

DOI: 10.3901/JME.2022.17.075

柔性线缆的机器人自动敷设关键技术与发展趋势^{*}

吕乃静¹ 刘检华²

(1. 北京邮电大学现代邮政学院(自动化学院) 北京 100876;

2. 北京理工大学机械与车辆学院 北京 100081)

摘要: 柔性线缆在机电产品中大量应用,其敷设工作是一项非常重要、但又繁琐而复杂的任务。随着机器人技术的发展和普遍应用,柔性线缆的机器人自动敷设技术逐渐引起了国内外学者的关注。柔性线缆的机器人自动敷设问题归属于柔性线缆的机器人自动规划问题,首先对柔性线缆的机器人自动规划技术的研究现状进行了总结;然后对柔性线缆的机器人自动敷设问题进行了分析,围绕平面上柔性线缆的机器人自动敷设过程,提出了柔性线缆机器人自动敷设的整体流程,介绍了其中的关键技术,包括柔性线缆的物性建模、运动学约束、碰撞接触响应、机器人单/双臂控制自动敷设和图像处理等的实现方法,并结合实例进行了仿真和实验验证;最后对柔性线缆的机器人自动敷设技术的未来发展趋势进行了总结与展望。

关键词: 柔性线缆; 机器人; 自动敷设; 物性建模; 碰撞接触响应

中图分类号: TP391

Key Technologies and Development Trend of Robot Automatic Laying of Flexible Cables

LÜ Naijing¹ LIU Jianhua²

(1. School of Modern Post (School of Automation), Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876;

2. School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract: Flexible cables are widely used in mechanical and electrical products. The laying of flexible cables is a very important but cumbersome and complex task. With the development and universal application of robot technology, the robot automatic laying technology of flexible cables has gradually attracted the attention of scholars at home and abroad. The robot automatic laying of flexible cables belongs to the robot automatic planning of flexible cables. Therefore, firstly, the research status of the robot automatic planning technology of flexible cables is summarized. Then the robot automatic laying technology of flexible cables is analyzed. Focusing on the robot automatic laying process of flexible cables on a plane, the overall process of the robot automatic laying of flexible cables is proposed, and the key technologies are introduced, including the implementation methods of the physical modeling, kinematic constraints, collision-contact response, robot single/dual-arm control automatic laying, and image processing of flexible cables. The simulation and experimental verification are also carried out with an example. Finally, the future development trend of the robot automatic laying technology of flexible cables is summarized and prospected.

Key words: flexible cable; robot; automatic laying; physical modeling; collision-contact response

0 前言

柔性线缆是复杂机电产品中用于连接电气元器

件、电气设备及控制装置的电线、电缆的统称。随着电子信息技术的发展及其在机械制造领域中的广泛应用,线缆类零件作为传递电能和信号等的重要通道,越来越广泛地应用于航空航天、汽车制造、船舶、家电等领域^[1]。

作为机电系统的重要组成部分,线缆类零件的

^{*} 国家自然科学基金(51935003)和中央高校基本科研业务费(2022RC23)资助项目。20210813收到初稿,20211206收到修改稿

敷设工作在产品研发过程中占有非常大的比重^[2], 是一项非常重要的任务, 但整个敷设过程却非常复杂和繁琐。线缆类零件敷设的合理性和可靠性, 对产品的最终质量起着至关重要的作用。一旦线缆类零件出现故障, 将可能直接导致系统控制失灵, 致使机电产品因失去动力而无法正常工作, 造成严重后果。复杂产品中的线缆类柔性件一般都数量庞大, 布局复杂, 装配空间狭窄, 所以线缆类柔性件的敷设过程与刚性结构件的装配过程相比更加复杂和困难, 工作量大。

目前针对线缆类零件, 传统的敷设过程和敷设工艺制定方法, 通常是在物理样机上通过反复的手工试装完成。这种方法需要制作结构件的物理样机, 如果发现线缆布局不合理、无法完成敷设等问题, 可能还需要进行结构改进。整个过程需要进行不断的重复测试, 效率很低, 同时增加了研发的时间和成本, 而且也难以保证最终的产品质量, 导致了可靠性差等问题^[3]。例如, 正是由于传统的基于产品物理样机和集中讨论工作的线缆敷设方式, 许多制造商(如全球最大的汽车制造商之一的现代汽车公司(Hyundai Motors))在 2019 新型冠状病毒肺炎(COVID-19)的流行期间遭受了重创。由于疫情的影响, 线缆类零件和结构件的物理样机无法正常生产, 相关人员也无法进行集中讨论, 无法开展线缆试装实验和线缆敷设工作, 导致许多制造商在新冠大流行的早期阶段就遭遇了线缆类零件设计和敷设进度的持续延迟^[4], 造成了巨大的经济损失。因此, 更加有效的柔性线缆敷设手段和工具, 也成为当前制造商们的一个迫切需求。

近年来, 随着机器人技术的发展和普遍应用, 亟待将机器人应用于柔性线缆的敷设过程中, 改变目前线缆以实物试装和手工敷设为主的落后现状。与手工敷设相比, 机器人的定位更加精确。用机器人取代部分人的工作, 实现柔性线缆的自动化敷设, 也能够大量解放劳动力, 降低人工成本。另外, 对于处于高温、低温、辐射环境, 外太空等特殊工况下的柔性线缆, 也不适合由人类进行操作, 必须由机器人完成自动敷设。因此, 柔性线缆的机器人自动敷设技术的应用前景广阔。

由于线缆具有高柔性和高自由度的特点, 在敷设过程中会不断发生变形, 与周围物体发生碰撞接触时也会发生变形响应, 不像结构件一样形状是固定的, 因此需要建立柔性线缆的物性模型, 实时模拟它的变形, 考虑它的碰撞接触响应。在机器人的自动敷设过程中会涉及许多的不确定性因素, 因此

需要确定机器人对线缆的约束作用, 探索机器人的控制方法等问题。所以, 目前柔性线缆的机器人自动敷设技术仍面临着许多挑战。

1 柔性线缆机器人自动规划研究现状

柔性线缆的机器人自动敷设问题归属于柔性线缆的机器人自动规划问题。柔性线缆的机器人自动规划问题, 是为达某种目的用机器人对柔性线缆进行自动规划的技术, 包括柔性线缆的路径规划、运动规划、操作规划、装配规划和自动敷设等问题。近年来, 随着机器人技术的发展, 关于柔性机器人^[5-9]的研究越来越多, 工业机器人也越来越多地参与到产品的装配过程中, 单独或在人的协助下用于产品的装配过程^[10-11]。由于线缆类柔性体具有高自由度和高柔性的特点, 其自动装配^[12-13]和规划技术相较于刚性零件的自动装配^[14-18]更具有挑战性。

线缆类柔性体的路径规划问题是其自动规划问题的关键技术之一。柔性线缆的路径规划是指根据已知装配环境, 确定线缆类柔性体装配时所经过的空间路径。目前相关研究成果中, 以柔性体本身的变形进行规划的方法居多。比如, 美国莱斯大学的 LAMIRAUX 等^[19]较早地利用了随机算法对柔性体运动路径规划进行了研究, 计算出柔性体从初始位形到目标位形的无碰撞路径。美国德州农工大学的 BAYAZIT 等^[20]提出了一种基于随机路径图算法的可变形机器人运动路径规划方法, 首先生成一条大致的路径, 该路径可能包含碰撞的情形, 然后通过机器人的变形来消除这些碰撞, 最终生成可行路径, 在过程中考虑了可变形体的物理属性。RODRIGUEZ 等^[21]建立了一个在完全可变形弹性环境下进行路径规划的框架, 在该环境中规划物体和环境均为可变形模型, 该可变形运动规划算法基于的是 RRT 算法。美国南卡罗莱纳大学的 MOLL 等^[22]提出了一种基于采样路径图的可变形线性体的路径规划方法, 通过最小能量曲线的方法求得稳定构型, 并给出了不同构型之间的中间构型求解方法, 该方法可用于柔性线缆、手术缝合线以及蛇形机器人等领域。美国北卡罗莱纳大学的 GAYLE 等^[23-24]提出了一种复杂环境下柔性机器人的路径规划算法, 充分考虑几何和物理约束, 并描述了一个新的碰撞检测算法, 通过基于中心线的方法计算出一条无干涉、满足运动学和动力学约束下的可行路径, 使机器人沿该路径达到最终的构型, 并将其应用到了医用导管等多种场景下。KABUL 等^[25]将这一方法用于线

缆的路径规划上, 采用一个 PRM 的变种来生成初步的路径, 结合自适应前向动力学获得最终的无干涉路径, 但该路径规划方法主要用于布线设计阶段而不是装配过程。

除了路径规划问题, 线缆类柔性体的运动规划、操作规划和装配规划问题也属于柔性线缆自动规划问题的范畴。相对于单纯的路径规划问题, 线缆运动规划、操作规划和装配规划问题的关注点可能更加宽泛, 比如可能会关注柔性线缆从初始状态到目标状态的运动过程的确定、为达某种目的利用夹持器对柔性线缆进行的操作过程、柔性线缆装配工艺的确定等问题。目前已有不少研究者对相关问题进行了研究。

美国俄亥俄州立大学的 ZHENG 等^[26]对可变形梁插入刚性孔的问题进行了研究, 但这方面的应用比较局限。日本大阪大学的 ASANO 等^[27]对带状电路板的自动装配操作规划问题进行了研究, 他们通过最小势能方法求得电路板从初始形状到目标形状的变形过程。美国莱斯大学的 LAMIRAUX 等^[19]提出了一种可变形体的运动规划方法, 在整个运动过程中, 他们认为柔性体的两端受到操作约束, 并且主要通过柔性体本身的变形来避免碰撞。他们认为该研究是与以往针对刚性体和铰链机器人的运动规划问题不同的, 该方法可应用于柔性的平板、管路和线缆等以及医学领域。美国犹他州大学的 MAHONEY 等^[28]通过主元分析法来对可变形体运动规划问题进行降维, 所提出的方法考虑了计算效率以及物理属性, 在此基础上开发了一个基于采样的可变形机器人运动规划方法, 并在一些可变形体的规划任务中进行了测试。该研究中的细长棒类可变形体与较短的柔性线缆十分相似, 在规划过程中都需要考虑物体的端部约束和变形的能量约束。

瑞典 Fraunhofer-Chalmers 中心的 HERMANSSON 等^[29]针对汽车企业中的线束安装问题, 提出了一种线束自动装配规划方法, 通过添加“把手”的方式处理接触问题, 解决了柔性体运动规划的高维度问题, 将拆卸路径的逆向作为装配的路径, 并将该方法用到了工业实例中, 获得了较好的计算速度。美国伊利诺伊大学香槟分校的 BRETLE 团队^[30-32]证明, 两端受夹持器约束的 Kirchhoff 弹性杆的平衡位形集合是一个六维的平滑流形, 并且是路径相通的, 这使得线缆的准静态运动规划变得容易。法国的 ROUSSEL 等^[33-35]在此基础上, 针对不可伸长和可伸长的弹性杆的操作规划问题进行了研究, 分别考虑了操作器抓取弹性杆一端和两端的方式, 并通过

杆的动态建模和与结构件间的碰撞接触, 基于采样的方法对弹性杆从初始状态到目标状态的运动过程进行路径规划。后来, BRETLE 团队中的 MUKADAM 等^[36]针对复杂环境中线缆在障碍物附近运动的避障问题, 研究了多个夹持器对二维平面下弹性杆的操作规划问题, 并给出了维持各个平衡态所需的夹持器数目的上下限。美国达特茅斯学院的 WANG 等^[37]针对线绳的连续穿孔问题, 提出了一种夹持器操作规划方法。通过在窄孔处放置虚拟载流环形成磁场来吸引端部, 计算夹持器位置来控制绳端方向, 并通过重复抓取实现连续穿线过程。

此外, 还有一类操作规划是针对打结/解结 (Knotting/Unknotting) 问题^[38-40]的, 这也和线缆类柔性体的机器人自动规划问题有关。比如, 日本东京大学的 INABA 等^[41]提出的手-眼系统是较早关于绳穿孔和打结等需求的, 他们考虑了视觉系统的反馈, 成功地利用机器人完成了柔性绳索类物体的机器人操作任务。美国斯坦福大学的 BROWN 等^[42]针对手术缝合线等绳类物体, 采用了一种实时的多体定长几何模型, 对绳索的虚拟操作进行研究, 取得了比较好的效果。日本富山县立大学的 MATSUNO 等^[43]基于拓扑模型和纽结理论, 通过分析图像信息确认绳索的结构, 用于机器人操作绳索进行打结时的错误纠正。美国斯坦福大学的 SAHA 等^[44]利用随机路径图方法对绳索等一维可变形体的操作规划问题进行了研究, 该方法在操作中不假设特定的物理模型, 并通过仿真和实际双臂机器人实现了柔性绳索类物体的操作。德国弗莱堡大学的 SPILLMANN 等^[45]提出了一种自适应接触模型, 用于绳索的打结仿真中。

后来, 还有一些学者尝试研究弹性缝纫机 (ESM)^[46]和流体机械缝纫机 (FMSM)^[47-48]的动态仿真, 这也涉及到柔性体的自动控制问题。他们将无限长的弹性细杆或粘性细线从高处的喷嘴处向下倒落到运动的传送带平面上, 通过控制平面的横向运动速度和喷嘴的高度, 可以获得许多丰富的图案。

综上所述, 由于柔性线缆的机器人自动规划技术具有广阔的研究前景, 已有一些研究者尝试使用机器人来实现线缆的自动规划, 涉及到线缆的路径规划、运动规划、操作规划和装配规划等关键技术攻关。但目前研究成果主要集中于线缆装配路径的搜索, 而不是线缆的机器人自动敷设精确控制^[49]。由于线缆具有高柔性和高自由度的特点, 现有研究成果尚不能实现柔性线缆的机器人自动敷设, 柔性

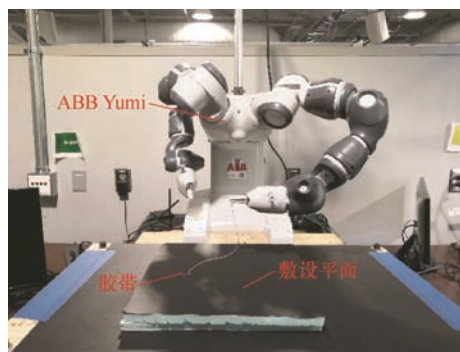
线缆的机器人自动敷设技术仍面临着很大的挑战。

2 柔性线缆机器人自动敷设关键技术

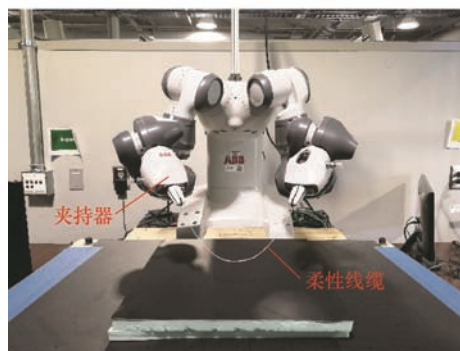
柔性线缆的机器人自动敷设问题,主要是用机器人对柔性线缆进行自动敷设控制操作,将其由初始位置精确敷设到目标位置,并关注在敷设过程中柔性线缆是否能够到达目标位置、线缆变形是否过大、线缆变形是否合理、机器人的运动路径是否合理、机械臂是否发生刚蹭、碰撞等问题。

平面上柔性线缆的机器人自动敷设问题是实现柔性线缆机器人自动敷设的基础,本文主要探讨平面上柔性线缆的机器人自动敷设问题。具体目标是用机器人的单臂或双臂精确控制柔性线缆的一端或两端,将其从初始位置精确敷设到平面上的目标位置,同时形成目标曲线的形状。

柔性线缆的机器人自动敷设平台如图 1 所示,由机器人、敷设平面和柔性线缆组成。其中,敷设平面固定于机器人的水平操作台上。在线缆的单臂控制敷设过程中,将柔性线缆的一端用胶带固定在平面上,另一端用机器人一个手臂末端的夹持器进行控制,如图 1a 所示。在线缆的双臂控制敷设过程中,柔性线缆的两端分别由机器人两个手臂末端的夹持器进行控制,如图 1b 所示。此外,还需要一个照相机,用于拍摄敷设完成后敷设平面上柔性线缆的形状。



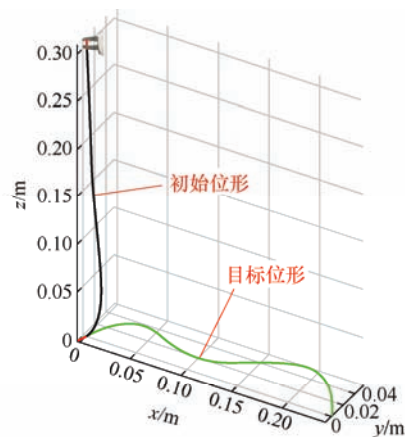
(a) 单臂控制



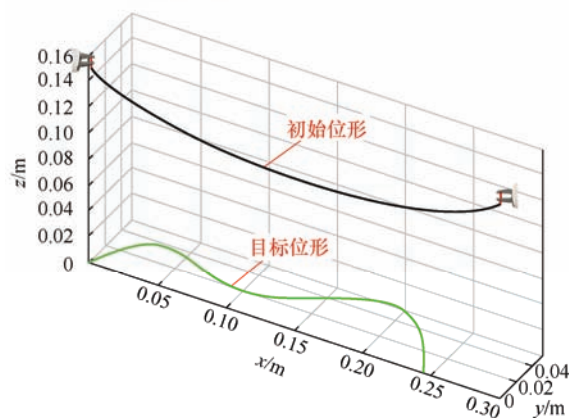
(b) 双臂控制

图 1 柔性线缆的机器人自动敷设平台

柔性线缆的机器人自动敷设问题中柔性线缆的初始位形和目标位形如图 2 所示。图中敷设平面上二维目标曲线所在的位置是柔性线缆的目标位形。在柔性线缆的单臂控制中,线缆的初始位形如图 2a 所示,线缆的一端固定在敷设平面上,并与目标曲线重合,另一端位于上方,用机器人一个手臂末端的夹持器进行控制。在柔性线缆的双臂控制中,柔性线缆的初始位形如图 2b 所示,位于目标曲线上方水平放置,线缆的两端分别由机器人两个手臂末端的夹持器进行控制。



(a) 单臂控制中线缆的初始/目标位形



(b) 双臂控制中线缆的初始/目标位形

图 2 柔性线缆的初始位置和目标位形

2.1 柔性线缆的机器人自动敷设流程

柔性线缆的机器人自动敷设流程如图 3 所示。首先,需要进行柔性线缆的机器人自动敷设仿真,包括单臂和双臂控制敷设仿真,得到控制线缆端部的机器人夹持器的运动轨迹,也就是夹持器在不同时刻下的位置坐标(控制点)。然后,编写机器人的控制程序,动态控制机械人手臂终端的夹持器的运动速度,使其沿着运动轨迹(控制点)进行移动,完成机器人手臂的运动仿真。运动仿真完成以后,将控制程序输入到机器人系统中,进行柔性线缆的机器人自动敷设,包括单臂和双臂控制敷设。敷设完

成后, 打开机器人的夹持器, 用置于正上方的照相机对线缆进行拍照, 获取其形状。然后, 对线缆图像进行后处理, 得到线缆的中心曲线, 也就是敷设结果。最后, 将敷设结果与仿真结果以及目标曲线进行对比。



图3 柔性线缆的机器人自动敷设流程

其中, 柔性线缆的机器人自动敷设仿真流程如图4所示。

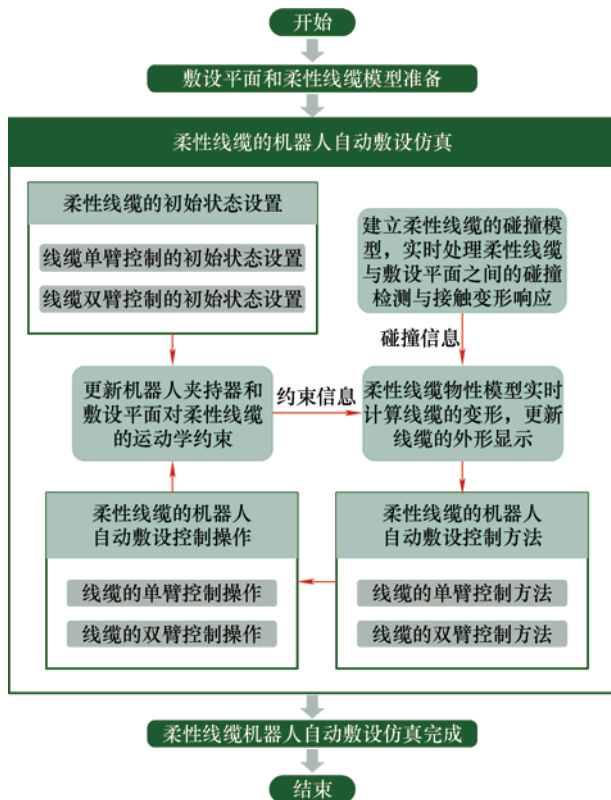


图4 柔性线缆的机器人自动敷设仿真流程

首先, 准备好敷设平面和柔性线缆模型。然后设置机器人自动敷设仿真中柔性线缆的初始状态, 包括单臂控制和双臂控制, 进行柔性线缆的机器人

自动敷设仿真。

在线缆的单臂控制和双臂控制中, 柔性线缆的端部不是被机器人所控制, 就是被固定在了敷设平面上, 所以机器人夹持器和敷设平面对柔性线缆具有运动学约束作用。在线缆的初始状态设置完成后, 需要更新柔性线缆的运动学约束, 并将这些约束信息反馈到线缆的物性模型中。在线缆的敷设仿真过程中, 机器人的自动敷设控制操作将不断变化, 机器人的约束作用也需要不断更新。

其次, 在将柔性线缆敷设到平面上的过程中, 柔性线缆将不可避免的与敷设平面发生碰撞接触。因此, 为了得到更加真实的仿真结果, 完成敷设任务, 需要建立柔性线缆的碰撞模型, 实时处理柔性线缆与敷设平面之间的碰撞检测与接触变形响应, 并将碰撞信息反馈到线缆的物性模型中。

柔性线缆的物性建模技术是线缆仿真的基础。基于约束信息和碰撞信息, 柔性线缆的物性模型将实时计算柔性线缆的变形, 更新线缆的外形显示。

柔性线缆的机器人自动敷设控制方法是实现柔性线缆自动敷设的关键, 包括单臂控制方法和双臂控制方法。

最后, 基于此方法, 用机器人实时控制线缆端部的运动速度, 确定最终机械臂末端夹持器的运动轨迹, 进行柔性线缆的机器人自动敷设控制操作, 实现柔性线缆的机器人自动敷设。

在上述柔性线缆的机器人自动敷设流程中, 柔性线缆的物性建模、运动学约束、碰撞接触响应、机器人自动敷设控制和图像处理是核心关键技术。下面对相关实现技术进行详细介绍, 并结合实例进行了仿真和实验验证。

2.2 柔性线缆的物性建模

柔性线缆的建模技术是虚拟环境下进行线缆仿真的基础。只有线缆模型能够准确而快速地模拟线缆的变形, 才能保证线缆仿真的可靠性和实时性。与布料和人体组织等柔性体相比, 线缆最大的特点在于其长度远大于截面尺寸, 这与软管、绳子、手术缝合线、导管导丝、头发等物体相似。为了方便起见, 可以将这类可变形体称为线缆类柔性体。

不同于刚性体, 线缆类柔性体具有柔性, 随着外界条件的变化其形状可能会发生很大的变形, 因此建模难度较大。在早期, 线缆类柔性体的模型主要是几何模型, 其中心线通常用折线段或样条曲线(如 Bezier 曲线、B 样条曲线或 NURBS 曲线等)来表示^[50-53]。目前, 大多数商业三维 CAD 软件也将线缆类柔性体表示为几何曲线。然而, 这些几何模型

由于没有考虑它们的物理特性,因此无法非常准确地模拟线缆类柔性体的变形^[54]。近年来,线缆类柔性体的物性模型成为国内外学者研究的重点。

线缆类柔性体的物性模型由于考虑了重力、拉压、弯曲和扭转等物理特性,能够更加真实地模拟它们的变形。但线缆类柔性体的模型表达,一方面需要真实地表达柔性体的空间形态和物理特性,满足真实性要求,另一方面还要满足仿真系统的实时性要求,即求解速率能够满足虚拟线缆仿真的操作要求。由于真实性和实时性之间往往存在着天然的矛盾,需要在两者之间进行权衡,因此线缆类柔性体的物性建模技术是存在一定难度的。

目前针对线缆类柔性体的物性建模有多种不同的方法,这些模型大致可以分为两大类:离散模型和连续模型。更详细地说,可以分为弹簧质点模型、多刚体段模型、弹性细杆模型、动态样条模型和有限元模型等^[55]。

弹簧质点模型是将线缆类柔性体视为由离散质点和各种类型的无质量弹簧组成,通过质点与弹簧之间的受力关系建立平衡方程并求解,计算满足平衡条件的质点位置从而求得线缆类柔性体的姿态。由于其具有建模简单、直观、易实施、实用性强等特点,广泛应用于计算机图形学中,用于线缆^[56-60]、头发^[61]、布料^[57, 62-64]、组织^[65]等一维、二维和三维可变形体^[66]的模拟。

多刚体段模型是将线缆类柔性体进行分段,并对各个刚性段进行连接,形成铰接链。该方法来自机器人领域,通常采用机器人逆运动学^[67-68]或多体系统动力学^[69-70](包括基于约束的方法^[71]和基于脉冲的方法^[72]等)等方法进行求解。该模型的建模方式非常直观,比较简单,为了描述柔性体的物理特性,通常需要通过添加弹簧或约束的方式来实现^[67, 73-77]。

弹性细杆模型具有良好的理论基础,从连续介质力学的角度出发,将线缆类柔性体看作细长的弹性杆,认为其可由横截面和通过各横截面几何中心的中心线组成^[31, 78-89],可分为 Kirchhoff 弹性杆理论和 Cosserat 弹性杆理论。前者^[90]描述了弹性细杆的弯曲和扭转变形^[91-93],后者^[94]增加考虑了弹性杆的轴向拉压和截面的剪切变形,建立了更精确的平衡方程^[95-97]。但在实际应用中,不可伸长弹性细杆仍被广泛使用^[79, 82, 86, 98-99]。为了方便起见,剪切变形通常也会被忽略^[80, 83, 86, 98]。弹性细杆模型最初是一种连续模型,但为了加快计算速度,通常采用离散

弹性细杆模型。

动态样条模型是用样条曲线来表示线缆类柔性体的中心线,并赋予样条曲线以质量、变形能等物理属性,使其在外力和约束作用下的变形符合物理定律,从而求解柔性体的变形过程^[100-110]。动态样条模型后期借鉴了弹性细杆模型的相关理论,提供了一种更加精确的几何表示方法,可以说是一种连续模型。

有限元模型是将连续的物体通过网格划分离散成由节点连接在一起的有限个单元,使无限自由度问题转换成有限自由度问题,再利用力学原理近似的求解出应力和变形等未知量^[111-115]。有限元模型能够精确地计算出线缆类柔性体的变形结果,但由于计算效率较低,较难满足实时性要求,通常不适用于实时仿真。

从另一个角度看,这些模型又可分为准静态模型和动态模型。前者通常使用能量最小化^[67, 82]和打靶法^[78]等方法来求解,而后者则需要通过时间积分数值算法来求解运动方程(常微分方程)^[116-118]。数值积分方法可分为一阶方法(如 Euler 方法^[73, 116])、二阶方法(如 Störmer-Verlet(辛 Euler)方法^[77, 86])和高阶方法(如 Runge-Kutta 方法^[107, 119])。也可以分为显式(正向)方法^[107, 116, 119],隐式(后向)方法^[47, 62, 71, 73, 120-121],和隐式-显式(后向-前向)方法^[48, 77, 122-125]。显式方法是根据当前的系统状态计算系统以后的状态。这种方法简单、直观、快速、易于实现,但存在稳定性问题,仅在一定条件下,即当时间步长小于稳定阈值时,才能稳定,不适用于刚性过大的系统。隐式方法在鲁棒性方面具有较大的优越性,即使用于刚性系统和大时间步长也可以保持稳定。但这种增益的代价是需要额外的计算量(在每次迭代时都需要求解运动方程)和为系统增加阻尼,相对而言实现起来更加困难。隐式-显式方法的基本思想是将常微分方程的刚性部分和非刚性部分分开处理,用隐式方法处理刚性部分,用显式方法处理非刚性部分,将隐式方法的稳定性和显式方法的高效性结合了起来。

在柔性线缆的机器人自动敷设仿真过程中,为了提高线缆的仿真实时性,通常采用离散模型进行线缆的物性建模,忽略线缆的剪切变形。本文采用离散弹性细杆模型对柔性线缆进行建模。如图 5 所示,将柔性线缆离散成 $n+2$ 个离散点 $(0, 1, \dots, n+1)$ 和 $n+1$ 个离散段 $(0, 1, \dots, n)$ 。离散点 i 的位置用坐标向量 $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ 表示,离散段 i 的扭转角度用 θ^i 表示,线缆状态可用广义坐标系 $\mathbf{q} = (\mathbf{r}_0, \theta^0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{i-1}, \theta^i,$

$r_i, \dots, r_n, \theta^n, r_{n+1})^T$ 来表示。此外, 敷设过程中机器人的运动一般较为迅速, 线缆的动力学特性会对线缆的敷设质量产生影响, 因此最好采用动力学求解方法对线缆模型进行求解。

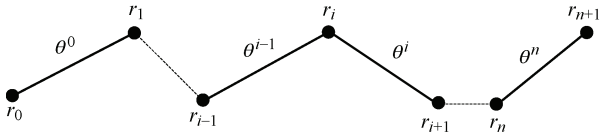


图5 柔性线缆离散模型

在求得所有离散点的位置后, 可通过曲线拟合的方法确定线缆的中心曲线。然后再结合线缆的截面信息, 就可以得到线缆的外形。

2.3 柔性线缆的运动学约束

在柔性线缆的机器人自动敷设仿真过程中, 机器人和敷设平面对柔性线缆具有运动学约束的作用。如图6所示, 机器人的手臂末端有夹持器, 夹持器将对所夹持线缆端部的两个离散点和末端离散段进行控制。左图所示的单臂控制中, 被固定在敷设平面上的线缆端部也可认为控制了端部的两个离散点和末端的一个离散段。因此, 无论采用哪种控制模式, 线缆的两端都将受到运动学约束的作用。具体地说, 离散点 0、1、 n 和 $n+1$ 的平移速度和离散段 0 和 n 的切向旋转角速度将受到约束的作用。

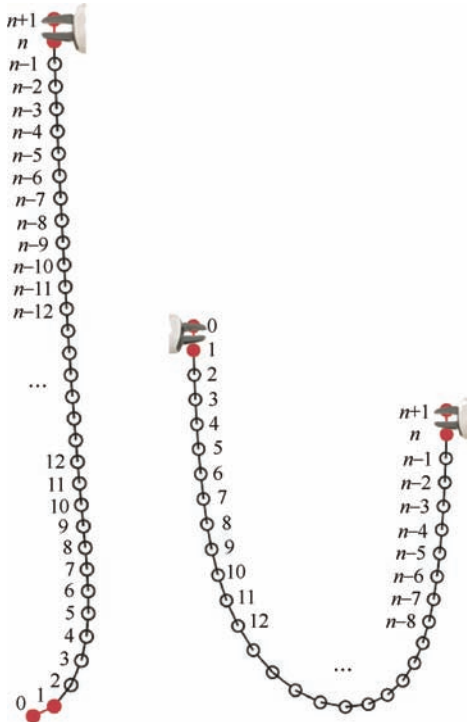


图6 单/双臂控制中柔性线缆的运动学约束

添加约束前柔性线缆的广义速度用 $U = (v_0, u^0,$

$v_1, \dots, v_{i-1}, u^i, v_i, \dots, v_n, u^n, v_{n+1})^T$ 来表示, 包括每个离散点的平移速度 v_i 和每个离散线缆段沿切线方向的旋转角速度 u^i 。那么添加约束后, 柔性线缆的广义速度 U_c 将表示为 $U = (v_{a1}, u^{a1}, v_{a1}, \dots, v_{i-1}, u^i, v_i, \dots, v_{a2}, u^{a2}, v_{a2})^T$ 。在机器人的单臂操作中, 如果固定在敷设平面上的线缆一端为头端, 则 $v_{a1}=(0, 0, 0)^T$, $u^{a1}=0$; 线缆另一端由机器人控制, 则 v_{a2} 和 u^{a2} 是机械臂上夹持器的平移速度和旋转角速度。在机器人的双臂操作中, v_{a1} 和 u^{a1} 是控制线缆首端的机械臂上的夹持器的平移速度和旋转角速度, v_{a2} 和 u^{a2} 是控制线缆末端的另一个机械臂上的夹持器的平移速度和旋转角速度。一般情况下, 可假设机器人的夹持器始终保持姿势不变, 夹持方向始终保持在竖直方向, 即线缆的线缆段 0 和 n 始终保持在竖直方向, 并且在操作过程中不旋转夹持器, 因此 u^{a1} 和 u^{a2} 都等于零。

2.4 柔性线缆的碰撞接触响应

柔性线缆快速而准确的碰撞接触响应, 是提高线缆敷设仿真真实感的基础。如图7所示, 因为线缆是柔性体, 当线缆与周围环境发生碰撞接触时, 会发生变形响应, 通过改变自身位姿防止与其他物体发生穿透。因此, 在线缆的敷设仿真过程中, 不仅要检测到线缆是否发生了碰撞, 还要在线缆发生碰撞时及时向物性模型反馈碰撞信息, 实现线缆的接触变形响应。而且不同于静态线缆, 线缆的虚拟装配仿真要实现实时的装配操作, 所以对碰撞接触响应的效率有较高的要求。

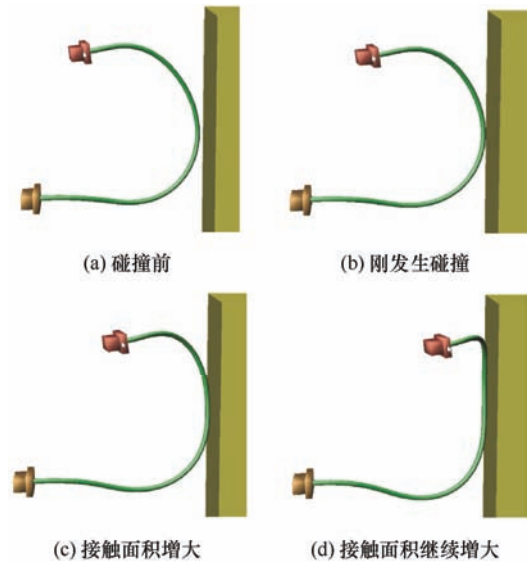


图7 柔性线缆的碰撞接触响应

一种可行的柔性线缆碰撞接触响应算法流程如图8所示。首先建立柔性线缆的碰撞模型, 并进行碰撞检测。目前常用的碰撞检测方法有层次包围盒

法、空间剖分法、基于距离场的方法、基于图像空间的方法、以及智能算法等。其中最常用的方法是层次包围盒法,包围盒可分为沿坐标轴的包围盒 AABB^[126]、方向包围盒 OBB^[127]、包围球^[128]、k-Dop^[129]以及凸包^[130]等不同的类型。在仿真过程中,线缆的几何形态不断发生变化,所以其碰撞模型不能像刚性结构件一样是固定的,需要实时重建,实时检测。可首先采用实时性较好的球形层次包围盒进行快速的线缆碰撞模型构建(自下而上)和碰撞检测(自上而下),当检测到某些叶子节点,即某些线缆段的最小包围球,发生碰撞时,则线缆可能发生了碰撞,改用三角面片构造这些线缆段的圆柱体包围盒,进行精确的碰撞检测,即可确定是否真正发生了碰撞。若真发生了碰撞,返回发生碰撞的线缆段序号 i 、碰撞位置、碰撞法向 n 、穿透深度等精确的碰撞信息。

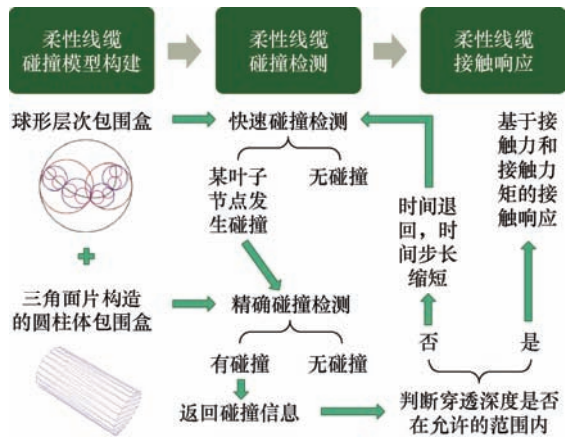


图8 柔性线缆的碰撞接触响应算法流程

在上述碰撞检测的过程中,当检测到碰撞时,发生碰撞的线缆段可能已经与周围环境发生了很大的穿透深度。为了避免模型之间的大穿透,需要判断穿透深度是否在允许的范围,若不在,可采用“时间退回和时间步长缩短”的方法,实现柔性线缆的稳定碰撞接触。如图9所示,当在时刻 t 检测到某个线缆段 i 发生了碰撞,且穿透深度不在允许的范围,则将时间退回到上一个时间步 $t-\Delta t$,用在时刻 $t-\Delta t$ 时离散段两端的两离散点的速度 $v_i(t-\Delta t)$ 和 $v_{i-1}(t-\Delta t)$,计算出线缆段上碰撞位置点的速度 $v^i(t-\Delta t)$,然后用该速度与两碰撞点之间的距离 $s^i(t-\Delta t)$ 来估计一个新的较短的时间步长 Δt_{new} 。用新的时间步长 Δt_{new} 计算出线缆离散点新的位置后,再次执行碰撞检测。如果穿透深度仍超过允许的范围,则重复上述过程,直到发生碰撞的线缆段在新的时间步长后的穿透深度处于允许的范围以内。

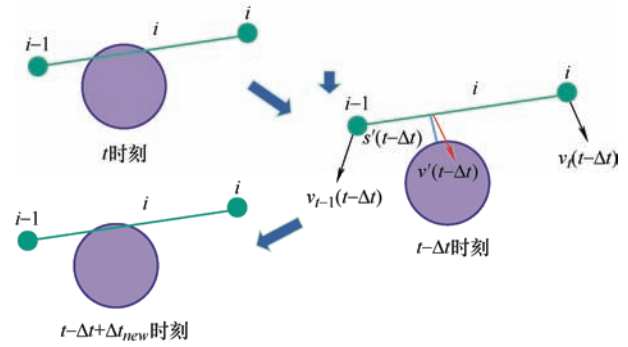


图9 柔性线缆的稳定碰撞接触

当线缆与周围环境发生碰撞时,会受到力的作用,产生接触变形,防止发生进一步的穿透,这就是线缆的接触响应。柔性线缆的接触响应变形可采用一种基于接触力和接触力矩的方法来实现。如图10所示,当线缆段 i 发生碰撞时,线缆段 i 会受到来自碰撞物体的接触力,包括法向支撑力和切向摩擦力^[131]。为了计算方便,可以把线缆段的接触力转移到线缆段两端的离散点 $i-1$ 和 i 上。摩擦力 F_i^f 可分为动摩擦力和静摩擦力。作用在线缆离散点 $i-1$ 和 i 上的摩擦力 F_{i-1}^f 和 F_i^f ,会在线缆段 i 上产生轴向的接触力矩 $M_c^i = [(F_{i-1}^f + F_i^f) \times n] \cdot t^i$,其中, t^i 指线缆段 i 的单位切向矢量。

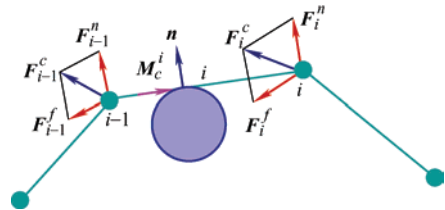


图10 柔性线缆的接触响应

2.5 柔性线缆的机器人自动敷设控制

柔性线缆的机器人自动敷设控制方法是实现柔性线缆自动敷设的重点。平面上柔性线缆的机器人自动敷设精确控制,可采用一种基于相对位置矢量(线缆离散点与目标曲线上相应目标点之间的相对位置矢量)动态调整的柔性线缆自动敷设控制方法,包括单臂控制方法和双臂控制方法。

首先,相对位置矢量中目标曲线上的目标点,是通过目标曲线进行预处理获得的。如图11所示,在平面 $x-y$ 上的目标曲线,可以表示为 $y(x)$ 的形式。图中所示的圆点,即为将目标曲线均分获得的目标点。线缆离散点的数量为 $n+2$ 个(0,1, ..., $n+1$),但由于线缆两端被机器人夹持器或敷设平面所约束,所以目标点的数量应为 n 个(1, 2, ..., n),分别对应线缆离散点(1,2, ..., n)。

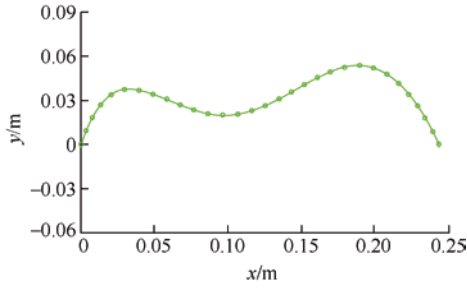


图 11 目标曲线和目标点

2.5.1 柔性线缆的机器人单臂控制

图 12 所示为单臂控制中柔性线缆的初始状态。线缆首端固定在敷设平面 $x-y$ 上，线缆离散点 1 与目标点 1 重合，离散点 0 位于目标曲线在目标点 1 处的切线方向的反向延长线上。线缆离散点 n 位于离散点 1 的正上方目标曲线长度处，末端离散段在机器人夹持器的控制下始终保持在竖直方向上。

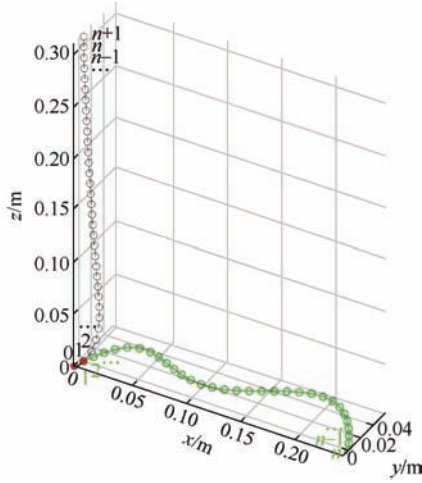


图 12 单臂控制中柔性线缆的初始状态

柔性线缆的单臂控制过程如图 13 所示，机器人手臂末端的夹持器控制线缆的末端，将线缆从初始位置精确敷设到平面上的目标位置，并形成目标曲线的形状。

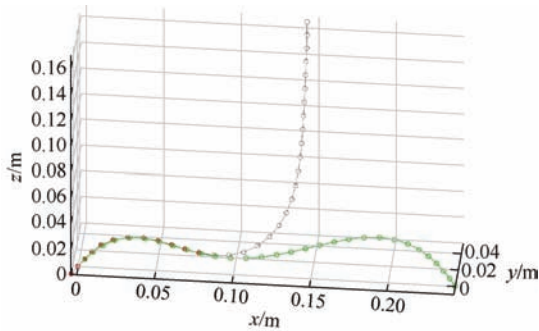


图 13 柔性线缆的单臂控制过程

为了方便，可以假设夹持器在竖直方向 z 上具有恒定的下降速率 v_{a2}^z ，那么只需要控制夹持器的水

平速度 v_{a2}^{xy} 即可。水平速度 v_{a2}^{xy} 可通过线缆离散点与目标曲线上相应目标点之间的相对位置矢量来动态调整。如图 14 所示，已经敷设到平面上的线缆的离散点，可称之为“已敷设点”；还未敷设到平面上的线缆的离散点，可称之为“未敷设点”。假设即将敷设到平面上的“未敷设点”为离散点 i ，它的当前位置为 r_i ，目标曲线上对应的目标点的位置为 x_i ，那么它的相对位置矢量可以表示为 $e_i = x_i - r_i = (e_i^x, e_i^y, e_i^z)^T$ 。夹持器的水平速度 v_{a2}^{xy} ，可用离散点 i 之前的 N_i 个“已敷设点”和离散点 i 之后的 N_i 个“未敷设点”（包括离散点 i ）的相对位置矢量在水平方向上的分量来控制，

$$v_{a2}^{xy} = \sum_{j=i-N_i}^{j=i+N_i-1} k_j e_j^{xy} \quad (1)$$

其中， $e_j^{xy} = (e_j^x, e_j^y, 0)^T$ 是离散点 j 的相对位置矢量 e_j 在 $x-y$ 平面上的水平分量； k_j 是控制点 j 的控制增益，通常可取为 1。

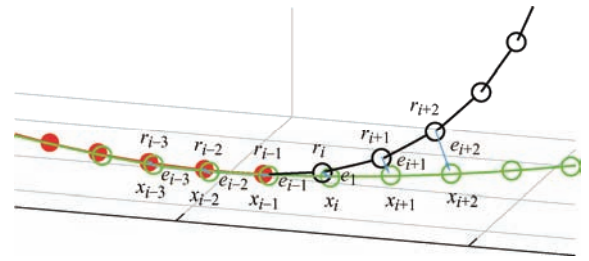


图 14 柔性线缆的单臂控制方法

对于每个离散点 i ，所使用的相对位置矢量的个数的确定，也就是 $2N_i$ 值的确定，可采用一种多次尝试确定最佳值的方法，如图 15 中的流程图所示。

离散点 i 敷设时，相对位置矢量个数($2N_i$ 值)的确定是从系统的上一个状态 St_{i-1} 开始的，即离散点 $i-1$ 接触到敷设平面的时刻。首先需要输入一个初始值 N_0 和一个目标误差值 $error0$ 。离散点 i 之前有 $i-1$ 个“已敷设点”，离散点 i 之后有 $n-i+1$ 个“未敷设点”（包括离散点 i ），所以为了保证计算点的存在，将初始值 N_0 设为 N_0 、 $i-1$ 和 $n-i+1$ 三个数之间的最小值。用 N_i 的当前值 N_0 从系统状态 St_{i-1} 开始控制夹持器的水平速度，直到离散点 i 刚刚接触到敷设平面结束，控制敷设结束后，计算离散点 i 的位置误差的大小 $error(N_i)$ ，即其指向相应目标点的相对位置矢量的大小。然后判断 $error(N_i)$ 与目标误差值 $error0$ 的大小，若 $error(N_i)$ 比 $error0$ 小，则输出此时离散点 i 的相对位置矢量个数 $2N_i$ ，并记录下此时的系统状态 St_i 。若 $error(N_i)$ 比 $error0$ 大，则在计算点存在的前提下，即 N_i 为 N_i 、 $i-1$ 和 $n-i+1$ 三个数之间的最小值，从初始值 N_0 开始通过不断增加 N_i 值

的大小,不断将系统状态回调到 St_{i-1} , 进行控制敷设过程,并在离散点 i 敷设结束后,计算其位置误差的大小 $\text{error}(N_i)$ 。在此过程中,若某个 $\text{error}(N_i)$ 比 error_0 小,结束大循环,输出 $2N_i$ 值并记录系统状态。若 $\text{error}(N_i)$ 比上一个 $\text{error}(N_i)$ 大了,结束小循环,得到一个对应最小误差的 N_{i1} 值。然后再从初始值 N_{i0} 开始,在在计算点存在的前提下,即 $N_i > 0$,不断减小 N_i 值的大小,循环结束后也可以得到一个对应最小误差的 N_{i2} 值。最后通过比较 N_{i1} 值对应的位置误差 $\text{error}(N_{i1})$ 和 N_{i2} 值对应的位置误差 $\text{error}(N_{i2})$ 的大小,就可以得到最佳的 N_i 值,并将系统状态回调到 St_{i-1} ,用此时的 N_i 值进行控制敷设直到离散点 i 接触到敷设平面。最后,输出离散点 i 敷设时相对位置矢量的个数,即 $2N_i$ 值,并记录下此时的系统状态 St_i 。

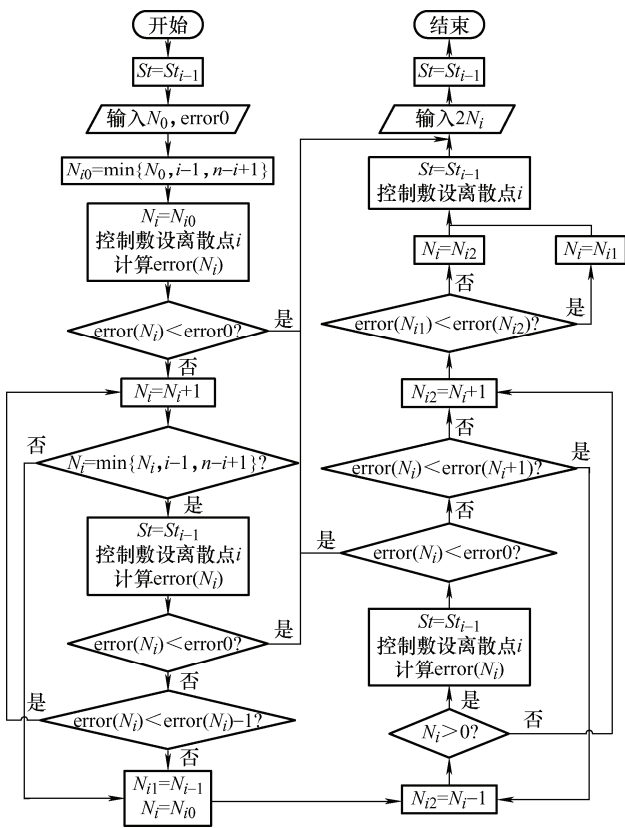


图 15 单臂控制相对位置矢量个数 $2N_i$ 值的确定流程图

2.5.2 柔性线缆的机器人双臂控制

相比于线缆的单臂控制,线缆的双臂控制更为复杂。双臂控制中柔性线缆的初始状态如图 16 所示,线缆两端分别由机器人两个手臂末端的夹持器进行控制,首末两离散段在机器人夹持器的控制下始终保持在竖直方向上。图中标了实心的点是在敷设过程中首先与敷设平面进行接触的线缆离散点,可将它定义为目标曲线上斜率最接近零且最接近中间位置的点。为了方便起见,可称之为起始点。起

始点的数量可能是一个,也可能是两个。开始敷设前需通过调整线缆两端的相对高度使线缆曲线上的起始点置于最低处,并位于目标曲线上起始点的正上方。

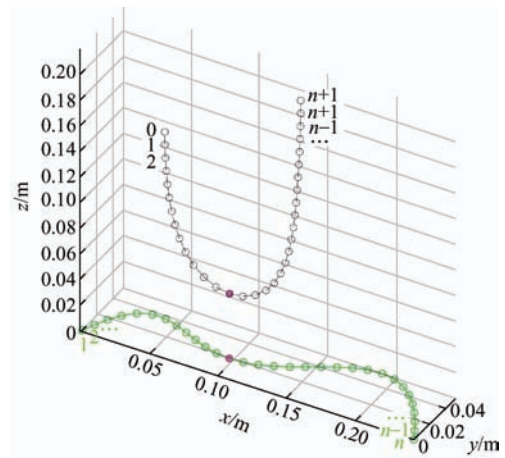


图 16 双臂控制中柔性线缆的初始状态

柔性线缆的双臂控制过程如图 17 所示。首先同时控制线缆两端的两个夹持器,使其以相同的恒定速度在竖直方向上移动,直到线缆上的起始点接触到敷设平面,并与目标曲线上的起始点重合。然后分别控制两个夹持器的速度,将线缆从初始位置精

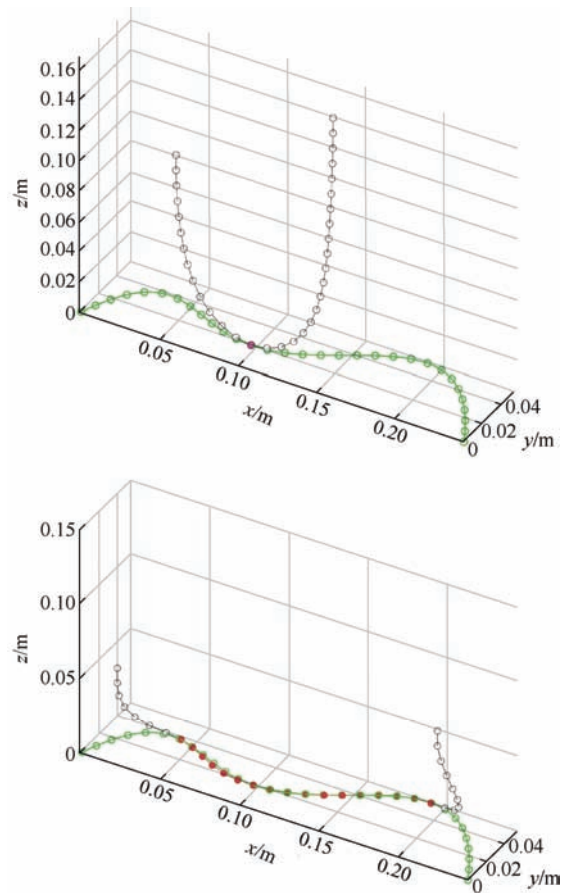


图 17 柔性线缆的双臂控制过程

确敷设到平面上的目标位置，并形成目标曲线的形状。具体的线缆两端的控制方法较为复杂，与线缆的单臂控制一样，也是基于线缆离散点与目标曲线上相应目标点之间的相对位置矢量，动态调整控制线缆两端的两个机器臂末端夹持器的水平速度，但由于在线缆的双臂控制中，线缆两端同时进行运动，所以对线缆两端的控制过程需要协调进行。

假设两夹持器在竖直方向上具有恒定的下降速率 v_{a1}^z 和 v_{a2}^z ，那么只需要控制两夹持器的水平速度 v_{a1}^{xy} 和 v_{a2}^{xy} 即可。如图 18 所示，假设线缆首末两端即将敷设到平面上的两“未敷设点”分别为离散点 i 和离散点 j 。那么，首端夹持器的水平速度 v_{a1}^{xy} ，可用离散点 i 之前的 N_i 个“未敷设点”（包括离散点 i ）和离散点 i 之后的 N_i 个“已敷设点”的相对位置矢量在水平方向上的分量来控制。末端夹持器的水平速度 v_{a2}^{xy} ，可用离散点 j 之前的 N_j 个“已敷设点”和离散点 j 之后的 N_j 个“未敷设点”（包括离散点 j ）的相对位置矢量在水平方向上的分量来控制。

$$v_{a1}^{xy} = \sum_{ii=i-N_i+1}^{ii=i+N_i} k_{ii} e_{ii}^{xy} \quad (2)$$

$$v_{a2}^{xy} = \sum_{ii=j-N_j}^{ii=j+N_j-1} k_{ii} e_{ii}^{xy} \quad (3)$$

式中， e_{ii}^{xy} 是离散点 ii 的相对位置矢量 e_{ii} 在 $x-y$ 平面上的水平分量； k_{ii} 是控制点 ii 的控制增益，通常可取为 1。

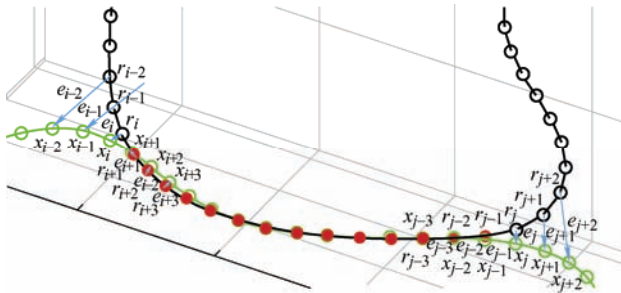


图 18 柔性线缆的双臂控制方法

在线缆的双臂控制中，由于存在两个即将敷设到平面上的离散点 i 和离散点 j ，两者所使用的相对位置矢量的个数（即 $2N_i$ 值和 $2N_j$ 值）的确定需要协调进行，具体确定流程如图 19 所示。

离散点 i 敷设时相对位置矢量个数（ $2N_i$ 值）的确定是从系统状态 St_{i+1} 开始的，即离散点 $i+1$ 接触到敷设平面的时刻。离散点 j 敷设时相对位置矢量个数（ $2N_j$ 值）的确定是从系统状态 St_{j-1} 开始的，即离散点 $j-1$ 接触到敷设平面的时刻。首先判断 St_{i+1} 和 St_{j-1} 的先后顺序，确定为先者为开始时系统的状态，

图 19 所示为 St_{i+1} 为系统开始状态，即离散点 $i+1$ 先于离散点 $j-1$ 接触到敷设平面。然后确定一个初始值 N_0 和一个目标误差值 $error_0$ 。

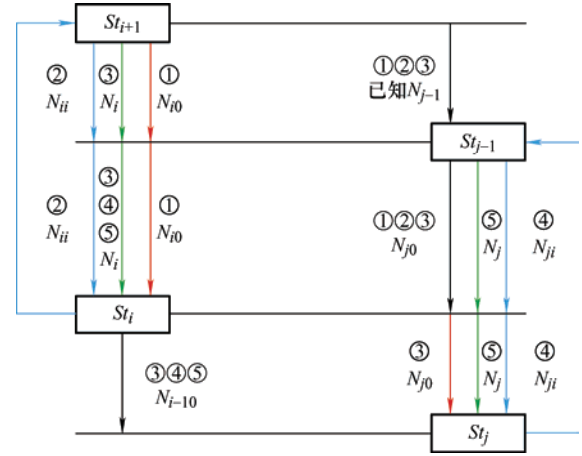


图 19 双臂控制相对位置矢量个数 $2N_i$ 和 $2N_j$ 值的确定流程图

首先是过程①。系统状态从 St_{i+1} 开始，首端夹持器的水平速度用 N_i 的初始值 N_{i0} 进行控制。由于离散点 i 之前有 i 个“未敷设点”（包括离散点 i ），离散点 i 之后有 $j-i-1$ 个“已敷设点”，所以为了保证计算点的存在，将 N_i 的初始值 N_{i0} 设为 N_0 、 i 和 $j-i-1$ 三个数之间的最小值，即 $N_{i0} = \min\{N_0, i, j-i-1\}$ 。末端夹持器的水平速度首先用已知的 N_{j-1} 值进行控制，直到离散点 $j-1$ 接触到敷设平面，到达系统状态 St_{j-1} ，改用 N_j 的初始值 N_{j0} 进行控制，直到离散点 i 或离散点 j 接触到敷设平面。由于离散点 j 之前有 $j-i-1$ 个“已敷设点”，离散点 j 之后有 $n-j+1$ 个“未敷设点”（包括离散点 j ），所以为了保证计算点的存在，将 N_j 的初始值 $N_{j0} = \min\{N_0, j-i-1, n-j+1\}$ 。图中所示为离散点 i 先接触到敷设平面，所以系统状态变为 St_i 。离散点 j 先接触到敷设平面的情况与此情况类似，此处不再赘述。

然后是过程②。按图 15 中所示的方法不断将系统状态回调到 St_{i+1} ，更新 N_i 的当前值 N_{ii} ，并用该值控制首端夹持器的水平速度进行离散点 i 的敷设，通过循环确定 N_i 的最终取值。在此过程中，仍用 N_{j-1} 值和 N_{j0} 值先后控制末端夹持器的水平速度。

然后是过程③。确定好 N_i 的最终取值后，将系统状态回调到 St_{i+1} ，用 N_i 值控制首端夹持器的水平速度，末端夹持器的水平速度仍用 N_{j-1} 值和 N_{j0} 值先后进行控制，直到完成离散点 i 的敷设，系统状态变为 St_i 。然后改用离散点 $i-1$ 的 N_{i-1} 值的初始值 N_{i-10} 控制首端夹持器的水平速度。由于离散点 $i-1$ 之前有 $i-1$ 个“未敷设点”（包括离散点 $i-1$ ），离散点 $i-1$

之后有 $j-i$ 个“已敷设点”，所以为了保证计算点的存在，将 N_{i-1} 的初始值 $N_{i-1,0}$ 设为 N_0 、 $i-1$ 和 $j-i$ 三个数之间的最小值，即 $N_{i-1,0} = \min\{N_0, i-1, j-i\}$ 。末端夹持器的水平速度仍用 N_{j0} 值进行控制，直到离散点 j 接触到敷设平面，系统状态变为 St_j 。

最后是过程④⑤，与过程②③类似。不断将系统状态回调到 St_{j-1} ，更新 N_j 的取值，直到获取其最终取值，用 N_j 完成离散点 j 的敷设，系统状态变为 St_j 。在此过程中，首端夹持器的控制方法不变。这样，就最终得到了离散点 i 和离散点 j 敷设时相对位置矢量的个数，即 $2N_i$ 值和 $2N_j$ 值。

此外，在柔性线缆的双臂控制过程中，最好能够使线缆两端以相同的步调进行运动，同时到达敷设平面，避免产生额外误差。因为如果线缆的两端不是同时到达敷设平面，后到达的一端可能会拉动线缆使其形状发生较大的改变，但此时，先前已到达的一端已经不能再移动，可能会导致产生额外的误差，使最终误差变大。因此，为了实现这一目标，需要协调两夹持器在竖直方向 z 上的下降速度 v_{a1}^z 和 v_{a2}^z 。确保无意外发生时可采用成比例下降的简单协调方法，可能有意外发生时刻可采用基于非时间感知参数的稳定协调方法^[132]。

2.6 柔性线缆的图像处理

在图 3 所示的柔性线缆的机器人自动敷设流程中，最后需要对线缆图像进行处理，得到线缆的中心曲线，也就是敷设结果。本方案案例中的线缆中心线为单值函数曲线，一种可行的线缆图像处理方法如图 20 所示。

首先，将拍摄的如图 20a 所示的线缆原始图像输入到 Matlab 软件中。然后，对图像进行二值化处理，得到如图 20b 所示的二值化图像。之后，将二值化图像中的“白点”绘制出来，并通过 `ginput()` 函数从图像中手动提取线缆两端点的像素坐标，如图 20c 所示。然后，利用目标曲线两端点的实际坐标与提取的像素坐标之间的对应关系，将图像中的所有像素坐标转换为实际坐标，得到数据散点图，如图 20d 所示。从图 20d 中可以看出，图中的数据散点除了包含线缆散点外，还可能包含一些需要进一步处理的杂点(干扰点)。对于取值范围以内的每个横坐标 x 值，都对对应许多散点的纵坐标 y 值。通过计算这些 y 值的平均值 $Mean1$ 和标准差 $Std1$ ，然后删除 y 值超出 $[Mean1-k*Std1, Mean1+k*Std1]$ (k 为参数，可调)范围的异常散点，就可以去除大部分杂点(干扰点)，处理后的数据散点图如图 20e 所示。然后，取剩余所有 y 值的平均值，作为与 x 值相对

应的唯一的 y 值，就可以获得线缆的中心曲线散点图，如图 20f 所示。但在数据散点图的处理过程中，有些杂点(干扰点)可能会没有清理干净，这样得到的中心曲线散点图中可能会存在一些异常点，需要进一步处理。对于中心曲线上的每一个散点，计算其前后相邻 N 个散点(N 可调)的纵坐标 y 值的平均值 $Mean2$ 和标准差 $Std2$ 。如果该散点的 y 值超出了 $[Mean2-k*Std2, Mean2+k*Std2]$ (k 为参数，可调)的范围，就将其视为异常点，并将其删除，这样就可以得到处理够的无异常点的中心曲线散点图，如图 20g 所示。最后，通过对各中心曲线散点进行曲线拟合，就可以得到柔性线缆的中心曲线。此时，中心曲线的端点可能与目标曲线之间存在些许差异。由于在研究任务中，目标曲线的起点和终点是由任务需求而预先确定的，它们是固定并且已知的，在线缆的机器人敷设实验中机器人总能精确地到达两端点。因此，可以通过匹配线缆中心曲线和目标曲线的两端点，完成线缆中心曲线的校准过程，以比较线缆中心曲线和目标曲线中间部分的差异。可

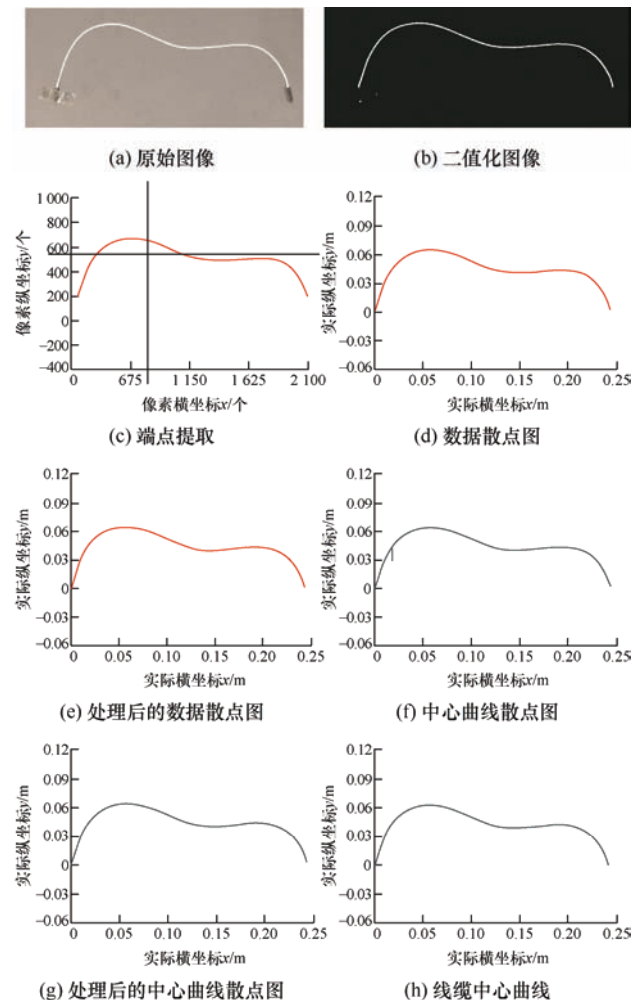


图 20 柔性线缆的图像处理过程

以通过平移、旋转、放大和缩小等方法，使线缆的中心曲线的两端点与目标曲线的两端点重合，这样就最终得到了柔性线缆的中心曲线，如图 20h 所示。

2.7 实验验证

在上述敷设流程和关键技术的基础上，结合实例对平面上柔性线缆的机器人自动敷设过程进行了仿真和实验验证。

柔性线缆目标曲线的形状如图 11 所示，为敷设平面上的一个多项式函数曲线。首先进行了柔性线缆的机器人单臂控制自动敷设仿真和实验，仿真过程和实验过程分别如图 21 和图 22 所示。敷设完成后线缆在敷设平面上的最终形状如图 23 所示，包括目标曲线、仿真结果和实验结果。三者之间的最大误差和平均误差如表 1 所示。

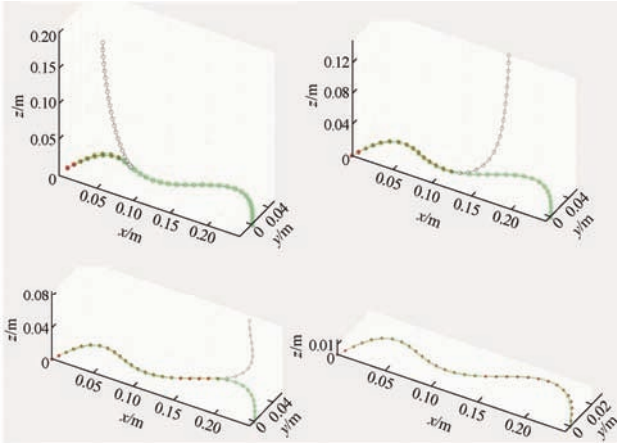


图 21 柔性线缆的机器人单臂控制自动敷设仿真过程

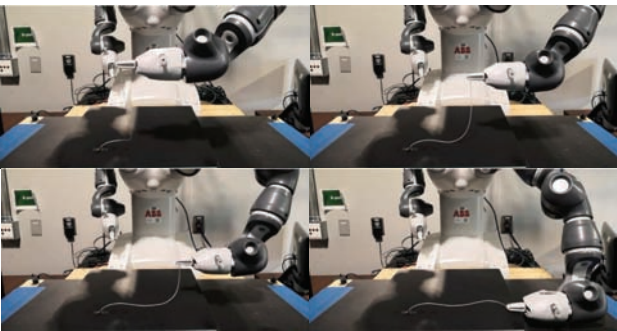


图 22 柔性线缆的机器人单臂控制自动敷设实验过程

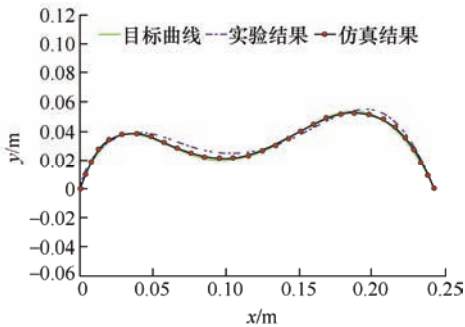


图 23 柔性线缆的机器人单臂控制自动敷设结果

表 1 柔性线缆的机器人单臂控制自动敷设结果误差

对比项	误差项/m	
	最大误差	平均误差
仿真结果&目标曲线	1.54×10^{-3}	7.90×10^{-4}
实验结果&仿真结果	4.58×10^{-3}	1.79×10^{-3}
实验结果&目标曲线	5.67×10^{-3}	2.25×10^{-3}

然后进行了柔性线缆的机器人双臂控制自动敷设仿真和实验，仿真过程和实验过程分别如图 24 和图 25 所示。敷设完成后柔性线缆的仿真结果、实验结果和目标曲线在敷设平面上的最终形状如图 26 所示，三者之间的最大误差和平均误差如表 2 所示。

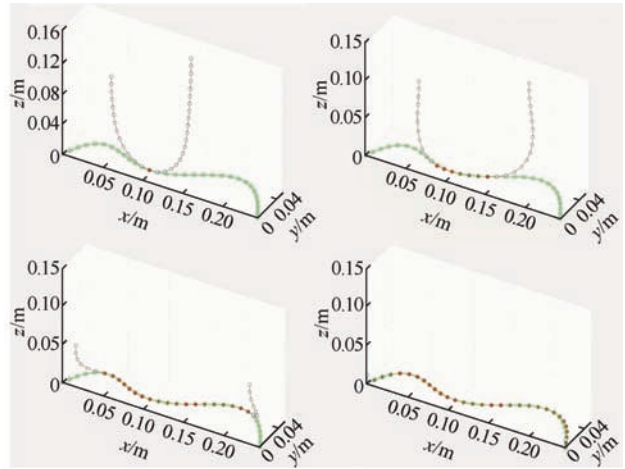


图 24 柔性线缆的机器人双臂控制自动敷设仿真过程

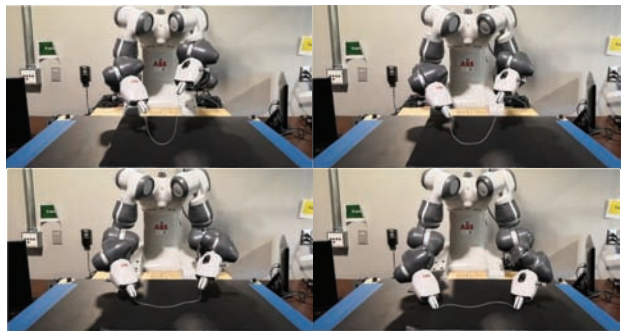


图 25 柔性线缆的机器人双臂控制自动敷设实验过程

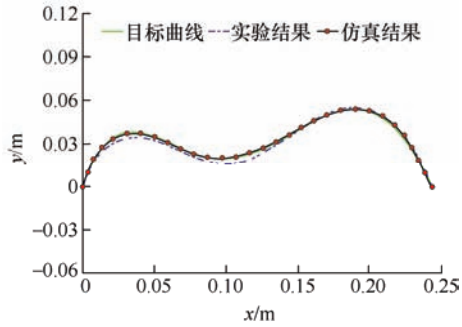


图 26 柔性线缆的机器人双臂控制自动敷设结果

表 2 柔性线缆的机器人双臂控制自动敷设结果误差

对比项	误差项/m	
	最大误差	平均误差
仿真结果&目标曲线	1.54×10^{-3}	5.25×10^{-4}
实验结果&仿真结果	4.35×10^{-3}	1.44×10^{-3}
实验结果&目标曲线	4.21×10^{-3}	1.65×10^{-3}

从上述图表中可以看出,本文提出的技术实现方法能够实现平面上柔性线缆的机器人单/双臂控制自动敷设,能够保证敷设结果与目标曲线保持一致,最终误差也非常小,足以满足实际需要。

此外,通过研究发现,当柔性线缆的目标曲线形状过于复杂,超过了柔性线缆的最小弯曲半径要求时,可能会导致仿真和实验过程的失败,但这种情况也是不符合柔性线缆的实际敷设要求的。一般来说,符合实际要求的平面上柔性线缆的敷设是可以由本文所提的方法实现的。

3 柔性线缆机器人自动敷设发展趋势

目前,由于线缆具有高柔性和高自由度的特点,现有技术尚不能很好地实现柔性线缆的机器人自动敷设,相关技术仍处于探索阶段。在此,总结了机器人自动敷设线缆的未来发展趋势。

(1) 柔性线缆的弹塑性模型构建。目前柔性线缆的物性模型大多只考虑了线缆的弹性变形,并对线缆横截面进行了简化,认为线缆横截面为刚性、均匀、各向同性的。而在实际中,许多柔性线缆很容易发生塑性变形,在变形恢复后并不会恢复初始状态。柔性线缆的横截面也不是完全刚性的,在外力(如剪切力)作用下会发生变形。线缆通常还具有复杂的内部结构,通常由导体、乙丙橡胶(EPR)绝缘层、氯化聚乙烯(CPE)/氯丁橡胶(CR)护套等组成。因此,未来可以考虑进行柔性线缆的塑性建模研究,包括理想塑性变形和非理性塑性变形,建立柔性线缆的弹塑性混合物性模型。也可以对线缆的横截面和内部结构进行建模,考虑线缆内部的位移和摩擦的影响。

(2) 柔性线缆机器人自动敷设的实时闭环控制方法。目前柔性线缆的机器人自动敷设流程是基于仿真结果进行敷设过程的开环控制,整个过程比较依赖于仿真过程的真实性,敷设结果对控制过程没有反馈。但在实际的应用中,基于三维视觉系统实时计算柔性线缆与目标曲线之间的相对位置矢量,闭环控制机器人机械臂末端夹持器的运动,可能更

具有实用性,但涉及到的技术也将更加复杂。因此,未来可以研究柔性线缆的三维视觉实时重建方法和实时闭环控制方法。

(3) 三维空间的分支线缆、线束和多根线缆等的机器人自动敷设技术。目前上述研究的线缆敷设问题较为简单,只是针对平面上单根线缆的敷设过程。对于更加复杂的线缆敷设任务,比如三维空间中更加复杂的目标曲线、分支线缆、线束和多根线缆的敷设过程,机器人的控制问题将更加复杂。那时只用一个机器人的两个手臂也许不能完成任务,可能需要更多的机器人同时控制线缆。或者仍需要人来参与,毕竟现阶段人与机器人相比,还是更加智能的。所以未来可以考虑更加复杂的线缆敷设任务,用更多的机器人相互协作来完成任务。也可以结合人的智能与机器人的精确定位,进行人机协同,实现线缆的半自动化敷设。

4 结论

作为机电产品的重要组成部分,柔性线缆广泛应用于航空航天、汽车制造、船舶、家电等领域,其敷设工作是一项非常重要、但又繁琐而复杂的任务。近年来,随着机器人技术的发展和普遍应用,机器人将越来越多地应用于柔性线缆的敷设过程中,改变目前线缆以实物试装和手工敷设为主的落后现状。利用机器人定位准确、效率高、工作时长、能在特殊工况下工作等优点,实现柔性线缆的机器人自动敷设,将大量解放劳动力,降低人工成本,提高敷设质量,是解决当前线缆敷设问题的方向之一。

柔性线缆的机器人自动敷设过程会涉及较多的不确定性因素,但目前针对该问题的研究尚处于初始阶段,仍然面临着非常重大的挑战。本文主要围绕平面上柔性线缆的机器人单/双臂控制自动敷设问题进行了研究,分析了自动敷设流程和其中涉及的一些关键技术,包括柔性线缆的物性建模、运动学约束、碰撞接触响应、机器人自动敷设单/双臂控制和图像处理等的实现方法,并结合实例进行了仿真和实验验证。柔性线缆的机器人自动敷设问题还有许多可以研究的重点难点,在此对其未来发展趋势进行了展望,希望能为读者提供新的研究思路。

参 考 文 献

- [1] 刘佳顺. 复杂产品中的线缆自动布局设计与装配路径

- 规划技术[D]. 北京: 北京理工大学, 2016.
- LIU Jiashun. Cable automatic routing and assembly path planning in complex products[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2016.
- [2] 王发麟, 郭耀文, 吉红伟. 复杂机电产品刚柔混合装配规划系统体系结构研究[J]. 科技创新与应用, 2021(2): 31-35.
- WANG Falin, GUO Yaowen, JI Hongwei. Research on architecture of rigid-flexible hybrid assembly planning system for complex mechanical and electrical products[J]. Technology Innovation and Application, 2021(2): 31-35.
- [3] VAN DER VELDEN C, BIL C, YU X, et al. An intelligent system for automatic layout routing in aerospace design[J]. Innovations in Systems and Software Engineering, 2007, 3(2): 117-128.
- [4] KIM S, CHOI T, KIM S, et al. Sequential graph-based routing algorithm for electrical harnesses, tubes, and hoses in a commercial vehicle[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2021, 32(2): 917-933.
- [5] GRAZIOSO S, DI GIRONIMO G, SICILIANO B. A geometrically exact model for soft continuum robots: The finite element deformation space formulation[J]. Soft Robotics, 2019, 6(6): 790-811.
- [6] GRAZIOSO S, DI GIRONIMO G, SICILIANO B. From differential geometry of curves to helical kinematics of continuum robots using exponential mapping[C]// International Symposium on Advances in Robot Kinematics. Bologna, Italy: Springer, 2018: 319-326.
- [7] GODBOLE H, CAVERLY R, FORBES J. Dynamic modelling and adaptive control of a single degree-of-freedom flexible cable-driven parallel robot[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement & Control, 2019, 141(10): 101002 (101013 pages).
- [8] TANG L, GOUTTEFARDE M, SUN H, et al. Dynamic modelling and vibration suppression of a single-link flexible manipulator with two cables[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 162: 104347.
- [9] GUENERS D, BOUZGARROU B-C, CHANAL H. Cable behavior influence on cable-driven parallel robots vibrations: Experimental characterization and simulation[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2021, 13(4): 041003 (041017 pages).
- [10] KR GER J, SCHRECK G, SURDILOVIC D. Dual arm robot for flexible and cooperative assembly[J]. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 2011, 60(1): 5-8.
- [11] AIVALIOTIS, SOTIRIS, CHATZIGEORGIOU, et al. Dual arm robot in cooperation with humans for flexible assembly[J]. Cirp Annals, 2017, 66(1): 13-16.
- [12] 秦富康. 基于六自由度机器人的线缆自动化装配关键技术研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2020.
- QIN Fukang. Research on key technologies of automatic wire assembly based on six degrees of freedom robot[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2020.
- [13] 王一羽. 面向柔性线缆插线过程的自适应模糊力/位姿控制策略研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2019.
- WANG Yiyu. Research on self-adaptive fuzzy force/posture control strategy for flexible cable insertion[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2019.
- [14] YAMANO M, KIM J S, KONNO A, et al. Cooperative control of a 3d dual-flexible-arm robot[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2004, 39(1): 1-15.
- [15] WANG W, LI R, CHEN Y, et al. Facilitating human-robot collaborative tasks by teaching-learning-collaboration from human demonstrations[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018(99): 1-14.
- [16] WANG W, LIU N, LI R, et al. Hucom: A model for human comfort estimation in personalized human-robot collaboration[C]//ASME 2018 Dynamic Systems and Control Conference. Atlanta, Georgia, USA: American Society of Mechanical Engineers, 2018: V002T023A006 (006 pages).
- [17] WANG W, LI R, DIEKEL Z M, et al. Robot action planning by online optimization in human-robot collaborative tasks[J]. International Journal of Intelligent Robotics and Applications, 2018, 2(2): 161-179.
- [18] WANG W, LI R, DIEKEL Z M, et al. Controlling object hand-over in human-robot collaboration via natural wearable sensing[J]. IEEE Transactions on Human-Machine Systems, 2018, 49(1): 59-71.
- [19] LAMIRAUX F, KAVRAKI L E. Planning paths for elastic objects under manipulation constraints[J]. The International Journal of Robotics Research, 2001, 20(3): 188-208.
- [20] BURCHAN O, BAYAZIT J M L, NANCY M A. Probabilistic roadmap motion planning for deformable

- objects[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington, DC, USA: IEEE, 2002: 2126-2133.
- [21] RODRIGUEZ S, LIEN J M, AMATO N M. Planning motion in completely deformable environments[C]// Robotics and Automation, 2006 ICRA 2006 Proceedings 2006 IEEE International Conference on. Orlando, FL, USA: IEEE, 2006: 2466-2471.
- [22] MOLL M, KAVRAKI L E. Path planning for deformable linear objects[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(4): 625-636.
- [23] GAYLE R, LIN M C, MANOCHA D. Constraint-based motion planning of deformable robots[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona, Spain: IEEE, 2005: 1046-1053.
- [24] GAYLE R, REDON S, SUD A, et al. Efficient motion planning of highly articulated chains using physics-based sampling[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Rome, Italy: IEEE, 2007: 3319-3326.
- [25] KABUL I, GAYLE R, LIN M C. Cable route planning in complex environments using constrained sampling[C]// Proceedings of the 2007 ACM Symposium on Solid and Physical Modeling. Beijing, China: ACM, 2007: 395-402.
- [26] ZHENG Y F, PEI R, CHEN C. Strategies for automatic assembly of deformable objects[C]// IEEE International Conference on Robotics & Automation. Sacramento, CA, USA: IEEE, 2002: 2598-2603.
- [27] ASANO Y, WAKAMATSU H, MORINAGA E, et al. Deformation path planning for manipulation of flexible circuit boards[C]// IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei, Taiwan, China: IEEE, 2010: 5386-5391.
- [28] MAHONEY A, BROSS J, JOHNSON D. Deformable robot motion planning in a reduced-dimension configuration space[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Anchorage, AK, USA: IEEE, 2010: 5133-5138.
- [29] HERMANSSON T, BOHLIN R, CARLSON J S, et al. Automatic assembly path planning for wiring harness installations[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2013, 32(3): 417-422.
- [30] BORUM A, BRETL T. The free configuration space of a kirchhoff elastic rod is path-connected[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seattle, WA, USA: IEEE, 2015: 2958-2964.
- [31] BRETL T, MCCARTHY Z. Quasi-static manipulation of a kirchhoff elastic rod based on a geometric analysis of equilibrium configurations[J]. International Journal of Robotics Research, 2014, 33(1): 48-68.
- [32] MATTHEWS D, BRETL T. Experiments in quasi-static manipulation of a planar elastic rod[C]// 25th IEEE/RSJ International Conference on Robotics and Intelligent Systems. Vilamoura, Algarve, Portugal: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2012: 5420-5427.
- [33] ROUSSEL O, BORUM A, TAIX M, et al. Manipulation planning with contacts for an extensible elastic rod by sampling on the submanifold of static equilibrium configurations[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seattle, WA, USA: IEEE, 2015: 3116-3121.
- [34] ROUSSEL O, TA X M, BRETL T. Efficient motion planning for quasi-static elastic rods using geometry neighborhood approximation[C]// IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Besacon, France. IEEE, 2014: 1024-1029.
- [35] ROUSSEL O, TA X M, BRETL T. Motion planning for a deformable linear object[C]// European Workshop on Deformable Object Manipulation. Lyon, France, 2014: 153-158.
- [36] MUKADAM M, BORUM A, BRETL T. Quasi-static manipulation of a planar elastic rod using multiple robotic grippers[C]// 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2014, September 14, 2014 - September 18, 2014. Chicago, IL, United states: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2014: 55-60.
- [37] WANG W, BERENSON D, BALKCOM D J. An online method for tight-tolerance insertion tasks for string and rope[C]// 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Seattle, WA, USA: IEEE, 2015: 2488-2495.
- [38] WANG F, BURDET E, VUILLEMIN R, et al. Knot-tying with visual and force feedback for vr laparoscopic training[C]// 2005 IEEE Engineering in Medicine and

- Biology 27th Annual Conference. Shanghai, China: IEEE, 2005: 5778-5781.
- [39] LADD A M, KAVRAKI L E. Using motion planning for knot untangling[J]. The International Journal of Robotics Research, 2004, 23(7-8): 797-808.
- [40] WAKAMATSU H, ARAI E, HIRAI S. Knotting/un knotting manipulation of deformable linear objects[J]. The International Journal of Robotics Research, 2006, 25(4): 371-395.
- [41] INABA M, INOUE H. Hand eye coordination in rope handling[J]. Journal of the Robotics Society of Japan, 1985: 538-547.
- [42] BROWN J, LATOMBE J C, MONTGOMERY K. Real-time knot-tying simulation[J]. Visual Computer, 2004, 20(2): 165-179.
- [43] MATSUNO T, TAMAKI D, ARAI F, et al. Manipulation of deformable linear objects using knot invariants to classify the object condition based on image sensor information[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2006, 11(4): 401-408.
- [44] SAHA M, ISTO P. Manipulation planning for deformable linear objects[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(6): 1141-1150.
- [45] SPILLMANN J, TESCHNER M. An adaptive contact model for the robust simulation of knots[J]. Computer Graphics Forum, 2008, 27(2): 497-506.
- [46] JAWED M K, BRUN P T, REIS P M. A geometric model for the coiling of an elastic rod deployed onto a moving substrate[J]. Journal of Applied Mechanics, 2015, 82(12): 121007.
- [47] BERGOU M, AUDOLY B, VOUGA E, et al. Discrete viscous threads[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2010, 29(4): 1-10.
- [48] AUDOLY B, CLAUVELIN N, BRUN P T, et al. A discrete geometric approach for simulating the dynamics of thin viscous threads[J]. Journal of Computational Physics, 2013, 253(C): 18-49.
- [49] LÜ N, LIU J, XIA H, et al. Dynamic modeling and control of flexible cables for shape forming[C]// Dynamic Systems and Control Conference. American Society of Mechanical Engineers, 2019: V001T003A006.
- [50] WOLTER J, KROLL E. Toward assembly sequence planning with flexible parts[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Minneapolis, MN, USA: IEEE, 1996: 1517-1524.
- [51] 刘检华, 万毕乐, 宁汝新. 虚拟环境下基于离散控制点的线缆装配规划技术[J]. 机械工程学报, 2006, 42(8): 125-130.
- LIU Jianhua, WAN Bile, NING Ruxin. Realization technology of cable harness process planning in virtual environment based on discrete control point modeling method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(8): 125-130.
- [52] LIU J, HOU W, SHANG W, et al. Integrated virtual assembly process planning system[J]. Chinese Journal Of Mechanical Engineering, 2009, 22(5): 717-728.
- [53] 杨守勇. 三维线缆建模及布线设计的研究与实现[D]. 大连: 大连理工大学, 2012.
- YANG Shouyong. Research and realization of three-dimensional cable harness modeling and route designing[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2012.
- [54] XIA P, LOPES A M, RESTIVO M T. A review of virtual reality and haptics for product assembly: From rigid parts to soft cables[J]. Assembly Automation, 2013, 33(2): 157-164.
- [55] LÜ N, LIU J, XIA H, et al. A review of techniques for modeling flexible cables[J]. Computer-Aided Design, 2020, 122: 102826.
- [56] HAUMANN D R, PARENT R E. The behavioral test-bed: Obtaining complex behavior from simple rules[J]. Visual Computer, 1988, 4(6): 332-347.
- [57] PROVOT X. Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior[C]// Proceedings of the 1995 Graphics Interface Conference. Quebec, Que, Can: Canadian Information Processing Soc, 1995: 147-154.
- [58] LOOCK A, SCHMER E, STADTWALD I. A virtual environment for interactive assembly simulation: From rigid bodies to deformable cables[C]// 5th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI'01). Orlando, Florida USA: Citeseer, 2001: 325-332.
- [59] 王志斌, 刘检华, 刘佳顺, 等. 面向电缆虚拟装配仿真的多分支弹簧质点模型[J]. 机械工程学报, 2014, 50(3): 174-183.

- WANG Zhibin, LIU Jianhua, LIU Jiashun, et al. A multi-branch mass-spring model for virtual assembly of cable harness[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(3): 174-183.
- [60] LÜ N, LIU J, DING X, et al. Physically based real-time interactive assembly simulation of cable harness[J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 2017: S0278612517300146.
- [61] SELLE A, LENTINE M, FEDKIW R. A mass spring model for hair simulation[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2008, 27(3): 64 (11 pp.).
- [62] BARAFF D, WITKIN A. Large steps in cloth simulation[C]// *Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. New York, NY, USA: ACM, 1998: 43-54.
- [63] CHOI K J, KO H S. Stable but responsive cloth[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, 21(3): 604-611.
- [64] ELBADRAWY A A, HEMAYED E E. Speeding up cloth simulation by linearizing the bending function of the physical mass-spring model[C]// *International Conference on 3D Imaging, Modeling, Processing, Visualization and Transmission (3DIMPVT)*. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2011: 101-107.
- [65] PATETE P, IACONO M I, SPADEA M F, et al. A multi-tissue mass-spring model for computer assisted breast surgery[J]. *Medical engineering & physics*, 2013, 35(1): 47-53.
- [66] TESCHNER M, HEIDELBERGER B, MULLER M, et al. A versatile and robust model for geometrically complex deformable solids[C]// *Proceedings Computer Graphics International*. Crete, Greece: IEEE, 2004: 312-319.
- [67] HERGENROTHER E, DHNE P. Real-time virtual cables based on kinematic simulation[C]// *Proceedings of WSCG*. Plzen, Czech Republic: Univ. of West Bohemia, 2000: 402-409.
- [68] ARISTIDOU A, LASENBY J. Fabrik: A fast, iterative solver for the inverse kinematics problem[J]. *Graphical Models*, 2011, 73(5): 243-260.
- [69] REDON S, GALOPPO N, LIN M C. Adaptive dynamics of articulated bodies[J]. *Acm Transactions on Graphics*, 2005, 24(3): 936-945.
- [70] GAYLE R, LIN M C, MANOCHA D. Adaptive dynamics with efficient contact handling for articulated robots[C]// *Robotics: Science and systems*. Philadelphia, Pennsylvania, USA: MIT Press, 2006: 231-238.
- [71] HADAPS. Oriented strands: Dynamics of stiff multi-body system[C]// *Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer animation*. Vienna, Austria, Eurographics Association Aire-la-Ville. 2006: 91-100.
- [72] BENDER J, SCHMITT A A. Fast dynamic simulation of multi-body systems using impulses[C]// *3rd Workshop on Virtual Reality Interactions and Physical Simulations*. Madrid, Spain: Eurographics Association, 2006: 81-90.
- [73] CHOE B, CHOI M G, KO H S. Simulating complex hair with robust collision handling[C]// *Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*. Los Angeles, California, ACM. 2005: 153-160.
- [74] HADAP S, MAGNENAT-THALMANN N. Modeling dynamic hair as a continuum[J]. *Computer Graphics Forum*, 2001, 20(3): 329-338.
- [75] 魏发远, 陈新发, 王峰军. 电缆虚拟布线及其逆运动学仿真[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2006, 18(10): 1623-1627.
- WEI Fayuan, CHEN Xinfa, WANG Fengjun. Virtual wiring and simulation of cable layout with inverse kinematics[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2006, 18(10): 1623-1627.
- [76] 何大闯, 闫静, 左敦稳, 等. 虚拟环境下基于逆运动学的电缆建模与仿真技术[J]. *机械设计与制造工程*, 2013, 42(10): 25-28.
- HE Dachuang, YAN Jing, ZUO Dunwen, et al. The cable modeling and simulation technology in virtual environment based on inverse kinematics[J]. *Machine Design and Manufacturing Engineering*, 2013, 42(10): 25-28.
- [77] SERVIN M, LACOURSIERE C. Rigid body cable for virtual environments[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2008, 14(4): 783-796.
- [78] PAI D K. Strands: Interactive simulation of thin solids using cosserat models[J]. *Computer Graphics Forum*, 2002, 21(3): 347-352.
- [79] LIU J, ZHAO T, NING R, et al. Physics-based modeling

- and simulation for motional cable harness design[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(5): 1075-1082.
- [80] BERTAILS F, AUDOLY B, CANI M P, et al. Super-helices for predicting the dynamics of natural hair[J]. Acm Transactions on Graphics, 2006, 25(3): 1180-1187.
- [81] BERTAILS F. Linear time super-helices[J]. Computer Graphics Forum, 2009, 28(2): 417-426.
- [82] GR GOIRE M, SCH MER E. Interactive simulation of one-dimensional flexible parts[J]. Computer-Aided Design, 2007, 39(8): 694-707.
- [83] SPILLMANN J, TESCHNER M. Corde: Cosserat rod elements for the dynamic simulation of one-dimensional elastic objects[C]// Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. San Diego, California, Assoc Computing Machinery, 2007: 63-72.
- [84] LANG H, LINN J. A second order semi-discrete cosserat rod model suitable for dynamic simulations in real time[C]// AIP Conference Proceedings. Rethymno, Crete (Greece): AIP Publishing, 2009: 1057-1060.
- [85] LANG H, LINN J, ARNOLD M. Multi-body dynamics simulation of geometrically exact cosserat rods[J]. Multibody System Dynamics, 2011, 25(3): 285-312.
- [86] BERGOU M, WARDETZKY M, ROBINSON S, et al. Discrete elastic rods[J]. ACM Transactions on Graphics, 2008, 27(3): 63 (12 pp.).
- [87] JAWED M K, NOVELIA A, O'REILLY O M. A primer on the kinematics of discrete elastic rods[M]. Springer, 2018.
- [88] 黄劲, 沈中伟, 王青, 等. 基于优化的大步长准静态线缆模拟[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(1): 1-10.
- HUANG Jin, SHEN Zhongwei, WANG Qing, et al. Optimization based large step quasi static rod simulation[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2011, 23(1): 1-10.
- [89] LINN J, DRE LER K. Discrete cosserat rod models based on the difference geometry of framed curves for interactive simulation of flexible cables[M]// GHEZZI L, H MBERG D, LANDRY C. Math for the digital factory. Cham; Springer International Publishing, 2017: 289-319.
- [90] KIRCHHOFF G. Ueber das gleichgewicht und die bewegung eines unendlich dünnen elastischen stabes[J]. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1859, 56: 285-313.
- [91] 林海立, 刘检华, 唐承统, 等. 基于 cosserat 弹性杆理论的柔性线缆物理建模方法[J]. 图学学报, 2016, 37(1): 34-42.
- LIN Haili, LIU Jianhua, TANG Chengtong, et al. Physical characteristic oriented modeling for flexible cable harness based on cosserat elastic rod theory[J]. Journal of Graphics, 2016, 37(1): 34-42.
- [92] 林海立. 分支线缆物性建模与装配过程仿真技术研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2016.
- LIN Haili. Research on the physically based modeling and assembly simulation of multi-branch cables[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2016.
- [93] 薛纭, 陈立群, 刘延柱. 受曲面约束弹性细杆的平衡问题[J]. 物理学报, 2004, 53(7): 2040-2045.
- XUE Yun, CHEN Liqun, LIU Yanzhu. Problems on equilibrium of a thin elastic rod constrained on a surface[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(7): 2040-2045.
- [94] COSSERAT E, COSSERAT F. Théorie des corps déformables[M]. Paris: A. Hermann et fils, 1909.
- [95] ANTMAN S S. Nonlinear problems of elasticity. 2nd, revised and extended ed[M]. 2005.
- [96] BONANNI U, KMOCH P, MAGNENAT-THALMANN N. Haptic interaction with one-dimensional structures[C]// Proceedings of the 16th ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology. Kyoto, Japan: ACM, 2009: 75-78.
- [97] LI H, LEOW W K, CHIU I S. Elastic tubes: Modeling elastic deformation of hollow tubes[J]. Computer Graphics Forum, 2010, 29(6): 1770-1782.
- [98] WANG C S, NING R X, LIU J H, et al. Dynamic simulation and disturbance torque analyzing of motional cable harness based on kirchhoff rod model[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2012, 25(2): 346-354.
- [99] OLSON S D, LIM S, CORTEZ R. Modeling the dynamics of an elastic rod with intrinsic curvature and twist using a regularized stokes formulation[J]. Journal Of Computational Physics, 2013, 238(Complete): 169-187.
- [100] TERZOPOULOS D, QIN H. Dynamic nurbs with geometric constraints for interactive sculpting[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 1994, 13(2): 103-136.

- [101] QIN H, TERZOPOULOS D. D-nurbs: A physics-based framework for geometric design[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1996, 2(1): 85-96.
- [102] TERZOPOULOS D, FLEISCHER K. Deformable models[J]. Visual Computer, 1988, 4(6): 306-331.
- [103] TERZOPOULOS D, PLATT J, BARR A, et al. Elastically deformable models[J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1987, 21(4): 205-214.
- [104] NOCENT O, REMION Y. Continuous deformation energy for dynamic material splines subject to finite displacements[C]// Eurographic Workshop on Computer Animation and Simulation. Manchester, UK: Springer, 2001: 87-97.
- [105] LENOIR J, COTIN S, DURIEZ C, et al. Interactive physically-based simulation of catheter and guidewire[J]. Computers & Graphics, 2006, 30(3): 416-422.
- [106] LENOIR J, GRISONI L, CHAILLOU C, et al. Adaptive resolution of 1d mechanical b-spline[C]// GRAPHITE Conference. Dunedin, New Zealand: ACM, 2005: 395-403.
- [107] THEETTEN A, GRISONI L, ANDRIOT C, et al. Geometrically exact dynamic splines[J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(1): 35-48.
- [108] ECHEGOYEN Z, VILLAVARDE I, MORENO R, et al. Linked multi-component mobile robots: Modeling, simulation and control[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2010, 58(12): 1292-1305.
- [109] VALENTINI P P, PENNESTR E. Modeling elastic beams using dynamic splines[J]. Multibody System Dynamics, 2011, 25(3): 271-284.
- [110] VALENTINI P P. Interactive cable harnessing in augmented reality[J]. International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM), 2011, 5(1): 45-53.
- [111] L ON J-C, GANDIAGA U, DUPONT D. Modelling flexible parts for virtual reality assembly simulations which interact with their environment[C]// Proceedings International Conference on Shape Modeling and Applications. Genova, Italy: IEEE, 2001: 335-344.
- [112] ANDREU A, GIL L, ROCA P. A new deformable catenary element for the analysis of cable net structures[J]. Computers & Structures, 2006, 84(29/30): 1882-1890.
- [113] YANG M G, CHEN Z Q, HUA X G. A new two-node catenary cable element for the geometrically non-linear analysis of cable-supported structures[J]. ARCHIVE Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science 1989-1996 (vols 203-210), 2010, 224(6): 1173-1183.
- [114] KAUFMANN P, MARTIN S, BOTSCH M, et al. Flexible simulation of deformable models using discontinuous galerkin fem[J]. Graphical Models, 2009, 71(4): 153-167.
- [115] WANG Q, FANG H, LI N, et al. An efficient fe model of slender members for crash analysis of cable barriers[J]. Engineering Structures, 2013, 52(9): 240-256.
- [116] PRESS W H, TEUKOLSKY S A, VETTERLING W T, et al. Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing[M]. Cambridge University Press, 2007.
- [117] NEALEN A, M LLER M, KEISER R, et al. Physically based deformable models in computer graphics[J]. Computer Graphics Forum, 2010, 25(4): 809-836.
- [118] LIU T, BARGTEIL A W, O'BRIEN J F, et al. Fast simulation of mass-spring systems[J]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(6): 1-7.
- [119] HILDE L, MESEURE P, CHAILLOU C. A fast implicit integration method for solving dynamic equations of movement[C]// Proceedings of the ACM symposium on Virtual reality software and technology. Baniff, Alberta, Canada: ACM, 2001: 71-76.
- [120] MARTIN S, THOMASZEWSKI B, GRINSPUN E, et al. Example-based elastic materials[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2011, 30(4): 1-8.
- [121] HAHN F, MARTIN S, THOMASZEWSKI B, et al. Rig-space physics[J]. ACM Transactions on Graphics, 2012, 31(4): 1-8.
- [122] ASCHER U M, RUUTH S J, WETTON B. Implicit-explicit methods for time-dependent partial differential equations[J]. SIAM J Numer Anal, 1993, 32(1): 797-823.
- [123] HAUTH M, ETZMUSS O, STRASSER W. Analysis of numerical methods for the simulation of deformable models[J]. Visual Computer, 2003, 19(7-8): 581-600.
- [124] BRIDSON R, MARINO S, FEDKIW R. Simulation of clothing with folds and wrinkles[C]// ACM Siggraph/eurographics Symposium on Computer

- Animation. Los Angeles, California, USA: ACM, 2003: 28-36.
- [125] STERN A, GRINSPUN E. Implicit-explicit variational integration of highly oscillatory problems[J]. International Journal of Theoretical Physics, 2012, 51(6): 1663-1673.
- [126] BERGEN G V D. Efficient collision detection of complex deformable models using aabb trees[J]. Journal of Graphics Tools, 1997, 2(4): 1-13.
- [127] GOTTSCHALK S, LIN M C, MANOCHA D. Obbtrees: A hierarchical structure for rapid interference detection[C]// Proceedings of the 23th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. ACM, 1996: 171-180.
- [128] PANKAJ, AGARWAL, AND, et al. Collision detection for deforming necklaces[J]. Computational Geometry, 2004, 28(2-3): 137-163.
- [129] KLOSOWSKI J T, HELD M, MITCHELL J S B, et al. Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of k-dops[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1998, 4(1): 21-36.
- [130] EHMANN S A, LIU M C. Accurate and fast proximity queries between polyhedra using convex surface decomposition[J]. Computer Graphics Forum, 2001, 20(3): C/500-C/510.
- [131] XU H, ZHAO Y, BARBIC J. Implicit multibody penalty-based distributed contact[J]. Visualization & Computer Graphics IEEE Transactions on, 2014, 20(9): 1266-1279.
- [132] LÜ N, LIU J, JIA Y. Coordinated control of flexible cables with human-like dual manipulators[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 2021, 143: 081006-081001.
-
- 作者简介：吕乃静，女，1993 年出生，博士，讲师。主要研究方向为数字化装配技术。
E-mail: lvnaijing@bupt.edu.cn
- 刘检华(通信作者)，男，1977 年出生，博士，教授，博士研究生导师。主要研究方向为产品数字化装配与检测技术。
E-mail: jeffliu@bit.edu.cn