

DOI: 10.3901/JME.2022.11.220

基于区间理论的数控内圆复合磨床几何误差灵敏度分析方法研究^{*}

范晋伟 谢本田 叶倩 陶浩浩
(北京工业大学材料与制造学部 北京 100124)

摘要: 为解决数控机床的精度优化设计问题,以数控内圆复合磨床为例,在分析磨床结构参数和运动形式的基础上,基于多体系统理论建立了磨床的空间运动误差模型。基于建立的空间运动误差模型,利用区间数学理论,定义了区间扩张因子,研究了该磨床涉及到的36项几何误差对空间运动误差的区间灵敏度作用规律,将区间灵敏度分析结果表示为矢量图形式,得到随着磨床运动轴的变化,各个几何误差对空间运动误差的影响。定义了各误差灵敏度指标在全域内的最大值,经过计算得到了全域最大区间灵敏度分析的归一化结果。最后,利用三坐标测量机对磨床进行两种不同补偿策略后,对所加工出来的两个轴类零件的三个高度的圆度误差分别进行了测量,验证了所提出的灵敏度分析方法的正确性,为后续的精度优化设计奠定了基础。

关键词: 数控磨床; 多体系统; 空间误差建模; 区间理论; 灵敏度分析

中图分类号: TH161

Study on Geometric Error Sensitivity Method of NC Internal Compound Grinder Based on Interval Theory

FAN Jinwei XIE Bentian YE Qian TAO Haohao

(Department of Materials and Manufacturing, Beijing University of Technology, Beijing 100124)

Abstract: In order to solve the problem of precision optimization design of CNC machine tools, the spatial motion error model of CNC internal cylindrical compound grinder is established based on the theory of multi-body system based on the analysis of the structural parameters and motion form of the grinder. Based on the space motion error model is established, using the theory of interval mathematics, defines the interval expansion factor, study the grinder involved 36 geometric error of space motion error sensitivity of the interval, the interval sensitivity analysis results are represented as vectors form, get along with the change of the grinder movement axis, the effect of various geometric error on space motion error. The maximum values of each error sensitivity index in the whole region are defined, and the normalized results of the sensitivity analysis of the maximum interval in the whole region are obtained. Finally, the three coordinate measuring machine is used to carry out two different compensation strategies on the grinding machine, and the roundness errors of the three heights of the two shaft parts are measured respectively, which verified the correctness of the sensitivity analysis method proposed, and laid a foundation for the subsequent precision optimization design.

Key words: CNC grinding machine; multi-body system; spatial error modeling; interval theory; sensitivity analysis

0 前言

为大力提升国内制造业水平,我国于2015年5

月颁发《中国制造2025》,提出要走新型工业化道路,明确了将“高档数控机床和机器人”作为十大重点发展领域之一^[1]。随着制造业的不断发展,人们对制造出更高精度数控机床的需求日益提高,由此显示了进行机床精度研究的重要性。目前,数控机床的精度研究工作主要包括精度标准、精度设计、

^{*} 工业和信息化部产业技术基础公共服务平台资助项目(2021-0171-1-1)。
20210711收到初稿,20220224收到修改稿

精度检测和精度补偿等几个部分。其中，精度设计环节不仅决定一台数控机床的制造成本，更影响其整机的运行精度。

近年来，数控机床几何误差灵敏度分析方法发展迅速。程强等^[2]利用矩阵微分法，建立了机床几何误差灵敏度分析模型，通过对比各项几何误差的灵敏度系数，实现了机床的误差溯源。ZHANG 等^[3]提出了一种基于方差的全局灵敏度分析方法，并使用乘法降维法来计算机床几何误差的灵敏度系数，并使用蒙特卡洛法验证了该方法的正确性。YAO 等^[4]对单项几何误差直接进行微分求导来辨识机床关键几何误差，并使用 Isight 软件和多元线性回归方法得到了关键几何误差项。ZOU 等^[5]提出了一种基于全局灵敏度分析的超精密三轴金刚石车削机床关键几何误差的辨识方法，使用一种改进的拟蒙特卡洛估计方法精确计算出了灵敏度系数。CHENG 等^[6]提出了基于 Sobol 全局灵敏度分析识别临界几何误差的分析方法。LUO 等^[7]考虑到几何误差对末端执行器位姿误差大小和方向的影响，根据误差映射雅可比矩阵，提出了一组灵敏度指标和一种简便的灵敏度分析方法。LI 等^[8]基于误差模型和矩阵微分法分析灵敏度系数，对三轴机床的 21 个几何误差中进行了灵敏度分析。徐立勋^[9]使用一阶灵敏度函数法得到了各项误差元素的灵敏度表达式，并求出了各项误差元素的灵敏度系数。综上，目前机床的灵敏度分析方法主要有直接求导法、差分法、摄动法、蒙特卡洛方法和 Sobol 等，这些方法的计算量都偏大且计算过程复杂。

本文以某机床厂生产的数控内圆复合磨床为对象，基于多体系统理论对磨床的空间运动误差建模进行分析和研究，并以区间数学为理论基础，使用区间灵敏度分析的方法对各项几何误差对空间误差的灵敏度进行了研究。区间灵敏度分析法可以在不求导数的情况下给出结构性能随结构参数变化的范围量，对结构参数的变化范围可以任意给定，这种性质完全克服了在灵敏度差分或摄动计算时，由于结构参数的变化量过大或过小都会影响灵敏度分析结果的情况^[10]。

1 数控内圆复合磨床的结构分析

本文以某机床厂生产的数控精密内圆复合磨床为研究对象，其主要结构如图 1 所示。

该机床的主要特点是采用了转塔式的多主轴砂轮箱结构，配置三个不同尺寸的内圆砂轮和一个外

圆砂轮，通过转塔的旋转实现换刀以满足加工不同类型轴类零件的需求。在磨削过程中，头架固定着工件沿 X_1 向导轨移动且整体可沿 Z 向导轨移动， X_2 向导轨带动砂轮箱沿 X 方向移动；工件以一定的速度绕 X 方向转动，转塔绕 Y 方向实现换刀。

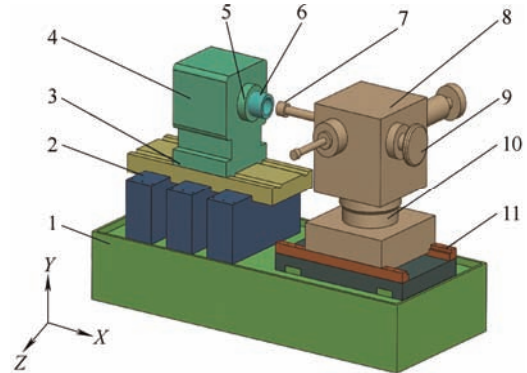


图 1 数控内圆复合磨床结构示意图

1. 床身 2. Z 向导轨 3. X_1 向导轨 4. 头架 5. 头架主轴 6. 工件 7. 内圆砂轮 8. 砂轮箱 9. 外圆砂轮 10. 转塔 11. X_2 向导轨

在对该磨床进行误差分析和建模的时候，需要同时考虑五个运动轴的误差运动情况。根据空间运动学理论可知^[11]，机床的每个零部件在坐标系中运动时都会有 6 个自由度，每个自由度对应一项与位置有关的几何误差，除此之外还涉及到与位置无关的几何误差，也就是垂直度误差，如表 1 所示。

表 1 机床的几何误差

误差性质	线位移误差			角位移误差		
沿 X_1	$\delta_x(x_1)$	$\delta_y(x_1)$	$\delta_z(x_1)$	$\varepsilon_x(x_1)$	$\varepsilon_y(x_1)$	$\varepsilon_z(x_1)$
沿 X_2	$\delta_x(x_2)$	$\delta_y(x_2)$	$\delta_z(x_2)$	$\varepsilon_x(x_2)$	$\varepsilon_y(x_2)$	$\varepsilon_z(x_2)$
沿 Z	$\delta_x(z)$	$\delta_y(z)$	$\delta_z(z)$	$\varepsilon_x(z)$	$\varepsilon_y(z)$	$\varepsilon_z(z)$
绕 A	$\delta_x(A)$	$\delta_y(A)$	$\delta_z(A)$	$\varepsilon_x(A)$	$\varepsilon_y(A)$	$\varepsilon_z(A)$
绕 B	$\delta_x(B)$	$\delta_y(B)$	$\delta_z(B)$	$\varepsilon_x(B)$	$\varepsilon_y(B)$	$\varepsilon_z(B)$
垂直度	ε_{x_1B} ε_{x_2B} ε_{zA}			ε_{zB} ε_{x_1z} ε_{x_2z}		

表中，工件的旋转轴为 A 轴，转塔的旋转轴为 B 轴，该机床共有 36 项几何误差。

2 磨床运动学模型的建立

2.1 多体系统拓扑结构的描述

研究多体系统的关键是如何表达一个有机体间的各部分之间的关系，利用拓扑结构对多体系统进行数学表达是解决这一问题的重要方法^[12]，通过拓扑结构可以将机械结构抽象成简单的体形式。

根据该磨床的结构可以将其分为工件分支和砂轮分支, 其中工件分支为床身(体 0)、Z 向导轨(体 1)、X₁ 向导轨(体 2)、头架主轴(体 3)和工件(W); 砂轮分支为床身、X₂ 向导轨(体 4)、转塔(体 5)、砂轮箱(体 6)和砂轮(T), 其运动链结构如图 2 所示。

采用低序体阵列的方法来描述各个运动部件之间的相对关系, 分析数控机床多体系统的动力和运动学关系。根据图 2 的结构图, 可以得到该机床拓扑结构的各阶低序体阵列, 如表 2 所示。

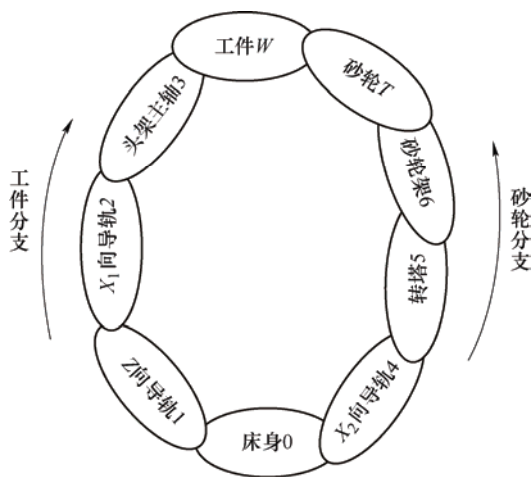


图 2 机床运动链结构示意图

表 2 低序体阵列表

$L^0(j)$	0	1	2	3	W	4	5	6	T
$L^1(j)$	0	0	1	2	3	0	4	5	6
$L^2(j)$	0	0	0	1	2	0	0	4	5
$L^3(j)$	0	0	0	0	1	0	0	0	4
$L^4(j)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$L^5(j)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$L^6(j)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2.2 磨床运动学方程的建立

根据前面的论述, 建立数控内圆复合磨床的拓扑结构图, 如图 3 所示。

首先确定初始位置下各个坐标系的方向: 选取机床坐标系为参考基准, 令床身和 X₂ 向导轨的体参考坐标系方向和机床坐标系一致, 令基准坐标系绕 Y 轴旋转 ε_{x_2} 后得到 Z 向导轨的体参考坐标系, 令 Z 向导轨的体参考坐标系绕 Y 轴旋转 ε_{x_1} 后得到 X₁ 向导轨的体参考坐标系, 令 X₁ 向导轨的体参考坐标系绕 Y 轴旋转 ε_{zA} 后得到头

架主轴的体参考坐标系, 令基准坐标系分别绕 Z 轴和 X 轴旋转 ε_{x_2B} 、 ε_{zB} 后得到转塔的体参考坐标系。

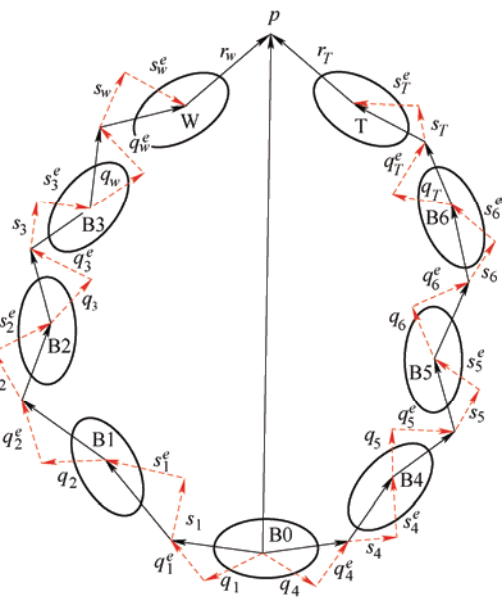


图 3 磨床的拓扑结构图

其次确定所有坐标系的原点位置: 设 X₂ 向导轨处于零点位置时, X₂ 向导轨下端面的几何中心在导轨基面内的投影位置为该坐标系的原点位置; Z 向导轨和 X₁ 向导轨的体参考系原点均设置在其下端面的几何中心; 头架主轴的体参考系坐标原点设置在主轴箱装夹孔的上端面的几何中心; 转塔的体参考坐标系原点设置在旋转中心与砂轮箱下端面的交点处。

设 Z 向导轨坐标系相对于床身坐标系的位置阵列为 $[q_{1x} \ q_{1y} \ 0 \ 1]^T$; X₁ 向导轨坐标系相对于 Z 向导轨坐标系的位置阵列为 $[0 \ q_{2y} \ 0 \ 1]^T$; 头架主轴坐标系相对于 X₁ 向导轨坐标系的位置阵列为 $[q_{3x} \ q_{3y} \ 0 \ 1]^T$; 工件坐标系相对于头架主轴坐标系的位置阵列为 $[q_{4x} \ 0 \ 0 \ 1]^T$; 设 X₂ 向导轨坐标系相对于床身坐标系的位置阵列为 $[0 \ q_{5y} \ 0 \ 1]^T$; 转塔坐标系相对于 X₂ 向坐标系的位置阵列为 $[0 \ q_{6y} \ 0 \ 1]^T$; 砂轮坐标系相对于转塔坐标系的位置阵列为 $[q_{7x} \ q_{7y} \ 0 \ 1]^T$ 。

设 E 为单位矩阵, 可得工件运动链分支和砂轮运动链分支的相对位置理想变换矩阵、相对位置误差变换矩阵、相对运动理想变换矩阵和相对运动误差变换矩阵, 如表 3 和表 4 所示。

表 3 相邻体间位置矩阵

相邻体	理想位置矩阵	位置误差矩阵
0-1	$[S01]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_{1x} \\ 0 & 1 & 0 & q_{1y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S01]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{x2z} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{x2z} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
1-2	$[S12]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_{2y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S12]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{x1z} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{x1z} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
2-3	$[S23]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_{3x} \\ 0 & 1 & 0 & q_{3y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S23]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{zA} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{zA} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3-W	$[S3W]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_{4x} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S3W]_{pe} = E_{4 \times 4}$
0-4	$[S04]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_{5y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S04]_{pe} = E_{4 \times 4}$
4-5	$[S45]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_{6y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S45]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{x2B} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{x2B} & 1 & -\varepsilon_{zB} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{zB} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
5-6	$[S56]_p = E_{4 \times 4}$	$[S56]_{pe} = E_{4 \times 4}$
6-T	$[S6T]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_{7x} \\ 0 & 1 & 0 & q_{7y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S6T]_{pe} = E_{4 \times 4}$

表 4 相邻体间运动变换矩阵

相邻体	理想运动矩阵	运动误差矩阵
0-1	$[S01]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S01]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(z) & \varepsilon_y(z) & \delta_x(z) \\ \varepsilon_z(z) & 1 & -\varepsilon_x(z) & \delta_y(z) \\ -\varepsilon_y(z) & \varepsilon_x(z) & 1 & \delta_z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
1-2	$[S12]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S12]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(x_1) & \varepsilon_y(x_1) & \delta_x(x_1) \\ \varepsilon_z(x_1) & 1 & -\varepsilon_x(x_1) & \delta_y(x_1) \\ -\varepsilon_y(x_1) & \varepsilon_x(x_1) & 1 & \delta_z(x_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
2-3	$[S23]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A & -\sin A & 0 \\ 0 & \sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S23]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(A) & \varepsilon_y(A) & \delta_x(A) \\ \varepsilon_z(A) & 1 & -\varepsilon_x(A) & \delta_y(A) \\ -\varepsilon_y(A) & \varepsilon_x(A) & 1 & \delta_z(A) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3-W	$[S3W]_s = E_{4 \times 4}$	$[S3W]_{se} = E_{4 \times 4}$
0-4	$[S04]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S04]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(x_2) & \varepsilon_y(x_2) & \delta_x(x_2) \\ \varepsilon_z(x_2) & 1 & -\varepsilon_x(x_2) & \delta_y(x_2) \\ -\varepsilon_y(x_2) & \varepsilon_x(x_2) & 1 & \delta_z(x_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
4-5	$[S45]_s = \begin{bmatrix} \cos B & 0 & \sin B & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin B & 0 & \cos B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$[S45]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(B) & \varepsilon_y(B) & \delta_x(B) \\ \varepsilon_z(B) & 1 & -\varepsilon_x(B) & \delta_y(B) \\ -\varepsilon_y(B) & \varepsilon_x(B) & 1 & \delta_z(B) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
5-6	$[S56]_s = E_{4 \times 4}$	$[S56]_{se} = E_{4 \times 4}$
6-T	$[S6T]_s = E_{4 \times 4}$	$[S6T]_{se} = E_{4 \times 4}$

假设 P 为砂轮某一磨削点, P 点在砂轮坐标系的齐次坐标为 $\mathbf{r}_T = (0 \ 0 \ -R \ 1)^T$, P 点在工件坐标系中的齐次坐标为 $\mathbf{r}_w = (r_{wx} \ r_{wy} \ r_{wz} \ 1)^T$, 其中, R 为砂轮半径。

在机床的实际工作情况下, 磨削点 P 点沿工件分支在机床坐标系中的位置矢量表达式为

$$\mathbf{P}_w = \prod_{t=n, L^t(j)=1}^{t=1} \left(\begin{bmatrix} [SL^t(j)L^{-1}(j)]_p [SL^t(j)L^{-1}(j)]_{pe} \\ [SL^t(j)L^{-1}(j)]_s [SL^t(j)L^{-1}(j)]_{se} \end{bmatrix} \right) \{\mathbf{r}_w\}_w =$$

$$[S01]_p [S01]_{pe} [S01]_s [S01]_{se} [S12]_p [S12]_{pe} \cdot$$

$$[S12]_s [S12]_{se} [S23]_p [S23]_{pe} [S23]_s [S23]_{se} \cdot$$

$$[S3W]_p [S3W]_{pe} [S3W]_s [S3W]_{se} \mathbf{r}_w \quad (1)$$

磨削点 P 点沿砂轮分支在机床坐标系中的位置矢量表达式为

$$\mathbf{P}_T = \prod_{t=n, L^t(j)=1}^{t=1} \left(\begin{bmatrix} [SL^t(j)L^{-1}(j)]_p [SL^t(j)L^{-1}(j)]_{pe} \\ [SL^t(j)L^{-1}(j)]_s [SL^t(j)L^{-1}(j)]_{se} \end{bmatrix} \right) \{\mathbf{r}_T\}_T =$$

$$[S04]_p [S04]_{pe} [S04]_s [S04]_{se} [S45]_p [S45]_{pe} \cdot$$

$$[S45]_s [S45]_{se} [S56]_p [S56]_{pe} [S56]_s [S56]_{se} \cdot$$

$$[S6T]_p [S6T]_{pe} [S6T]_s [S6T]_{se} \mathbf{r}_T \quad (2)$$

若要实现磨床的精密加工要求, 需满足工件分支中的磨削点和砂轮分支中的磨削点重合, 即

$$\mathbf{P}_w = \mathbf{P}_T \quad (3)$$

综上可得, 实际加工过程中的砂轮磨削点在工件坐标系中的位置矢量为

$$\mathbf{r}_w = ([S01]_p [S01]_{pe} [S01]_s [S01]_{se} [S12]_p [S12]_{pe} \cdot$$

$$[S12]_s [S12]_{se} [S23]_p [S23]_{pe} [S23]_s [S23]_{se} \cdot$$

$$[S3W]_p [S3W]_{pe} [S3W]_s [S3W]_{se})^{-1} [S04]_p \cdot$$

$$[S04]_{pe} [S04]_s [S04]_{se} [S45]_p [S45]_{pe} [S45]_s \cdot$$

$$[S45]_{se} [S56]_p [S56]_{pe} [S56]_s [S56]_{se} [S6T]_p \cdot$$

$$[S6T]_{pe} [S6T]_s [S6T]_{se} \mathbf{r}_T \quad (4)$$

将表 3 和表 4 的变换矩阵代入上式中, 得到实际情况下的砂轮磨削点位置 \mathbf{r}_w , 消去其中误差矩阵可得理想状况下的砂轮磨削点位置 \mathbf{r}_w^i , 二者相减可得机床空间运动误差模型

$$\mathbf{E} = \mathbf{r}_w - \mathbf{r}_w^i = (E_x \ E_y \ E_z \ 0)^T \quad (5)$$

用 Matlab 求解矩阵, 整理所得结果并消去高阶

项, 可得如下

$$\begin{aligned} E_x = & -\delta_x(x_1) + (z + R \cos B) \varepsilon_y(x_1) + (q_{6y} - q_{1y} + \\ & q_{5y}) \varepsilon_z(x_1) + (R \cos B + z) \varepsilon_{x_1B} + \delta_x(x_2) - \\ & R \cos B \varepsilon_{x_2z} + (1 - q_{6y}) \varepsilon_z(x_2) - q_{7y} \varepsilon_{x_2B} + \\ & R \cos B \varepsilon_{x_2z} - \delta_x(A) + (q_{6y} \sin A - q_{3y} \sin A - \\ & q_{1y} \sin A + q_{5y} \sin A - z \cos A - R \cos B \cos A - \\ & q_{2y} \sin A + q_{7y} \sin A) \varepsilon_y(A) + (-q_{6y} \cos A + \\ & q_{3y} \cos A + q_{1y} \cos A + z \sin A - R \cos B \sin A + \\ & q_{2y} \cos A - q_{7y} \cos A) \varepsilon_z(A) + (z + \cos B) \varepsilon_{zA} + \\ & \cos B \delta_x(B) - \delta_z(B) - q_{7y} \sin B \varepsilon_x(B) + \\ & R \cos B \cos B \varepsilon_y(B) + \cos B \varepsilon_z(B) - \delta_x(z) + \\ & (z + R \cos B) \varepsilon_y(z) + (q_{6y} - q_{1y} + q_{5y} + 1) \varepsilon_z(z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y = & \cos A \delta_y(x_1) - \sin A \delta_z(x_1) + (z \cos A - q_{2y} \sin A + \\ & q_{1y} \sin A - q_{5y} \sin A) \varepsilon_x(x_1) + (x_2 \sin A - x_1 \sin A + \\ & q_{1x}) \varepsilon_y(x_1) + (x_2 \cos A + q_{1x} \cos A) \varepsilon_z(x_1) + \\ & (x_2 \sin A + q_{1x} \sin A) \varepsilon_{x_1z} - \cos A \delta_y(x_2) + \\ & (R \sin B \sin A - q_{6y} \cos A - q_{7y} \sin B) \varepsilon_x(x_2) - \\ & \cos A \varepsilon_{x_2z} - \cos A \varepsilon_{x_2B} + (x_2 \sin A + q_{1x} \sin A) \varepsilon_{x_2z} - \\ & \delta_y(A) + (-q_{6y} \sin A + z \cos A + q_{3y} \sin A - \\ & \sin A \varepsilon_{x_2z} - q_{2y} \sin A - q_{5y} \sin A) \varepsilon_x(A) + \\ & (x_1 - x_2 + q_{3x} - q_{1x}) \varepsilon_z(A) - \sin B \sin A \delta_x(B) - \\ & \cos A \delta_y(B) + \cos B \sin A \delta_z(B) - \cos A \varepsilon_{x_2B} + \\ & \cos A \delta_y(z) - \sin A \delta_z(z) - (q_{7y} \sin B \sin A + \\ & q_{1y} \cos A - q_{5y} \cos A - z \cos A + R \sin B \sin A - q_{6y} \cos A) \times \\ & \varepsilon_x(z) + (x_2 \sin A + q_{1x} \sin A) \varepsilon_y(z) + \sin A \delta_z(x_2) + \\ & (x_2 \cos A + \cos A + q_{1x} \cos A) \varepsilon_z(z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_z = & -\cos A \delta_z(x_1) + (-R \sin A \sin B + q_{6y} \cos A + \\ & q_{7y} \cos A) \varepsilon_x(x_1) + (x_1 \cos A - \cos A + q_{1x} \cos A - \\ & x_2 \cos A) \varepsilon_y(x_1) - (q_{1x} \sin A + x_2 \sin A + x_1 \sin A) \varepsilon_z(x_1) + \\ & (q_{1x} \cos A + x_2 \cos A - \cos A) \varepsilon_{x_1z} - \sin A \delta_y(x_2) - \\ & \cos A \delta_z(x_2) + q_{6y} \sin A \varepsilon_x(x_2) + \cos A \varepsilon_{x_2z} + \\ & (q_{1x} \cos A - x_2 \cos A - \cos A) \varepsilon_{x_2z} - \delta_z(A) + \\ & (-q_{3y} \cos A - R \sin B \sin A + q_{6y} \sin A) \varepsilon_x(A) + \\ & (x_2 \sin A - q_{3x} \sin A + \sin A + q_{1x} \sin A) \varepsilon_{zA} + \\ & (-q_{1x} + x_2 - x_1 + q_{3x} + 1) \varepsilon_y(A) + (q_{3x} \cos A - \\ & x_2 \cos A - x_1 \cos A - \cos A) \varepsilon_{zA} - \cos B \cos A \delta_z(B) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (q_{7y} \sin B \sin A + R \sin B \sin A) \varepsilon_{zB} + \\ & (q_{1y} \sin A - q_{6y} \sin A - q_{5y} \sin A) \varepsilon_x(z) + \\ & (q_{1x} \cos A + x_2 \cos A) \varepsilon_y(z) + \\ & (x_2 \sin A - q_{1x} \sin A) \varepsilon_z(z) + \cos A \delta_z(z) \end{aligned}$$

式中, E_x 、 E_y 、 E_z 分别为空间运动误差在 X 、 Y 、 Z 三个方向的分量。

3 区间灵敏度分析

3.1 定义区间扩张因子

基于建立的整机空间运动误差模型, 为了方便后续的研究分析, 将其改写成以下形式

$$\mathbf{E} = \mathbf{K} \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\delta & \mathbf{K}_\varepsilon \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_\delta \\ e_\varepsilon \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{E} = (E_x \ E_y \ E_z \ 0)^T$ 表示砂轮到工件上的待加工点之间的空间误差, \mathbf{K} 表示各项几何误差对应的误差映射矩阵, $\mathbf{e} = (e_\delta \ e_\varepsilon)^T$ 表示磨床的各项几何误差向量, e_δ 和 e_ε 分别为直线度误差和角度误差; \mathbf{K}_δ 、 \mathbf{K}_ε 分别为误差对应的误差映射矩阵。

将几何误差向量表示成区间向量形式, 那么 \mathbf{E} 变换成区间函数, 式(6)表示为

$$[\mathbf{E}] = \mathbf{K} [\mathbf{e}] \quad (7)$$

$$\text{式中, } [\mathbf{E}] = \begin{bmatrix} [E_x] & [E_y] & [E_z] & 0 \end{bmatrix}^T, \\ [\mathbf{e}] = \begin{bmatrix} [e_1] & [e_2] & \cdots & [e_{36}] \end{bmatrix}^T.$$

当仅考虑 $[\mathbf{e}]$ 中的第 j 项几何误差 $[e_j]$ 对 $[\mathbf{E}]$ 中的第 i 个分量 $[E_i]$ 作用时, 由式(7)可以得到

$$[E_{ij}] = K_{ij} [e_j] \quad (8)$$

式中, $[E_{ij}] = [\underline{E_{ij}} \ \overline{E_{ij}}]$, $[e_j] = [\underline{e_j} \ \overline{e_j}]$ 。根据区间扩张原理^[13], 定义 $[e_j]$ 到 $[E_{ij}]$ 的区间扩张因子 η_{ij} 为

$$\eta_{ij} = \lambda \frac{\overline{E_{ij}} - \underline{E_{ij}}}{\overline{e_j} - \underline{e_j}} \quad \lambda = \begin{cases} 1 & K_{ij} > 0 \\ -1 & K_{ij} < 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中, λ 为符号函数, 用于判定 η_{ij} 的正负。 η_{ij} 的大小反映了 $[e_j]$ 对 $[E_{ij}]$ 的影响程度, 由于式(9)是线性的, 显然可得

$$\eta_{ij} = K_{ij} \quad (10)$$

3.2 定义区间灵敏度

由式(6)可知, K_δ 是机床运动坐标 $(x_1 \ x_2 \ z)$ 以及砂轮半径 R 的函数, 所以可以用 $K_\delta^{(x_1 \ x_2 \ z \ R)}$ 表示机床运动参数为 $(x_1 \ x_2 \ z \ R)$ 时各项直线度误差所对应的误差映射矩阵, 将式(10)改写成

$$\eta_{ij}^{(x_1 \ x_2 \ z \ R)} = K_{ij}^{(x_1 \ x_2 \ z \ R)} \quad (11)$$

由于 K_δ 中的元素均为常数, 对于直线度误差来说, 可以直接将区间扩张因子用于机床的精度设计, 即第 m 项直线度误差 $[e_{\delta m}]$ 对第 i 项空间误差分量 $[E_i]$ 的灵敏度 $S_{\delta im}$ 为

$$S_{\delta im} = \eta_{\delta im} \quad (12)$$

然而需要注意的是, 当运动部件沿着轴线运动时引起相应的角度误差会在加工空间范围内产生直线度误差分量—阿贝误差^[14]。因为存在阿贝误差, 对于角度误差来说, 区间扩张因子便不能直接作为灵敏度衡量指标, 基于此, 定义第 n 项角度误差 $[e_{\epsilon n}]$ 对第 i 项空间误差分量 $[E_i]$ 的灵敏度 $S_{\epsilon in}$ 为

$$S_{\epsilon in} = \eta_{\epsilon in}^{(x_1 \ x_2 \ z \ R)} - \eta_{\epsilon in}^{(0 \ 0 \ 0 \ 0)} \quad (13)$$

式中, $\eta_{\epsilon in}^{(0 \ 0 \ 0 \ 0)}$ 是当 X_1 、 X_2 、 Z 三个运动轴位于零点以及砂轮半径为 0 时, 第 n 项角度误差 $[e_{\epsilon n}]$ 对第 i 项空间误差分量 $[E_i]$ 的区间扩张因子。

上述的灵敏度分析虽然可以直观地反映出各项几何误差对整机空间运动精度的作用规律, 但真正对机床的精度设计有指导意义的是灵敏度在全部工作空间中的最大值, 也就是全域最大区间灵敏度, 且定义全域最大区间灵敏度为

$$S_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 S_{ij}^2} \quad j=1, 2, \dots, 36 \quad (14)$$

3.3 空间误差模型的区间灵敏度分析

机床整机空间运动误差是各项几何误差和各运动轴的运动位置以及砂轮的尺寸和机床的结构参数共同作用的结果, 其中磨床的结构参数和加工某种工件时各运动轴的行程参数, 如表 5 和表 6 所示。

表 5 数控内圆复合磨床结构参数

符号	数值/mm	符号	数值/mm
q_{1x}	-1 500	q_{4x}	100
q_{1y}	350	q_{5y}	75
q_{2y}	45	q_{6y}	545
q_{3x}	325	q_{7x}	780
q_{3y}	550	q_{7y}	400

表 6 数控内圆复合磨床运动行程参数

符号	数值/mm	几何意义
x_1	1 680	平动轴 X_1 的运动行程最大值
x_2	1 070	平动轴 X_2 的运动行程最大值
z	750	平动轴 Z 的运动行程最大值
R	120	内圆砂轮半径
A	30°	加工某工件时 A 轴转过的角度
B	60°	加工某工件时 B 轴转过的角度

将上述参数代入磨床的空间运动误差模型中, 化简可得

$$\mathbf{E} = \mathbf{r}_w - \mathbf{r}_w^i = (E_x \ E_y \ E_z \ 0)^T \quad (15)$$

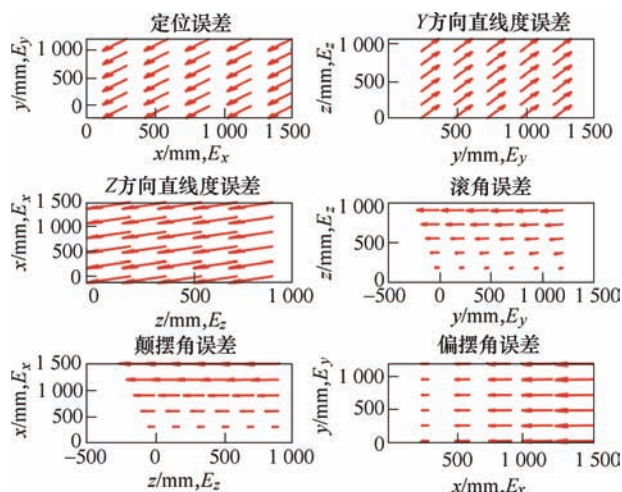
$$\begin{aligned} E_x = & -\delta_x(x_1) + \delta_x(x_2) - \delta_x(z) - \delta_x(A) + 0.5\delta_x(B) + \\ & 810\epsilon_y(x_1) - 0.5R\epsilon_y(x_2) - 544\epsilon_z(x_2) + \\ & (0.5R + z)\epsilon_{x_1B} - 400\epsilon_{x_2B} + 60\epsilon_{x_2z} + \\ & (0.25R)\epsilon_y(B) - (1\,313 - z)\epsilon_y(A) + \\ & (0.5z - 225)\epsilon_z(A) + (z + 0.9)\epsilon_{zA} - \\ & 346\epsilon_x(B) + 0.5\epsilon_z(B) + (z + 0.5R)\epsilon_y(z) + \\ & 271\epsilon_z(z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y = & \delta_y(x_1) - \delta_y(x_2) - \delta_y(A) + \delta_y(z) - \delta_y(B) + \\ & 0.5\delta_z(x_2) - 0.4\delta_x(B) + 0.3\delta_z(B) + \\ & (115 - z)\epsilon_x(x_1) + (0.5x_2 - 750)\epsilon_{x_1z} + \\ & (0.4R - 818)\epsilon_x(x_2) - 0.5\epsilon_y(x_2) - \epsilon_z(x_2) - \\ & \epsilon_{x_2B} - (0.5x_2 - 750)\epsilon_{x_2z} + (z - 58)\epsilon_x(A) + \\ & (x_1 - x_2 + 1\,825)\epsilon_z(A) + (z - 0.4R - 43.8)\epsilon_x(z) + \\ & (0.5x_2 - 750)\epsilon_y(z) + (x_2 - 1\,300)\epsilon_z(z) + \\ & (750 - 0.5x_1 - 0.5x_2)\epsilon_z(x_1) \end{aligned}$$

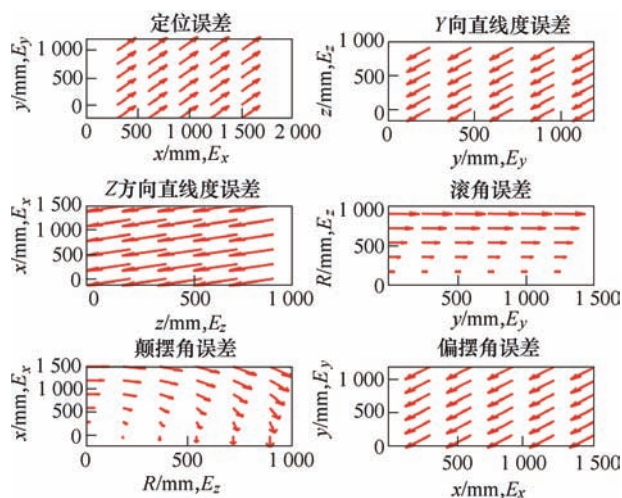
$$\begin{aligned} E_z = & -\delta_z(x_1) - \delta_z(x_2) + \delta_z(z) - \delta_z(A) - 0.4\delta_z(B) + \\ & (818 - 0.4R)\epsilon_x(x_1) - (0.9x_1 + 0.9x_2 + 1\,300)\epsilon_y(x_1) + \\ & 270\epsilon_z(x_1) - 373.2\epsilon_{x_1z} + 272.5\epsilon_x(x_2) + \epsilon_y(x_2) - \\ & (204 + 0.4R)\epsilon_x(A) + (x_2 - x_1 + 1\,826)\epsilon_y(A) + \\ & 225\epsilon_{zB} - 45\epsilon_x(z) + (x_2 - 1\,300)\epsilon_y(z) + \\ & (0.5x_2 + 750)\epsilon_z(z) + (0.5x_2 - 912)\epsilon_{zA} \end{aligned}$$

接下来对由 X_1 、 X_2 、 Z 、 A 和 B 五轴构成的工作空间 $V = X \times Y \times Z$ 中三个方向进行区间灵敏度分析。

由式(12)、(13)和(15)可以分别得到平动轴 X_1 、平动轴 X_2 、平动轴 Z 、旋转轴 A 和旋转轴 B 的 6 项几何误差以及 6 项垂直度误差对空间误差模型的区间灵敏度, 表示为矢量图形式, 如图 4 到图 9 所示, 图中矢量的大小和方向分别表示灵敏度的大小和灵敏度随运动轴的变换规律。

图4 X_1 轴的6项几何误差的区间灵敏度矢量图

由图4可知, X_1 轴的6项几何误差对空间误差的作用规律为: 随着头架不断向右运动, $\delta_x(x_1)$ 、 $\delta_z(x_1)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变, $\varepsilon_y(x_1)$ 引起 E_z 不断增大, $\varepsilon_z(x_1)$ 引起 E_y 不断增大; 随着头架不断向前运动, $\delta_y(x_1)$ 、 $\delta_z(x_1)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变, $\varepsilon_x(x_1)$ 引起 E_y 不断增大, $\varepsilon_y(x_1)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变。

图5 X_2 轴的6项几何误差的区间灵敏度矢量图

由图5可知, X_2 轴的6项几何误差对空间误差的作用规律为: 随着头架不断向右运动, $\delta_x(x_2)$ 、 $\delta_z(x_2)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变, $\varepsilon_z(x_2)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变; 随着砂轮半径不断增大, $\varepsilon_x(x_2)$ 引起 E_y 不断增大, $\varepsilon_y(x_2)$ 引起 E_x 不断增大; 随着头架不断向前运动, $\delta_y(x_2)$ 、 $\delta_z(x_2)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变。

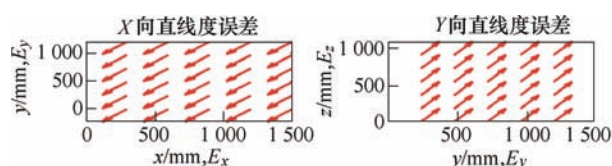


图6 Z轴的6项几何误差的区间灵敏度矢量图

由图6可知, Z轴的6项几何误差对空间误差的作用规律为: 随着头架不断向右运动, $\delta_x(z)$ 、 $\delta_z(z)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变; 随着砂轮箱不断向右运动, $\varepsilon_y(z)$ 引起 E_z 不断增大, $\varepsilon_z(z)$ 对 E_y 的灵敏度增大; 随着头架不断向前运动, $\delta_y(z)$ 、 $\delta_z(z)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变, $\varepsilon_x(z)$ 对 E_y 的灵敏度不变, $\varepsilon_y(z)$ 引起 E_x 不断增大。

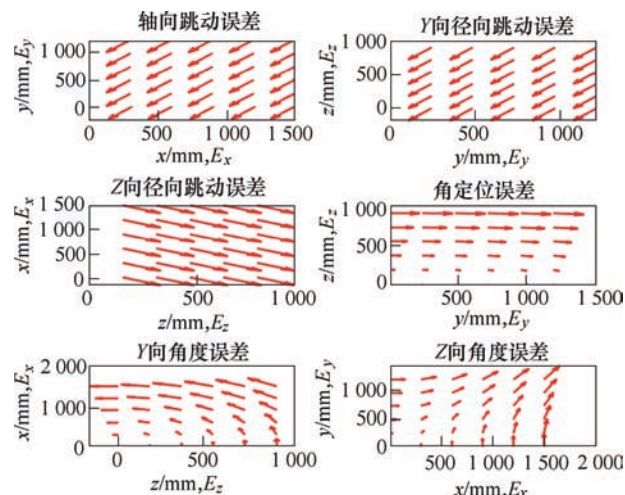
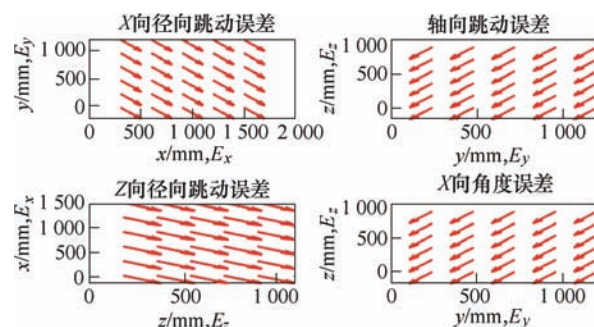


图7 A轴的6项几何误差的区间灵敏度矢量图

由图7可知, A轴的6项几何误差对空间误差的作用规律为: 随着头架不断向右运动, $\delta_x(A)$ 、 $\delta_z(A)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变, $\varepsilon_z(A)$ 引起 E_y 不断增大; 随着砂轮箱不断向右运动, $\varepsilon_y(A)$ 引起 E_z 不断增大; 随着头架不断向前运动, $\delta_y(A)$ 、 $\delta_z(A)$ 对 \mathbf{E} 的灵敏度不变, $\varepsilon_x(A)$ 引起 E_y 不断增大, $\varepsilon_y(A)$ 引起 E_x 不断增大。



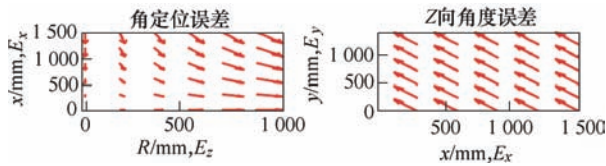


图8 B轴的6项几何误差的区间灵敏度矢量图

由图8可知, B轴的6项几何误差对空间误差的作用规律为: 随着头架不断向右运动, $\delta_x(B)$ 、 $\delta_z(B)$ 对 E 的灵敏度不变, $\varepsilon_z(B)$ 对 E 的灵敏度不变; 随着砂轮半径不断增大, $\varepsilon_y(B)$ 引起 E_z 不断增大; 随着头架不断向前运动, $\delta_y(B)$ 、 $\delta_z(B)$ 对 E 的灵敏度不变, $\varepsilon_x(B)$ 对 E 的灵敏度不变。

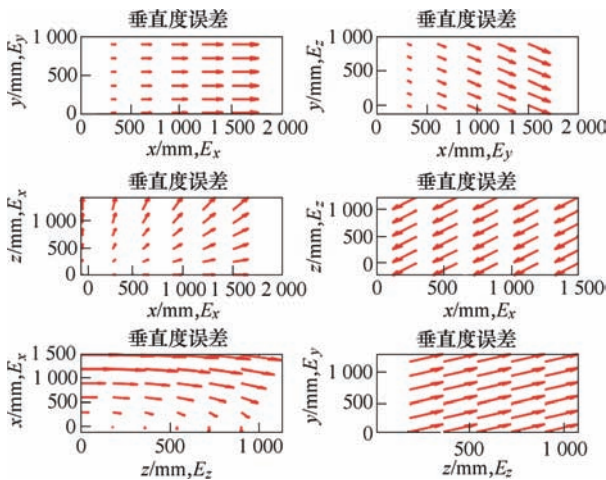
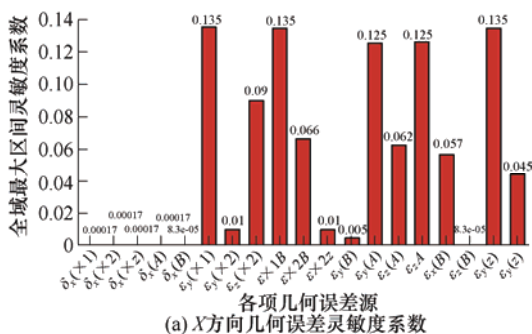


图9 6项垂直度误差的区间灵敏度矢量图

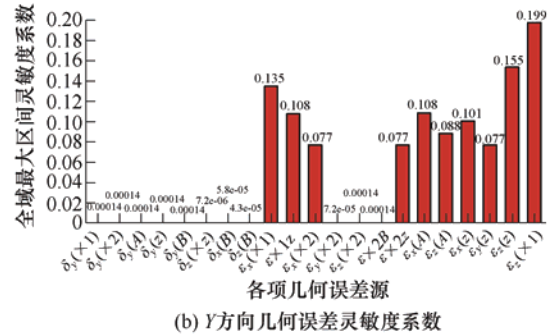
由图9可知, 6项垂直度误差对空间误差的作用规律为: 随便砂轮箱不断向右运动, ε_{x1z} 和 ε_{x2z} 引起 E_y 不断增大, ε_{zA} 引起 E_z 不断增大; 随着头架不断向右运动, ε_{x1B} 引起 E_z 不断增大, ε_{x2B} 对 E 的灵敏度不变; 随着头架不断向前运动, ε_{zA} 引起 E_x 不断增大, ε_{zB} 对 E 的灵敏度不变。

3.4 各几何误差对空间误差模型的全域最大区间灵敏度

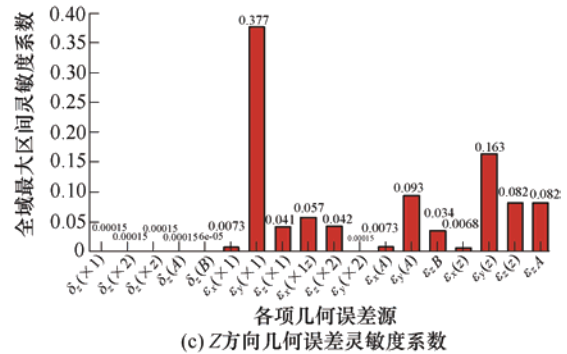
由式(15)的空间误差模型, 可以得到各个方向下的灵敏度分析结果, 将其归一化得到灵敏度系数如图10所示, 再根据式(14)可以计算出各几何误差对空间误差的全域最大区间灵敏度分析结果, 同样将其归一化如图11所示。



(a) X方向几何误差灵敏度系数



(b) Y方向几何误差灵敏度系数



(c) Z方向几何误差灵敏度系数

图10 三个方向几何误差的灵敏度系数

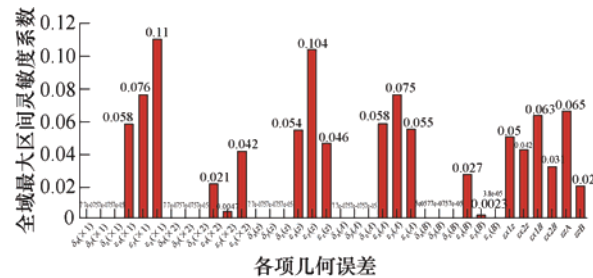


图11 空间误差的全域最大区间灵敏度系数

综上所述, 在数控内圆复合磨床的精度设计中, 对于全域最大区间灵敏度系数较大的几何误差的公差范围要严格控制, 反之, 可以适当地放宽。根据图11可知: $\varepsilon_x(x1)$ 、 $\varepsilon_y(z)$ 的全域最大区间灵敏度系数较大, 分别为0.11和0.104, 二者的公差范围要严格控制; 各项直线度误差和 $\varepsilon_z(B)$ 的全域最大区间灵敏度系数较小, 分别为 7.7×10^{-5} 和 3.8×10^{-5} , 其公差范围可以放宽至较大的范围。

4 试验验证

为了验证所提出的区间灵敏度分析方法的准确性, 利用数控内圆复合磨床对两个相同的轴类零件进行磨削加工, 零件的尺寸参数和材料如表7所示。

表 7 加工零件的尺寸和材料参数

参数类型	参数值/mm
外圆半径	80
内圆半径	60
高度	25
材料类型	GCr15

试验验证的流程为：采用迭代补偿方法补偿磨床的关键几何误差对零件 1 进行磨削加工，关键几何误差是指全域最大区间灵敏度较大的几何误差；采用迭代补偿方法补偿磨床所有几何误差对零件 2 进行磨削加工。在室温为 20℃ 的条件下，用 PRISMO ultra 9 高精度三坐标测量机对两个零件的内孔圆度误差进行测量，三坐标测量机技术参数如表 8 所示，图 12 为测量现场。

表 8 三坐标测量机的技术参数

参数	范围
测量范围/mm	X=900, Y=1 300, Z=650
长度测量范围/ μm	(0.4+L/500)
圆度测量精度/ μm	0.5
工作温度范围/℃	20~22

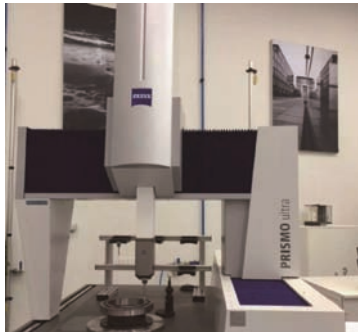


图 12 零件圆度误差检测现场

总共对零件内孔三个高度 H_1 、 H_2 、 H_3 的圆度误差进行测量，每个高度取相等距离设置 20 个测量点，为了保证测量结果的稳定性，先后进行五次测量，取五次测量结果的平均值，测量结果如图 13 所示。

为了更加直观地反映出所提出的区间灵敏度分析方法的有效性，对比两种补偿策略获得的同种零件的内孔圆度误差的平均值，如表 9 所示。根据表中数据可以看出在 H_1 、 H_2 、 H_3 三个高度处的圆度误差分别从 0.003 3 mm、0.003 2 mm、0.003 8 mm 减小到 0.002 6 mm、0.002 7 mm、0.003 2 mm，其差值分别为 0.000 7 mm、0.000 5 mm、0.000 4 mm，

对比结果说明了采用两种不同的补偿策略补偿磨床的几何误差最终得到的圆度误差相差不大。因此，可以说明本文提出的区间灵敏度分析方法可以有效地辨识出磨床的关键几何误差项，从而可以正确地指导之后的精度设计工作。

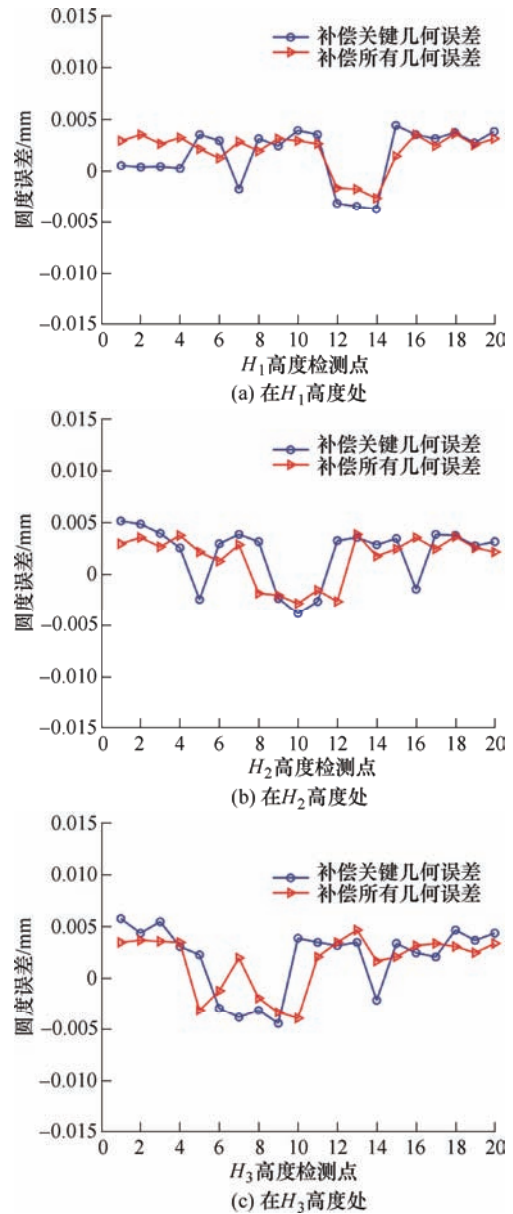


图 13 基于不同补偿策略的圆度误差

表 9 平均圆度误差对比

	平均圆度误差/mm		差值/mm
	补偿关键几何误差	补偿所有几何误差	
H_1	0.003 3	0.002 6	0.000 7
H_2	0.003 2	0.002 7	0.000 5
H_3	0.003 8	0.003 2	0.000 4

5 结论

(1) 以数控内圆复合磨床为研究对象, 对其进行结构分析, 介绍了多体系统理论的运动学建模方法, 利用拓扑结构和低序体阵列对机床结构进行描述, 并推导出机床各运动零部件之间的相对位置和运动变换矩阵, 根据在理想条件下和实际条件下的运动学模型方程, 建立空间运动误差模型。

(2) 利用区间数学理论, 定义了区间扩张因子, 分别得到直线度误差和角度误差对空间误差的区间灵敏度分析结果, 并将其表示为矢量图形式, 得到了随着磨床各运动轴坐标变化以及砂轮半径的改变时, 各项几何误差对空间误差的作用规律。定义了全域最大区间灵敏度, 对于全域最大区间灵敏度系数较大的几何误差项, 在后续的精度设计时, 应严格控制其公差范围; 反之, 可以适当放宽其公差范围。

(3) 通过试验验证所提出的区间灵敏度分析方法, 选择一轴类零件的圆度误差作为试验研究目标, 通过补偿磨床的关键几何误差和全部几何误差两种补偿方法来加工零件并测量零件的圆度误差, 对比结果发现二者相差不大, 说明了此灵敏度方法的正确性, 为之后的精度设计工作奠定了基础。

参 考 文 献

- [1] 赵万华, 张星, 吕盾, 等. 国产数控机床的技术现状与对策[J]. 航空制造技术, 2016(9): 16-22.
ZHAO Wanhua, ZHANG Xing, LÜ Dun, et al. Technical status and countermeasures of domestic CNC machine tools[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2016(9): 16-22.
- [2] 程强, 刘广博, 刘志峰, 等. 基于敏感度分析的机床关键性几何误差源识别方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(4): 92-100.
CHENG Qiang, LIU Guangbo, LIU Zhifeng, et al. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(4): 92-100.
- [3] ZHANG X F, ZHANG Y M, PANDEY M D. Global sensitivity analysis of a CNC machine tool: Application of MDRM[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2015, 81(1-4): 159-169.
- [4] YAO H H, LI Z Q, ZHAO X S, et al. Modeling of kinematics errors and alignment method of a swing arm ultra-precision diamond turning machine[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2016, 87: 165-176.
- [5] ZOU X C, ZHAO X S, LI G, et al. Sensitivity analysis using a variance-based method for a three-axis diamond turning machine[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 92(9-12): 4429-4443.
- [6] CHENG Q, ZHAO H W, ZHANG G J, et al. An analytical approach for crucial geometric errors identification of multi-axis machine tool based on global sensitivity analysis[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 75(1-4): 107-121.
- [7] LUO X, XIE F G, LIU X J, et al. Error modeling and sensitivity analysis of a novel 5-degree-of-freedom parallel kinematic machine tool[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2018, 233(2): 1637-1652.
- [8] LI D, FENG P, ZHANG J, et al. An identification method for key geometric errors of machine tool based on matrix differential and experimental test[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 228(17): 3141-3155.
- [9] 徐立勋. 基于零件精度的超精密五轴机床误差建模与灵敏度分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
XU Lixun. Error modeling and sensitivity analysis of ultra-precision five-axis machine tool based on part accuracy[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017.
- [10] 骆勇鹏, 黄方林, 韩建平, 等. 灵敏度的模态区间分析方法及其在不确定性参数识别中的应用[J]. 振动工程学报, 2016, 29(4): 577-584.
LUO Yongpeng, HUANG Fanglin, HAN Jianping, et al. Modal interval analysis method of sensitivity and its application in identification of uncertain parameters[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(4): 577-584.
- [11] WU C, FAN J, WANG Q, et al. Machining accuracy improvement of non-orthogonal five-axis machine tools by a new iterative compensation methodology based on the relative motion constraint equation[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2018, 124: 80-98.
- [12] 刘志峰, 刘广博, 程强, 等. 基于多体系统理论的精密立式加工中心精度建模与预测[J]. 吉林大学学报, 2012, 42(2): 388-391.
LIU Zhifeng, LIU Guangbo, CHENG Qiang, et al. Precision modeling and prediction of precision vertical machining center based on multi-body system theory[J]. Journal of Jilin University, 2012, 42(2): 388-391.
- [13] MOORE R E, KEARFOTT R B, CLOUD M J. Introduction to interval analysis[M]. Society for Industrial

and Applied Mathematics, 2009.

- [14] 吴天凤, 李莉, 杨洪涛. 数控机床 XY 工作台单向运动二维阿贝误差分析与建模[J]. 光学精密工程, 2021, 29(2): 329-337.

WU Tianfeng, LI Li, YANG Hongtao. Analysis and modeling of two-dimensional abbe errors in unidirectional motion of CNC machine XY worktable[J]. Optics and Precision Engineering, 2021, 29(2): 329-337.

作者简介: 范晋伟, 1965 年出生, 男, 博士, 教授。主要研究方向为数控精密加工、伺服控制。

E-mail: jwfan@bjut.edu.cn

谢本田(通信作者), 1997 年出生, 男, 硕士研究生。主要研究方向为数控精密加工。

E-mail: 1540397074@qq.com