

DOI: 10.3901/JME.2022.14.190

# 基于三维点云深度学习的飞机表面多圆孔 基元提取方法\*

陈红华<sup>1</sup> 魏泽勇<sup>2</sup> 谢乾<sup>1</sup> 魏明强<sup>2</sup> 汪俊<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学机电学院 南京 210016;

2. 南京航空航天大学计算机科学与技术学院 南京 210016)

**摘要:** 在飞机部件自动制孔系统中, 快速、精确检测飞机表面圆孔对飞机装配质量具有重要作用, 但从大规模三维测量点云数据中自动化、精确、快速检测所有圆孔特征依旧是一个难点。鉴于此, 提出一种基于三维点云深度学习的飞机表面多圆孔基元提取方法。使用三维点云深度学习网络预测三维测量点云中初始圆孔边界点, 并基于初始圆孔边界点, 学习圆孔法向。同时, 设计基于学习的加权最小二乘(Weighted least square, WLS)方法拟合圆孔参数, 并将圆孔边界点检测误差、圆孔参数估计误差、圆孔法向学习误差作为多任务联合损失进行网络训练。通过在不同噪声、不同分辨率的模拟点云数据和实测点云数据上进行测试, 并与现有先进边界提取、圆孔拟合方法进行对比。试验结果表明, 所提出的方法在边界点识别准确度、圆孔参数计算准确度等方面获得了优越的综合性能。

**关键词:** 飞机表面圆孔检测; 三维测量; 深度学习; 加权最小二乘

**中图分类号:** TH741

## Method for Extracting Multiple Circle Primitives Extraction of Aircraft Surface Based on 3D Point Cloud Deep Learning

CHEN Honghua<sup>1</sup> WEI Zeyong<sup>2</sup> XIE Qian<sup>1</sup> WEI Mingqiang<sup>2</sup> WANG Jun<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering,

Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016;

2. College of Computer Science and Technology,

Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211016)

**Abstract:** In the aircraft automatic hole manufacturing system, rapidly and accurately detecting the circle holes on the surface of the aircraft is important for the assembly quality of the aircraft. However, it is still difficult to detect them accurately and quickly from the measured point clouds. A method for extracting multiple circle primitives based on 3D point cloud deep learning is proposed. Specifically, a 3D point cloud network is presented to predict the initial circle boundary points, based on which, the circles' normals are computed. Learning-based weighted least squares (WLS) is then designed to estimate the circle parameters. Finally, the circle boundary point classification, circle parameter estimation and circle normal computation are co-trained with a multi-task loss to enhance the quality of circle extraction. Comparisons on the simulated point clouds and real-scanned point clouds of different noise intensities and resolutions exhibit clear improvements in terms of noise-robustness and extraction accuracy.

**Key words:** aircraft surface hole detection; 3D measurement; deep learning; weighted least squares

## 0 前言

在航空制造领域, 飞机部件的装配连接是飞机

装配的重要环节, 现代化飞机的主要连接方式是铆钉连接, 而铆钉孔的孔径、孔位和法向等参数的精度决定着铆接的质量, 极大影响着飞机制造质量, 进而影响飞机的隐身性能和使用寿命<sup>[1]</sup>。为此国内飞机制造业广泛引入机器人自动制孔技术提高制孔质量, 而作为自动制孔系统关键技术之一的飞机表

\* 国家重点研发计划资助项目(2019YFB1707504, 2020YFB2010702)。  
20210730 收到初稿, 20220312 收到修改稿

面制孔检测技术，成为自动制孔质量的重要保障。

传统的接触式圆孔检测技术由于易破坏孔表面、效率低等问题，已难以满足自动化系统的高效、高精度要求。非接触式的圆孔检测方法主要可以分为基于二维视觉的方法和基于三维点云的方法。现有基于二维视觉的方法在自动化和检测精度方面存在一定局限性<sup>[2]</sup>，一般只能测量部分圆孔参数<sup>[3-5]</sup>。

随着三维光学测量设备的飞速发展，基于三维测量点云的质量检测技术是近年来的新趋势，在三维检测、逆向工程、机器人加工等领域有着广泛的应用。考虑到在实际的三维测量过程中，由于飞机表面圆孔粗糙、材料反射、自遮挡或测量范围限制，得到的圆孔三维点云数据往往是不完整的。直接从测量点云中快速、精确检测所有圆孔结构非常困难。

基于三维点云的圆孔基元提取过程一般可以分为两个阶段，圆孔边界点识别和圆孔参数计算。本文将点云数据中圆孔边界点定义为圆孔结构边界处两个面的交点和单个面的边界点。图 1 给出了一个飞机表面圆孔的实际测量点云，其中包含飞机表面与圆柱面交点、单个面边界点和圆柱面内壁测量点，前两者共同构成圆孔边界点。

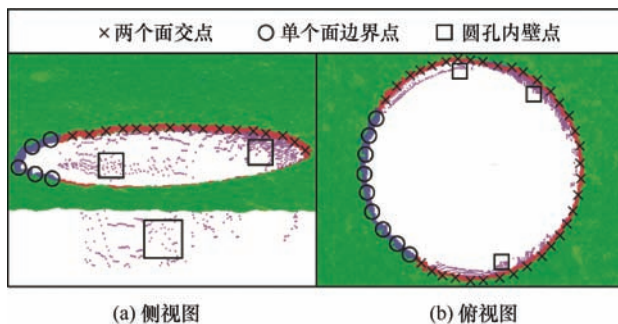


图 1 三维测量点云中圆孔边界点示意图

对于点云边界点识别，国内外学者已经展开了大量研究<sup>[6-20]</sup>。例如，谭小群等<sup>[6]</sup>通过将线激光获取得到的三维点云数据转换为二维灰度图提取孔边缘。庄志炜等<sup>[7]</sup>提出了一种基于模板匹配的孔位与圆孔朝向计算方法。算法通过将点云的  $z$  坐标值二值化，自适应构造出孔模板并执行模板匹配以识别出孔特征。石循磊等<sup>[8]</sup>针对飞机表面镗窝孔结构检测难点，结合接触式量规的测量原理，建立了针对粗糙曲面工件的补偿模型，并提出了相应的修正算法。BARBER 等<sup>[9]</sup>提出了快速霍夫变换方法，通过分治方法从给定的一组有限的点中检测出包含所有点的最小凸多边形，该方法是非常有效的，但它只能检测一组属于凸多边形的边界点。YU 等<sup>[18]</sup>提出了边缘感知网络模型(EC-Net)。该方法的训练集包

含模型棱边监督信息，因此，该网络可直接学习点云模型边特征。WANG 等<sup>[19]</sup>介绍了一种端到端的可学习网络(PIE-NET)，用于识别三维点云数据中的特征线。LOIZOU 等<sup>[20]</sup>提出了一种基于图卷积网络的边界检测方法来确定语义或几何基元的边界。以上边界检测方法，大多只适用于尖锐边界或开放边界的检测，而不适用于从原始数据中直接检测圆孔边界。

对于圆孔参数计算方法，主要包括几何法<sup>[21-23]</sup>和代数法<sup>[24-48]</sup>。几何法旨在最小化测量数据点到圆的平方距离之和，并在旋转和平移下产生不变的结果<sup>[21]</sup>。高斯牛顿法和列文伯格-马夸尔特法<sup>[21]</sup>是两种经典的几何法，许多后来的圆拟合方法都受它们的启发。例如，CALAFIORE<sup>[22]</sup>提出使用平方差作为几何准则来获得封闭形式的解决方案。GUEVARA 等<sup>[23]</sup>提出了一种使用平均绝对误差的迭代几何拟合方法，以减少异常值的影响。由于几何拟合需要大量的迭代计算，所以一般情况下几何拟合比代数拟合更为精确。然而，初值估计的选择严重影响几何拟合的结果<sup>[21, 26]</sup>。相对于几何法，代数法是非迭代的，速度更快。CHERNOV 等<sup>[25]</sup>提出用代数法确定最佳拟合圆的代数参数，收敛到半径误差平方和的最小值，然后从中得到圆心和半径。KASA<sup>[27]</sup>提出了一种简单快速的代数法，作为许多圆拟合方法的基础，该方法使半径平方的误差的平方和最小，这是一个线性最小二乘问题，可以很容易地作为一个线性方程组来求解。FISCHLER 等<sup>[37]</sup>提出了随机抽样一致算法(Random sample consensus, RANSAC)用于稳健拟合，但该方法对阈值误差非常敏感<sup>[49]</sup>。NURUNNABI 等<sup>[39]</sup>提出了一种鲁棒的圆拟合算法重复最小二乘法(Repeated least trimmed squares, RLTS)，适用于存在异常值的不完整 3D 点云数据。总体而言，由于实际三维测量点云中往往存在噪声、离群点，且圆孔边界测量数据往往存在局部缺失或边界不清晰等问题，上述这些方法的圆孔参数估计精度易受到影响。虽然一些加权策略可以通过对每个点加权来提高估计精度和稳定性，但这严重依赖于精心设计权重函数。

本文将点云深度学习方法与传统代数圆孔拟合方法相结合，提出一种端到端的基于三维点云深度学习的飞机表面多圆孔基元提取方法。所设计的网络模型具有以下特性。首先，设计了一个圆孔边界点学习模块，通过 Transformer 结构融合每个点的局部和全局邻域信息，可以检测出所有潜在的圆孔边界点，并可避免误识别其他类型边界点。其次，基于

所学得的圆孔边界点及对应高维特征,网络可自动回归计算圆孔法线。最后,提出了一种基于学习的加权最小二乘拟合方法。该方法无需设计权重度量函数,直接通过网络学习拟合过程中每个边界点的权重。这种方式对实测点云中噪声、离群点、边界扭曲等现象具更强的鲁棒性。

通过大量的试验,分别对网络模型边界点识别的精确性、圆孔参数计算的鲁棒性和精确性与多种先进算法进行了对比验证。同时,我们将算法应用至标准制孔样件检测,进行了精度分析,试验结果表明方法能够高效、准确检测飞机表面多圆孔及其相关参数,详见第 3.5 节。

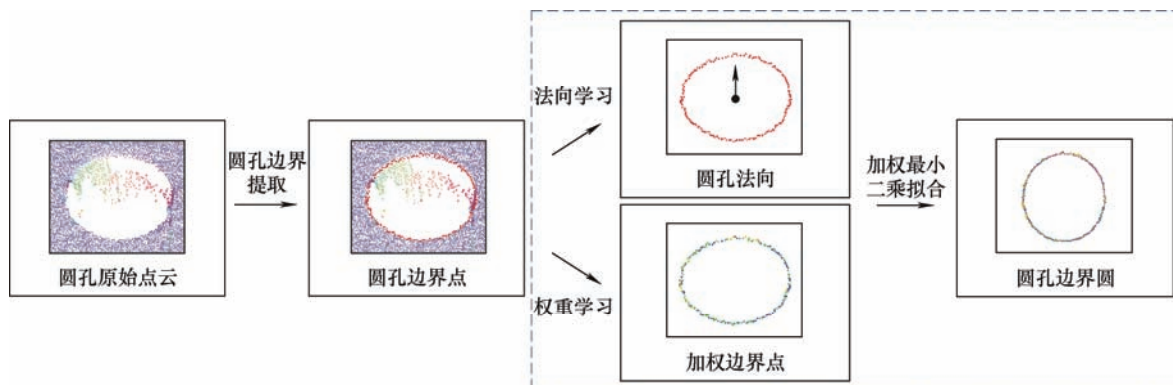


图 2 本文算法计算流程图

(1) 圆孔边界点学习。对于任意一点  $p_i$ , 建立两个不同尺度的邻域, 分别为局部邻域和全局邻域, 分别用于感知每个点的局部结构信息和全局结构信息。然后采用图卷积神经网络<sup>[50]</sup>提取局部邻域和全局邻域的高维特征。此外, 为了更好地区分圆孔边界点和非常接近圆孔边界的点, 利用 Transformer<sup>[51]</sup>融合两个邻域的高维特征。最后, 基于融合后的特征, 对每个测量点进行分类, 判断其是否为圆孔边界点, 并基于识别的圆孔边界点特征回归圆孔法向。

(2) 基于学习的 WLS 圆拟合。在这一阶段, 使用融合特征学习回归圆孔的法向和圆孔边界点中每个点的权重。该权重直接用于加权最小二乘法拟合圆孔参数, 即圆心坐标和半径。

## 2 算法步骤

### 2.1 训练数据集生成

(1) 数据采集。为了从直接从点云中识别所有潜在的圆孔边界点, 需要为每个点添加标签(圆孔边界点或非圆孔边界点)进行训练。然而, 实际测量得到的圆孔边界处点云数据一般含有噪声, 手动为其添加标签非常困难, 且标签不一定准确。另外, 深

## 1 算法梗概

圆孔几何结构一般位于零件表面和圆柱面相交处, 两个面的交线上的点为圆孔边界点。本文所提出圆孔检测方法以实际三维测量得到的点云  $P_N$  为输入, 直接提取多个圆孔的潜在边界点  $P_f$ , 并精确计算所有圆孔的参数  $(n_i, c_i, r_i)$ , 其中  $n_i$  是圆孔法线,  $c_i$  是圆孔圆心,  $r_i$  是圆孔半径。具体处理流程可以分为圆孔边界点学习和基于学习的 WLS 圆拟合两个子阶段, 如图 2 所示。

度学习方法需要大量训练样本, 在现实中通过三维扫描仪采集大量点云数据耗时耗力。为此, 本文利用 Blender 软件对 CAD 模型进行虚拟扫描, 通过调整软件参数, 可以采集不同噪声强度和分辨率的三维点云数据。另外, 如果将一个零部件的完整测量点云输入到网络中, 由于点数较多, 会消耗太多的内存来搜索邻点以及存储中间参数, 故而使用点云局部结构块作为网络输入进行训练。

本文使用 28 个包含多个圆孔的曲面或平面 CAD 模型生成训练数据。在扫描每个模型时, 添加了三种不同级别的高斯噪声(标准差为 0.1%、0.5% 和 1.0%), 并设置了三种不同的采样分辨率, 以便于尽可能模拟不同分布状态的测量数据。然后, 从每个点云中提取 40 对局部结构块作为训练数据。每对局部结构块  $\langle P_i^s, P_i^b \rangle$  包含一个点数较少的局部点云结构块  $P_i^s$  (图 3b) 和一个点数较多的结构块  $P_i^b$  (图 3c)。  $P_i^s$  为网络的输入,  $P_i^b$  用于为  $P_i^s$  中的每个点提供局部邻域(图 3d 虚线框)和全局邻域(图 3e 虚线框)。最终, 一共创建了  $28 \times 3 \times 3 \times 40 = 10\,080$  对点云局部结构块进行训练。

(2) 真值生成。真值包含训练点云数据中每个点的标签和每个圆孔基元的参数  $(\hat{n}_i, \hat{c}_i, \hat{r}_i)$  两部分。



原始点云  $P_N$  可分为两类, 圆孔边界点集  $P_f$  和非圆孔边界点集  $P_{nf}$ 。距离点集  $P_{gt}$  小于一定阈值的点被标记为圆孔边界点, 其他点标记则为非圆孔边界点

$$\begin{cases} P_f = \{p_i \in P \mid \|p_i - p_{gt}\|_2 < t, \exists p_{gt} \in P_{gt}\} \\ P_{nf} = \{p_i \in P \mid \|p_i - p_{gt}\|_2 \geq t, \exists p_{gt} \in P_{gt}\} \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $P_{gt}$  是精确的圆孔边界点集, 采样于真实圆孔边界。通过 CAD 软件可直接从 28 个 CAD 模型中提取精确圆孔边界。此外, 精确的圆孔参数  $(\hat{n}_i, \hat{c}_i, \hat{r}_i)$  也由 CAD 软件直接生成。 $t$  是距离阈值, 其取值为点云  $P$  中的所有点距其最近邻点的平均欧式距离。 $\|\cdot\|_2$  是 2-范数。

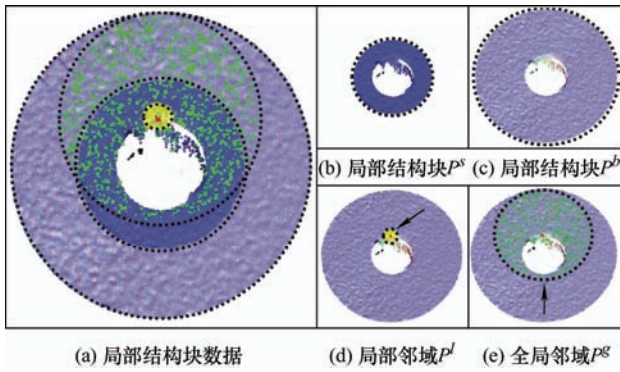


图 3 训练集数据示意图

## 2.2 网络模型

### 2.2.1 圆孔边界点学习模块

(1) 局部邻域和全局邻域构建。为使网络模型可以准确感知点云数据中某数据点是否为圆孔边界点, 需要对该点的局部邻域信息和全局邻域信息进行分析。如果只感知每个点的局部邻域信息, 许多圆孔边界点的邻近点可能会被误认为圆孔边界点。因此, 对于  $P_i^s$  中任意一点, 在  $P_i^b$  中使用包围球搜索邻近点来构建局部邻域  $P_i^l$  (图 3d 虚线框) 和全局

邻域  $P_i^g$  (图 3e 虚线框)。同时, 为了便于网络模型批量处理数据, 同尺度邻域中的点数应该相同, 因此对点数不足的邻域补充原点坐标, 对点数过多的邻域进行随机采样。根据试验测试, 设置局部邻域和全局邻域点数分别为  $k_l = 16$  和  $k_g = 128$ 。

为了保证任意空间位置的相同结构点云具有相同圆孔检测结果, 同时为了使网络更易于训练, 需要将局部邻域中心点移动到原点。考虑到全局邻域更具有结构性, 而局部邻域更容易受到异常值的影响, 因此使用主成分分析法 (Principal component analysis, PCA), 计算出  $P_i^s$  的三个主成分方向, 并基于此构造局部坐标系, 然后将  $P_i^l$  和  $P_i^g$  的最小主轴对齐到局部坐标系 Z 轴。

(2) 特征提取。对于  $P_i^s$  中每个点, 采用图卷积 (Graph convolution, GC)<sup>[50]</sup>、多层感知机 (Multi-layer perceptron, MLP) 和最大池化 (Max pooling, MP)<sup>[52]</sup>, 对其局部邻域和全局邻域进行特征编码, 如图 4 中特征提取模块所示。

(3) 特征融合。由于圆孔边界点与其相邻点的局部结构具有一定的相似性, 容易导致分类错误, 为了进一步提高圆孔边界点识别的精度, 使用 Transformer 模块对所提取的局部特征和全局特征进一步进行特征编码。具体网络结构如图 4 特征融合模块所示。此模块将上一步所提取的特征输入至多头注意力单元 (Multi-head-attention, MHA)<sup>[51]</sup> 和 MLP 进行特征融合, 并将融合后的特征输出到后续圆孔边界检测模块中。与直接级联进行特征融合相比, 基于 Transformer 融合特征能够更好捕获局部和全局邻域信息之间的相关性, 因此圆孔边界点与其相邻点之间的差异将更容易被感知, 从而大大提升圆孔边界点检测的准确性。详细的定性和定量分析参见试验部分。

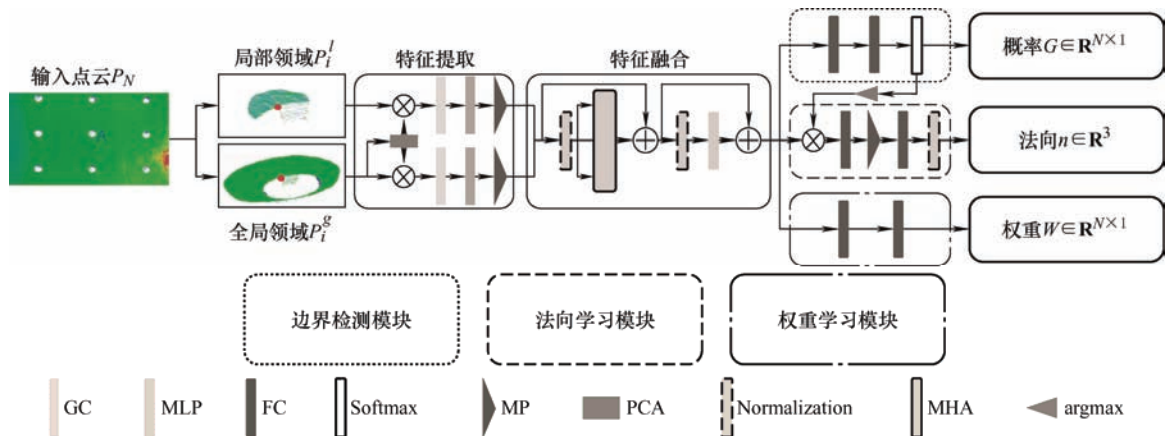


图 4 网络结构图

(4) 圆孔边界点分类。得到融合特征后, 将其输入到回归器(图 4 中边界检测模块) 中来预测每个点的类别。回归器由两个全连接层 (Fully connected layers, FC) 和一个 Softmax 激活函数实现, 该函数将分类概率限制在 0~1。

### 2.2.2 圆孔法向学习模块

圆孔法向学习模块旨在输出每个圆孔的法向量。具体的, 基于圆孔边界点检测结果, 将每个圆孔的边界点的融合特征输入到法向学习模块中, 经过 MLP 和 MP 处理, 得到重编码特征向量, 然后单位化(Normalization)得到法向  $\mathbf{n}$ 。法向  $\mathbf{n}$  即为圆孔的方向。后续圆孔拟合过程中, 可通过将圆孔边界点投影到法向  $\mathbf{n}$  和圆孔边界点均值确定的平面上得到二维平面边界投影点, 用于加权计算圆孔参数。

### 2.2.3 基于学习的 WLS 圆拟合

由于测量点云数据是有噪声的, 提取的边界点也是有噪声的, 采用现有拟合方法得到的圆孔参数存在较大偏差。本文提出了一种基于学习的 WLS 圆拟合方法来提高拟合效果。本小节首先简单介绍传统的 LS 拟合和 WLS 拟合法, 然后阐述如何将学习方法与 WLS 方法进行结合。

传统 LS 拟合法一般最小化误差平方和

$$\text{minimize} \sum_{j=1}^n s_j^2 \quad (2)$$

式中,  $s_j = |r - \|\mathbf{c} - \mathbf{q}_j\|_2|$ ,  $r$  是圆孔半径,  $\mathbf{q}_j$  是圆孔边界点  $\mathbf{p}_j$  在由法向  $\mathbf{n}$  和圆孔边界点均值确定的平面上的投影点,  $\mathbf{c}$  是圆心,  $|\cdot|$  代表绝对值运算。当测点中包含噪声和离群点时, 式(2)拟合精度严重降低。为解决此问题, 可采用 WLS 拟合法

$$\text{minimize} \sum_{j=1}^n (w_j \times s_j)^2 \quad (3)$$

式中,  $w_j$  示  $\mathbf{q}_j$  的权重。由于式(3)是非线性最小二乘问题, 没有闭式解。所以, 对此非线性问题的一个替代解决方案是

$$\text{minimize} \sum_{j=1}^n (w_j \times f_j)^2 \quad (4)$$

式中,  $f_j = |r^2 - \|\mathbf{c} - \mathbf{q}_j\|_2^2|$ , 通过将  $f_j$  变换为  $|\mathbf{c}^T \mathbf{c} - 2\mathbf{c}^T \mathbf{q}_j + \mathbf{q}_j^T \mathbf{q}_j - r^2|$ , 并令  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2\mathbf{c} \\ r^2 - \mathbf{c}^T \mathbf{c} \end{pmatrix}$  和

$$\mathbf{a}_j = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_j \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ 式(4)变为}$$

$$\text{minimize} \sum_{j=1}^n \left( w_j \times (\mathbf{q}_j^T \mathbf{q}_j - \mathbf{a}_j^T \mathbf{x}) \right)^2 \quad (5)$$

再用矩阵形式表示为

$$\text{minimize} \|\mathbf{W} * (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B})\|_2^2 \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{W} = \text{diag}(w_i)$  是对角矩阵,  $\mathbf{A}^T = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n)$  是列向量为  $\mathbf{a}_j$  的矩阵,  $\mathbf{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_n)$ ,  $\mathbf{b}_j = \|\mathbf{q}_j\|_2^2$ 。通过式(6), 可直接得到闭式解。原始变量  $\mathbf{c}$  和  $r$  的值也可直接计算

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_k &= \frac{1}{2} x_k, k=1, 2, \dots, m \\ r &= \sqrt{x_{m+1} + \mathbf{c}^T \mathbf{c}} \end{aligned} \quad (7)$$

但是, 对于加权最小二乘拟合法, 如何设计度量函数, 计算权重矩阵  $\mathbf{W}$  是一个难题。本算法直接通过大量训练样本, 采用网络模型学习权重。

具体的, 将特征融合模块输出的融合特征输入到多层感知机  $h(\cdot)$ , 进一步提取点云深度特征。然后用 Softmax 激活函数将输出值限制为在 0~1 的权值, 该权重度量每个点的拟合贡献。最后, 构造对角权重矩阵  $\mathbf{W}$  求解式(6)的 WLS 问题。

$$w_i = \text{softmax}(h(\mathbf{z}_f)) + \varepsilon \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{z}_f$  是融合特征,  $\varepsilon$  是一个极小常数, 来保证数值稳定性, 避免出现零矩阵的情况。

### 2.3 多任务联合损失函数

本文将网络损失函数定义为以下两项之和

$$L = (1 - \mu) \times L_c + \mu \times L_f \quad (9)$$

式中,  $\mu$  是平衡因子, 根据经验设置  $\mu = 0.7$ ,  $L_c$  是圆孔边界点分类损失,  $L_f$  是圆孔拟合损失。

(1) 圆孔边界点分类损失函数。由于完整测量点云中圆孔边界点所占的比例相对较低, 因此采用加权交叉熵损失函数

$$\begin{aligned} L_c &= \sum_{i=1}^N w_0 \times (1 - p_{\text{label}}) \times \ln(1 - g_i) + \\ &\quad w_1 \times p_{\text{label}} \times \ln(g_i) \end{aligned} \quad (10)$$

式中,  $w_0$  和  $w_1$  是类别权重, 由样本数量决定,  $p_{\text{label}}$  是点云分类标签(0 或 1),  $g_i \in G$  是每个点的预测概率,  $N$  是点云点数。

(2) 圆孔拟合损失函数。拟合损失函数表示为拟合圆参数( $\mathbf{n}_i, \mathbf{c}_i, r_i$ )与对应真值( $\hat{\mathbf{n}}_i, \hat{\mathbf{c}}_i, \hat{r}_i$ )之间的差值

$$L_f = \sum_{i=1}^K \omega_1 \times \|\mathbf{n}_i - \hat{\mathbf{n}}_i\|_2^2 + \omega_2 \times \|\mathbf{c}_i - \hat{\mathbf{c}}_i\|_2^2 + \omega_3 \times (r_i - \hat{r}_i)^2 \quad (11)$$

式中,  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  和  $\omega_3$  是权重因子, 根据多次试验经验, 分别设置为 0.1、0.1 和 0.8,  $K$  是圆孔个数。

#### 2.4 多圆孔提取

完整点云中一般包含多个圆孔, 但本文网络模型设计过程中, 并未直接利用网络模型学习如何将不同圆孔的边界点分离。算法直接采用几何聚类方法, 对属于每个圆孔的边界点进行聚类。其主要原因在于大多数飞机表面少有两个圆孔相互重叠的情况, 因此很容易通过几何方法分割它们。在本文中, 采用基于欧式距离的聚类方式分离多圆孔边界点。

### 3 试验结果及分析

本文基于 Pytorch 框架, 实现网络模型, 并使用 Adam 优化器对网络模型进行训练。学习率设为 0.000 01, 训练了 100 个周期。硬件平台为 3.4 GHz Intel Core i7 CPU、NVIDIA GeForce GTX 1080 GPU 和 16 GB RAM 的台式 PC 机。完整训练时间为 8 h, 损失收敛曲线如图 5 所示。测试一个含有 48 个圆孔并且测点数为 16.3 万的点云耗时约 15.8 s。

为了验证所提出的方法的有效性, 我们使用虚拟扫描点云和真实扫描点云进行了大量试验。首先将圆孔边界检测部分与 6 种先进的边界检测方法进行了对比, 包括基于法线的方法<sup>[15]</sup>(在 PCL 点云库中实现)、基于聚类的方法<sup>[16]</sup>、基于几何的方法<sup>[17]</sup>和基于学习的方法(EC-Net<sup>[18]</sup>和 PIE-NET<sup>[19]</sup>)。然后, 将本文

算法识别的圆孔边界点作为统一输入, 对比了本文拟合部分算法和 4 种先进拟合方法(Hyper<sup>[28]</sup>、LLS<sup>[46]</sup>、RANSAC<sup>[37]</sup>和 RLTS<sup>[39]</sup>)的圆孔参数结果。为了保证对比结果的公平性, 所对比的方法均采用作者提供的代码或开源库运行, 且每种方法的参数都根据作者推荐值进行了仔细调整。

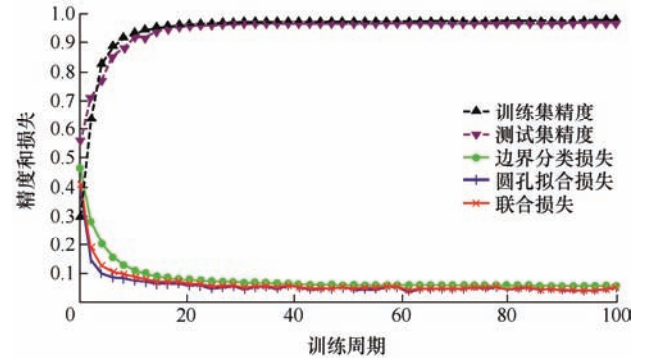


图5 精度和损失收敛曲线

#### 3.1 圆孔边界点检测结果对比

圆孔边界点检测可视化结果对比, 图 6 展示了一个含有 6 种不同尺寸的 48 个圆孔的飞机壁板表面点云在 3 种不同强度噪声(0.1%、0.5%和 1%)干扰下的圆孔边界点检测结果。试验中, 部分圆孔内壁点非常靠近圆孔边界, 这增加了圆孔边界检测的难度。从图 6 的结果来看, 本文方法能够成功地检测出完整的圆孔边界点, 且不会误识别其他非圆孔边界点。其他 5 种边界检测方法, 不能区分边界点是在圆孔边界上还是在其他结构上。此外, 其他方法只能粗略地识别边界点集, 其中可能包含非常接近圆孔边界的点。相比之下, 通过从大量标记了真值的训练数据中学习, 算法可以很好地检测出准确的圆孔边界点。

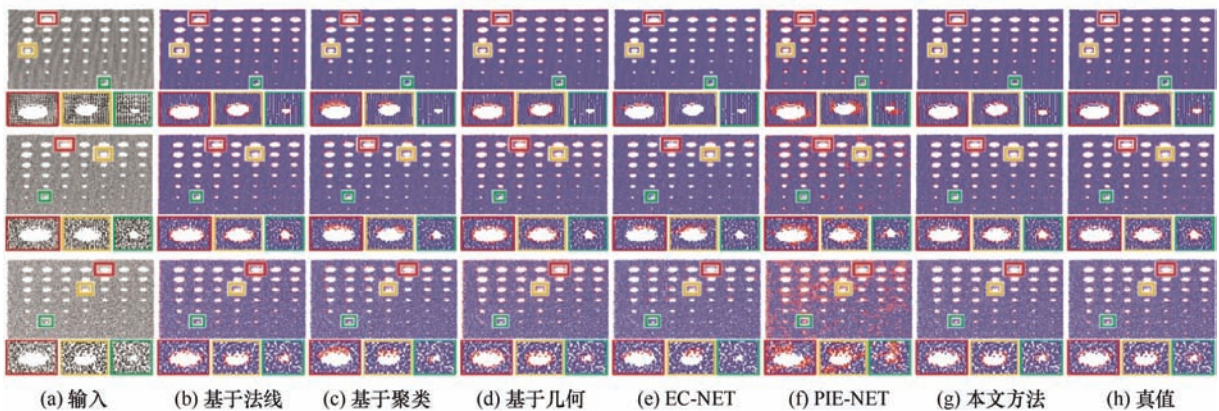


图6 圆孔边界检测结果对比



边界检测结果量化对比: 除视觉结果外, 本文在 54 个虚拟扫描点云, 总共有 28.6 万个测点的测试数据集上测试了所有方法, 进行了量化对比。量化结果对比见表 1。本文使用准确率  $Acc$ 、召回率  $Rec$  和交并比  $Iou$  作为评估指标。具体指标计算定义如下

$$\begin{cases} Acc = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \times 100\% \\ Rec = \frac{TP}{TP + FN} \times 100\% \\ Iou = \frac{TP}{TP + FP + FN} \times 100\% \end{cases} \quad (12)$$

表 1 圆孔边界检测结果较量化对比

方法	基于法线	基于聚类	基于几何	EC-Net	PIE-NET	本文方法
准确率 $Acc(\%)$	93.18	96.29	95.11	93.91	84.50	98.73
召回率 $Rec(\%)$	70.10	22.15	69.81	42.82	75.13	75.51
交并比 $Iou(\%)$	33.47	22.57	41.08	25.58	19.17	74.40

式中,  $TP$  为将圆孔边界点归类为圆孔边界点的点数,  $FP$  为将非圆孔边界点归类为圆孔边界点的点数,  $TN$  为将圆孔边界点归类为非圆孔边界点的点数,  $FN$  为将非圆孔边界点归类为非圆孔边界点的点数。由表 1 可知, 本文方法在三个评估指标上都取得了最好结果。

### 3.2 圆孔边界拟合结果对比

为了验证基于学习的 WLS 圆孔拟合方法的有效性, 首先对权重学习结果进行可视化, 然后对拟

合结果进行量化评估。

(1) 权重可视化。权重学习模块以数据驱动的方式得到拟合权重。图 7 给出了不同噪声下加权边界点分布的俯视图和侧视图。黑色圆代表圆孔理论真值, 灰色的点是学习的圆孔边界点, 它们根据相应的权值着色, 颜色越深, 权重越大。可以看出, 深色的点更接近圆孔边界真值, 而远离的点多为浅色点, 这表明权重学模块是有效的。

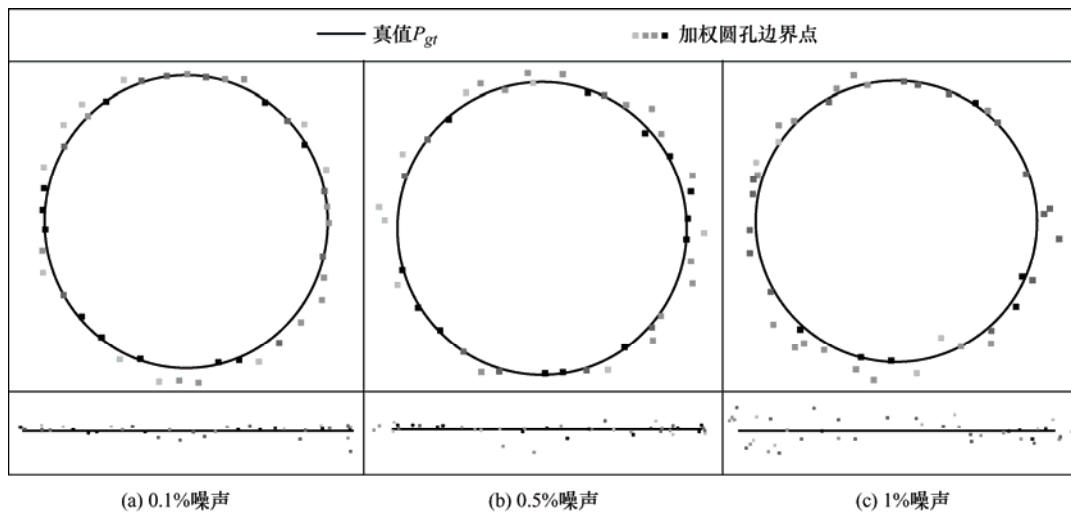


图 7 加权圆孔边界点分布

(2) 拟合结果量化结果对比。本文定量比较了圆拟合误差(表 2)。测试数据集与边界检测量化评估的数据集一致。为了评估圆拟合的精度, 本文采用了 3 种度量方式: 拟合圆孔和精确圆孔的平均中心点偏差  $AD(c)$ 、平均半径偏差  $AD(r)$  和半径偏差方差  $MSE(r)$

$$\begin{cases} AD(c) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \|c_i - \hat{c}_i\|_2 \\ AD(r) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K |r_i - \hat{r}_i| \\ MSE(r) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (r_i - \hat{r}_i)^2 \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{c}_i$  是拟合圆心,  $\hat{\mathbf{c}}_i$  是精确圆心,  $r_i$  是估计圆半径,  $\hat{r}_i$  是精确半径,  $K$  是输入点云中圆孔个数。

从表 2 可以看出, 总体而言, 与 5 种先进拟

合方法相比, 所提出方法在测试数据集上获得了最低的  $AD(r)$  和  $MSE(r)$ 。量化结果进一步表明了基于学习的 WLS 拟合方法相对于其他方法的优越性。

表 2 圆孔拟合量化结果对比

方法	噪声强度(%)								
	0.1			0.5			1		
	中心点偏差 $AD(c)$ /mm	半径偏差 $AD(r)$ /mm	半径偏差 方差 $MSE(r)$ /mm <sup>2</sup>	中心点偏差 $AD(c)$ /mm	半径偏差 $AD(r)$ /mm	半径偏差 方差 $MSE(r)$ /mm <sup>2</sup>	中心点偏差 $AD(c)$ /mm	半径偏差 $AD(r)$ /mm	半径偏差 方差 $MSE(r)$ /mm <sup>2</sup>
Hyper	0.465 328	0.296 654	0.089 543	0.381 160	0.316 960	0.103 115	0.667 738	0.271 244	0.076 074
LLS	0.466 897	0.296 752	0.089 596	0.385 131	0.321 495	0.105 989	0.675 546	0.279 059	0.080 180
RANSAC	0.438 734	0.309 176	0.103 949	0.454 232	0.377 379	0.172 154	0.809 487	0.281 098	0.108 321
RLTS	0.469 162	0.278 478	0.080 783	0.508 830	0.239 431	0.092 588	0.707 097	0.252 474	0.075 499
本文方法	0.493 992	0.181 383	0.033 989	0.446 228	0.139 025	0.025 340	0.717 743	0.064 355	0.013 111

### 3.3 算法各模块有效性验证

本节通过消融试验来分析本文方法中主要网络模块各自的有效性, 为此设计了本文网络模型的几个变体模型, 如下所示。

变体模型 1 不使用 Transformer 模块, 直接将局部特征和全局特征直接拼接得到融合特征, 使用主成分分析法计算法向, 拟合圆时不使用学习权重。

变体模型 2 使用 Transformer 模块融合局部特征和全局特征, 使用主成分分析法计算法向, 拟合圆时不使用学习权重。

变体模型 3 使用 Transformer 模块融合局部特征和全局特征, 通过学习得到法向, 拟合圆时不使用学习权重。

完整方法模型: 利用 Transformer 模块融合局部

特征和全局特征, 通过学习得到法向, 拟合圆时使用学习权重。

首先, 我们重新训练了三种变体网络模型, 然后进行了可视化结果对比, 如图 8 所示。并在表 3 和表 4 中分别进行量化对比。图 8 中的输入为包含三个圆孔的真实扫描点云。对比变体 1 和变体 2, 变体 2 使用了 Transformer 模块, 从图 8b 和 8c 可以看出变体 2 具有更好的圆孔边界点检测结果, 表 3 中的量化结果也证明了这一点, 变体 2 的三个指标相对变体 1 分别提高了 0.3%、5.79% 和 5.9%。这是因为 Transformer 模块比直接连接更有效地利用局部特性和全局特性, Transformer 模块中的注意机制有助于更好地理解具有相似特征的相邻点之间的差异, 从而获得更可靠的识别结果。在图 8d 展示了法

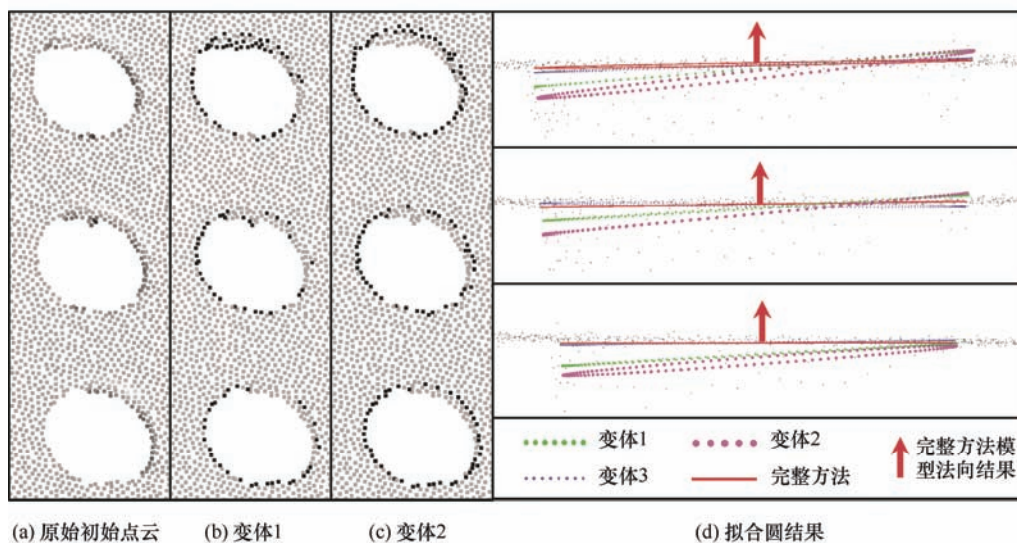


图 8 变体网络模型圆孔检测结果对比



向对比结果,使用法向学习模块后,变体 3 和完整方法比变体 1 和 2 的获得了更加准确的圆孔法向。表 4 量化对比所有变体的圆孔拟合结果,通过使用权重学习模块,完整方法模型得到了最佳的拟合结果,同时拟合结果对异常值具有更好的鲁棒性。同时,当点云数据中包含大噪声(1%)时,通过主成分分析法计算圆孔法向易受到噪声或误识别的圆孔边界点影响。对比变体 2 和变体 3,不难发现,通过网络模型学习圆孔法向,可以有效促进圆心和圆孔半径估算,如表 4 所示。

表 4 不同变体的圆孔参数拟合结果量化比较

方法	噪声强度								
	0.1%			0.5%			1%		
	中心点偏差 $AD(c)$ /mm	半径偏差 $AD(r)$ /mm	半径偏差 方差 $MSE(r)$ /mm <sup>2</sup>	中心点偏差 $AD(c)$ /mm	半径偏差 $AD(r)$ /mm	半径偏差 方差 $MSE(r)$ /mm <sup>2</sup>	中心点偏差 $AD(c)$ /mm	半径偏差 $AD(r)$ /mm	半径偏差 方差 $MSE(r)$ /mm <sup>2</sup>
变体 1	0.482 689	0.282 534	0.096 47	0.387 431	0.293 836	0.091 123	0.707 555	0.214 324	0.046 261
变体 2	0.430 618	0.324 695	0.110 569	0.352 063	0.309 834	0.092 036	0.709 051	0.247 412	0.068 642
变体 3	0.468 562	0.297 608	0.102 659	0.381 470	0.285 306	0.085 057	0.643 950	0.215 226	0.049 343
本文方法	0.493 992	0.181 383	0.033 989	0.446 228	0.139 025	0.025 340	0.717 743	0.064 355	0.013 111

### 3.4 标准制孔检测应用

制孔质量是影响飞机铆接质量的重要因素。良好的铆接可以提高连接的稳定性,减少振动,延长飞机的使用寿命。为了进一步验证所提出的圆孔检测算法的准确性,本文在标准制孔质量检测中进行了实际精度验证。

为了验证本文方法的准确性,在 15 个具有不同精确半径(2.501~2.524 mm)的标准制孔零件上测试了本文方法。三维测量数据采集设备为 Wenglor MLAS202。图 9a 中展示了其中一个零件。首先使

表 3 不同变体的圆孔边界检测结果量化对比

方法	变体 1	变体 2	变体 3	完整方法
准确率 $Acc(\%)$	98.46	98.76	98.73	99.04
召回率 $Rec(\%)$	71.10	76.89	76.23	75.51
交并比 $Iou(\%)$	69.30	75.20	74.54	75.40

此外,本文还尝试不采用 WLS 拟合方法,直接回归圆孔参数(法向、半径、圆心)。然而,学习得到的参数结果误差较大,半径误差接近 0.5 mm。

用高精度三维激光扫描仪(0.02 mm)获得这些零件的三维点云(图 9f),然后采用 5 种圆孔边界检测方法,进行圆孔边界点检测。检测结果如图 9b、10e 和 10g 所示,本文方法结果如图 9h 所示。不难看出,本文方法的圆孔边界检测结果是精确,其他方法检测到了其他非圆孔边界点。表 5 对比了 6 种方法在 15 个标准制孔上的平均检测误差,其中包括成熟商业软件 PolyWorks 的结果。PolyWorks 的结果是由经验丰富的工程师手动测量计算得到。从表 5 中可以看出即使与商用软件 PolyWorks 相比,本文方

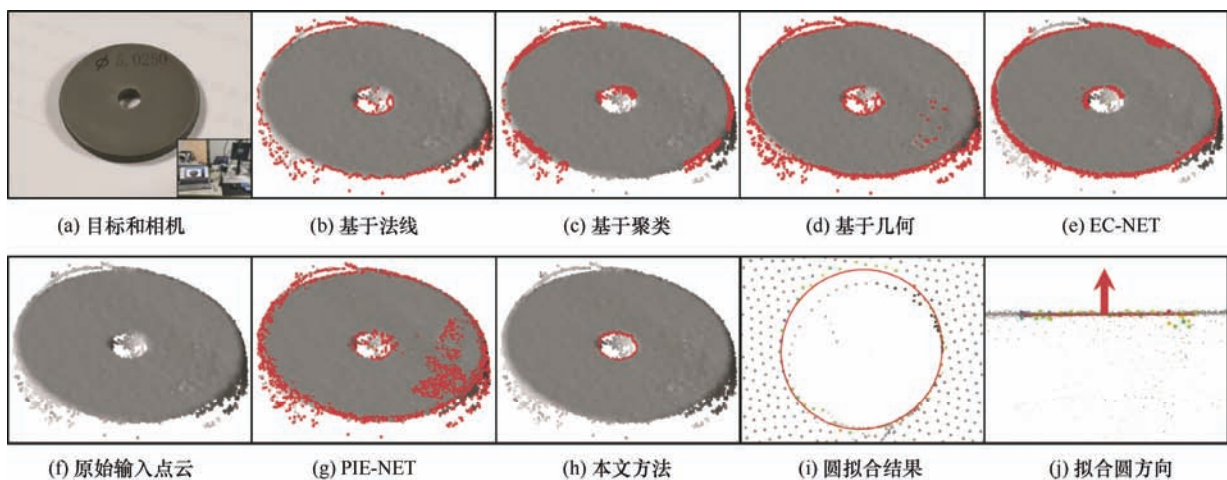


图 9 制孔质量检测结果对比

表 5 标准制孔检测量化结果对比

方法	Hyper	LLS	RANSAC	RLTS	PolyWorks	本文方法
半径偏差 $AD(r)/\text{mm}$	0.027 201	0.028 264	0.052 397	0.176 154	0.026 700	0.016 643
半径偏差方差 $MSE(r)/\text{mm}^2$	0.001 113	0.001 166	0.005 844	0.077 724	0.001 045	0.000 384

法计算误差仍是最小的。其原因在于三方面：① 本文算法基于大量虚拟扫描圆孔数据进行训练，这些虚拟数据与实际扫描圆孔较为接近，使得网络模型学习到了真实有效的圆孔特征信息，因此圆孔边界点检测更为准确；② 本文采用 Transformer 模块融合点云局部特征和全局特征，此方法更易区分圆孔边界点和非圆孔边界点；③ 将深度学习与传统代数相结合，直接通过网络模型学习每个圆孔边界点的拟合权重，无需专门设计权重函数来度量每个边界点的拟合权重，故而有效减少了圆孔拟合误差。后两点原因在本文第 3.3 节控制模块变量试验中也得到了有效验证。

### 3.5 机械零件表面圆孔检测应用

图 10 为某机械零件表面多圆孔检测结果，三维测量数据采集设备为 PhoXi 3D 深度相机。可以观察到，尽管此机械零件表面存在不同尺寸的圆孔，本文方法可以检测出所有圆孔边界点，同时不会误识别其他类型边界点，这是因为本文算法采用的圆孔数据训练集中包含多种尺度的圆孔，故而网络模型可检测出多种尺度的圆孔特征。此外，相较于人为设计圆孔拟合函数和权重，通过大量训练样本直接学习圆孔拟合权重，可有效避免权重度量函数人为设计过程中的先验偏差，因此本文圆孔拟合方法对噪声和离群点更具鲁棒性(图 10k)。

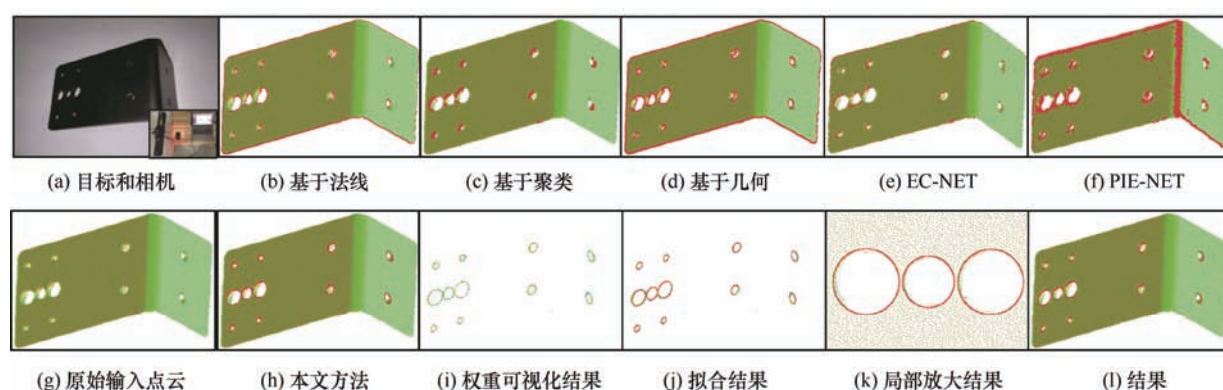


图 10 实际零件多圆孔边界点检测结果和多圆孔拟合结果

## 4 结论

(1) 提出了一种基于三维点云深度学习的飞机表面多圆孔基元检测方法。该方法以飞机表面原始三维测量点云为输入，可以直接准确地输出圆孔边界点、圆孔法向、圆心及其半径。

(2) 将深度学习方法与传统代数圆孔拟合方法相结合，通过大量训练样本直接学习圆孔拟合权重，可有效避免权重度量函数人为设计过程中的先验偏差，圆孔参数计算结果更加准确。

(3) 大量对比试验证明了该方法的有效性。实际的标准制孔检测结果进一步表明了该方法的精确性，展现了在三维测量与检测领域的实用价值。

(4) 本文方法仍存在一定缺陷：网络模型的性能很大程度上依赖于训练数据。如果想将本文方法

应用于其他类型特征(如直线型装配对缝、飞机表面铆钉结构等)，需要将这些类型的数据添加到训练集中。在后续工作中，我们考虑建立统一的深度学习网络模型，应用于飞机表面三维检测任务。

## 参 考 文 献

- [1] XIE Q, LU D, DU K, et al. Aircraft skin rivet detection based on 3D point cloud via multiple structures fitting[J]. Computer-Aided Design, 2019, 120: 102805.
- [2] LI B, WANG X, YANG H, et al. Aircraft rivets defect recognition method based on magneto-optical images[C]// International Conference on Machine Vision and Human-machine Interface, April 24-25, 2010, Kaifeng, China: IEEE, 2010: 788-791.
- [3] 陆岩. 基于微分边缘检测的自动化制孔基准孔快速识别定位技术[D]. 杭州: 浙江大学, 2017.

- CHEN Yan. Rapid identification and location technology of reference hole in automatic drilling based on differential edge detection[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017.
- [4] 陈璐, 关立文. 基于改进 Zernike 矩的亚像素钻铆圆孔检测方法[J]. 清华大学学报, 2019, 59(6): 438-444.
- CHEN Lu, GUAN Liwen. Subpixel drilling and riveting circular hole detection method based on an improved Zernike moment[J]. Journal of Tsinghua University, 2019, 59(6): 438-444.
- [5] 杨爽. 基于深度学习的复合材料圆孔检测方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2019.
- YANG Shuang. Deep learning based approach for circular hole detection on composite parts[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019.
- [6] 谭小群, 唐婧仪, 于薇薇, 等. 基于线激光扫描和图像处理的基准孔检测技术研究[J]. 现代制造工程, 2019(4): 115-121.
- TAN Xiaoqun, TANG Jingyi, YU Weiwei, et al. Research on reference hole detection technology based on line laser scanning and image processing[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2019(4): 115-121.
- [7] 庄志炜, 田威, 李波, 等. 基于模板匹配的孔位与法矢检测算法[J]. 计算机集成制造系统, 2021, 27(12): 3484-3493.
- ZHUANG Zhiwei, TIAN Wei, LI Bo, et al. Detection algorithm of hole position and normal based on template matching[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2021, 27(12): 3484-3493.
- [8] 石循磊, 杜坤鹏, 张继文, 等. 基于线激光扫描的飞机表面铆窝孔参数提取方法[J]. 机械工程学报, 2020, 56(8): 166-172.
- SHI Xunlei, DU Kunpeng, ZHANG Jiwen, et al. Method for extracting hole parameters of aircraft surface based on linear laser scanning[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(8): 166-172.
- [9] BARBER C B, DOBKIN D P, HUHDANPAA H. The quickhull algorithm for convex hulls[J]. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), 1996, 22(4): 469-483.
- [10] AKKIRAJU N, EDELSBRUNNER H, FACELLO M, et al. Alpha shapes: Definition and software[C]// Proceedings of the 1st International Computational Geometry Software Workshop. 1995, 63: 66.
- [11] KETTNER L, NAHER S, GOODMAN J E, et al. Two computational geometry libraries: LEDA and CGAL[C]// Handbook of Discrete and Computational Geometry. Florida: Chapman & Hall/CRC, 2004: 1435-1463.
- [12] OZTIRELI A C, GUENNEBAUD G, GROSS M. Feature preserving point set surfaces based on non-linear kernel regression[J]. Computer Graphics Forum, 2009, 28(2): 493-501.
- [13] BAZAZIAN D, CASAS J R, RUIZ-HIDALGO J. Fast and robust edge extraction in unorganized point clouds[C]// International Conference on Digital Image Computing: Techniques and Applications (DICTA), January 07, 2015, Adelaide, Australia: IEEE, 2015: 1-8.
- [14] MINEO C, PIERCE S G, SUMMAN R. Novel algorithms for 3D surface point cloud boundary detection and edge reconstruction[J]. Journal of Computational Design and Engineering, 2019, 6(1): 81-91.
- [15] RUSU R B, COUSINS S. 3d is here: Point cloud library (pcl)[C]//2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 09, 2011, Shanghai, China: IEEE, 2011: 1-4.
- [16] GERSHO A, GRAY R M. Vector quantization and signal compression[M]. Berlin/Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2012.
- [17] BELTON D, LICHTI D D. Classification and segmentation of terrestrial laser scanner point clouds using local variance information[J]. Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spat. Inf. Sci, 2006, 36(5): 44-49.
- [18] YU L, LI X, FU C W, et al. EC-Net: An edge-aware point set consolidation network[C]// Proceedings of the European Conference on Computer Vision (ECCV), September 8-14, 2018, Munich, Germany: Springer, 2018: 386-402.
- [19] WANG X, XU Y, XU K, et al. Pie-net: Parametric inference of point cloud edges[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2020, 33: 20167-20178.
- [20] LOIZOU M, AVERKIOU M, KALOGERAKIS E. Learning part boundaries from 3D point clouds[J]. Computer Graphics Forum., 2020, 39(5): 183-195.
- [21] CHERNOV N. Circular and linear regression: Fitting circles and lines by least squares[M]. Florida: CRC Press, 2010.
- [22] CALAFIORE G. Approximation of n-dimensional data using spherical and ellipsoidal primitives[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2002, 32(2): 269-278.



- [23] GUEVARA I L D , MUOZ J, COZAR O D D, et al. Robust fitting of circle arcs[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2011, 40(2): 147-161.
- [24] ABDUL-RAHMAN H , CHERNOV N. Fast and numerically stable circle fit[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2014, 49(2): 289-295.
- [25] CHERNOV N, LESORT C. Least squares fitting of circles[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2005, 23(3): 239-252.
- [26] AL-SHARADQAH A. Further statistical analysis of circle fitting[J]. *Electronic Journal of Statistics*, 2014, 8(2): 2741-2778.
- [27] KASA I. A circle fitting procedure and its error analysis[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1976 (1): 8-14.
- [28] AL-SHARADQAH A, CHERNOV N. Error analysis for circle fitting algorithms[J]. *Electronic Journal of Statistics*, 2009, 3: 886-911.
- [29] PRATT V. Direct least-squares fitting of algebraic surfaces[J]. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 1987, 21(4): 145-152.
- [30] TAUBIN G. Estimation of planar curves, surfaces, and nonplanar space curves defined by implicit equations with applications to edge and range image segmentation[J]. *IEEE Computer Architecture Letters*, 1991, 13(11): 1115-1138.
- [31] WANG H, SUTER D. Using symmetry in robust model fitting[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2003, 24(16): 2953-2966.
- [32] NURUNNABI A, WEST G, BELTON D. Robust locally weighted regression techniques for ground surface points filtering in mobile laser scanning three dimensional point cloud data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 54(4): 2181-2193.
- [33] DUDA R O, HART P E. Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures[J]. *Communications of the ACM*, 1972, 15(1): 11-15.
- [34] LUND U J. Monte Carlo maximum likelihood circle fitting using circular density functions[J]. *Computational Statistics*, 2013, 28(2): 393-411.
- [35] FROSIO I, BORGHESE N A. Real-time accurate circle fitting with occlusions[J]. *Pattern Recognition*, 2008, 41(3): 1041-1055.
- [36] DE MARCO T, CAZZATO D, LEO M, et al. Randomized circle detection with isophotes curvature analysis[J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(2): 411-421.
- [37] FISCHLER M A , BOLLES R C. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395.
- [38] DORST L. Total least squares fitting of k-spheres in n-D Euclidean space using an (n+2)-D isometric representation[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2014, 50(3): 214-234.
- [39] NURUNNABI A, SADAHIRO Y, LAEFER D F. Robust statistical approaches for circle fitting in laser scanning three-dimensional point cloud data[J]. *Pattern Recognition*, 2018, 81: 417-431.
- [40] ROUSSEUW P J, LEROY A M. Robust regression and outlier detection[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.
- [41] CLEVELAND W S. Robust locally weighted regression and smoothing scatterplots[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1979, 74(368): 829-836.
- [42] TORR P H S, ZISSERMAN A. MLESAC: A new robust estimator with application to estimating image geometry[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2000, 78(1): 138-156.
- [43] KANATANI K, SUGAYA Y, KANAZAWA Y. Guide to 3D Vision Computation[M]. Berlin/Heidelberg: Springer, 2016.
- [44] AHN S J, RUH W, WARNECKE H J. Least-squares orthogonal distances fitting of circle, sphere, ellipse, hyperbola, and parabola[J]. *Pattern Recognition*, 2001, 34(12): 2283-2303.
- [45] KANATANI K, RANGARAJAN P. Hyper least squares fitting of circles and ellipses[J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2011, 55(6): 2197-2208.
- [46] COOPE I D. Circle fitting by linear and nonlinear least squares[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1993, 76(2): 381-388.
- [47] LI L, SUNG M, DUBROVINA A, et al. Supervised fitting of geometric primitives to 3d point clouds[C]// *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, June 15-20, 2019, Long Beach, CA, USA: IEEE, 2019: 2652-2660.
- [48] SHARMA G, LIU D, MAJI S, et al. Parsenet: A parametric surface fitting network for 3d point clouds[C]// *Proceedings of the European Conference on Computer Vision (ECCV)*, August 23-28, 2020, Glasgow, UK: Springer, 2020: 261-276.
- [49] NURUNNABI A , WEST G , BELTON D. Outlier

- detection and robust normal-curvature estimation in mobile laser scanning 3D point cloud data[J]. Pattern Recognition, 2015, 48(4): 1404-1419.
- [50] WANG Y, SUN Y, LIU Z, et al. Dynamic graph cnn for learning on point clouds[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2019, 38(5): 1-12.
- [51] DOSOVITSKIY A, BEYER L, KOLESNIKOV A, et al. An image is worth 16x16 words: Transformers for image recognition at scale[J]. ArXiv Preprint ArXiv : 2010.11929, 2020.
- [52] QI C R, SU H, MO K, et al. Pointnet: Deep learning on point sets for 3D classification and segmentation[C]// Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, November 09, 2017, Honolulu, HI, USA: IEEE, 2017: 652-660.
- 
- 作者简介: 陈红华, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为三维测量和大规模三维测量数据处理。  
E-mail: chenhonghuacn@gmail.com
- 汪俊(通信作者), 男, 1981 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为三维测量、大规模三维测量数据处理和计算机辅助设计与制造。  
E-mail: wjun@nuaa.edu.cn