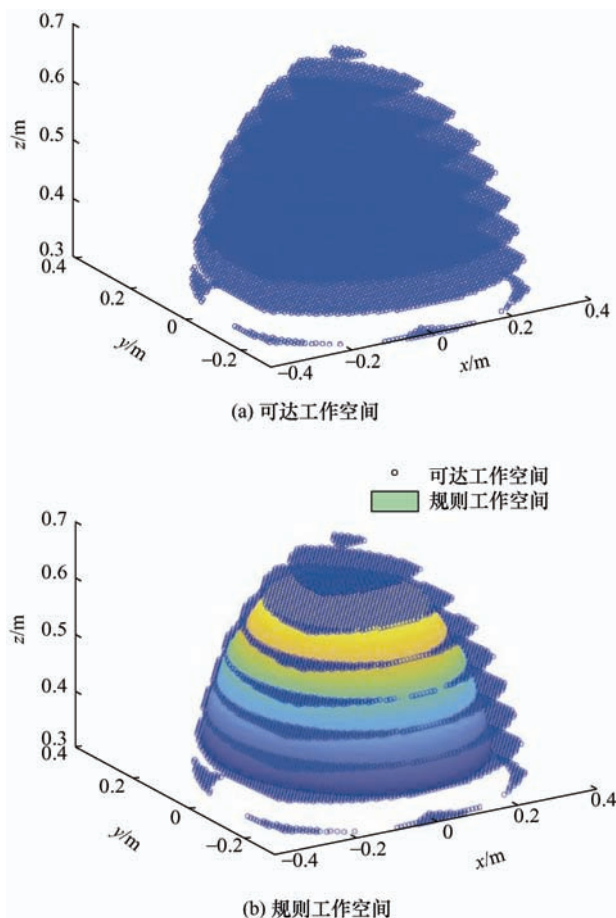


图4 DELTA 并联机构的工作空间

DELTA 机器人规则工作空间体积可以表示为

$$V_r = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (A_i + A_{i+1}) \cdot \Delta z \quad (21)$$

式中, A_i 表示第 i 层的最大内切圆面积, Δz 表示层高区间。

2.2 目标函数二: 运动学性能指标

基于雅可比矩阵的条件数指标^[11]是最常用的运动学指标之一。条件数指标的主要缺点是量纲不统一,与坐标系相关,对于混合自由度的机构雅可比矩阵的单位不一致,物理意义不明确^[23]。为了解决这些问题,最常用的方法是将雅可比矩阵除以一个特征长度或固有长度^[24-25],然而特征长度的几何解释并不明确。本文采用刘辛军等^[26-27]提出的用于评价并联机构从输入到输出能量传递效率的运动/力传递性能指标作为运动学评价指标,其主要优势在于与坐标系无关,且无量纲,取值范围为 0~1。

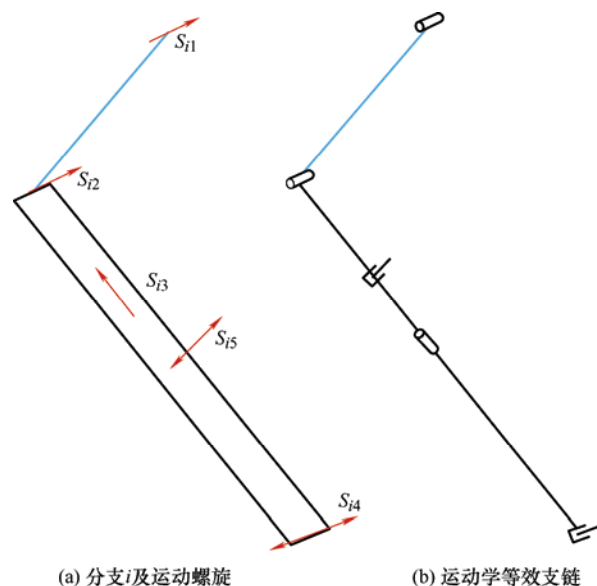


图5 等效支链

由螺旋理论分析可知,4S 闭环机构可以用一个 PRPR 广义运动副来替代进行运动学分析^[28]。图5给出了分支 i 的等效支链及运动螺旋表示,分支 i 的运动螺旋系可以表达为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i1} = [\mathbf{n}_{ai}^T, (\mathbf{o} \times \mathbf{n}_{ai})^T]^T \\ \mathcal{S}_{i2} = [\mathbf{n}_{ai}^T, (\mathbf{o} \times \mathbf{n}_{ai})^T]^T \\ \mathcal{S}_{i3} = [\mathbf{n}_{li3}^T, (\mathbf{o} \times \mathbf{n}_{li3})^T]^T \\ \mathcal{S}_{i4} = [0, 0, 0, \mathbf{n}_{ai}^T]^T \\ \mathcal{S}_{i5} = [0, 0, 0, \mathbf{n}_i^T]^T \end{cases} \quad (22)$$

式中, \mathbf{n}_{ai} 表示分支 i 驱动 R 铰轴线的单位矢量, \mathbf{n}_{li3} 表示 b_{pi} 的单位矢量, $\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_{ai} \times \mathbf{n}_{li3}$ 表示垂直于平面 4S 机构的法线的单位矢量。

基于螺旋定理可得分支 i 的传递力螺旋为

$$\mathcal{S}_{Ti} = [\mathbf{n}_{li3}^T, (\mathbf{o} \times \mathbf{n}_{li3})^T]^T \quad (23)$$

\mathcal{S}_{Ti} 表示过点 b_i 沿 b_{pi} 的力螺旋。

由公式(22)可得分支 i 的输入运动螺旋为

$$\mathcal{S}_{Ai} = [\mathbf{n}_{ai}^T, (\mathbf{o} \times \mathbf{n}_{ai})^T]^T \quad (24)$$

由互易积的性质可得

$$\mathcal{S}_{Ai} \circ \mathcal{S}_{Ti} = L_a \mathbf{n}_{li3} \cdot (\mathbf{n}_{ai} \times \mathbf{n}_{li1}) = L_a \mathbf{n}_{li3} \cdot \mathbf{t}_i \quad (25)$$

式中, \mathbf{n}_{li1} 表示连杆 $o_i b_i$ 的单位矢量。 $\mathbf{t}_i = \mathbf{n}_{ai} \times \mathbf{n}_{li1}$ 表示垂直于 $b_{i1} b_{i2}$ 与 $o_i b_i$ 的单位矢量。

因此,可得分支 i 的输入传递指标为

$$\lambda_i = \frac{|\mathcal{S}_{Ti} \circ \mathcal{S}_{Ai}|}{|\mathcal{S}_{Ti} \circ \mathcal{S}_{Ai}|_{\max}} = \mathbf{n}_{li3} \cdot \mathbf{t}_i \quad (26)$$

锁死除分支 i 之外的所有驱动关节,分支 j 中的传递力螺旋转变为约束螺旋($i, j = 1, 2, 3; i \neq j$),此时机构的约束螺旋系为

$$\mathbf{U}_i = [\mathcal{S}_{11}^r, \mathcal{S}_{21}^r, \mathcal{S}_{31}^r, \mathcal{S}_{Tj}^r, \mathcal{S}_{Tk}^r] \quad (j \neq k; j, k \neq i) \quad (27)$$

此时机构为单自由度运动, 动平台的瞬时运动螺旋可以通过输出运动螺旋表示, 输出运动螺旋可以通过与约束螺旋系 U_i 的互易积等于零求得。

$$\mathcal{S}_{O_i} \circ U_i = 0 \quad (28)$$

因此, 可得分支 i 的输出传递指标为

$$\eta_i = \frac{|\mathcal{S}_{T_i} \circ \mathcal{S}_{O_i}|}{|\mathcal{S}_{T_i} \circ \mathcal{S}_{O_i}|_{\max}} \quad (29)$$

考虑输入和输出传递指标, 定义局部的运动/力传递指标如下

$$\text{LTI} = \min\{\lambda_i, \eta_i\} \quad (30)$$

为了评估机构在完整工作空间的运动/力传递性能, 定义全局运动/力传递指标如下

$$\text{GTI} = \frac{\int_{V_r} \text{LTI} dV_r}{\int dV_r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{LTI}_i \quad (31)$$

式中, n 表示完整工作空间离散点的数量。

2.3 目标函数三: 动力学性能指标

DELTA 并联机器人主要用于高速分拣操作, 优良的动力学性能是其在高速运行状态下仍能保证工作质量的前提。常采用的基于质量矩阵的动力学评价指标^[29-30]没有考虑元件弹性对并联机构动力学性能的影响, 同时由于质量矩阵各元素单位不一致导致指标缺少明确的物理意义。机构的固有频率指标^[31], 尤其是基频综合考虑了质量矩阵、惯性矩阵和阻尼矩阵对并联机构动力学性能的影响。固有频率越高, 特别是基频越高, 控制带宽越高, 可以降低机构的振动响应。因此, 本文采用机构的基频, 即第一节固有频率, 作为 DELTA 并联机构的动力学性能指标。

本文采用全局独立广义位移坐标^[32]与矩阵位移分析相结合的方法计算机构的自然频率, 该方法建立的动力学控制方程包含了机构所有的约束条件, 无需拉格朗日因子, 且无需与约束方程联立, 可有效提高方程的计算效率。

考虑短杆 $b_{i1}b_{i2}$ 划分为 2 个单元, 其余连杆划分为 s 个单元, 各杆件的位移列矢量在其局部坐标系下可表示为

$$\begin{cases} {}^i u_{i1} = [{}^i u_{o_i, i1}, {}^i u_{in, i1}, {}^i u_{b_i, i1}]_{6(s+1) \times 1} \\ {}^i u_{i2} = [{}^i u_{b_{i1}, i2}, {}^i u_{b_i, i2}, {}^i u_{b_{i2}, i2}]_{18 \times 1} \\ {}^i u_{i3} = [{}^i u_{b_{i1}, i3}, {}^i u_{in, i3}, {}^i u_{p_{i1}, i3}]_{6(s+1) \times 1} \\ {}^i u_{i4} = [{}^i u_{b_{i2}, i4}, {}^i u_{in, i4}, {}^i u_{p_{i2}, i4}]_{6(s+1) \times 1} \end{cases} \quad (32)$$

式中, ${}^i u_{ij}$ 与 ${}^i u_{k, ij}$ 分别表示分支 i 第 j 杆件与分支 i 第 j 杆件第 k 节点的位移列矢量在局部坐标系下的表达, ${}^i u_{in, ij} = [{}^i u_{2, ij}, {}^i u_{3, ij}, \dots, {}^i u_{s, ij}]_{6(s-1) \times 1}$ 表示分支 i 第 j 个杆件除两端节点之外的内部节点的位移列矢量。

考虑 $s=5$, 可得到在不考虑约束下每一个连杆的质量和刚度矩阵在局部坐标系下的表达为

$$\begin{cases} {}^i M_{ik} = \sum_{j=1}^5 T_{ej, ik}^T {}^i M_{e, ik} T_{ej, ik} \\ {}^i K_{ik} = \sum_{j=1}^5 T_{ej, ik}^T {}^i K_{e, ik} T_{ej, ik} \end{cases} \quad (i=1, 2, 3; k=1, 3, 4) \\ \begin{cases} {}^i M_{ik} = \sum_{j=1}^2 T_{ej, ik}^T {}^i M_{e, ik} T_{ej, ik} \\ {}^i K_{ik} = \sum_{j=1}^2 T_{ej, ik}^T {}^i K_{e, ik} T_{ej, ik} \end{cases} \quad (i=1, 2, 3; k=2) \end{cases} \quad (33)$$

式中, ${}^i M_{ik}$ 和 ${}^i K_{ik}$ 分别表示分支 i 第 k 杆件的质量矩阵和刚度矩阵在局部坐标系下的表达, ${}^i M_{e, ik}$ 和 ${}^i K_{e, ik}$ 分别表示分支 i 第 k 杆件的单元质量和刚度矩阵在局部坐标系下的表达, $T_{ej, ik}$ 表示分支 i 第 k 杆件的位移列矢量与单元 e_j 的位移列矢量之间的映射矩阵 (由元素 0 与 1 组成, 详细推导见文献[32]), ${}^i u_{ej, ik} = T_{ej, ik} {}^i u_{ik}$ 。

将在局部坐标系表示的杆件的质量矩阵和刚度矩阵转化为在全局坐标系下的表达

$$M_{ik} = D_{ik}^T {}^i M_{ik} D_{ik} \quad (34)$$

$$\begin{cases} D_{ik} = \text{diag}[R_{ik}, \dots, R_{ik}]_{36 \times 36} \quad (k=1, 3, 4) \\ D_{ik} = \text{diag}[R_{ik}, \dots, R_{ik}]_{18 \times 18} \quad (k=2) \end{cases} \quad (35)$$

考虑动平台为刚性, delta 并联机器人在任一位置下的边界条件和连续性条件如下

$$\begin{cases} \Delta_{p_{i1}} = [E_3 \quad [p_{i1} p \times]] u_p \\ \Delta_{p_{i2}} = [E_3 \quad [p_{i2} p \times]] u_p \\ \Delta_{b_{i1}, i2} = \Delta_{b_{i1}, i3}, \quad \Delta_{b_{i2}, i2} = \Delta_{b_{i2}, i4} \\ \Delta_{b_i, i1} = \Delta_{b_i, i2} \\ u_{oi} = 0_{6 \times 1} \end{cases} \quad (36)$$

式中, $\Delta_{p_{i1}}$ 和 $\Delta_{p_{i2}}$ 分别表示点 p_{i1} 和 p_{i2} 的线位移坐标, u_p 表示动平台 p 点的位移列矢量, $\Delta_{bij, ik}$ 表示分支 i 第 k 连杆在 b_{ij} 点的线位移坐标 ($j=1, 2; k=2, 3, 4$), $\Delta_{bi, i1}$ 和 $\Delta_{bi, i2}$ 分别表示分支 i 第 1 和第 2 连杆在 b_i 点的线位移坐标, u_{oi} 表示 o_i 点的位移列矢量。

结合各连杆的位移列矢量与边界条件和连续性条件得到机构的全局独立广义位移坐标为

$$\begin{aligned}
 U = & [u_{in,11}, u_{b_1,11}, u_{b_{12},12}, u_{b_{13},13}, \phi_{p_{11},13}, \\
 & \phi_{b_{12},14}, u_{in,14}, \phi_{p_{12},14}, \dots, u_{in,31}, u_{b_3,31}, u_{b_{31},32}, u_{b_{32},32}, \\
 & \phi_{b_{31},33}, u_{in,33}, \phi_{p_{31},33}, \phi_{b_{32},34}, u_{in,34}, \phi_{p_{32},14}, u_p]_{(54s+42) \times 1}
 \end{aligned} \quad (37)$$

基于以上分析可得到连杆位移列矢量与全局独立广义位移坐标的映射矩阵

$$\begin{cases} u_{ij} = H_{ij}U & (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3, 4) \\ u_p = H_pU \end{cases} \quad (38)$$

式中, u_{ij} 为分支 i 第 j 连杆的位移列矢量在全局坐标系下的表达, H_{ij} 和 H_p 分别为 U 到 u_{ij} 和 u_p 的映射矩阵。

最终得到机器人的整体刚度和质量矩阵如下

$$\begin{cases} M = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 H_{ij}^T M_{ij} H_{ij} + H_p^T M_p H_p \\ K = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 H_{ij}^T K_{ij} H_{ij} \end{cases} \quad (39)$$

自然频率可以通过求解公式(40)得到

$$\begin{cases} (K - \omega_i^2 M) \Phi_i = 0 \\ \det(K - \omega_i^2 M) = 0 \end{cases} \quad (40)$$

式中, ω_i 为系统的第 i 阶圆频率, 单位为 rad/s, Φ_i 为对应的模态矢量。

工程上常用每秒内系统振动的次数来表示自振频率, 单位为 Hz

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (41)$$

机构在完整工作空间的全局动力学性能指标为

$$GDI = \frac{\int_{V_r} f_1 dV_r}{\int dV_r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{1i} \quad (42)$$

式中, f_1 表示基频, 即第一阶自然频率, GDI 表示全局动力学性能评价指标。

2.4 敏感性分析和多目标优化

考虑 DELTA 并联机器人材料属性、连杆直径和操作平台厚度均为常数: 弹性模量 $E = 200$ GPa, 剪变模量 $G = 76.9$ GPa, 首端连杆直径 $d_a = 20$ mm, 末端连杆直径 $d_p = 10$ mm, 动平台的厚度 $h = 10$ mm。定义 DELTA 并联机构多目标优化数学模型如下

$$\begin{cases} \max \{GTI, GDI, V_r\} \\ x_{\min} \leq x = [r_a \quad r_b \quad L_a \quad L_d \quad L_s] \leq x_{\max} \\ \text{s.t.} \\ V_r \geq V_{r\min}, GTI \geq GTI_{\min}, GDI \geq GDI_{\min} \\ r_a - r_b \geq 0.5L_a, L_d \geq 1.75L_a \\ 45^\circ \leq \beta_i, \theta_i \leq 135^\circ \\ |\alpha_i| \leq 80^\circ \\ r_b \geq 20 \text{ mm}, r_a - r_b \geq 20 \text{ mm} \end{cases} \quad (43)$$

式中, $V_{r\min} = 5 \text{ dm}^3$ 表示满足要求的最小规则空间体积, $GTI_{\min} = 0.7$ 表示运动学/力传递性能的下限, $GDI_{\min} = 30 \text{ Hz}$ 表示机构基频的下限。 $x_{\min} = [100 \ 20 \ 50 \ 400 \ 20] \text{ mm}$ 与 $x_{\max} = [400 \ 250 \ 350 \ 800 \ 100] \text{ mm}$ 分别表示设计参数的下限和上限。

DELTA 并联机构有 5 个设计参数, 公式(1)表明四次多项式有 31 个系数, 文献[33]推荐样本点的数量至少为多项式系数的两倍以上, 为了保证一定的拟合精度, 本文采用 198 个样本点用于多项式拟合, 50 组数据用于外部验证。采用以上方法得到多项式响应面模型的精度评价如表 1 所示。表中可看出应选择四次多项式作为拟合函数。 R^2 均大于 0.97, RMSE 均小于 0.06, 显示了响应面模型的精度。

表 1 多项式响应面模型的精度评估

		RAAE	RMAE	RMSE	R^2
全局运动/力传递指标 GTI	线性	0.2 339	0.4 860	0.0 336	0.9 498
	二次	0.1 677	0.3 808	0.0 238	0.9 749
	三次	0.1 087	0.2 247	0.0 159	0.9 888
	四次	0.0 928	0.2 457	0.0 131	0.9 923
全局动力学指标 GDI	线性	0.4 700	1.6 144	0.0 682	0.7 869
	二次	0.2 229	1.1 282	0.0 351	0.9 434
	三次	0.2 634	0.8 953	0.0 407	0.9 242
	四次	0.1 566	0.5 143	0.0 228	0.9 762
规则工作空间体积 V_r	线性	0.4 358	1.2 079	0.2 696	0.7 818
	二次	0.1 122	0.3 859	0.0 756	0.9 828
	三次	0.0 888	0.2 336	0.0 582	0.9 898
	四次	0.0 782	0.2 631	0.0 543	0.9 912

基于 1.2 节分析可得到目标函数相对设计参数的敏感性指标。图 6 给出了敏感性指标柱状图,

图 6a、7c 分布相似, 即各个输入变量对 DELTA 并联机构动力学和运动学性能影响程度相似。与基座

相连的首端连杆尺寸对机构动力学性能影响最大, 其次为基座尺寸和末端连杆尺寸, 动平台尺寸和平行四边形短连杆尺寸对动力学性能的影响最小。对 DELTA 并联机构工作空间体积影响最大的是首端连杆, 其次为末端连杆, 其余设计变量对工作空间影响较小。整体上看, 首端连杆和末端连杆尺寸对 DELTA 机器人工作空间体积、运动学性能和动力学性能均有重要的影响, 其次为基座和动平台半径, 平行四边形短连杆尺寸对性能指标影响较小, 在 DELTA 机器人工作空间、运动学和动力学性能多目

标优化设计过程中可以忽略。因此, 基于敏感性分析结果可将公式(43)多目标优化数学模型中设计参数由 5 个减少为 4 个。

相对遗传算法复杂的交叉和变异操作, 粒子群算法采用粒子的速度决定其搜索方向, 优化效率得到提高^[16]。因此, 本文选择粒子群算法作为多目标优化设计算法。粒子群算法的参数设置如表 2 所示。Pareto 最优前沿的目的是得到一组不受其他解支配的非支配解集^[13]。图 7 给出了结合群智能粒子群优化算法和响应面模型得到的工作空间体积、运动/力传递性能和自然频率指标的 Pareto 前沿, 优化时间为 1 378 s, 而仅采用粒子群算法的优化时间为 703 962 s, 采用本文提出的结合响应面模型与智能优化算法可节约计算成本 99.80%, 证明了该方法的高效性。由图可知: GTI 和 GDI 分别与 V_r 成反比例变化, 说明运动学性能和动力学性能分别与规则工作空间体积存在竞争关系, 较大的工作空间意味着较低的运动/力传递性能和自然频率, 反之亦然; GTI 与 GDI 存在正比例变化, 即两者存在较小的竞争关系, 可以同时取得较优值。

表 3 给出了 Pareto 前沿的 20 组数据以及优化前的机构参数与性能指标, 表中数据可以看出 DELTA-740 并联机器人的机构参数在工作空间、运动学性能和动力学性能之间达到了较好的均衡, 同时优化结果也给出了一些具有参考意义的数据。以图中灰色标记的三组数据为例, 第一组数据在降低机构规则工作空间的同时提升了机构的运动学性能和动力学性能; 第二组数据在规则工作空间体积几乎不变的前提下运动学性能和动力学性能分别提升 2.35% 和 2.39%; 第三组数据在运动学性能和动力学性能分别下降 3.53% 和 18.98% 的同时工作空间体积提升了 61.53%。优化结果对 DELTA 并联机器人优化设计具有一定的指导意义。

以表 3 中灰色阴影标记的第三组数据为例, 图 8 和图 9 分别给出了优化前后性能指标在规则工作空间的分布图。性能指标关于圆周对称, 这与机构的结构性质是吻合的。图中显示优化后的工作空间体积得到了明显的改善, 在每一个动平台高度下, 动平台越靠近中心位置基频和 LTI 越高。因此, DELTA 并联机构应尽可能在靠近中心位置的区域工作, 以优化其动力学和运动学性能。图中还可看出水平最大工作区域和自然频率随着机构的高度的增加而下降, 运动学性能则是先增后减, 此结果对 DELTA 机器人最佳工作高度区间设计具有一定的指导意义。

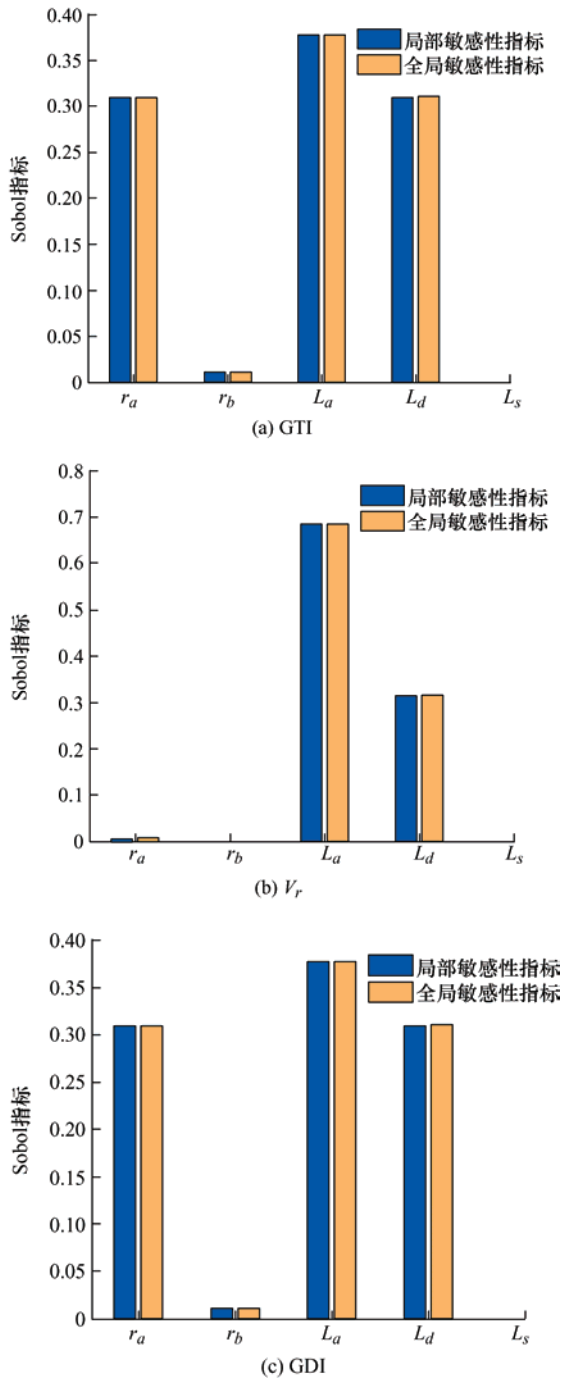


图 6 敏感性指标

表 2 多目标粒子群优化算法参数设置

	最大迭代次数	种群数量	惯性权重	全局学习因子	局部学习因子
值	200	300	0.729	1.49	1.49

表 3 DELTA 并联机构规则工作空间体积、运动/力传递性能和自然频率的 Pareto 前沿

	基座半径 r_a /mm	动平台半径 r_b /mm	首端连杆 L_a /mm	末端连杆 L_d /mm	全局运动/力 传递指标 GTI	全局动力学指标 GDI /Hz	规则工作空间体积 V_r /dm ³
优化前	194.00	30.00	260.00	480.00	0.85	50.06	50.12
优化后	342.13	40.47	153.17	545.28	0.94	66.34	5.71
	321.08	34.13	173.28	539.57	0.93	65.30	9.57
	313.65	32.87	185.84	533.05	0.92	64.95	12.04
	311.94	41.77	213.14	516.11	0.91	60.83	16.89
	295.42	34.25	214.69	523.63	0.91	61.53	19.80
	286.14	31.94	213.26	532.33	0.90	60.80	21.95
	265.75	33.61	235.86	531.70	0.89	57.03	32.68
	252.56	34.25	245.75	535.31	0.88	54.44	40.18
	250.26	36.37	246.43	539.95	0.87	53.10	42.86
	237.07	34.39	258.10	538.65	0.87	51.26	50.04
	233.00	37.36	262.40	541.75	0.86	49.13	55.06
	230.23	37.03	262.04	544.51	0.86	48.66	56.56
	228.35	39.45	263.28	547.68	0.85	47.24	59.72
	221.25	41.73	270.79	549.40	0.84	44.68	67.14
	216.22	44.09	274.30	553.76	0.83	42.62	73.55
	207.10	43.78	282.73	553.65	0.82	40.56	80.96
	204.63	45.54	284.46	556.32	0.81	39.28	84.91
	195.55	43.47	293.31	553.77	0.80	38.01	90.89
	210.93	60.37	285.18	563.66	0.79	34.45	94.22
	215.76	71.11	274.85	580.55	0.77	30.95	99.94

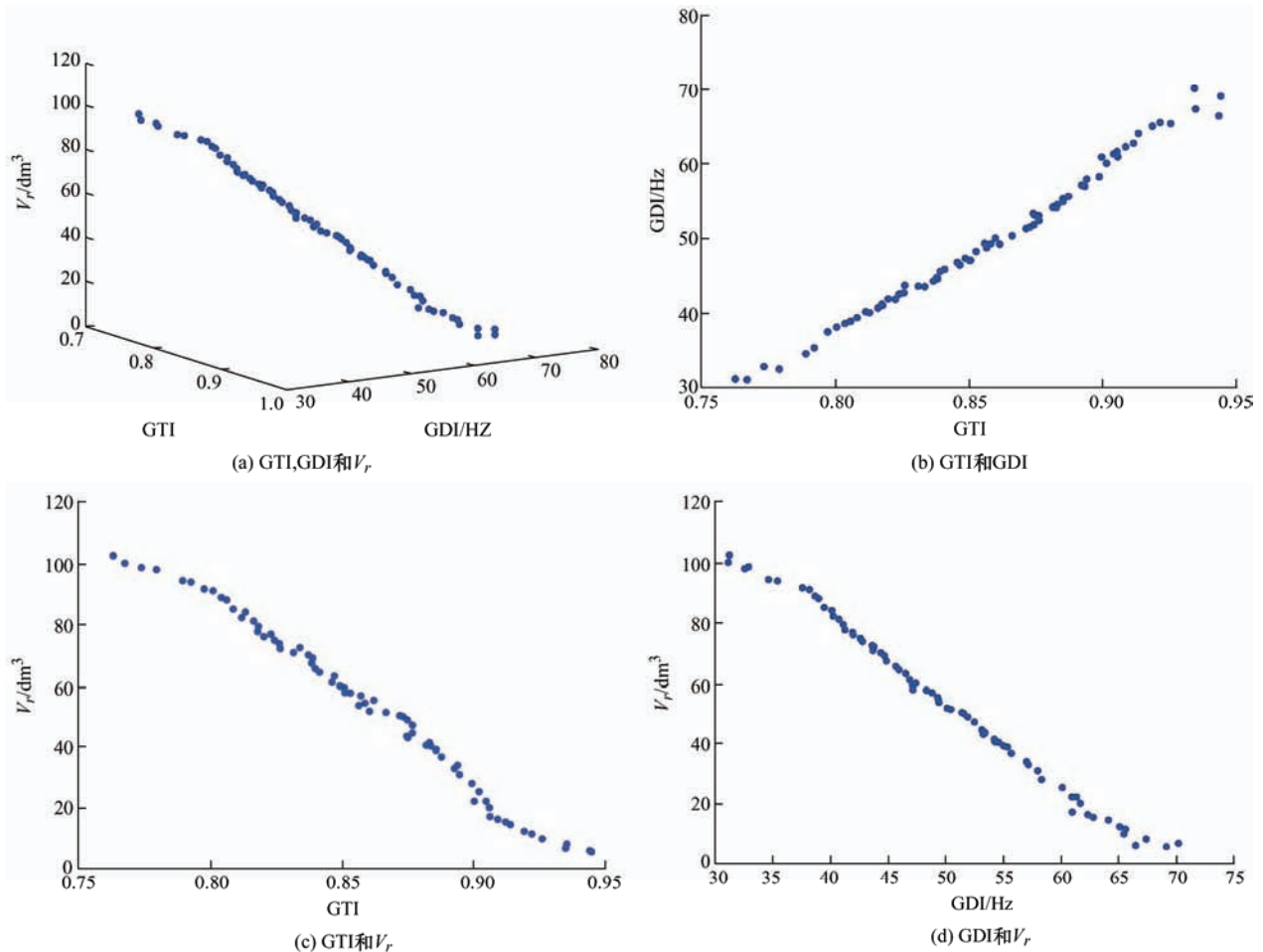


图 7 DELTA 机器人 Pareto 前沿

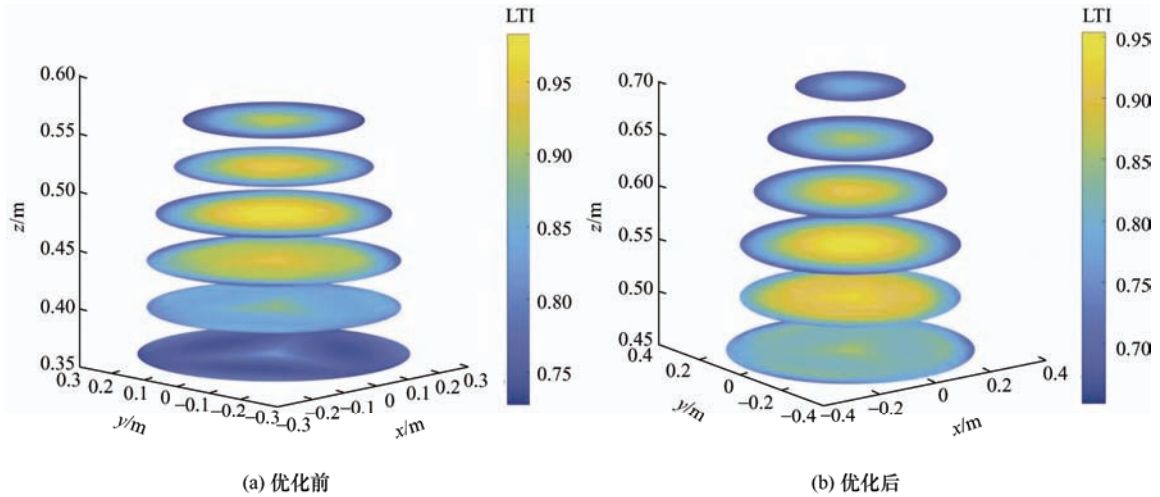


图 8 DELTA 并联机构优化前后运动学性能指标分布图

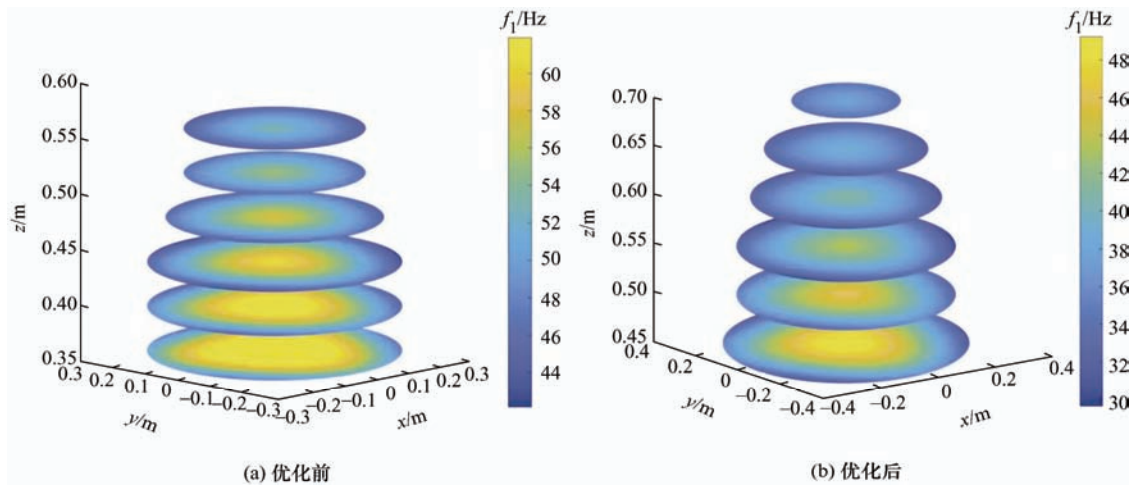


图 9 DELTA 并联机构优化前后第一阶自然频率分布图

3 结论

性能评价和多目标优化设计是并联机构理论研究的两项重要内容。在并联机构优化设计具体工程环境中, 由于全局性能指标之间的高竞争耦合性和高计算成本, 使得并联机构敏感性分析和多目标优化设计越来越具有挑战性。本文提出了一种结合响应面模型、Sobol'敏感性分析和智能优化算法的敏感性分析和多目标优化设计方法来解决此类问题。

(1) 借助拉丁超立方体抽样方法和最小二乘法多项式拟合技术建立了全局性能指标与设计参数之间的解析响应面映射模型, 与基于方差的 Sobol'敏感性指标相结合建立了一种具有解析表达式的敏感性指标的高效计算方法, 并可得到对目标函数有重要影响的设计参数。结合敏感性分析结果、响应面模型与粒子群智能优化算法提出了一种高效的多目标优化设计方法。

(2) 以 DELTA 并联机构为算例实现了本文提出的方法。考虑规则工作空间体积、运动/力传递性能指标和第一自然频率为目标函数。敏感性分析结果显示首端连杆和末端连杆尺寸对三目标均有重要影响, 其次为基座和动平台半径, 平行四边形短杆为不重要参数而从设计参数中剔除。最终得到了 DELTA 并联机构多目标 Pareto 前沿并列表给出了 20 组非支配解。优化前后的性能指标对比验证了优化算法的有效性。

参 考 文 献

- [1] ASADA H. A geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design[J]. Transactions of ASME Journal of Dynamic systems, 1983, 105(3): 131-142.
- [2] D'EGIDIO M. Device for the movement and positioning of an element in space: US Patent 4976582[P]. 1990.
- [3] HONG J H, YAMAMOTO M. A calculation method of

- the reaction force and moment for a Delta-type parallel link robot fixed with a frame[J]. *Robotica*, 2009, 27: 579-587.
- [4] YAN S J, ONG S K, NEE A Y C. Stiffness analysis of parallelogram-type parallel manipulators using a strain energy method[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2016, 37: 13-22.
- [5] KUMAR V. Characterization of workspaces of parallel manipulators[J]. *Journal of Mechanical Design*, 1992, 114(3): 368-375.
- [6] 张伟中, 李金平, 叶敏, 等. 2PUR-PSR 并联机构尺度综合多目标优化[J]. *农业机械学报*, 2020, 51(11): 403-410.
- ZHANG Weizhong, LI Jinping, YE Min, et al. Multi-objective optimization of dimensional synthesis for 2PUR-PSR parallel manipulator[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2020, 51(11): 403-410.
- [7] THANH V T, HUNG C X. Design optimization of Stewart platform for motion simulation systems using multi-objective genetic algorithm[C]// *Proceedings of the 2019 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Hong Kong, China, July 8-12, 2019: 436-440.
- [8] QUINTERO-RIAZA H F, MEJIA-CALDERON L A, DIAZ-RODRIGUEZ M. Synthesis of planar parallel manipulators including dexterity, force transmission and stiffness index[J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2019, 47(6): 680-702.
- [9] HUANG Guanyu, GUO Sheng, ZHANG Dan, et al. Kinematic analysis and multi-objective optimization of a new reconfigurable parallel mechanism with high stiffness[J]. *Robotica*, 2018, 36(2): 187-203.
- [10] STAN S-D, MATIES V, BALAN R, et al. Potentialities of optimal design methods for the development of mini parallel robots using genetic algorithms[C]// *Proceedings of the IEEE, International Conference on Automation and Logistics*, 2007: 1591-1596.
- [11] BOUNAB B. Multi-objective optimal design based kineto-elastostatic performance for the delta parallel mechanism[J]. *Robotica*, 2016, 34(2): 258-273.
- [12] KELAIAIA R, ZAATRI A, COMPANY O, et al. Some investigations into the optimal dimensional synthesis of parallel robots[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 83: 1525-1538.
- [13] SUN Tao, LIAN Binbin. Stiffness and mass optimization of parallel kinematic machine[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 120: 73-88.
- [14] ZHANG Dan, WEI Bin. Interactions and optimizations analysis between stiffness and workspace of 3-upu robotic mechanism[J]. *Measurement Science Review*, 2017, 17(2): 83-92.
- [15] MIRSHEKARI E, GHANBARZADEH A, SHIRAZI K H. Structure comparison and optimal design of 6-rus parallel manipulator based on kinematic and dynamic performances[J]. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2016, 13(13): 2414-2438.
- [16] CHEN Qiaohong, YANG Chao. Hybrid algorithm for multi-objective optimization design of parallel manipulators[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2021, 98: 245-265.
- [17] LIAN Binbin, SUN Tao, SONG Yimin. Parameter sensitivity analysis of a 5-DoF parallel manipulator[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2017, 46: 1-14.
- [18] SALTELLI A, ANNONI P, AZZINI I, et al. Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index[J]. *Computer Physics Communications*, 2010, 181(2): 259-270.
- [19] RABITZ H, ALI M F, SHORTER J, et al. Efficient input-output model representations[J]. *Computer Physics Communications*, 1999, 117: 11-20.
- [20] BABU S R, RAJU V R, RAMJI K. Design optimization of 3PRS parallel manipulator using global performance indices[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2016, 30(9): 4325-4335.
- [21] YANG Chao, LI Qinchuan, CHEN Qiaohong. Multi-objective optimization of parallel manipulators using a game algorithm[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 74: 217-243.
- [22] YANG Chao, LI Qinchuan, CHEN Qiaohong. Analytical elastostatic stiffness modeling of parallel manipulators considering the compliance of the link and joint[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, 78: 322-349.
- [23] 张伟中, 徐灵敏, 童俊华, 等. 2-PUR-PSR 并联机构的运动学分析及尺度综合[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(7): 45-53.
- ZHANG Weizhong, XU Lingmin, TONG Junhua, et al. Kinematic analysis and dimensional synthesis of 2-pur-psr parallel manipulator[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(7): 45-53.
- [24] FATTAH A, GHASEMI A M H. Isotropic design of spatial

- parallel manipulators[J]. The International Journal of Robotics Research, 2002, 21: 811-824.
- [25] ANGELES J. Is there a characteristic length of a rigid-body displacement?[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(8): 884-896.
- [26] 陈祥, 谢福贵, 刘辛军. 并联机构中运动/力传递功率最大值的评价[J]. 机械工程学报, 2014, 50(3): 1-9.
- CHEN Xiang, XIE Fugui, LIU Xinjun. Evaluation of the maximum value of motion/force transmission power in parallel manipulators[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(3): 1-9.
- [27] WANG Jinsong, WU Chao, LIU Xinjun. Performance evaluation of parallel manipulators: Motion/force transmissibility and its index[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(10): 1462-1476.
- [28] 黄真, 刘靖芳, 李艳文. 论机构自由度[M], 北京: 科学出版社, 2011.
- HUANG Zhen, LIU Jingfang, LI Yanwen. Degree of freedom of mechanism[M]. Beijing: Science Press, 2011.
- [29] WAN Xiaojin, YANG Junqiang, ZHANG Yan. Dynamic performance optimization of a novel 8-spu parallel walking mechanism[J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2020, 20(4): 041004.
- [30] YOSHIKAWA T. Dynamic manipulability of robot manipulators[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, St. Louis, MO, USA, March 25-28, 1985, 1033-1038.
- [31] ZHANG Jun, ZHAO Yanqin, CECCARELLI M. Elastodynamic model-based vibration characteristics prediction of a three prismatic-revolute-spherical parallel kinematic machine[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the ASME, 2016, 138(4): 041009.
- [32] YANG Chao, LI Qinchuan, CHEN Qiaohong. Natural frequency analysis of parallel manipulators using global independent generalized displacement coordinates[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 156: 104145.
- [33] FANG Jianguang, GAO Yunkai, SUN Guangyong, et al. Multiobjective reliability-based optimization for design of a vehicle door[J]. Finite elements in analysis and design, 2013, 67: 13-21.
-
- 作者简介: 杨超, 男, 1982 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为并联机器人运动学、刚度、动力学和多目标优化。
E-mail: cyang@zjxu.edu.cn
- 陈巧红(通信作者), 女, 1978 年出生, 博士, 副教授, 研究生导师。主要研究方向为并联机器人。
E-mail: chen_lisa@zstu.edu.cn