

DOI: 10.3901/JME.2022.13.137

# 基于新型声固耦合方法的汽车振动噪声响应分析\*

崔向阳 贺煜峰 胡鑫

(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室 长沙 410082)

**摘要:** 针对传统基于有限元的声固耦合分析方法由于色散误差过大仅适用于低频分析的问题, 耦合声学梯度加权有限元法 (Gradient-weighted finite element method, GW-FEM) 和基于虚拟中心点的离散剪切间隙板壳单元 (Central point-based discrete shear gap method, CPDSG), 发展了一种精确、高效的新型声固耦合分析方法 GW/CPDSG。基于梯度加权有限元法对声压梯度进行加权重构, 采用基于虚拟中心点的离散剪切间隙板壳单元重构板壳单元的剪切应变场, 并通过耦合界面处声场和结构场的相容性和平衡条件最终建立系统的耦合方程。将所建立的耦合模型应用于汽车乘员舱声固耦合系统频率响应的分析, 数值结果表明, GW/CPDSG 方法对中低频声固耦合问题的预测精度显著高于有限元/有限元耦合方法, 尤其是对复杂系统声固耦合响应的预测更是表现出了良好的适应性和可靠性, 可有效提升可分析频率的上限, 降低大规模问题的计算成本, 在实际工程问题中具有广阔的应用前景。

**关键词:** 声学; 壳结构; 声固耦合; 基于虚拟中心点的离散剪切间隙法; 梯度加权有限元法

**中图分类号:** TB532

## Vibro-Acoustic Response Analysis of Vehicles Based on a Novel Acoustic-Structural Coupling Method

CUI Xiangyang HE Yufeng HU Xin

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body,  
Hunan University, Changsha 410082)

**Abstract:** The finite element method based acoustic-structural coupled models are generally limited to low frequency problems due to the numerical dispersion error. In order to solve this problem, an accurate and efficient acoustic-structural coupling scheme based on the gradient-weighted finite element method (GW-FEM) for acoustic fluid field and central-point discrete shear gap method (CPDSG) for the shell structure has been developed, namely, GW/CPDSG. Reconstructing the acoustic pressure gradient field using the GW-FEM and shear strain field of the shell element using the CPDSG, the coupled system equation is finally obtained through the compatibility and equilibrium conditions on the coupled interface. The coupled model has been applied to analysis the frequency response of a practical vehicle acoustic-structure coupling system, the numerical results demonstrate that the GW/CPDSG method achieves higher accuracy than the finite element based coupling method for low and medium frequency acoustic-structure coupling problems, especially for complex acoustic-structure coupling systems. The GW/CPDSG shows good adaptability and reliability for complex systems, which can significantly raise the upper limit of the analyzable frequency and reduce the computational cost for large scale problems. Thus, the GW/CPDSG is very promising in analyzing acoustic-structural coupling responses for practical engineering problems.

**Key words:** acoustic; shell structure; acoustic-structure interaction; the central point-based discrete shear gap method; the gradient-weighted finite element method

\* 国家自然科学基金资助项目(11872177)。20210625 收到初稿, 20220320 收到修改稿

## 0 前言

薄壁结构常被用做汽车、高速列车、航空航天装备的覆盖件,这些覆盖件所构成封闭声腔的声学性能与乘员的乘坐舒适性息息相关。由于薄壁结构与声腔之间的相互作用不可忽视,这类问题属于声学问题中典型的声固耦合问题。现阶段,声固耦合数值计算方法已成为实现声腔声质量预测和控制的关键技术手段。

有限元法(Finite element method, FEM)<sup>[1-2]</sup>和边界元法(Boundary element method, BEM)<sup>[3-4]</sup>是工程分析中发展成熟且应用广泛的数值方法。有限元法以其简单、高效和适应性强而闻名<sup>[5-6]</sup>,边界元以其直接满足索末菲(Sommerfeld)条件,不需要对外部区域进行特殊处理而在外声场仿真中广泛应用<sup>[7-8]</sup>。现阶段,有限元法/有限元法(FEM/FEM)耦合<sup>[9-10]</sup>模型和边界元法/有限元法(BEM/FEM)耦合模型<sup>[11-12]</sup>被大量用于声固耦合问题的分析中,但这些方法的一些固有缺点严重限制了他们的应用范围。有限元法/有限元法耦合模型在较低频率下表现优异;然而,由于 FEM 离散模型的系统刚度大于实际连续模型的刚度,导致声波在离散模型中的传播速度大于在真实介质中的传播速度,在中频计算时会产生较大的色散误差<sup>[13]</sup>。为了提高计算精度,研究人员提出了多种改进的数值方法<sup>[14-17]</sup>。采用边界元法/有限元法耦合模型时,在声学流体域只需要在场边界上进行网格划分,因此相比于有限元法/有限元法耦合模型生成的单元较少。然而,边界元法/有限元法耦合模型总刚度矩阵需要采用稠密矩阵存储,这导致在内存消耗和计算时间上都有很大的负担。快速多极边界元法/有限元法耦合模型一定程度上解决了这些问题,但要将这些方法推广到实际工程应用中仍有一些不足之处<sup>[18]</sup>。

针对传统有限元/有限元耦合方法仅可在低频段提供可靠预测结果的问题,本研究发展了基于声学梯度加权有限元法(Gradient-weighted finite element method, GW-FEM)和三角形板壳单元的虚拟中心点离散剪切间隙法(Central point-based discrete shear gap method, CPDSG)的新型声固耦合方法 GW/CPDSG。采用线性四面体单元对声学域进行离散,并通过梯度加权操作对声压梯度进行重构。对于壳体结构,采用基于虚拟中心点的离散剪切间隙板壳单元重构板壳单元的剪切应变场,从而克服传统离散剪切间隙方法的各向异性<sup>[19]</sup>。通过在耦合

界面上满足相容性和平衡条件,最终便得到了耦合系统的控制方程。对中低频声-固耦合问题的数值分析显示,本文发展的 GW/CPDSG 耦合方法的预测精度显著高于有限元/有限元耦合方法,尤其是对复杂系统的声-固耦合响应的预测更是表现出了良好的适应性和可靠性,证明了本文发展的 GW/CPDSG 耦合方法可有效地控制色散误差,提升可分析频率上限,降低大规模问题的计算成本,具有广阔的工程应用前景。

## 1 声学梯度加权有限元方法

一般来说,声学问题可以分为内部声学问题和外部声学问题。无论哪一类问题,在理想流体中传播的声波控制方程皆为亥姆霍兹(Helmholtz)方程

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中  $\Delta$ ——拉普拉斯算子;

$p$ ——声压;

$c$ ——声速;

$t$ ——时间。

四面体单元因其良好的复杂几何形状适应性和全自动剖分性能一直是工程师们分析问题的首选。本文采用线性四面体单元进行模型离散,单元插值函数为

$$p = \sum_{i=1}^{N_p} N_i(\mathbf{x}) p_i = \mathbf{N} \mathbf{p} \quad (2)$$

式中  $N_p$ ——每个单元中的节点数;

$N_i(\mathbf{x})$ ——形函数的值;

$p_i$ ——未知节点声压;

$\mathbf{N}$ ——形函数;

$\mathbf{p}$ ——声压向量。

在标准的伽辽金弱形式中,采用形函数  $\mathbf{N}$  作为试函数,结合边界条件可得到亥姆霍兹方程的离散形式<sup>[20]</sup>

$$-\int_0 \nabla \mathbf{N} \cdot \nabla \mathbf{N} \mathbf{p} \, d\Omega + k^2 \int_a \mathbf{N} \cdot \mathbf{N} \mathbf{p} \, d\Omega - j\rho\omega \int_{\Gamma_n} \mathbf{N} \cdot \mathbf{v}_n \, d\Gamma_n = 0 \quad (3)$$

式中  $k$ ——波数;

$k = \omega / c$ ;

$\omega$ ——圆频率;

$c$ ——声速;

$\Gamma_n$ ——速度边界;

$\mathbf{v}_n$ ——边界  $\Gamma_n$  上的法向速度。

在理想流体中, 声压  $p$  的梯度和质点速度  $v$  满足方程关系如下

$$\nabla p + j\rho_f \omega v = 0 \quad (4)$$

式中  $\rho_f$  ——空气密度。

将式(2)代入式(4), 可得到单元内质点的速度场为:

$$v^e = -\frac{1}{j\rho_f \omega} \sum_{i=1}^{Np} B_i^e p_i \quad (5)$$

式中  $B_i^e = [N_{ix} \ N_{iy} \ N_{iz}]^T$ 。

在声学 GW-FEM 中, 首先需构建目标单元的支持域  $\Omega_k^s$ 。如图 1 所示, 中心单元  $k$  (EBCG) 的支持域由单元  $k$  和与其单元面 BEG、面 CEG、面 BCE、面 BCG 共面的相邻四面体单元共同组成, 其中单元  $k$  为主单元, 与其共面的单元为从单元。正是由于考虑了从单元对主单元声压梯度的影响, 声学 GW-FEM 可提供更加精确的声学梯度场, 从而显著提高声学仿真的精度<sup>[21]</sup>。

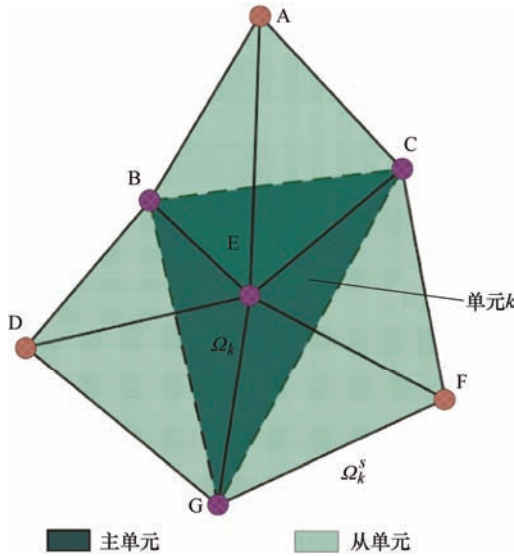


图 1 单元  $k$  的支持域

基于式(4)所示的声压梯度和质点速度的关系, 主单元  $\Omega_k$  内质点的加权速度可以写成:

$$\bar{v}_k = \sum_{j=1}^{nc} \Phi_j v_k^j \quad (6)$$

式中  $nc$  ——支持域的总单元数;

$v_k^j$  ——第  $j$  个单元内质点的速度;

$\Phi_j$  ——第  $j$  个单元的全局形函数。

全局形函数表征了支持域内每个单元的相对贡献, 其形式为:

$$\Phi_j = \frac{w_j}{\sum_{i=1}^{nc} w_i} \quad (7)$$

$$w_j = \chi_j V_j \quad (8)$$

$$\chi_j = \begin{cases} 2.0 & \text{主单元} \\ 1.0 & \text{从单元} \end{cases} \quad (9)$$

式中  $w_j$  ——与单元体积相关的权函数;

$V_j$  ——第  $j$  个单元的体积;

$\chi_j$  ——权重系数。

关于全局形状函数的具体的设计和分析见参考文献[21], 本文不再赘述。基于全局形状函数, 式(6)中的加权速度可以进一步写成

$$\bar{v}_k = -\frac{1}{j\rho_f \omega} \sum_{j=1}^{nc} \left[ \Phi_j \sum_{i=1}^{Np} B_i^j p_i^j \right] \quad (10)$$

式中  $B_i^j$  ——第  $j$  个单元的  $B_i$  的值;

$p_i^j$  ——第  $j$  个单元的  $p_i$  的值。

基于式(4)可最终得到单元  $k$  的加权声压梯度

$$\nabla \bar{p}_k = \sum_{l \in M_k} \bar{B}_l p_l = \bar{B}_f^k \hat{p}_f^k \quad (11)$$

式中  $M_k$  ——支持域中所有节点的集合;

$\bar{B}_f^k$  ——等效梯度矩阵;

$\hat{p}_f^k$  ——等效声压矢量。

将式(2)、(11)代入式(3), 离散的系统方程可表示为矩阵形式

$$\bar{K}_f p + M_f \ddot{p} = F_f \quad (12)$$

$$\begin{cases} \bar{K}_f = \sum_{k=1}^{N_e} \bar{K}_f^k \\ \bar{K}_f^k = \int_{\Omega_k} (\bar{B}_f^k)^T (\bar{B}_f^k) d\Omega = (\bar{B}_f^k)^T (\bar{B}_f^k) V_k \\ M_f = \frac{1}{c^2} \int_{\Omega_f} N_f^T N_f d\Omega_f \\ F_f = -\rho_f \int_{\partial\Omega_f} N_f^T u_f d\Gamma \\ \{p\}^T = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \end{cases} \quad (13)$$

式中  $\bar{K}_f$  ——系统刚度矩阵加权形式;

$\bar{K}_f^k$  ——单元刚度矩阵加权形式;

$M_f$  ——质量矩阵;

$F_f$  ——声载荷矢量;

$p$  ——声压矢量。

## 2 基于虚拟中心点的离散剪切间隙三角形板壳单元

对于以板壳为主要结构件的声固耦合系统, 板

壳结构的响应直接影响耦合系统的预测精度。由于三角形网格对于复杂几何边界具有很好的逼近能力和适应能力, 因此将问题域离散成一系列三角形单元组成的网络模型。基于一阶剪切变形理论, 笛卡尔坐标系中壳体任意点的位移可以表示如下

$$\begin{cases} u = u_0 + z\theta_y \\ v = v_0 - z\theta_x \\ w = w_0 \end{cases} \quad (14)$$

式中  $u_0$ ——中间表面在  $x$  方向的位移;  
 $v_0$ ——中间表面在  $y$  方向的位移;  
 $w_0$ ——中间表面在  $z$  方向的位移;  
 $\theta_x$ ——绕  $x$  轴的旋转;  
 $\theta_y$ ——绕  $y$  轴的旋转。

薄膜应变  $\varepsilon_m$ 、弯曲应变  $\varepsilon_b$  和剪切应变  $\varepsilon_s$  的形式分别为

$$\varepsilon_m = \begin{bmatrix} B_{m1} & B_{m2} & B_{m3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = B_m d_e \quad (15)$$

$$\varepsilon_b = \begin{bmatrix} B_{b1} & B_{b2} & B_{b3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = B_b d_e \quad (16)$$

$$\varepsilon_s = \begin{bmatrix} B_{s1} & B_{s2} & B_{s3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = B_s d_e \quad (17)$$

式中  $d_i$ ——三角形单元节点  $i$  对应的位移向量;

$$d_i = \{u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi}\}^T。$$

基于虚功原理, 控制方程的弱形式为:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} (\delta \varepsilon_m^T D_m \varepsilon_m + \delta \varepsilon_b^T D_b \varepsilon_b + \delta \varepsilon_s^T D_s \varepsilon_s) d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \delta u^T m \ddot{u} d\Omega - \int_{\Omega} \delta u^T \tilde{f} d\Omega - \\ & \int_{\Gamma_s} \delta u^T \tilde{t} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

式中  $\tilde{f}$ ——施加在壳体上的分布载荷;

$\tilde{t}$ ——施加在边界  $\Gamma_s$  上的牵引力;

$m$ ——质量矩阵;

$D_m$ ——薄膜刚度本构系数;

$D_b$ ——弯曲刚度本构系数;

$D_s$ ——横向剪切刚度本构系数。

参考文献[19]提出了基于虚拟中心点的离散剪切间隙板壳单元(CPD SG), 该模型有效避免了剪切自锁, 并给出较高的计算精度。CPD SG 壳单元的应变矩阵  $B_m$ 、弯曲矩阵  $B_b$  和剪切应变矩阵  $B_s$  可分别表示为:

$$B_{mi} = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,y} & 0 & 0 & 0 \\ N_{i,y} & N_{i,x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$B_{bi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N_{i,x} & 0 \\ 0 & 0 & -N_{i,y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -N_{i,x} & N_{i,y} & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B_s = [B_s^1 \quad B_s^2 \quad B_s^3] \quad (21)$$

其中:

$$B_s^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{2}{3}m_1 - \frac{1}{3}m_2 - \frac{1}{3}m_3 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}n_1 - \frac{1}{3}n_2 - \frac{1}{3}n_3 \\ -\frac{2}{3}bm_1 - \frac{1}{6}dm_2 - \frac{1}{6}fm_3 & \frac{2}{3}am_1 + \frac{1}{6}cm_2 + \frac{1}{6}em_3 \\ -\frac{2}{3}bn_1 - \frac{1}{6}dn_2 - \frac{1}{6}fn_3 & \frac{2}{3}an_1 + \frac{1}{6}cn_2 + \frac{1}{6}en_3 \end{bmatrix}$$

$$B_s^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{3}m_1 + \frac{2}{3}m_2 - \frac{1}{3}m_3 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}n_1 + \frac{2}{3}n_2 - \frac{1}{3}n_3 \\ -\frac{1}{6}bm_1 - \frac{2}{3}dm_2 - \frac{1}{6}fm_3 & \frac{1}{6}am_1 + \frac{2}{3}cm_2 + \frac{1}{6}em_3 \\ -\frac{1}{6}bn_1 - \frac{2}{3}dn_2 - \frac{1}{6}fn_3 & \frac{1}{6}an_1 + \frac{2}{3}cn_2 + \frac{1}{6}en_3 \end{bmatrix}$$

$$B_s^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{3}m_1 - \frac{1}{3}m_2 + \frac{2}{3}m_3 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}n_1 - \frac{1}{3}n_2 + \frac{2}{3}n_3 \\ -\frac{1}{6}bm_1 - \frac{1}{6}dm_2 - \frac{2}{3}fm_3 & \frac{1}{6}am_1 + \frac{1}{6}cm_2 + \frac{2}{3}em_3 \\ -\frac{1}{6}bn_1 - \frac{1}{6}dn_2 - \frac{2}{3}fn_3 & \frac{1}{6}an_1 + \frac{1}{6}cn_2 + \frac{2}{3}en_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

将式(15)、(16)、(17)、(19)、(20)和(22)代入式(18), 离散方程可表示为以下矩阵形式:

$$M_s \ddot{d}_s + \overline{K}_s d_s = F_s \quad (23)$$

$$\begin{cases} \overline{K}_s = (B)^T D (B) = \overline{K}_s^m + \overline{K}_s^b + \overline{K}_s^s \\ M_s = \int_{\Omega} N^T m N d\Omega \\ F_s = \int_{\Omega} N \tilde{f} d\Omega + \int_{\Gamma_s} N \tilde{t} d\Gamma \end{cases} \quad (24)$$

式中  $\overline{K}_s$ ——系统刚度矩阵;

$M_s$ ——系统质量矩阵;

$F_s$ ——力载荷矢量。

关于 CPDSG 具体的设计和分析见参考文献[19], 本文不再赘述。

### 3 结构-声场耦合方程

为构建结构场与声场的耦合方程, 需保证结构场与声场耦合界面上的位移连续和压力连续条件。其位移连续条件可表示为:

$$u_s \mathbf{n} = u_f \mathbf{n} \quad (25)$$

式中  $u_s$  ——耦合界面处壳体结构的位移;

$u_f$  ——声场质点的位移。

法向量  $\mathbf{n}$ 、壳体结构的法向量  $\mathbf{n}_s$  和声场边界的法向量  $\mathbf{n}_f$  满足以下条件:

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_f = -\mathbf{n}_s \quad (26)$$

在界面处, 还应满足结构应力和声压之间的压力连续性条件:

$$\sigma_{s|n} = -p \quad (27)$$

基于上述方程可得到耦合界面处声场对结构场的作用载荷:

$$\mathbf{F}_s = \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}_s^T \mathbf{n}_s \sigma_s d\Gamma = \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}_s^T \mathbf{n}_f p d\Gamma = \left( \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}_s^T \mathbf{n}_f \mathbf{N}_f d\Gamma \right) \mathbf{p} \quad (28)$$

结构场对声场的作用载荷可表示为:

$$\mathbf{F}_f = -\rho \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}_f^T \ddot{u}_f d\Gamma = -\rho \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}_f^T \ddot{u}_s d\Gamma = -\rho \left( \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}_f^T \mathbf{n}_f \mathbf{N}_s d\Gamma \right) \ddot{\mathbf{u}}_s \quad (29)$$

式(28)和式(29)可进一步化简为:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_s &= \mathbf{L} \mathbf{p} \\ \mathbf{F}_f &= -\rho_f \mathbf{L}^T \mathbf{u}_s \end{aligned} \quad (30)$$

式中  $\mathbf{L}$  ——耦合矩阵;

$$\mathbf{L} = \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}_s^T \mathbf{n}_f \mathbf{N}_f d\Gamma。$$

基于上述方程, 声固耦合问题的控制方程可表示为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ \rho_f \mathbf{L}^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_s \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_s & -\mathbf{L} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_f \end{Bmatrix} \quad (31)$$

对于时谐问题, 声固耦合问题强迫频率响应的控制方程可以进一步表示为:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_s - \omega^2 \mathbf{M}_s & -\mathbf{L} \\ \rho_f \omega^2 \mathbf{L}^T & \bar{\mathbf{K}}_f - \omega^2 \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_f \end{Bmatrix} \quad (32)$$

## 4 数值算例

为验证所建立的 GW/CPDSG 声固耦合模型, 本文采用了两个不同的数值算例对 GW/CPDSG 声固耦合模型的精度及其在工程问题中的适用性进行了验证。

### 4.1 曲面柔性壳与声腔的耦合模型

如图 2 所示为一个曲面柔性壳与封闭声腔构成的耦合模型。对于该封闭声腔, 其顶部边界为曲面柔性壳, 其他边界为刚性壁。柔性壳由钢制成, 其材料参数为: 杨氏模量  $E=210 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\nu=0.3$  和密度  $\rho_s=7800 \text{ kg/m}^3$ , 壳厚度为  $1 \text{ mm}$ 。声腔内介质为空气, 空气密度  $\rho_f=1.225 \text{ kg/m}^3$ , 声音在空气中传播的速度  $c=340 \text{ m/s}$ 。该模型被离散为 324 个壳结构节点和 1027 个声场节点。由于该问题没有解析解, 因此, 本文将 Virtual Lab 采用加密的网格(壳体为 1443 个节点(三角形单元), 声场为 10773 个节点(四面体单元), FEM/FEM 耦合)获得的数值结果作为参考解。对该模型进行频率响应分析来研究 GW/CPDSG 耦合方法的有效性。通过在曲面中心点 1 施加频率范围为  $100 \sim 1500 \text{ Hz}$ , 方向为  $z$  向的单位激励。

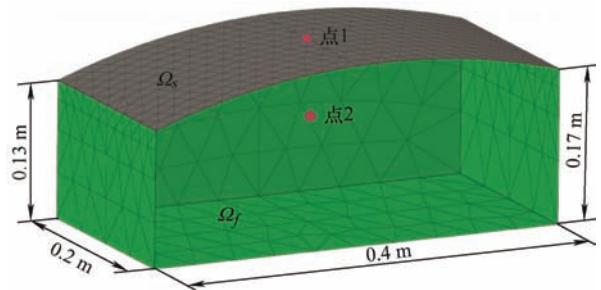


图 2 曲面柔性壳与声腔的耦合模型

取声腔与壳体耦合面的中线作为观测路径, 并输出观测路径在  $100 \text{ Hz}$  和  $500 \text{ Hz}$  下的声压分布, 如图 3 和图 4 所示。从图中可以看出: ①在峰值处, GW/CPDSG 耦合法和 FEM/FEM 耦合法的结果都与参考解存在误差,  $100 \text{ Hz}$  下该特征区域的相对误差分别为  $1.7\%$ 、 $9.5\%$ , 表明 GW/CPDSG 耦合方法的计算精度显著高于 FEM/FEM 耦合方法; ②随着频率的上升, 两种方法的计算误差均开始增大, 但 GW/CPDSG 耦合方法的精度仍显著高于 FEM/FEM 耦合方法。达到  $500 \text{ Hz}$  时, GW/CPDSG 耦合方法和 FEM/FEM 耦合方法的相对误差分别增大至  $2.9\%$  和  $12.6\%$ , 表明本文发展的 GW/CPDSG 耦合方法对于较高频率问题仍具有良好的适用性。

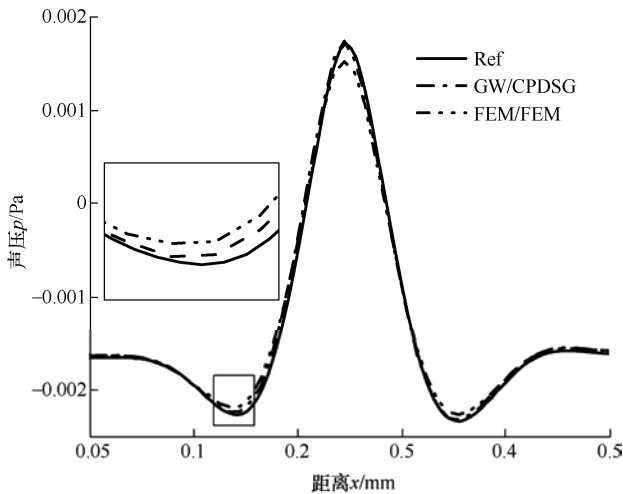


图 3 100 Hz 观测路径声压响应

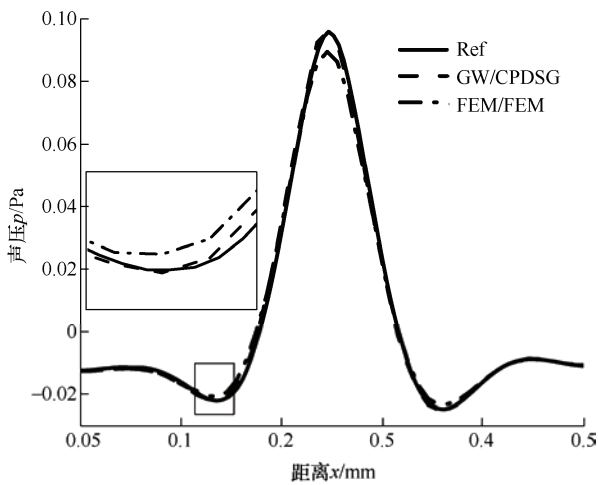


图 4 500 Hz 观测路径声压响应

图 5 和图 6 分别给出了曲面壳中心点 1 和声腔中的某点 2 在 500~1 500 Hz 的频率响应曲线。从图中可以看出：①当频率低于 1 000 Hz 时，两种耦合方法的计算结果都与参考解非常吻合；②随着频率的增加，GW/CPDSG 耦合方法和 FEM/FEM 耦合方法得到的结果与参考解的误差均逐渐变大；FEM/FEM 耦合方法计算的特征频率峰值显著偏离

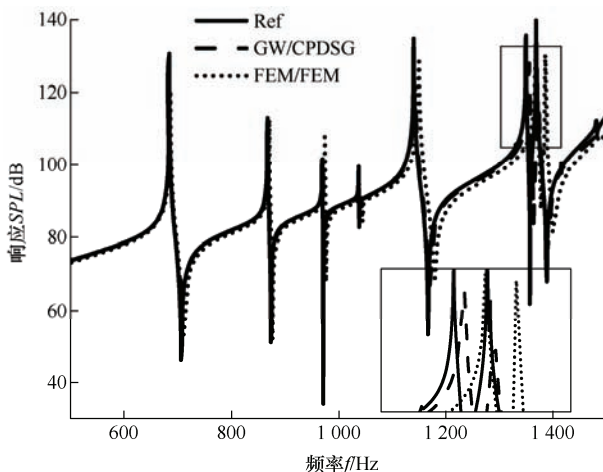


图 5 曲面板中心点 1 响应

参考解，而 GW/CPDSG 耦合方法仍然可以准确地预测其分布趋势且偏差较小。该结果表明，本文发展的 GW/CPDSG 耦合方法在中频范围内的表现优于 FEM/FEM 耦合法，可在较广的频率范围内准确地预测结构的噪声性能，具有良好的工程应用价值。

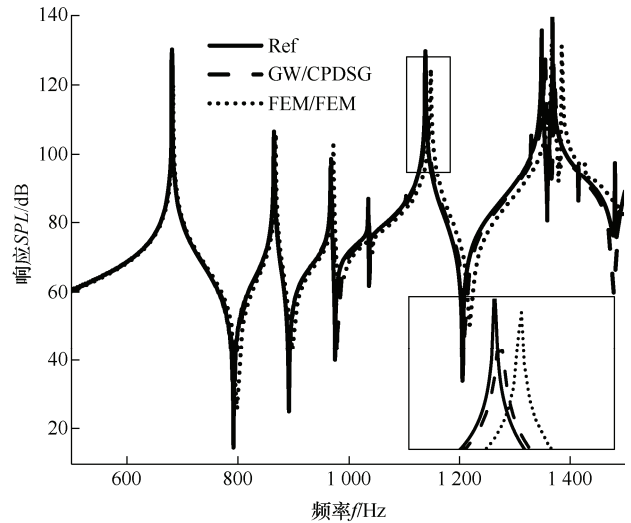


图 6 声场中点 2 响应

为进一步验证本文所发展的 GW/CPDSG 耦合方法的计算效率，选择全局误差范数  $Ge$  的形式为<sup>[21]</sup>：

$$Ge = \sqrt{\frac{\int_{\Omega} (\tilde{v}^{ref} - \tilde{v}^h)^T (\tilde{v}^{ref} - \tilde{v}^h) d\Omega}{\int_{\Omega} (\tilde{v}^{ref} \cdot \tilde{v}^{ref}) d\Omega}} \quad (33)$$

式中上标  $ref$  和  $h$  分别对应参考解和数值解。基于三种不同密度的离散模型(1 463, 2 784 和 4 203 个节点)，本文在相同的软硬件平台下分别计算了 GW/CPDSG 和 FEM/FEM 两种不同方法的效率精度曲线。如图 7 所示，GW/CPDSG 耦合方法的效率曲线总是位于 FEM/FEM 曲线的左下方，表明达到相同的计算精度 GW/CPDSG 耦合方法耗时更少，是一种高效的耦合模型。

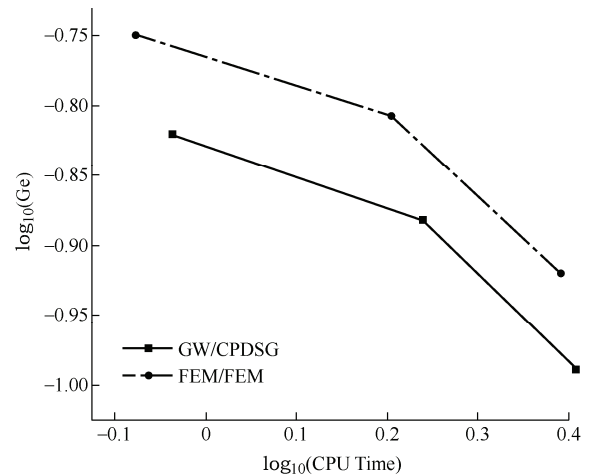


图 7 CPU 时间与全局误差比

## 4.2 汽车乘员舱耦合模型

声学质量是汽车乘员舱这类封闭空腔的一个重要的性能指标, 覆盖件和乘员舱声腔之间的耦合问题非常值得注意。在汽车振动噪声的分析中, 车顶面板的设计非常重要, 为了有针对性地控制和减小车身振动以及声学响应, 一种能精确预测乘员舱耦合响应的数值方法是必不可少的。因此, 本算例测试了车顶面板与乘客舱的耦合模型, 对 GW/CPDSG 耦合方法的工程适用性进行了进一步研究。图 8 为一车顶面板与乘客舱耦合模型的示意图, 车顶面板由钢制成, 乘客舱内介质为空气, 该模型的材料属性与前文相同。车顶面板离散成 3 946 个三角形单元, 2 061 个节点, 乘客舱离散成 138 774 个四面体单元, 24 659 个节点。通过 Virtual. Lab 采用非常精细的网格(壳体为 6 649 个节点(三角形单元), 声场为 232 034 个节点(四面体单元), FEM/FEM 耦合)获得的数值结果作为参考解。100 Hz~400 Hz 是车辆设计中的一个重要分析频段, 本文对该耦合的乘员舱系统在该频段内的强迫频率响应进行研究, 对 GW/CPDSG 耦合方法的工程适用性进行验证。在车顶面板中心载荷点施加频率范围为 100 Hz~400 Hz, 方向为  $z$  向的单位激励。

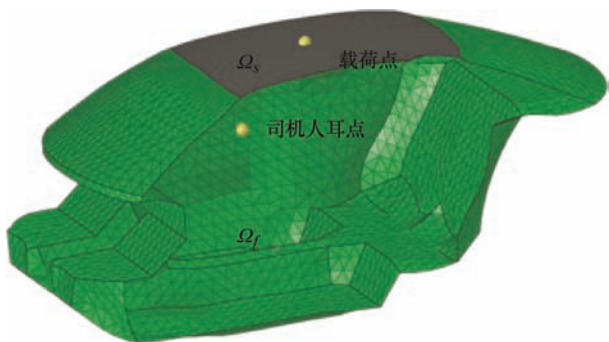
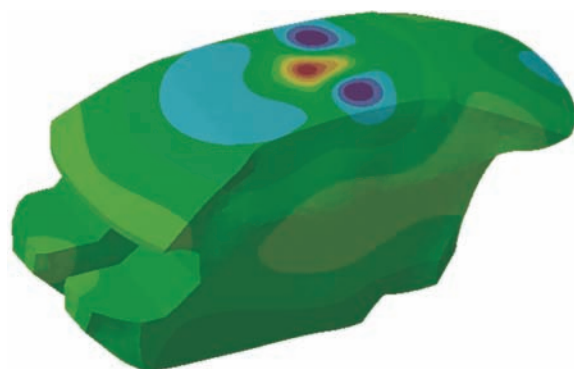
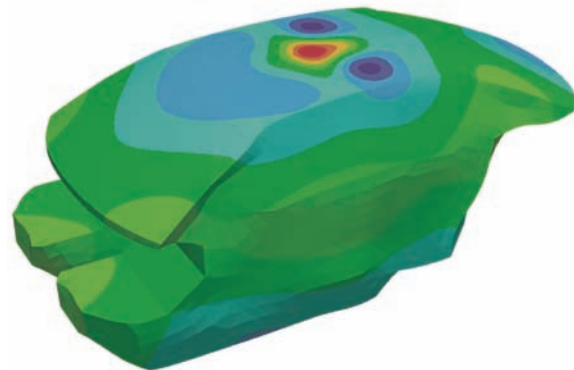


图 8 车顶面板与乘客舱的耦合模型

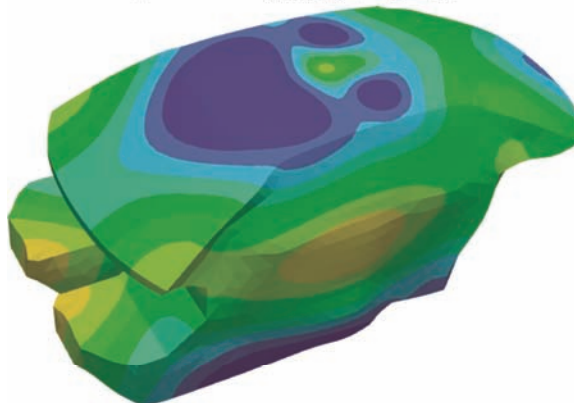
图 9 给出了 300 Hz 下, GW/CPDSG 耦合方法、FEM/FEM 耦合方法计算的乘客舱声压响应和 Virtual. Lab 计算的密网格的声压响应云图。从图中可以看出: ①GW/CPDSG 耦合方法的整体声压分布趋势与参考解分布趋势非常吻合, 而 FEM/FEM 耦合方法的整体声压分布明显偏离参考解; ②在局部特征区域(如载荷点)的声压分布上, GW/CPDSG 耦合方法可以十分准确地预测声压分布, 而 FEM/FEM 耦合方法的预测结果已严重失真。由此可见 GW/CPDSG 耦合方法对复杂工程问题的预测精度远优于 FEM/FEM 耦合方法。



(a) Virtual. Lab 密网格的声压响应云图



(b) GW/CPDSG 耦合方法声压响应云图



(c) FEM/FEM 耦合方法声压响应云图

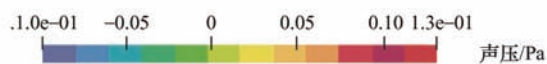


图 9 300 Hz 声压响应云图

为更直观地进行对比, 取车顶面板与乘客舱耦合面的中线作为观测路径, 并输出观测路径 100 Hz 和 275 Hz 下的声压分布, 如图 10 和图 11 所示。从图中可以出: ①100 Hz 时, 在峰值特征区域处, GW/CPDSG 耦合方法的计算结果几乎和参考解重合(相对误差 0.9%), 而 FEM/FEM 耦合方法的计算结果则明显偏离参考解(相对误差 8.7%); ②随着频率的上升, 275 Hz 时, GW/CPDSG 耦合方法仍可十分准确地预测声压分布(相对误差 2.3%), 而 FEM/FEM 耦合方法预测的声压分布在整个观测路径上均开始偏离参考结果, 在峰值特征区域内的相

对误差达到 10.4%，预测结果严重失真。结果表明，对于复杂结构的声固耦合问题，传统 FEM/FEM 耦合方法的适用范围十分有限，而本文所发展的耦合方法可在较宽的频率范围内提供可靠地预测结果。

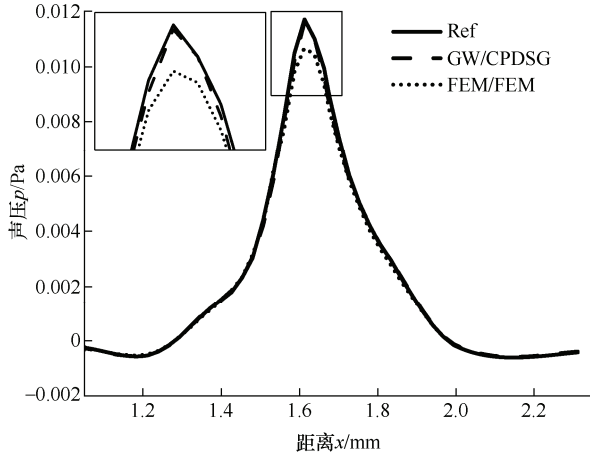


图 10 100 Hz 观测路径声压响应

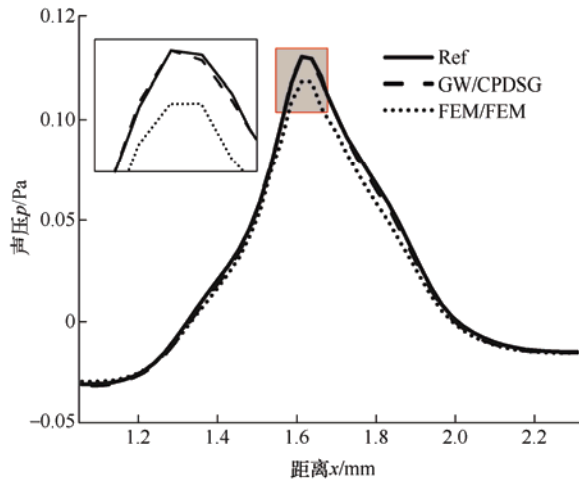


图 11 275 Hz 观测路径声压响应

取载荷点和驾驶员人耳位置为观测点，图 12 和图 13 分别绘出了两点在 100~400 Hz 内的频率响应曲线。从图中结果可看出：①在较低频率范围内，如小于 200 Hz 时，GW/CPDSG 耦合方法和 FEM/FEM 耦合方法的预测结果整体上均可很好地吻合参考解，但 FEM/FEM 耦合方法在特征频率处的响应值与参考结果相差较大。②随着频率的增加，FEM/FEM 耦合方法的预测结果迅速偏离参考解，而 GW/CPDSG 仍然可以可靠地预测耦合系统的响应趋势。该结论再次证明了本文发展的 GW/CPDSG 耦合方法在分析实际工程声固耦合问题中是可靠的，具有广阔的工程应用前景。

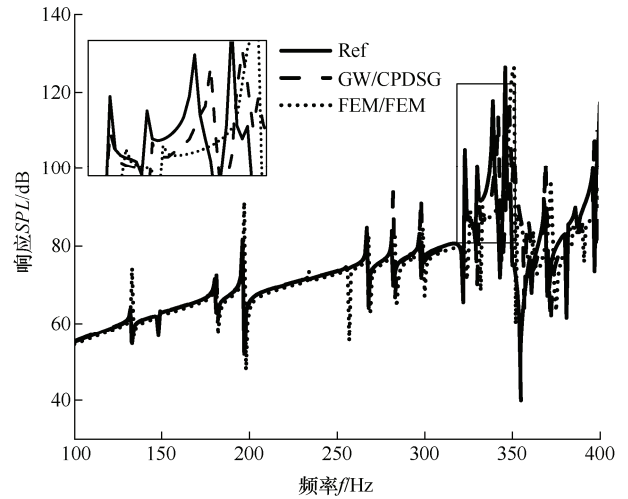


图 12 载荷点响应

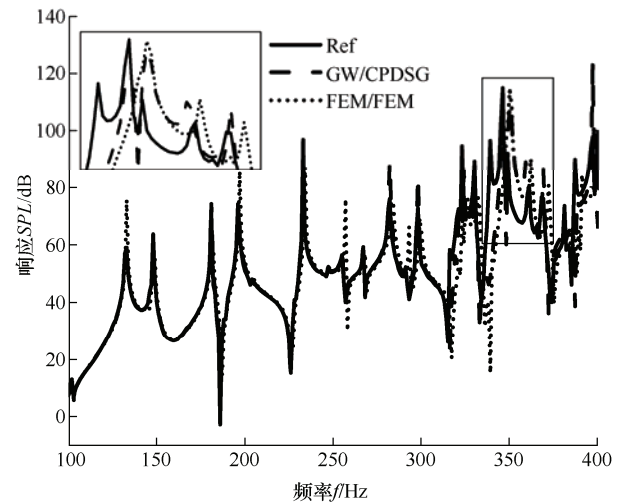


图 13 驾驶员人耳响应

## 5 结论

针对传统有限元/有限元耦合方法局限于低频分析的问题，本文建立了基于梯度加权有限元/虚拟中心点离散剪切间隙(GW/CPDSG)的新型声固耦合模型。通过将所建立的耦合模型应用于简单柔性壳封闭声腔和汽车乘员舱声固耦合系统频率响应的分析中，可得出以下结论：

(1) GW/CPDSG 耦合方法的计算精度显著高于基于传统有限元的耦合方法，对中低频问题均表现出良好的适应性。

(2) GW/CPDSG 耦合方法基于最简单的线性三角形单元和四面体单元，非常适用于具有复杂几何特征的声固耦合问题。

(3) 对于复杂工程问题的分析，GW/CPDSG 耦合方法性能更好、更可靠，可有效提升对复杂声固

耦合系统的分析频率上限,降低大规模问题的计算成本,在解决实际工程问题中具有很大的应用价值。

### 参 考 文 献

- [1] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L, ZHU J Z. The finite element method: its basis and fundamentals[M]. 7th Edition. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013.
- [2] HARARI I. A survey of finite element methods for time-harmonic acoustics[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(13-16): 1594-1607.
- [3] WU T W. Boundary element in acoustics: fundamentals and computer codes[M]. Southampton: WIT Press, 2000.
- [4] CHEN J T. Recent development of dual BEM in acoustic problems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2000, 188(4): 833-845.
- [5] 何宇漾. 声子晶体结构板件在车内噪声控制中的应用研究[J]. 噪声与振动控制, 2020, 40(06): 193-197.  
HE Yuyang. Application of phononic crystal plates in vehicle's noise control[J]. Noise and Vibration Control, 2020, 40(06): 193-197.
- [6] 张志飞, 倪新帅, 徐中明. 利用阻尼材料改善驾驶室声学特性的研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(16): 36-40.  
ZHANG Zhifei, NI Xinshuai, XU Zhongming. Research on improvement of cab acoustic characteristics using damping material[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(16): 36-40.
- [7] 邓铁松, 肖新标, 圣小珍. 基于 2.5 维有限元-边界元的高速列车车体铝型材声振特性研究[J]. 机械工程学报, 2022, 58(01): 97-107.  
DENG Tiesong, XIAO Xinbiao, SHENG Xiaozhen. Research on vibro-acoustics of aluminium extrusions from a high-speed train body based on two-and-half dimensional finite element/boundary element method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(01): 97-107.
- [8] 房建英, 肖新标, 金学松, 等. 行车速度对高速列车车轮振动声辐射特性的影响[J]. 机械工程学报, 2010, 46(22): 96-104.  
FANG Jianying, XIAO Xinbiao, JIN Xuesong, et al. Effect of train speed on acoustic radiation characteristics of high-speed train wheel vibration[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(22): 96-104.
- [9] 吴光强, 盛云, 方园. 基于声学灵敏度的汽车噪声声-固耦合有限元分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(03): 222-228.  
WU Guangqiang, SHENG Yun, FANG Yuan. Coupled acoustic-structural finite element analysis of vehicle interior noise based on acoustic sensitivity[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(03): 222-228.
- [10] SUNG S H, NEFSKE D J. A coupled structural-acoustic finite element model for vehicle interior noise analysis[J]. Journal of Vibration & Acoustics, 1984, 106(2): 314.
- [11] EVERSTINE C C, HENDERSON F M. Coupled finite element/boundary element approach for fluid-structure interaction[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1998, 87(5): 1938-1947.
- [12] JEANS R A, MATHEWS I C. Solution of fluid-structure interaction problems using a coupled finite element and variational boundary element technique[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 88(5): 2459-2466.
- [13] 何智成. 汽车中频 NVH 高效高精度计算理论与方法[D]. 长沙: 湖南大学, 2014.  
HE Zhicheng. Computing theory and methods for vehicle mid-frequency vibration and noise with high efficiency and precision[D]. Changsha: Hunan University, 2014.
- [14] 姚凌云, 于德介, 臧献国. 二维声学数值计算的光滑有限元法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(18): 115-120.  
YAO Lingyun, YU Dejie, ZANG Xianguo. Smoothed finite element method for two-dimensional acoustic numerical computation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(18): 115-120.
- [15] 吴绍维, 向阳, 张波. 自由场声辐射预报的可变阶波包络单元与有限元耦合方法[J]. 机械工程学报, 2018, 54(07): 74-86.  
WU Shaowei, XIANG Yang, ZHANG Bo. A coupled variable order acoustic wave envelope element-finite element method for sound radiation in infinite domain[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(07): 74-86.
- [16] 孔德瑜, 王刚, 倪俊芳. 声腔-弹性板结构在不同激励下声辐射特性研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(21): 126-137.  
SUN Deyu, WANG Gang, NI Junfang. Acoustic radiation characteristics of cavity-elastic plate model under different excitation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(21): 126-137.
- [17] 何智成, 李光耀, 成艾国, 等. 基于边光滑有限元的声固耦合研究[J]. 机械工程学报, 2014, 50(04): 113-119.  
HE Zhicheng, LI Guangyao, CHENG Aiguo, et al. Coupled edge-based smoothing finite element method for structural acoustic problems[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(04): 113-119.

- [18] SCHNEIDER S. FE/FMBE coupling to model fluid-structure interaction[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, 76(13): 2137-2156.
- [19] CUI X Y, TIAN L. A central point-based discrete shear gap method for plates and shells analysis using triangular elements[J]. International Journal of Applied Mechanics, 2017, 9(04): 1750055.
- [20] 崔向阳, 胡鑫, 王刚, 等. 二维声学数值计算的梯度最小二乘加权[J]. 机械工程学报, 2016, 52(15): 52-58.  
CUI Xiangyang, HU Xin, WANG Gang, et al. Gradient weighted by moving least-squares for two dimension acoustic numerical computation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(15): 52-58.
- [21] WANG G, CUI X Y, LI G Y. Acoustic simulation using a novel approach for reducing dispersion error[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2017, 84: 109-134.

作者简介: 崔向阳, 男, 1981 年出生, 教授, 博士生导师。主要研究方向为数值算法理论、汽车 CAE 软件开发与集成、多物理场仿真、材料成形工艺及机理等。

E-mail: cui435@163.com

贺煜峰, 男, 1997 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为振动控制。

E-mail: heyufeng\_hnu@163.com

胡鑫(通信作者), 男, 1992 年出生, 博士。主要研究方向为汽车振动噪声、塑性成形机理。

E-mail: xhu@hnu.edu.cn