

DOI: 10.3901/JME.2022.11.011

# 多机器人视觉同时定位与建图技术研究综述<sup>\*</sup>

阴贺生 裴硕 徐磊 黄博

(哈尔滨工业大学机器人技术与系统国家重点实验室 哈尔滨 150001)

**摘要:** 同时定位与建图(Simultaneous localization and mapping, SLAM)技术是复杂、动态且 GPS 失效环境下多机器人系统(Multi-robot system, MRS)协同工作的基础和关键技术,对于提高机器人的自主化、智能化等具有重要意义。视觉传感器凭借其高分辨率、信息丰富、成本低廉等优点在 SLAM 中得到了广泛应用。首先简要回顾视觉 SLAM 理论基础,概括了多机器人视觉 SLAM(Multi-robot visual SLAM, MR-VSLAM)的本质及优势,并基于该研究领域的应用需求总结归纳了当前 MR-VSLAM 技术存在的重点科学问题:如何进行视觉 SLAM 的全局关联,如何分配机器人资源执行 SLAM 驱动的协作建图策略,以及如何实现鲁棒的主动 SLAM。其次,针对每个核心问题,对现有的解决方法进行了分类,提供了现有方法的全面综述,并讨论了其优缺点,分析了当前 MR-VSLAM 关键技术存在的问题。最后,基于上述分析总结展望了 MR-VSLAM 技术的热点问题及发展趋势。

**关键词:** 多机器人系统; 视觉 SLAM; 全局关联; 协作建图; 主动 SLAM

**中图分类号:** TG156

## Review of Research on Multi-robot Visual Simultaneous Localization and Mapping

YIN Hesheng PEI Shuo XU Lei HUANG Bo

(State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**Abstract:** The simultaneous localization and mapping (SLAM) technology is the basis and key technology for the collaborative work of multi-robot systems (MRS) in a complex, dynamic and GPS-denied environment, which is of great significance for improving the autonomy and intelligence of robots. Visual sensors have been widely used in SLAM due to their high resolution, rich information, low cost and other advantages. Based on a brief review of the visual SLAM and the application requirements of this research field, the essence and advantages of multi-robot visual SLAM (MR-VSLAM) are first summarized, and then the corresponding scientific problems are mainly outlined into three aspects: how to make the global association of visual SLAM, how to allocate robot resources to execute SLAM-driven collaborative mapping strategy, and how to implement robust active SLAM. Secondly, for each core problem, a comprehensive overview of the existing methods is carried out, while the advantages and disadvantages of related methods are discussed, and the problems existing in the current MR-VSLAM key technology are analyzed. Finally, the hot issues and development trend of the MR-VSLAM technology are concluded and discussed.

**Key words:** multi-robot systems; visual SLAM; global association; collaborative mapping; active SLAM

## 0 前言

随着人工智能、5G 通信、多模态感知、机器人技术等新技术的发展,多机器人系统(Multi-robot

system, MRS)的协同工作技术在不同应用场景下的作用日益明显<sup>[1-2]</sup>。一方面,工业自动化生产<sup>[3]</sup>、物流仓储<sup>[4]</sup>等应用场景需要借助 MRS 进行有效协调配合从而高效地完成任务。另一方面,针对工业事故<sup>[5]</sup>、自然灾害<sup>[6]</sup>等应急响应的搜索救援需求, MRS 能够从不同维度即时协同感知,尽快实现全区域立体搜救;同时行星探测<sup>[7]</sup>、军事侦察<sup>[8]</sup>等未知环境下

<sup>\*</sup> 国家重点研发计划(2018YFB1308100)和山东省重大科技创新工程(2019JZZY010445)资助项目。20211007 收到初稿,20220115 收到修改稿

的探索工作都可以通过多机器人进行协同定位并构建环境地图,克服单个机器人的资源和性能限制。

在复杂、动态且 GPS 失效的环境下,同时定位与建图(Simultaneous localization and mapping, SLAM)技术是 MRS 协同工作的基础和关键技术,对于提高机器人的自主化、智能化等具有重要意义<sup>[9]</sup>。

早期的 SLAM 方法主要使用声纳传感器,而现代的 SLAM 算法在很大程度上基于激光雷达或基于视觉的技术进行开发。目前市面上的激光雷达传感器虽然已经不再像以前那样笨重,但其重量、尺寸、成本和功耗仍然限制了它们在诸如小型无人机、移动机器人及智能手机等设备上的应用。相比于激光雷达,相机重量轻、功耗低,其高分辨率、信息丰富、成本低廉等优点使其在 SLAM 中得到了广泛应用。因此,在过去的几十年里,视觉同时定位与建图(视觉 SLAM)问题引起了许多研究者的关注<sup>[10]</sup>,视觉 SLAM 仅采用图像作为外部传感信息,用于估计机器人位置的同时构建环境地图。

本文首先简要回顾了视觉 SLAM 的基础概念及典型系统框架,并基于此阐述了多机器人视觉 SLAM(Multi-robot visual SLAM, MR-VSLAM)的本质及其优势。其次基于该研究领域的应用需求总结归纳了当前 MR-VSLAM 技术存在的重点科学问题:如何进行视觉 SLAM 的全局关联,如何分配机器人资源执行 SLAM 驱动的协作策略,以及如何实现鲁棒的主动 SLAM。然后围绕每个核心问题与之相关的现有解决方案进行了分类,提供了现有方法的全面综述,并讨论了其优缺点,分析了当前 MR-VSLAM 关键技术存在的问题。最后,基于上述分析探讨了 MR-VSLAM 技术的研究重点,并对该技术的发展进行展望。

## 1 视觉 SLAM 技术

### 1.1 基本概念及理论

SLAM 技术自 1986 年提出之后,一直是机器人领域的研究热点<sup>[11]</sup>。SLAM 技术是指在不需要先验信息的未知环境下,搭载传感器的机器人在移动过程中估计自身的运动状态,并构建传感器所感知的环境模型(地图)。一方面,运动状态主要由位姿(位置和方向)来描述,也可能包括其他变量,例如机器人速度、传感器偏差及标定参数等其他参数。另一方面,地图是描述机器人针对环境感兴趣方面(例如路标或障碍物的位置)的表示,大多数 SLAM 方法将场景表示为一组稀疏的三维路标,这些路标对应

于环境中具有可区别性、可重复性的特征(例如角点、区块、直线或弧线等)。

SLAM 的基本理论可以通过数学建模表达为状态估计问题,即通过带有噪声的观测数据及控制序列,估计内部、隐藏变量的真实状态。假定单个机器人(参考图 1 中机器人  $a$  或机器人  $b$ )在运动轨迹(实线箭头表示)上使用视觉传感器在离散时刻序列  $t = \{0, \dots, k\}$  采集数据,捕获的输入控制增量序列(正方形表示)为  $U = \{u_i : i = 1, \dots, k\}$ , 传感器观测序列(圆形表示)为  $Z = \{z_i : i = 1, \dots, k\}$ 。进一步假定要估计的机器人位姿序列(三角形表示)为  $X = \{x_i : i = 1, \dots, k\}$ , 环境中所有路标(五边形表示)为  $L$ 。对于一个机器人,SLAM 的目标是在给定输入控制增量  $U$ 、观测值  $Z$  和初始位姿  $x_0$  的情况下,通过计算变量  $X, L$  的概率分布,估计该轨迹上每一时刻的位姿后验和轨迹上所有路标的后验

$$p(X, L | Z, U, x_0) \quad (1)$$

通过最大化后验来进行状态估计

$$(X, L)^* = \underset{X, L}{\operatorname{argmax}} p(X, L | Z, U, x_0) \quad (2)$$

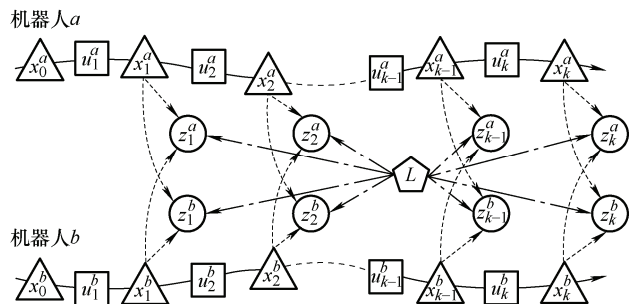


图1 使用两个机器人(机器人 $a$ 和机器人 $b$ )表征的多机器人SLAM因子图(各个变量表示的含义同式(1),上标 $a$ 和 $b$ 用于区分不同机器人的节点及因子约束,虚线箭头表示机器人的观测视线,点划线箭头表示路标与观测的参数化关系)

在视觉 SLAM 中,可以仅通过视觉观测序列  $Z$  进行状态估计,假设观测序列  $Z = \{z_i : i = 1, \dots, k\}$  中各个时刻的观测是独立的(观测噪声项是不相关的),将式(2)进一步贝叶斯展开可以得到

$$\begin{aligned} (X, L)^* &= \underset{X, L}{\operatorname{argmax}} p(X, L | Z) = \\ &= \underset{X, L}{\operatorname{argmax}} p(Z | X, L) p(X, L) = \\ &= \underset{X, L}{\operatorname{argmax}} \prod_{i=1}^k p(z_i | x_i, L) p(X, L) \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $p(Z | X, L)$  是给定  $X, L$  时观测  $Z$  的似然,而  $p(X, L)$  是  $X, L$  的先验概率。先验概率包含任何关

于机器人位姿及路标的先验信息, 如果没有可用的先验信息, 则  $p(X, L)$  变成一个常数, 在这种情况下, 最大后验估计变成了最大似然估计。

式(3)中变量  $X, L$  对应于图 1 因子图中的位姿及路标节点,  $p(z_i | x_i, L)$  作为节点间的因子约束。假设视觉观测模型为  $h(\cdot)$ , 且观测噪声  $e_i$  是具有信息矩阵  $\Omega_i$  (协方差矩阵的逆) 的零均值高斯噪声, 可以得到

$$z_i = h(x_i, L) + e_i \quad (4)$$

则式(3)中的观测似然可以写成

$$p(z_i | x_i, L) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \|h(x_i, L) - z_i\|_{\Omega_i}^2\right) \quad (5)$$

由于  $h(\cdot)$  为非线性函数, 因此视觉 SLAM 在数学建模理论上的本质是求解最优状态变量的非线性最小二乘问题。

## 1.2 视觉 SLAM 系统典型框架

目前视觉 SLAM 的系统框架逐步完善且趋于成熟, 典型的视觉 SLAM 系统框架如图 2 所示, 主要包括视觉传感器数据、前端、后端、回环检测及地图构建模块<sup>[12]</sup>。视觉传感器数据模块使用相机获取图像并对其进行一定程度的预处理, 常用的相机类型包括单目相机、双目相机、深度相机(RGB-D 相机)及事件相机<sup>[13]</sup>。RGB-D 相机按照深度测量原理不同又可以分为结构光、飞行时间相机<sup>[14]</sup>。预处理的功能定义在不同 SLAM 系统中会有所不同, 视觉 SLAM 系统的主要目的是消除图像中的无关信息, 增强感兴趣信息的可检测性, 从而改进特征提取、识别和匹配的可靠性, 例如常用的灰度处理算法<sup>[15]</sup>。在以视觉为中心的多传感器系统中, 预处理主要完成视觉、编码器和惯性传感器等传感器数据的时间戳同步<sup>[16]</sup>。

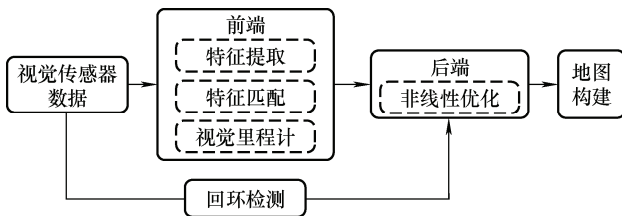


图 2 视觉 SLAM 系统典型框架

前端的任务是对图像进行特征点提取、匹配, 进而估算相邻图像间的相机运动并构建局部地图(视觉里程计)<sup>[17]</sup>。特征点由关键点和描述子两部分组成<sup>[18]</sup>, 关键点是指该特征点在图像中的位置, 描述子指的是关键点的朝向和周围像素信息, 著名的局部图像特征点包括 SIFT<sup>[19]</sup>、SURF<sup>[20]</sup>及 ORB<sup>[21]</sup>

等。特征匹配解决了视觉 SLAM 中的短期数据关联问题, 即关联连续的视觉观测中对应的特征<sup>[22-23]</sup>, 从而可以实现追踪连续图像帧中描述同一个三维点云路标的两个像素观测值。前端的其他常用方法还包括直接法<sup>[24-25]</sup>以及介于两者之间的半直接法<sup>[26-27]</sup>。直接法使用原始图像中所有的像素信息, 利用图像的灰度差异(最小化光度误差)来计算相机运动, 半直接法结合稀疏特征与直接法以实现联合估计相机运动及环境结构。

对于视觉里程计, 不同类型的相机具有不同的求解方法, 单目相机使用对极几何<sup>[28]</sup>方法来完成单目 SLAM 的初始化, 在初始化过后, 可以使用三维路标到二维观测的投影(Perspective-n-point, PnP)<sup>[29]</sup>来计算后续运动。PnP 问题的求解方法包括三点法 P3P(Perspective-three-point)<sup>[30]</sup>、直接线性变换<sup>[31]</sup>、EPnP(Efcient PnP)<sup>[32]</sup>及捆集调整(Bundle adjustment, BA)<sup>[33]</sup>等其他方法。双目相机、RGB-D 相机通常使用迭代最近点(Iterative closest point)<sup>[34]</sup>或 PnP 方法求解两帧之间的相对位姿<sup>[35]</sup>。在完成相邻图像帧之间相机的运动估计后就可以进一步估算图像特征点的 3D 位置, 从而建立局部地图。为了提高状态估计的鲁棒性, 一般会将最新的图像帧与存储路标点的局部地图进行匹配, 以进一步估计相机位姿。这其中会使用到图像帧中的关键帧(Key-frame, KF), 即对于相机轨迹描述和局部地图构建较为重要的帧<sup>[36]</sup>。

传感器噪声、相机模型误差及非线性系统线性化等原因会造成视觉里程计的累计漂移, 因此需要对它们进行优化, 以得到全局一致的轨迹和地图, 这就是视觉 SLAM 后端需要完成的工作。SLAM 的基本优化框架主要分为滤波器<sup>[37]</sup>和非线性优化<sup>[38]</sup>两类。在 SLAM 概念被提出到 2004 年以前, 随着概率论方法的逐渐引入和应用, SLAM 优化方法围绕滤波器理论展开大量研究, 研究方法主要包括扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman filters, EKF)<sup>[39]</sup>、粒子滤波<sup>[40]</sup>及信息滤波<sup>[41]</sup>等。这段发展期被称作 SLAM 发展的经典时期<sup>[23]</sup>, 受限于当时的计算水平, 这些方法的计算复杂度使其难以满足大规模实时 SLAM 的要求。

此后, SLAM 问题的研究进入算法分析阶段, 该阶段主要从状态的可观测性、状态估计的收敛性、一致性等方面研究了 SLAM 的基本性质<sup>[42]</sup>, 并且非线性优化的 SLAM 框架得到快速发展。该框架主要包括位姿图<sup>[43]</sup>、因子图<sup>[44]</sup>优化等方法, 以上方法通过 BA 优化, 在求解大规模 SLAM 问题时性能得到



明显提高。尽管基于 EKF 的滤波器理论发展较为成熟,但其数学模型自身的马尔科夫假设、线性化近似及状态量协方差存储带来的资源消耗造成其在视觉 SLAM 上应用的局限性,因此目前视觉 SLAM 的优化方法研究主要以非线性优化理论为主。

回环检测模块负责长期数据关联,即将当前的观测值关联到历史地图路标上<sup>[45]</sup>。基于外观的方法<sup>[46]</sup>使用词袋(Bag-of-words, BoW)<sup>[47]</sup>模型来计算图像间的相似性,成为视觉 SLAM 主流的回环检测方法。当通过回环检测有效地发现机器人经过同一个历史地点时,可以通过后端优化得到全局一致的状态估计。

SLAM 构建的地图类型主要分为度量地图和拓扑地图两种,度量地图(度量表示)是对环境几何结构进行编码的符号结构<sup>[23]</sup>,可以精确地表达环境物体的位置关系,拓扑地图通过节点和边构成的拓扑图来描述地图元素之间的连通关系<sup>[48]</sup>。视觉 SLAM 可以通过 3D 几何构建稀疏路标地图<sup>[49]</sup>、半稠密地图<sup>[27]</sup>及稠密地图<sup>[50]</sup>等其他类型度量地图。稀疏路标地图对环境中的显著特征进行稀疏表示,如图 3a 所示。稠密地图提供高分辨率的三维几何模型,这些模型更适合于机器人避障和路径规划,具有环境直观的可视化效果,如图 3b 所示。稠密地图在单目视觉 SLAM 中可以使用直接法<sup>[25]</sup>从图像上所有像素的亮度直接估计机器人的轨迹和 3D 模型,在双目视觉 SLAM 中利用极线搜索和快匹配技术<sup>[51]</sup>计算左右目的视差进而计算每一个像素点的深度距离(深度图),在基于 RGB-D 相机的视觉 SLAM 中,可以通过物理手段直接获取高质量的深度信息<sup>[52]</sup>。半稠密地图采用半直接方法<sup>[27]</sup>只使用图像中强梯度变化的像素来恢复结构,比如边缘像素。

以上类型的地图是通过视觉传感器的原始数据表示的地图,地图的数据类型为点云,因此也被称为点云地图<sup>[53]</sup>。如果想要明显地表示物体的外观(边界)和体积,可以通过对稠密点云地图进行边界和空间分割构建表面网格<sup>[54]</sup>、面片<sup>[55]</sup>地图,典型代表为采用截断符号距离函数构建的 TSDF(Truncated signed-distance function)地图<sup>[56]</sup>。特别地,基于 RGB-D 相机并利用上述网格、面片模型的实时三维重建成为了一个重要研究方向,涌现了 Kinect Fusion<sup>[57]</sup>、Elastic Fusion<sup>[58]</sup>、Dynamic fusion<sup>[59]</sup>等一系列研究成果。

如果想要了解地图中障碍物的确切信息,可以采用空间划分方法将 3D 物体定义成表面相邻的不相交基元的集合<sup>[23]</sup>,例如通过将 3D 空间分解成多

个相同小立方体(体素)建立占据网格地图<sup>[60]</sup>,或利用八叉树分割方法建立一种可以灵活更新,压缩存储空间八叉树地图<sup>[61-62]</sup>,如图 3c 所示。为了进一步提高机器人与周围环境的智能交互水平,可以构建更高层次认知水平的物体表示,这种表示方法可以通过物体类别和形状参数来定义一类物体的实例化成员,例如使用深度学习方法构建的语义地图<sup>[63-65]</sup>,如图 3d 所示。

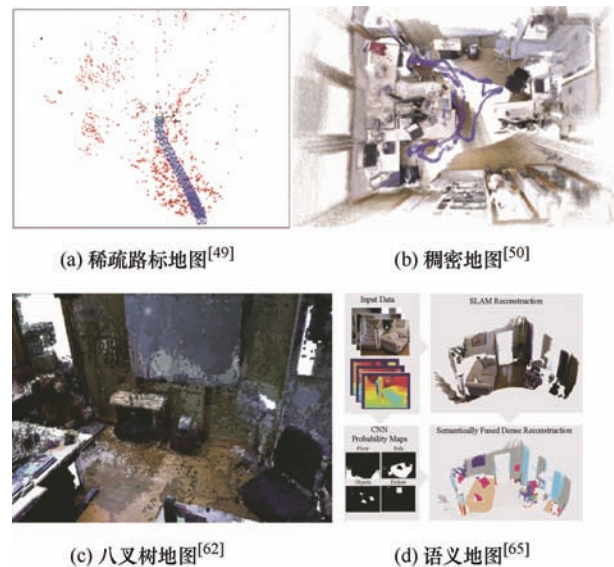


图 3 不同类型的视觉 SLAM 度量地图

### 1.3 MR-VSLAM 的本质及优势

式(1)中关于 SLAM 状态估计的概率定义可以扩展到多个机器人,图 1 为使用两个机器人表征的 MR-VSLAM 因子图,对于两个机器人  $a$  和  $b$ ,多机器人 SLAM 试图估计它们的联合位姿和地图的后验

$$p(X^a, X^b, L | Z^a, Z^b, U^a, U^b, x_0^a, x_0^b) \quad (6)$$

因此,MR-VSLAM 本质上是一个最大后验的联合状态估计问题(参考式(3)),结合式(5)可以看出该问题能够通过机器人成员的间接共同观测或直接彼此观测进行有效求解。

与单机器人视觉 SLAM 系统相比,MR-VSLAM 系统具有显著优势<sup>[9,66-67]</sup>。首先,借助于 MRS 之间的共同观测和彼此观测,使得视觉观测信息具有更好的冗余性和互补性,能够在一定程度上提高定位与建图精度;其次,MRS 能够分布在不同的空间位置下进行协同 SLAM,定位上的空间分布性和建图的时间并行性可以显著提高 SLAM 效率;另外,MRS 将多个结构简单、功能单一的机器人成员重构成一个更加智能、复杂的群体系统,通过机器人成员之间的相互影响及配合,可以胜任单机器人无法完成的复杂任务,使得整个 SLAM 系统的可维护性

更好, 扩展性更强; 最后, 当 MRS 中单个机器人发生故障时, 其余机器人仍然可以继续工作, 并不会因为单点故障而瘫痪整个系统, 并且由于感知错误或场景的动态变化引起的机器人定位与建图错误, 可以通过其他机器人进行弥补或更新, 从而使得整个 SLAM 系统具有更强的鲁棒性及容错性。

## 2 问题描述及现有方法分类

为了发挥 MR-VSLAM 优势, 需要围绕以下几个核心问题展开研究。首先, 多机器人 SLAM 的初衷就是将团队成员的信息共享, 包括各自所在的位置(定位), 感知到的信息(建图), 从而为合作行动奠定基础。随之而来的问题是, 如何在单机器人 SLAM 的基础上实现多个机器人之间的全局关联? 即如何融合安装在多个机器人上的视觉传感器得到的关于环境的冗余、互补信息, 获得对环境更全面认知, 建立全局地图? 进一步, 当 MRS 完成全局关联后就可以发挥其并行优势, 此时需要考虑多机协作的方式, 即如何定义协作机制? 是要求利用 MRS 尽可能地缩短建图任务的时间, 还是保证整体能量消耗最小是进一步要解决的问题。该问题可以总结为如何分配机器人资源来执行 SLAM 驱动的协作策略。最终, 在 MRS 按照规划的全局轨迹进行移动时, 由

于视觉观测噪声及非线性系统的线性化等因素会增加 MR-VSLAM 的估计不确定性。单机器人常用的解决方式是通过主动 SLAM 来提高鲁棒性, 即机器人有选择性地改变自身的运动路径, 在当前可见的特征中选择那些最能有效利用的特征来提高状态估计精度, 那么该如何设计多机器人主动 SLAM 的方法?

基于 MR-VSLAM 技术的核心问题, 根据其应用需求及相应的输出对现有的方法进行了划分, 如图 4 所示。当前 MR-VSLAM 技术的相关研究方法从广义上可以主要分为三类: 多机器人视觉 SLAM 的全局关联技术, 多机器人视觉 SLAM 的协作建图技术及多机器人主动视觉 SLAM 技术。其中, 协作建图与主动 SLAM 技术本质上都是 MRS 的行为决策及轨迹规划问题, 但协作建图技术侧重于对 MRS 进行任务分配以完成建图任务, 其轨迹规划遵循建图任务相关的优化目标。主动 SLAM 技术则专注于驱动 MRS 发生主动回环以提高其移动轨迹及环境地图估计的准确性, 其目标是优化 MRS 自身的状态估计。协作建图与主动 SLAM 技术又有一定关联, 前者利用 SLAM 估计的状态生成 MRS 的预期行为轨迹, 并驱动 MRS 遵循该全局轨迹进行移动, 后者优化 MRS 在移动过程当中估计的真实行为轨迹, 其优化后的全局轨迹又被前者利用。

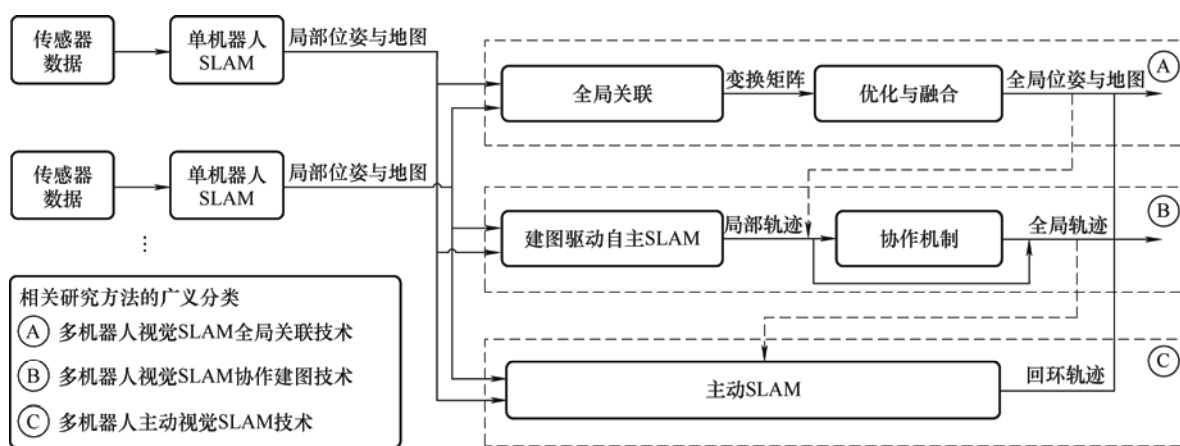


图 4 多机器人视觉 SLAM 相关研究方法的广义分类

## 3 多机器人视觉 SLAM 的全局关联

全局关联技术是指将多个机器人通过 SLAM 构建的局部定位与地图关联到同一个全局坐标系中, 目的是获得协同定位、地图拼接的相对变换。目前, MR-VSLAM 的全局关联可以通过已知初始位姿、相对定位、多机器人会合、子地图间重复区域辨识等方法实现。目前研究较多的是基于子地图间重复

区域的全局关联算法, 因为该类型算法不需要机器人会合, 也不需要某个机器人时刻保持在其他机器人的视线观测范围之内, 应用比较灵活, 适合作为未知环境下高自主性的机器人团队进行无约束全局关联的通用性解决方案。在这种方法中, 不同机器人通过场景辨识的方法找到各自局部地图之间的重叠区域, 从而计算地图之间的相对变换, 这与视觉 SLAM 系统经典框架中的回环检测模块有类似原理。这种方法面临的挑战是如何通过有效的场景辨



识方法找到重叠,并且通过场景辨识获得多机器人 SLAM 的初始变换估计后,如何进一步通过优化与融合来获得较为准确的统一估计。目前,基于场景辨识的典型全局关联方法主要有基于外观特征、基于局部三维特征和基于语义信息的全局关联方法。

### 3.1 基于外观特征

基于外观特征的方法是通过将局部视觉特征或全局视觉特征在词袋模型中量化来进行场景辨识。

苏黎世联邦理工学院的 SCHMUCK 等<sup>[68]</sup>提出了集中式的协作 CCM-SLAM 系统,其系统架构如图 5a 所示。每个机器人使用搭载的单目相机来实时运行基于有限 KF 数量的视觉里程计和局部地图,并与服务器之间交换 KF、地图点及当前位置的相关数据。服务器利用这些 KF 中的特征点进行场景辨识以融合各个机器人的局部地图,进一步通过位姿图优化和全局 BA 来优化整个地图,最终将更新的 KF 及地图点回传给每个机器人,以增强局部地图并获得更好的位姿估计。

在场景辨识模块中,使用基于 DBoW2 库<sup>[69]</sup>的词袋模型高效查询与新 KF 具有相同 ORB 特征的旧 KF。图 5b、5c 展示了三架无人机在飞行中运行 CCM-SLAM 的实验及结果,图 5c 中不同的颜色表示不同机器人的轨迹和地图,红线表示机器人之间的回环约束,结果表明 CCM-SLAM 可以不受机器人数量影响进行在线位姿估计,提高了全局轨迹估计的准确性。

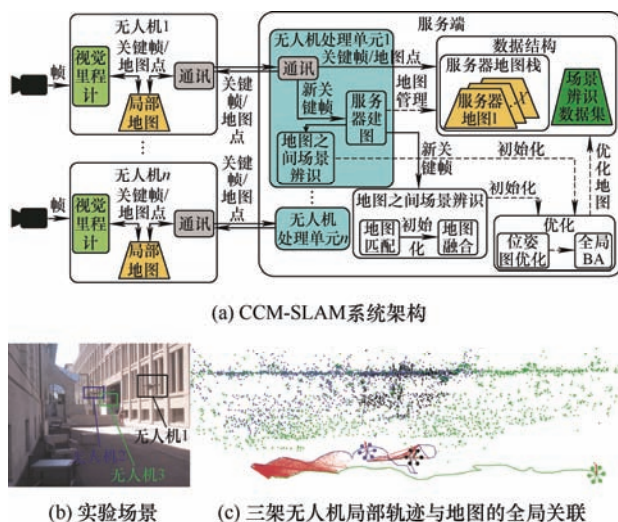


图 5 CCM-SLAM 系统架构及实验结果<sup>[68]</sup>

最近,卷积神经网络使用面向特定任务训练的<sup>[70]</sup>或直接端到端训练<sup>[71]</sup>的特征进行场景辨识。蒙特利尔综合理工学院 LAJOIE 等<sup>[72]</sup>提出了 DOOR-SLAM,这是一个完全分布式的 MR-VSLAM

系统,它具有场景辨识异常值的抑制机制,该机制减少了用于异常识别的参数数量。如图 6a 所示,DOOR-SLAM 包括两个主要模块:分布式 SLAM 前端及位姿图优化器(PGO),分布式 SLAM 前端可以在不交换原始传感器数据的情况下检测机器人之间的回环,位姿图优化器结合机器人观测一致性的最大化算法来剔除异常回环。其中,前端中的场景辨识子模块依赖于基于深度学习的全局图像描述子 NetVLAD<sup>[71]</sup>,该描述子对视图和光照变化具有一定的鲁棒性。

图 6b、6c 对比显示了在 KITTI00 数据集<sup>[73]</sup>上回环检测存在的异常值及它们对位姿图的显著影响,定量结果表明没有异常抑制机制的平均平移误差为 86.85 m,使用异常抑制机制时的误差减少到 8.00 m。

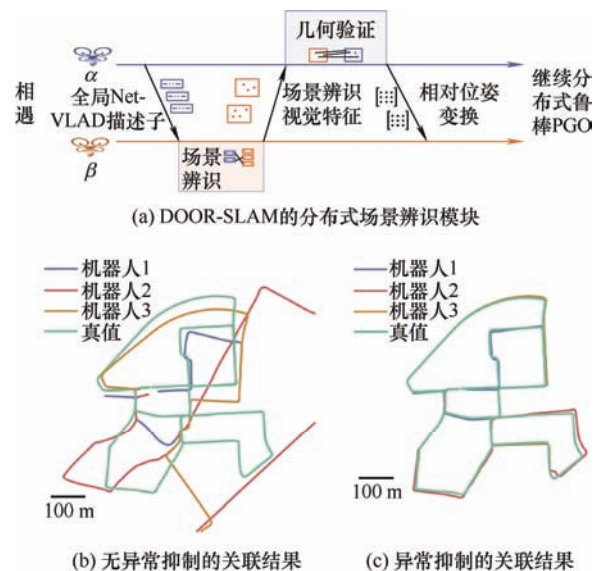


图 6 MR-VSLAM 系统-DOOR-SLAM<sup>[72]</sup>

### 3.2 基于局部三维特征

基于局部三维特征的全局关联方法指通过匹配在视觉点云地图中识别到的重复 3D 特征点进行多地图的拼接。3D 特征点主要是根据点云的结构形状、表面曲率、密度等不同属性进行提取,包括 3D 关键点及 3D 描述子。常用的关键点检测子有 Harris3D<sup>[74]</sup>、KPQ<sup>[75]</sup>、ISS<sup>[76]</sup>。对于关键点的描述子,可以归类为与关键点相关的描述子和独立的描述子<sup>[77]</sup>,前者的典型代表有 KPQ 和 ISS 描述子,后者有 S-I<sup>[78]</sup>、FPFH<sup>[79]</sup>及 SHOT<sup>[80]</sup>等描述子。

帕多瓦大学 GIUBILATO 等<sup>[81]</sup>提出了一种多机器人双目视觉 SLAM 的子图拼接方法,其利用双目相机所构建地图的局部点云特征及视觉信息来检测多个 SLAM 子图之间的匹配。由于双目相机的深度噪声会影响 3D 描述子的唯一性和描述性,该方法

受局部二值模式<sup>[82]</sup>算子启发, 在 SHOT 描述子基础上添加一个与点云亮度信息相关的二值化描述子, 从而既可以保留 3D 信息的不变性, 又可以提高描述子的精度, 作者将该描述子定义为 B-Tex-SHOT 描述子。

图 7a 为该方法的全局关联架构, 首先针对每个机器人构建的子图计算 B-Tex-SHOT 描述子。其次将每个子图中的二进制描述子转化为 BoW, 并与数据库进行比较, 根据描述向量的相似性识别出候选的子图关联对。进一步针对候选关联对使用原始 SHOT 描述子进行匹配并使用三维霍夫变换<sup>[83-84]</sup>对它们进行分组验证。霍夫变换为每组候选关联对之间的相对变换进行投票, 得票最高的变换触发全局关联。图 7b 直观地展示了不同场景下多机器人子图的全局关联结果, 图中线段及点云分别代表两个机器人通过双目视觉 SLAM 单独估计的局部轨迹与地图。

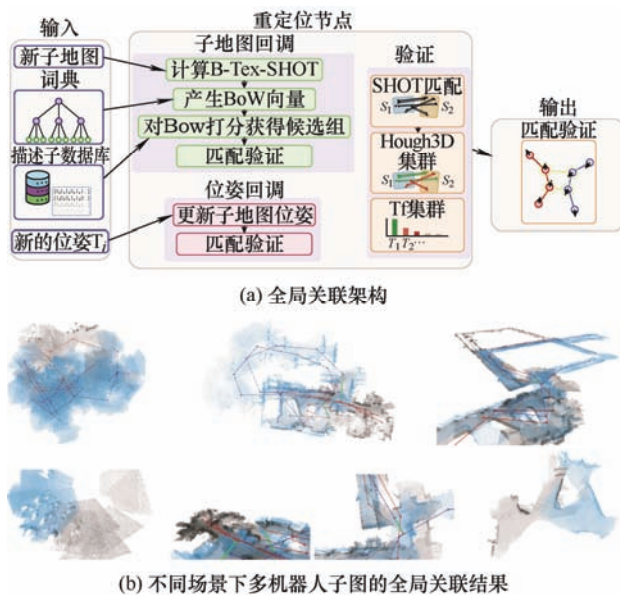


图7 基于 B-Tex-SHOT 描述子的全局关联方法<sup>[81]</sup>

为了解决行星探测车单点故障频率高, 遥操作效率低, 无法使用全球导航卫星系统及外部定位方法等问题, 德国航空航天中心 SCHUSTER 等<sup>[85]</sup>使用多个基于双目视觉 SLAM 的火星探测机器人构建仿火星地表的八叉树地图, 并估计所有参与机器人的 6 自由度位姿。他们设计了一个基于双目视觉的多机器人 SLAM 系统, 该系统结合了局部和全局的状态估计方法: ① 每个机器人上运行解耦的局部参考滤波器<sup>[86]</sup>, 用于其稳定控制和快速避障所需的实时、长期状态估计; ② MRS 在线运行增量式图优化<sup>[87]</sup>, 通过改进的子图匹配方法, 使用图拓扑结构

和机器人内部及彼此之间的回环机制, 提供 MRS 全局位姿和地图估计。回环机制采用 CSHOT 特征描述子<sup>[88]</sup>实现多机器人 SLAM 的全局关联。图 8 展示了两个火星探测机器人使用双目视觉 SLAM 创建并优化的全局八叉树地图, 图 8a 中的椭球表示两个机器人的位姿估计协方差。



图8 基于双目视觉 SLAM 的火星探测机器人团队<sup>[85]</sup>

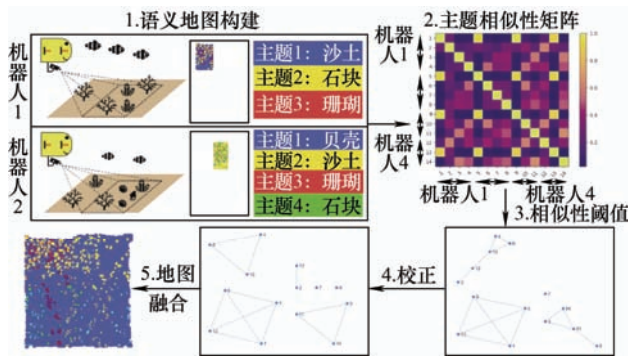
### 3.3 基于语义信息

在视点变化较大的情况下, 局部图像特征会发生显著变化, 导致基于外观特征的全局关联方法失效。由于语义信息对视点变化具有非常强的鲁棒性, 近年来, 相关学者提出了利用语义信息进行全局关联的方法<sup>[89]</sup>。该方法首先针对不同的视点建立语义地图, 然后利用语义信息匹配技术对不同视点的地图进行匹配。

目前, 大多数先进的语义 SLAM 系统都基于监督学习算法, 无法在线对新出现的未知观测值进行分类。为了解决该问题, 麻省理工学院 JAMIESON 等<sup>[90]</sup>提出了一种基于无监督学习进行在线特征匹配的多机器人语义 SLAM 系统。该方法让每个机器人在线学习一个无监督的语义场景模型, 并使用多向匹配算法来识别属于不同机器人语义标签之间的一致匹配集。

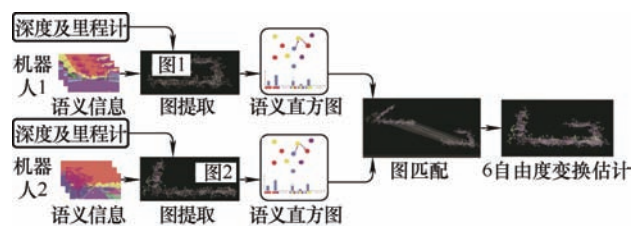
如图 9 所示, 该方法所提出的系统主要由五个部分组成。每个机器人首先单独在线学习用于描述自己观测的语义模型, 并构建由主题描述子构成的局部语义地图, 其中主题描述子指的是通过视觉观测及语义模型识别到的语义标签。当需要融合地图时, 通过使用主题描述子的相似性度量来构建相似性矩阵以计算地图之间的匹配相似度得分。随后, 将每个主题视为一个顶点, 并使用高于指定阈值的相似度作为边, 从而生成一个带有噪声的关联图。最后, 使用 CLEAR<sup>[91]</sup>多向匹配算法对关联图进行校正, 以产生一致的主题匹配。这些主题匹配可以将单个地图融合到一起产生具有一致语义标签的全局地图。实验结果表明, 与匈牙利匹配方法<sup>[92]</sup>相比, 该方法生成的整体地图质量提高了 20%~60%, 即使融合了更多的局部地图, 也不会降低整体地图质量。



图 9 基于在线学习的多机器人语义 SLAM 系统<sup>[90]</sup>

基于语义信息的方法对于光照变化和视点变化有一定的优势,但是由于物体的视觉外观通常随着视点而变化,可能导致多个机器人对同一地点具有不同的分类结果。以色列理工学院 TCHUIEV 等<sup>[93]</sup>针对机器人视点变化造成的语义分类模糊性问题,提出了一种用于多机器人分布式定位及语义建图的方法。该方法保持对机器人、物体位姿以及物体分类结果的混合置信度,同时利用与视点相关的分类器模型解决语义与几何信息之间的耦合问题。通过对连续(机器人及物体位姿)及离散随机变量(物体类别)的一致性估计,避免了每个机器人多次使用其他机器人观测导致的错误及过信估计。仿真和实验结果表明,在执行多机器人语义 SLAM 时,该方法与仅使用局部信息的混合置信度的方法相比,其语义分类结果和 SLAM 定位精度均有所提高。

在上述文献中,语义图被用来解决全局关联的视点变化问题,而这些方法在进行语义描述子的提取及匹配时非常耗时,特别是在大规模环境中,这导致了 MR-VSLAM 的另一个困难,即如何执行实时的全局语义 SLAM? 针对该问题,深圳市人工智能与机器人研究院郭锡跃等<sup>[94]</sup>提出了一种基于语义直方图的图像匹配方法,提取的描述子以预先安排的直方图形式存储周围路径信息,该方法对视点变化具有较强的鲁棒性,能够实现实时的全局关联。在此基础上,开发了准确、高效的同构及异构 MR-VSLAM 系统,如图 10 所示。实验结果表明,该方法比基于语义描述子的随机游走方法快近 30 倍,且全局关联的准确率达到了 95%。

图 10 基于语义直方图的全局关联方法<sup>[94]</sup>

### 3.4 全局关联技术的分析与总结

综上所述,基于场景辨识的 MR-VSLAM 的全局关联技术研究已经取得了一定程度的突破,其代表性研究成果汇总如表 1 所示,但仍有相关问题尚未得到很好解决。

表 1 基于场景辨识的全局关联方法分类

方法分类	参考文献	场景辨识方法	后端优化方法	特点
基于外观特征	SCHMUCK 等 <sup>[95]</sup> (CCM-SLAM)	基于 ORB 的 DBoW2	位姿图优化, 全局地图的 BA	对机器人数量具有较好的可扩展性,对信息丢失和通信延迟具有较强鲁棒性
	LAJOIE 等 <sup>[72]</sup> (DOOR-SLAM)	NetVLAD 描述子	位姿图优化	具有一种场景辨识异常值的抑制机制,减少了用于异常识别的参数数量
基于局部 三维特征	GIUBILATO 等 <sup>[71]</sup>	基于 B-Tex-SHOT 描述子的 DBoW2	—	在双目视觉点云 SHOT 描述子基础上添加视觉亮度信息,有效提高了相似子图的召回精度
	SCHUSTER 等 <sup>[85]</sup>	基于 CSHOT 描述子的 KD 树 <sup>[96]</sup>	局部滤波与全局图优化	基于关键帧的局部滤波及全局图优化解耦、集成的多机器人 SLAM 架构
基于语义信息	JAMIESON 等 <sup>[90]</sup>	基于语义主题描述子的在线特征匹配	—	通过语义子图之间的相似性度量及 CLEAR 多向匹配算法抑制了错误或不一致的数据关联
	TCHUIEV 等 <sup>[93]</sup>	视点相关的语义分类器模型	—	保持连续和离散随机变量的混合置信度,同时通过语义和几何信息之间的耦合克服视点变化造成的分类模糊性问题
	郭锡跃等 <sup>[94]</sup>	基于语义直方图描述子	—	对视点变化具有较强的鲁棒性,能够实现实时的全局关联

(1) 基于外观特征的方法是 MR-VSLAM 应用最广泛的全局关联方法,该方法主要依赖于基于视觉外观的特征,而这些特征会遭受光照和视点变化的困扰,并且容易产生感知混淆,即外观相似但对应于不同实际位置的场景之间产生了错误的回环检测。在不考虑光照变化、环境布局等外界客观因素的情况下,该方法在较小的机器人视点差异下工作

得较为可靠,当视点差异较大时,全局关联的召回率、准确率均会降低。近年来,基于卷积神经网络构造的特征被用来解决视点变化问题,但当视点变化变得显著时,这些特征依然不可靠,例如,机器人向相反的方向移动或异构机器人的视点变化。另外,基于深度学习构造的外观特征存在一些固有缺陷,当机器人在部署期间所观测环境的特征分布与



训练期间不同时,场景辨识会受到严重影响。

(2) 基于局部三维特征的方法利用几何学进行位置识别有助于克服基于外观特征方法的局限性,例如光照变化或视觉感知混淆。当 MRS 对同一区域构建的增量式地图逐渐完整时,可以克服全局关联对于视点的依赖性,例如机器人对未知环境的探索覆盖。然而,在视觉相机构建的特征点云或稠密地图中,噪声产生的较大不确定性会影响 3D 特征的可描述性和唯一性,因此该方法的一个核心挑战是如何选择和描述鲁棒的几何特征来寻找点云之间准确的对应关系。

(3) 基于语义信息的方法与基于外观的方法相比,对于光照变化及较大的视点变化具有更好的性能。目前,大多数先进的语义 SLAM 系统都是基于监督学习算法的,但这种算法不能在线对新的未知观测值进行分类,即不支持先验未知类。而先验未知类是 MRS 对未知环境探索的重要组成部分,例如,在水下探测场景中,一个明确的需求是新目标(新物种或地质现象)检测。此时需要利用无监督学习算法在线开发新的语义表示,以便语义 SLAM 系统能够检测和分类新的观测结果。无监督学习方法通过利用在大数据集上训练的深度学习模型,在提高语义建图的准确性方面已经取得了很大的进展。

(4) 尽管无监督学习算法可以为新的未知观测值创建标签,但当多个机器人为同一目标独立创建标签时,检测及分类结果很容易出现错误或不一致的匹配。因此该方法虽然可以解决视点变化引起的全局关联困难,但也存在一定风险,多个机器人在同一地点可能会产生不同的分类结果,在这样分类模糊性的场景下进行全局关联难以获得准确的关联结果,可以通过保持对分类变量的置信度或建立语义和几何信息之间的耦合模型来解决该问题。其次,基于语义信息的方法比较耗时,特别是在大规模环境中,此时需要提高计算效率来实时地执行全局关联,否则,MR-VSLAM 系统将不能有效工作。

## 4 多机器人视觉 SLAM 的协作建图

由于空间分布性及时间并行性优势,MRS 可以在不同的地方同时工作,显著提高了 MRS 的工作效率、工作范围及鲁棒性。尽管 MRS 具有许多显著优势,但也存在一些问题,例如,随着机器人数量的增加,机器人之间会相互干扰。那么合理分配机器人资源,使它们在目标最优情况下完成有规则的自主 SLAM 就显得尤为重要,制定的目标包括建

图完整性、能量消耗、工作效率及负载均衡等指标。MR-VSLAM 的协作建图技术本质上是求解多对多的目标优化问题,该技术与 MRS 对未知环境的协同探索技术具有共性需求,即利用任务分配策略尽可能遵循优化目标来绘制环境地图<sup>[97]</sup>。根据任务分配策略的不同,可以将 MRS 协作建图方法主要分为以下几类:基于最近边界方法、基于市场的方法、基于分割的方法、基于多旅行商的方法、基于强化学习方法及基于群体智能的方法。

### 4.1 基于最近边界的方法

YAMAUCHI 等<sup>[98]</sup>最早提出了基于边界的机器人自主探索方法,该方法是机器人经典的探索规划策略,旨在将移动机器人引导到未探索空间和已知开放空间之间的边界区域。随后,YAMAUCHI 等<sup>[95]</sup>将基于边界的探索方法扩展到 MRS,提出了基于最近边界的 MRS 协作建图方法,在执行探索过程中,机器人成员会选择距离最近的可访问边界区域作为导航目标。每个机器人共享它们的感知信息并将其整合到全局地图中,所有机器人都可以使用该全局地图进行协同定位。该方法允许多个机器人在没有任何中央控制的情况下共享信息并进行合作探索,从而实现对未知环境的鲁棒、高效探索。但该方法不考虑机器人之间的协调或同步机制,它们的行动是彼此独立的,当机器人位置彼此接近时,它们很可能会选择同一个边界进行导航,达不到最佳的整体探索效率<sup>[95-99]</sup>。

为了避免多个机器人被分配到同一个边界,弗莱堡大学 BURGARD 等<sup>[100]</sup>提出了基于贪婪算法的边界分配方法,其主要思想是针对所有边界利用贪心算法依次执行任务分配。对于每个边界,在任务分配过程中遍历所有机器人,选择移动成本最低的机器人分配到该边界,并将它们从各自列表中移除。针对所有边界循环重复该过程,直到所有机器人都分配到一个指定边界。

为了促进机器人团队在构建地图时保持良好的空间分布性,洛林大学 BAUTIN 等<sup>[101]</sup>提出一种离散化、计算效率高的边界分配方法 MinPos。该方法通过快速搜索随机树(Rapidly exploring random trees, RRT)<sup>[102]</sup>算法在地图上拾取边界点,并对其进行分类作为任务目标点。相比于 YAMAUCHI 等<sup>[95]</sup>提出的方法,该方法提出了机器人团队针对某个边界的等级概念,即根据机器人成员到每个边界点的距离来作为它们之间的相对排名。每个机器人被分配到的等级最低所对应的边界,从而有利于机器人团队在所有任务边界上具有更好的空间分布,降低其整

体的移动距离成本。图 11 展示了三种示例情形下 MinPos 与 YAMAUCHI 等<sup>[95]</sup>提出的经典方法及贪心算法的性能对比, 图中  $F(\cdot)$  表示作为感知目标的任务边界,  $R(\cdot)$  表示机器人成员。在图 11a、11c 中 MinPos 分别展现出了比经典方法及贪心算法更好的空间分布性。在图 11b 中显示了 MinPos 方法相比于贪心算法的缺陷, 当机器人在多个边界进行排序时, 机器人会优先考虑排序靠前的边界  $F_4$ , 从而导致排序靠后的边界  $F_1$  未被分配, 即使边界的数量大于机器人的数量, 也会留下未被分配的边界。

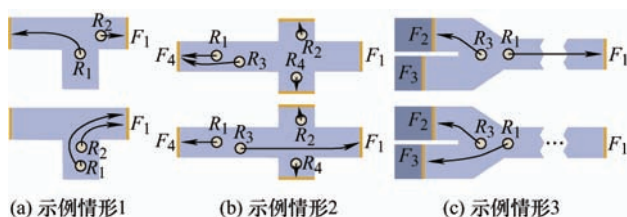


图 11 三种示例情形下 MinPos 与 Yamauchi<sup>[95]</sup>经典方法及贪心算法的性能对比<sup>[103]</sup>

仿真结果表明, MinPos 在总探索时间上明显优于 YAMAUCHI 等<sup>[95]</sup>提出的经典方法。当机器人数量较少时, 该方法的性能优于贪婪的边界分配算法, 当机器人数量增加时, 两者的性能相似。此外, MinPos 比贪心算法具有更低的复杂度。

## 4.2 基于市场的方法

基于最近边界方法不考虑到达特定区域的效用, 只考虑到达的成本。从这个意义上说, 基于市场的方法更加实用, 该方法以机器人到达目标任务点的预期移动距离为成本, 以机器人在目标点处预期感知的未知区域大小为收益, 综合考量机器人到各候选目标点的效用和成本, 并通过市场竞争(拍卖)的方式对机器人团队进行任务分配以最大/小化相关的优化目标<sup>[104-105]</sup>, 而效用可以根据从该目标位置所构建地图的信息期望来进行测量<sup>[99]</sup>。

COLARES 等<sup>[106]</sup>提出了一种综合考量信息增益和距离成本的 MRS 分布式探索方法, 该方法不仅考虑机器人到达边界的移动距离, 还预测机器人到达边界可以增加的信息量。通过分析 SLAM 算法得到的占用栅格地图, 能够找到包含更多待感知信息的探索边界, 并且通过将这些信息与边界距离一起使用, 为地图上的每个边界计算一个合适的效用值。分布式的协调机制使得机器人仅在相遇时交换信息, 将局部地图合并在一起, 并进一步利用这些联合信息进行协调。通过在其他机器人已探索区域的效用函数中添加惩罚因子来协调机器人, 避免它们探索同一个边界, 引起探索冗余。

为提高 MRS 协作 SLAM 中信息增益预测的合理性及准确性, 俄勒冈州立大学 SMITH 等<sup>[107]</sup>利用已构建地图及传感器参数来推断未知区域的空间形状(推断空间), 进一步在未知的推断空间和已知的地图空间中搜索潜在的感知位姿, 并计算这些候选位姿的地图增量作为预测的信息增益。每个候选位姿的收益是从该位姿观察到的信息增益, 代价是机器人移动到该位姿的轨迹长度, 使用分配策略来最大化机器人团队的利润, 即收益减去代价。实验证明, 相比于基于边界的方法, 该方法可使总的移动路径长度减少 13.15%。

福州大学张立伟等<sup>[108]</sup>提出了一种基于 RRT 边界检测结合优化框架的 MRS 协作建图方法。首先使用基于局部和全局检测器结合的 RRT 方法来快速、完整地提取地图上的边界点, 其次采用基于市场的任务分配策略, 以利润最大化为目标, 实现机器人之间的协调。该策略全面考虑了两种类型的感知区域作为预期效用, 一种是目标边界点处的理想感知区域, 另一种是机器人向给定的边界点移动时产生的移动轨迹区域(图 12)。仿真和实验结果表明, 该方法在运行时间及移动轨迹长度方面性能均优于 UMARI 等<sup>[104]</sup>提出的基于 RRT 边界检测的协作建图方法。

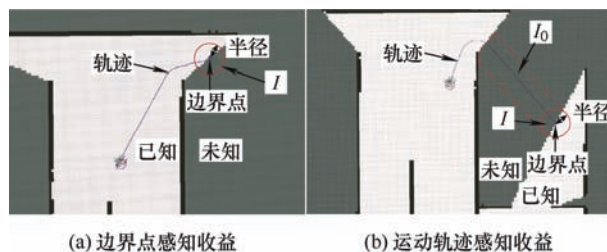


图 12 基于边界目标点的预期感知收益<sup>[108]</sup>

## 4.3 基于分割的方法

基于分割的方法借助地图分割技术将全局地图分割成不同的局部区域来分配给各个机器人成员, 目的是让机器人团队尽可能分散地进行地图构建<sup>[109]</sup>。

弗莱堡大学 WURM 等<sup>[110]</sup>利用基于图<sup>[111-112]</sup>的地图分割方法实现多机器人在线协作 SLAM。该方法将已探索区域分割成不同的局部子图并将其分配给各个机器人, 而不是直接将机器人分配给目标边界。首先基于维诺图<sup>[113]</sup>的地图分割方法, 计算空间中每个点到最近障碍物的距离, 将已探索的地图分割为不同区域。然后利用匈牙利<sup>[114]</sup>方法, 在代价矩阵的基础上为各个机器人分配各自的目标区域。图 13 为使用该方法进行地图分割及协作建图的实

验, 图中标记的圆圈节点表示通过分割方法计算的分区候选结果。在室内结构化环境下, 该方法可以将机器人均匀分布, 减少了冗余工作, 避免了机器人之间的干扰, 与基于边界的方法相比, 能够显著缩短探索时间。

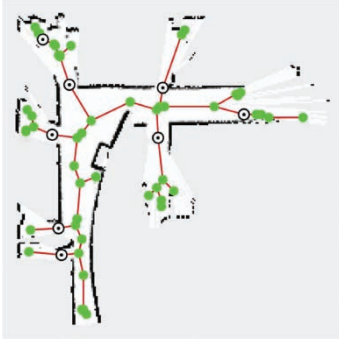


图 13 基于维诺图的地图分割方法<sup>[110]</sup>

为了保证机器人团队对大范围工作空间的均衡和持续探索, 罗维拉·依维尔基里大学 PUIG 等<sup>[115]</sup>提出了一种基于无监督聚类<sup>[116]</sup>的全局优化策略。在已知工作空间大小的情况下, 该方法通过 K-Means<sup>[117]</sup>聚类方法将未探索区域自动分割为与机器人成员数量相同的不相交区域, 每个机器人被分配到质心距离最近的分割区域, 如图 14 所示, 未探索空间被分割成 8 个区域, 每个区域都被分配给相应的机器人成员。地图分割是动态的, 每当机器人团队探索新的区域时, 都会重新对其进行划分, 从而平衡机器人成员之间的总体工作负载。MRS 探索目标主要包括三个, 分别是最小化机器人之间的移动轨迹方差、整体移动轨迹长度及各个区域探索时间的方差。

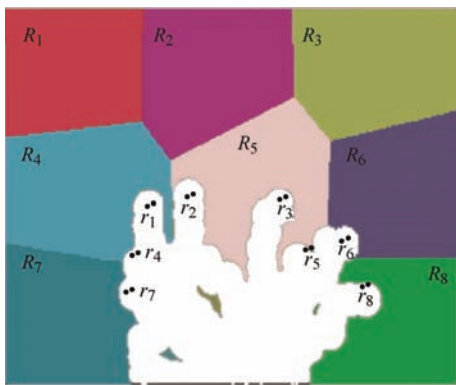


图 14 基于 K-Means 聚类进行工作空间分割的多机器人协作 SLAM 方法<sup>[115]</sup>

在 MRS 协作 SLAM 中, 由于剩余的电池能量不足, 机器人团队成员可能难以移动到分配给它的任务目标点。为了解决该问题, BENKRID 等<sup>[118]</sup>提出了一种基于地图分割并同时优化能量消耗的协作

方法, 该方法使用与 WURM 等<sup>[110]</sup>提出的相同技术进行未探索区域的地图分割, 并将每个机器人的能量状态和预期能量消耗作为探索目标分配的主要指标。通过结合有向图<sup>[119]</sup>及高能效的运动规划器<sup>[120]</sup>来计算机器人到达潜在目标点的预期能量消耗, 分配策略考虑了机器人针对潜在目标的耗能排名, 最终的优化目标是使团队中每个机器人的能量消耗最小化。仿真及实验表明, 与基于边界分配的方法相比, 该方法能够有效地降低机器人团队的总能量能耗, 并且与基于市场的方法和 MinPos<sup>[101]</sup>算法相比, 该方法在大尺度结构化环境中的建图效率明显提高。

#### 4.4 基于多旅行商的方法

基于多旅行商的协作建图方法主要是指在机器人与任务目标集合构成的旅行商轨迹上进行代价值量, 求出机器人分布(集合)与任务目标分布之间的映射关系, 使得该映射在给定的度量指标下代价最低。

北京大学陈宝权等<sup>[121-122]</sup>以室内大规模场景的地图构建为目标, 使用最优质量传输<sup>[123]</sup>理论求解多旅行商问题。如图 15 所示, 该方法考虑到建图质量受机器人观测视角及传感器参数的影响, 首先推算出针对未知区域建图的最佳建图视角作为任务目标。其次, 在给定任务目标分布及机器人成员分布基础上, 利用最优质量传输求解两个集合之间的映射关系, 使 MRS 的总移动轨迹代价最低。实验结果表明, 该方法在建图质量、效率方面明显优于现有的 MRS 协同建图系统。



图 15 基于最优质量传输理论的多机器人协作建图方法<sup>[121]</sup>

在某些应用场合下, MRS 进行探索的区域可能具有优先级或重要性差异, 此时机器人团队需要根据预先指定的区域优先级来制定协作建图策略。为了解决该问题, KABIR 等<sup>[124]</sup>提出了一种基于最优传输(Optimal transport, OT)<sup>[125]</sup>方法的 MRS 分布式探索策略。OT 方法用于量化机器人轨迹分布与指定优先级的给定参考空间分布之间的差异, 并将机器人团队的能量约束纳入到基于 OT 的探索系统中, 拓宽了该系统在异构机器人平台上的适用性。



#### 4.5 基于强化学习的方法

基于强化学习(Reinforcement learning, RL)方法的核心思想在于根据环境状态序列,通过最大化预期奖励,获取 MRS 的最优控制策略。当使用深度神经网络来近似 RL 的价值函数、策略及模型(状态转移函数与奖励函数),该方法称为深度 RL<sup>[126]</sup>。

德国航空航天中心 VISERAS 等<sup>[127]</sup>提出了一种使用深度 RL 实现 MRS 信息采集,构建环境地形图的方法。该方法可以实现机器人成员之间的参数共享、学习,并利用、扩展了现有的执行信息采集任务的精确模型。提出了一个有利于 MRS 协作的奖励函数,可以在模型中将感兴趣的先验信息结合起来进行机器人成员之间的任务分配。如图 16 所示,在实验中使用三架无人机自主绘制未知地形图,结果表明,该方法可以在不改变算法的情况下应用于不同的地图构建任务,并且对观测噪声具有较强鲁棒性。



图 16 多架无人机协作构建未知地形图<sup>[127]</sup>

为了减少多机器人 SLAM 全局关联时产生的错误,卡尔顿大学 DINNISSSEN 等<sup>[128]</sup>使用 RL 对机器人何时最佳地执行地图合并进行决策。该决策过程基于地图粒子过滤器及环境的当前状态,使用 RL 建立一个模型并对其进行训练,以确定最佳的地图合并时间。实验结果表明,与机器人成员相遇后直接进行合并地图的方法相比,该策略可以产生更少全局关联错误。

#### 4.6 基于群体智能的方法

基于群体智能方法是指将群体智能算法应用到 MRS 协作建图策略中,典型的群体智能算法包括蚁群优化(Ant colony optimization, ACO)和粒子群优化(Particle swarm optimization, PSO)算法。

上海交通大学王奕恒等<sup>[129]</sup>提出了一种基于 PSO 的 MRS 分布式地图探索方法。在该方法中,机器人成员首先不断地向附近的边界移动,执行地图中子区域覆盖,并在移动过程中广播其位置及构建的地图。在 MRS 完成对子区域的覆盖后,该方法基于 PSO 模型进行机器人成员之间的任务分配,促使其向远处的边界导航。实验结果表明,该方法具有良好的可扩展及效率。

MENDONÇA 等<sup>[130]</sup>提出了一种基于动态模糊认知地图<sup>[131]</sup>结合 ACO 算法的 MRS 探索策略,该方法的主要优点是使用动态模糊认知地图简化了环境模型获取和表示的过程,并通过 ACO 算法优化了 MRS 的路径分布。

#### 4.7 协作建图技术的分析与总结

综上所述,目前 MR-VSLAM 中协作建图技术的研究所涉及的方法种类比较多,主要是因为该技术与 MRS 中的协同调度技术存在一些共性问题及解决方案,但两者的主要区别在于,协作建图技术中任务目标的提取是基于动态更新的地图进行的。在机器人移动过程中,会有新的地图目标产生,同时旧的地图目标会被更新,因此任务分配的策略也应当是在 MRS 与外界环境不断交互的过程中时变、可调整且可优化的。并且,前者对于任务目标的提取是在适应未知环境的基础上自主进行的,极少被人为指定。该技术研究现状的典型方法总结如表 2 所示,综合来看还有待深入研究的问题。

(1) 基于最近边界的方法,不考虑到达特定区域的效用,只考虑到达的成本,并且它不提供任何协调机制<sup>[99]</sup>。从这个意义上讲,运行该算法的两个机器人,如果它们彼此位置接近,则可以选择相同的边界。

(2) 基于市场的方法由于依赖于市场拍卖的决策机制,通常能够以较为合理的性能将子任务分配给 MRS。该方法根据机器人的能力和效用来投标<sup>[108]</sup>,通过添加惩罚项(增加收益或减小消耗)可以将 MRS 尽可能地分散开,避免感知范围重叠,使整体工作效率显著提高。但由于该方法依赖于局部特征定义参数最优,所以其本质上仍然是贪婪的<sup>[132]</sup>。若探索建图的目标场景为高自由度、大尺度空间,当 MRS 从同一位置释放时,机器人成员会先集中探测某一局部区域,然后再逐渐向其他区域拓展探测。尽管这并不一定影响建图效率,但在实际应用中,期望优先、尽快地针对某一区域进行尽可能、广泛地轻度探索,随着时间的推移逐步增加场景覆盖,而不是最初对该区域进行局部重复建图,接下来又继续对后续区域进行依次覆盖,例如,在执行搜救任务时寻找受害者。特别地,每个机器人按顺序选择任务目标的方法性能表现较差,MRS 的空间分布在不同探索场景下具有很大的随机性,因此基于市场的方法更应该使用分布式全局优化的方法进行良好的整体优化<sup>[99]</sup>。

表 2 协作建图方法分类

方法分类	参考文献	任务目标类型	优化目标	特点
基于最近边界	YAMAUCHI 等 <sup>[95]</sup>	边界区域	移动轨迹	未考虑机器人之间的协调或同步机制
	BURGARD 等 <sup>[100]</sup>	边界区域	移动轨迹	避免多个机器人被分配到同一边界
	BAUTIN 等 <sup>[103]</sup>	聚类边界点	空间分布、移动轨迹	总探索时间上优于无协调机制的最近边界方法, 比贪心算法具有更低的复杂度
基于市场	Colares 等 <sup>[106]</sup>	边界区域	预期地图增益减 移动轨迹长度	分布式的协调机制, 避免机器人团队探索冗余
	SMITH 等 <sup>[107]</sup>	感知位姿点	预期地图增量减 移动轨迹长度	通过推理来预测未知地图空间并计算候选位姿的信息增益
	张立伟等 <sup>[108]</sup>	聚类边界点	边界点或移动轨迹的预期 地图增量减轨迹长度	基于全局和局部检测器结合的 RRT 方法来快速、完整地提取地图上的边界点
基于分割	WURM 等 <sup>[109]</sup>	分割子图	移动轨迹长度	基于维诺图的快速地图分割技术, 基于匈牙利方法的任务分配策略
	PUIG 等 <sup>[115]</sup>	分割子图	移动轨迹方差、移动轨迹 长度及分割子图探索时间 的方差	通过 K-Means 无监督聚类方法将未知区域进行自动、动态分割
	BENKRID 等 <sup>[108]</sup>	分割子图的边界点	总探索时间、 总能量消耗	减少机器人的运动能量消耗使它们尽可能长时间地覆盖更多未知区域
基于多旅行商	陈宝权等 <sup>[111-112]</sup>	最佳建图视角	建图覆盖率、建图质量及 移动轨迹	针对未知区域提取最佳建图视角, 提高建图质量
	KABIR 等 <sup>[114]</sup>	指定优先级的给定参 考空间分布	探索效率	机器人团队可以根据预先指定的区域优先级来制定协作建图策略
基于强化学习	VISERAS 等 <sup>[117]</sup>	地形图	—	在不改变算法的情况下可以应用于不同的地图构建任务, 并且对观测噪声具有较强鲁棒性
	DINNISSEN 等 <sup>[118]</sup>	—	最佳的地图拼接 时间	机器人成员能够决策何时最佳地将其地图与另一个机器人进行合并
基于群体智能	王奕恒等 <sup>[119]</sup>	边界区域	探索效率、冗余覆盖率	低冗余的地图覆盖, 并且在机器人数量增加时具有可伸缩性
	MENDONÇA 等 <sup>[120]</sup>	未知区域	算法处理时间、移动轨迹	使用动态模糊认知地图简化了环境模型的获取和表示

(3) 在室内结构化环境下, 基于分割的方法可以将机器人尽可能均匀地分布在环境中, 避免了机器人之间的相互干扰。该方法减少了工作空间中各区域所需建图时间的方差, 可以平衡各区域的探索占比, 并且与使用边界作为任务目标的方法相比, 能够显著缩短探索时间。但是如果探索空间较小且机器人成员数量较多, 分配方法的性能会有所下降, 因此该方法更适用于在大尺度、大范围场景下工作。多数情况下这种方法需要探索环境的先验信息, 如果不知道各区域的内部情况, 也无法保证机器人之间的负载均衡。在复杂的非结构环境下分割算法也会更加复杂, 需要依赖手工标记的训练数据<sup>[133-134]</sup>或更加复杂的推理<sup>[135-136]</sup>。

(4) 基于多旅行商的方法考虑从机器人初始位置进行任务目标的静态分配, 即从初始位置优化分配所有未来的任务目标。但当机器人开始移动时, 任务目标会随着地图更新而发生更新, 即探索行为

会发现额外的任务目标, 部分之前提取的任务目标也不再位于更新的地图边界上。此时 MRS 如果依然遵循之前的静态分配策略进行建图会失去实际意义, 需要重新规划<sup>[137]</sup>, 且多旅行商问题的求解比较耗时, 需要能够进行有效简化。

(5) 由于强化学习卓越的性能和优秀的鲁棒性, 在机器人导航中得到了广泛研究。在多机器人 SLAM 的协作建图方面, 该方法不仅可用于确定 MRS 的建图轨迹, 还可用于决定何时进行地图合并。但该方法在协作建图研究当中应用的比较少, 主要与数据集的采集及训练难度有关, 其次该方法形成的策略难以泛化。由于参数的最佳选择取决于不同应用场景, 如果解决当前问题获得最大奖励, 反而会由于过度专一, 难以迁移解决其他问题, 因此现有方法也很难实际应用具有建图需求的现实场景中。

(6) 基于群体智能的方法在协作建图的研究当中同样应用较少, 一定程度上是由于该方法的参数

选取与优化性能受初始值选取的影响较大,适用于局部小范围空间内彼此接近的 MRS 求解所在未知子区域的覆盖策略,但当前全局最优位置往往很难实时获得。

## 5 多机器人主动视觉 SLAM

主动 SLAM 可以看作是一个具有较大搜索空间的高度非凸的最优控制问题<sup>[138]</sup>,其核心解决思路为规划机器人运动以最大/小化与 SLAM 问题相关的信息论方法中的某些度量<sup>[139-141]</sup>,从而增强定位的精度,减少建图的不确定性。目前多机器人主动 SLAM 的控制理论可以使用模型预测控制<sup>[142-143]</sup>或部分可观测马尔可夫决策过程<sup>[144-145]</sup>来描述,旨在利用最优实验设计理论<sup>[146]</sup>中的最优信息度量来选择最佳的未来轨迹<sup>[147]</sup>。合适的信息度量主要包括互信息<sup>[148]</sup>、负后验熵<sup>[149]</sup>、条件微分熵<sup>[150]</sup>及与状态估计协方差或 Fisher 信息矩阵<sup>[147]</sup>相关的标量值<sup>[151]</sup>。其次,协方差或 Fisher 信息矩阵的行列式、迹、谱范数<sup>[152]</sup>及  $A^{-1}$ <sup>[153]</sup>、 $D^{-1}$ <sup>[154]</sup>、 $E^{-1}$ <sup>[119]</sup>等最优准则,由于它们对状态不确定性的有效近似且计算高效得到了广泛应用<sup>[141]</sup>。传统路径规划算法,如  $A^*$ <sup>[155]</sup>、 $D^*$ <sup>[156]</sup>及  $RRT^*$ <sup>[157]</sup>等,可用于生成最佳未来轨迹的候选路径。目前多机器人主动 SLAM 的解决方法主要有两类:基于采样的方法和基于轨迹优化的方法<sup>[144,158]</sup>。

### 5.1 基于采样的方法

基于采样的方法<sup>[159-161]</sup>使用随机轨迹生成策略对状态空间进行离散化,以实现在有限的置信空间内进行搜索并构建最优规划。

以色列理工学院 INDELMAN 等<sup>[144]</sup>利用未知环境下 MRS 协作置信空间规划<sup>[162]</sup>方法提出了一种主动 SLAM 框架,其关键思想是将未知交互环境下 MRS 观测的置信约束结合起来确定机器人运动路径,以提高 SLAM 状态估计精度(图 17)。该方法使用概率路线图(Probabilistic roadmap, PRM)<sup>[163]</sup>或  $RRT$  生成不同机器人的候选路径,通过对路径规划时未知的环境观测进行推理,并使用机器人位姿估计的协方差作为评估其未来行动对状态估计影响的定量指标(信息度量),以确定机器人成员的最佳移动路径。仿真结果表明,机器人主动规划的运动轨迹显著提高了其位姿估计性能,在 GPS 失效环境下工作时,定位不确定性可以降低 50% 以上。该方法不强制要求机器人成员必须在某个时刻直接相遇,通过约束机器人成员在不同时刻的间接观测,提高了主动 SLAM 技术的灵活性。

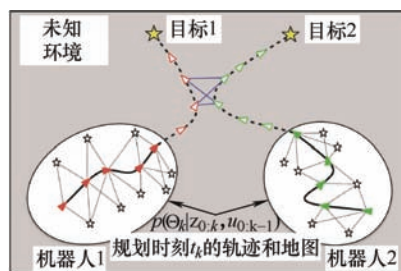


图 17 多机器人未来相互观测的间接置信约束<sup>[144]</sup>

为了避免构建最优规划时的目标函数,依赖于初始值的设定导致其陷入局部最小值, KITANOV 等<sup>[164]</sup>基于 MRS 位姿估计后验置信度的因子图表示,利用其图拓扑特性求解置信空间规划。PRM 用于离散环境并在路线图上生成候选路径,通过最大化图拓扑函数的冯诺依曼熵<sup>[165-166]</sup>寻找最优路径(图 18)。多机器人主动 SLAM 实验证明,基于后验置信度因子图表示的拓扑特性与信息度量高度相关,但拓扑空间下的冯诺依曼熵不需要像度量空间下的目标函数那样通过置信度传播来确定联合后验协方差,在优化过程中不需要显式推理,从而可以高效地确定位姿估计精度。

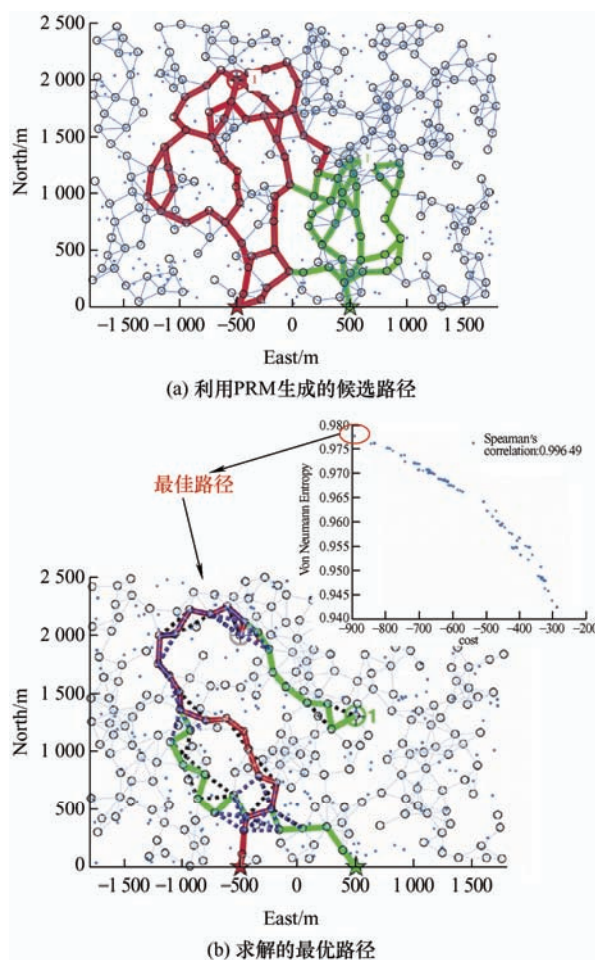


图 18 基于位姿图拓扑方法的多机器人置信空间规划<sup>[164]</sup>



为了提高多机器人主动 SLAM 在通信方面的实用性, 杜克大学 KHODAYI-MEHR 等<sup>[167]</sup>提出了一种间歇式通信的分布式状态估计方法。首先, 当多个机器人团队彼此接近时调度网络进行间歇性连接通信。其次, 每个机器人团队使用建立在 RRT\* 基础之上的采样方法生成候选路径, 并采用后验协方差的最大特征值作为状态估计不确定性度量, 其工作目标是捕获使该不确定性最小化的最佳观测, 并确定机器人成员之间进行通信的位置。由于该方法可以控制机器人团队进行间歇性通信, 从而解决了机器人团队之间由于工作距离较远造成的通信能力受限问题, 使得它们可以在大尺度场景下进行工作。仿真结果表明, 与始终保持端到端网络连接的方法相比, 该方法的状态估计精度有显著提高。

## 5.2 基于轨迹优化的方法

基于轨迹优化的方法<sup>[168-170]</sup>是指寻找可行轨迹上的最优轨迹和控制策略, 本质上是在连续状态和动作空间上求解随机性约束的最优控制问题<sup>[171]</sup>, 通常形式化一个目标函数来描述最优轨迹, 这其中也包括求解优化问题的约束条件。

丹佛大学 KONTITSIS 等<sup>[172]</sup>利用基于相对熵最小化和交叉熵在连续状态动作空间中的随机优化来选择轨迹, 使定位误差及相应的不确定性范围最小化。目标函数除了由状态和控制代价构成外, 还包含一个状态不确定性的项, 该项是由 EKF 估计的状态协方差矩阵的迹。

宾夕法尼亚大学 ATANASOV 等<sup>[173]</sup>提出了一种长视野环境下高效规划 MRS 轨迹的控制方法, 其目标是设计分布式主动信息采集策略, 以未来观测为条件, 使状态估计的互信息或条件微分熵最小化。该方法对机器人运动和观测模型进行了线性化, 并且利用了地图路标的稀疏性, 因此其内存占用低, 计算效率高。同时建立了可以提高机器人定位质量的吸引子路标, 可以将环境的全局信息引入机器人的局部路径规划, 以提高 MRS 的定位准确性(图 19)。图 19 中圆圈表示路标位置真值, 正方形表示估计的路标位置, 三角形表示机器人位姿真值, 椭圆表示机器人位姿估计协方差, 虚线扇形表示机器人视野, 十二边形表示定位吸引子, 该吸引子用于引导机器人移动到可以提高其自身定位准确性的路标位置(吸引子路标), 白色及灰色区域分别表示已探索和未探索空间。该方法被应用到多机器人主动 SLAM 问题中, 使得机器人团队在轨迹规划过程中利用目标信息矩阵的稀疏性得到一个分布式的非近视解(Nonmyopic Solution)<sup>[174]</sup>。

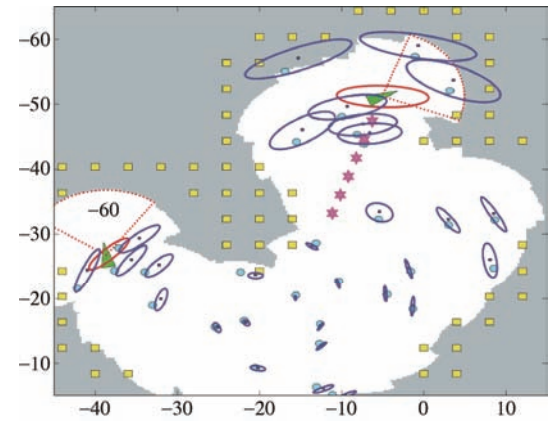


图 19 基于分布式主动信息采集策略的多机器人主动 SLAM 仿真<sup>[173]</sup>

目前多数主动 SLAM 方面的研究专注于减少状态估计的不确定性, 提高机器人自身运动性能, 而忽略了实用的主动 SLAM 系统更应该侧重于辅助特定任务的执行, 对机器人原始任务轨迹进行尽量少地干预。

悉尼科技大学陈勇波等<sup>[158]</sup>对此提出了一种基于图拓扑的协作、主动位姿图 SLAM 架构(图 20)。首先, 该方法提出了位姿图弱连接(位姿节点协方差的迹超过一定阈值时相关的候选边构成的连接)的概念, 并基于与 Fisher 信息矩阵的 D-最优性密切相关的树连通性, 从信息增益的角度探讨了主动 SLAM 中观测约束(边)选择和位姿-观测(节点-边)选择之间的关系。其次, 通过 1-ESP<sup>[175]</sup>算法筛选出弱连接, 并将其作为潜在目标点发送到通信网络, 附近的机器人成员通过 RRT 生成移动到这些目标点的规划路径。最后, 通过基于贝塞尔曲线<sup>[176]</sup>的连续时间轨迹优化方法, 寻找交换观测数据的最佳轨迹,

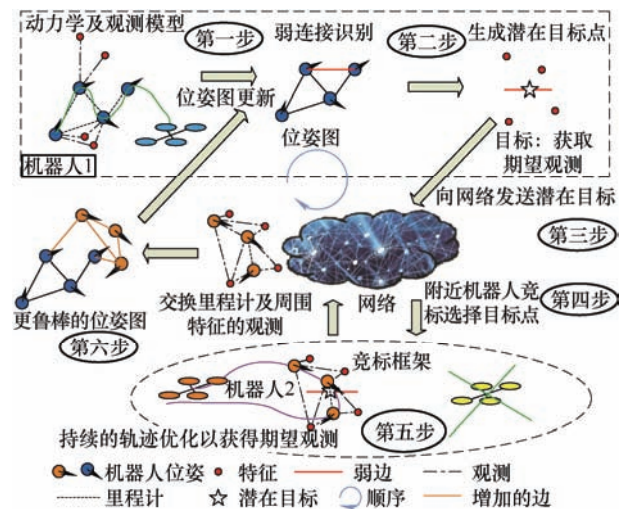


图 20 基于弱连接竞标修复的多机器人协作、主动位姿图 SLAM 架构<sup>[158]</sup>

进而修复这些弱连接,以增强其位姿图。仿真和实验结果表明,该方法保留了原始任务规划的大多数路径,并且由于它只传输弱连接点和回环轨迹中的观测,其在计算量、通信效率及准确率等方面都具有良好的性能。

清华大学刘华平等<sup>[177]</sup>提出一种多机器人主动 EKF-SLAM 方法,解决多机器人主动 SLAM 在未知环境下遍历环境困难、定位不够准确等问题。该方法通过引入吸引因子,增强 MRS 成员之间的交流,并将机器人状态估计协方差与新增探索面积结合起

来作为目标函数求解 MRS 最优控制序列。当机器人成员观测到同一路标时,采用凸组合融合方法降低路标估计的不确定性。仿真结果表明,所提方法能够对环境进行覆盖遍历,提升定位与建图的估计精度。

### 5.3 主动视觉 SLAM 技术的分析与总结

目前在多机器人主动 SLAM 方面取得的最新研究进展汇总如表 3 所示,对每种解决方法的所属类别、轨迹生成方法、信息度量准则及主要特点进行了总结。

表 3 主动视觉 SLAM 方法分类

解决方法	参考文献	轨迹生成方法	信息度量	特点
基于采样的方法	INDELMAN 等 <sup>[134]</sup>	PRM 或 RRT	协方差	灵活、间接的多机器人相互观测约束
	KITANOV 等 <sup>[154]</sup>	PRM	基于图拓扑函数的冯诺依曼熵	避免了局部最优,收敛速度快
	KHODAYI-MEHR 等 <sup>[157]</sup>	RRT*	后验协方差的 最大特征值	不受通信能力限制,工作范围大
基于轨迹优化的方法	KONTITSIS 等 <sup>[162]</sup>	基于相对熵和交叉熵的轨迹优化	协方差矩阵的迹	集中式,计算成本高
	ATANASOV 等 <sup>[163]</sup>	基于互信息或条件微分熵的轨迹优化	协方差的行列式	内存占用低,计算效率高,分布式的非近视解
	陈勇波等 <sup>[148]</sup>	RRT 生成初始路径,基于贝塞尔曲线的连续时间轨迹优化	Fisher 信息矩阵的 D-最优性	不过多干预原始任务的执行,计算量小,通信效率高
	刘华平等 <sup>[167]</sup>	基于互信息的轨迹优化	协方差矩阵的迹	遍历环境的同时保证路标估计精度

(1) 基于采样方法的主要优点是将轨迹规划与信息度量的计算进行了解耦,具有较高的计算效率。理想情况下,机器人在计算主动 SLAM 效用时,应评估其在地图空间中的每一个可能动作,但评估的计算复杂性随着搜索空间呈指数增长,计算成本高昂<sup>[100,178]</sup>。因此采样方法使用了随机轨迹生成策略对状态空间进行离散化,也正是由此造成该方法大概率只会得到一个随机路径上的局部最优解或近优解,并且由于缺乏有效的动态约束,直接将此类方法实际应用于机器人会是一个挑战。

(2) 基于轨迹优化方法在连续状态和动作空间上执行规划,机器人的状态(例如位姿)和控制(例如转向角)不受几个离散值的限制,更符合实际机器人的自然状态。但是该方法由于考虑动态的状态优化导致其计算成本比较高,最近的研究工作试图解决该问题,例如,PLATT 等<sup>[179]</sup>使用线性二次调节(Linear Quadratic Regulation)方法计算局部最优策略,VAN 等<sup>[169]</sup>使用置信空间优化并避免假设最大似然观测来预测置信度变化。目前这些方法能将计算降低到多项式复杂度,但需要以仅收敛到局部最优为代价<sup>[144]</sup>。

(3) 除了以上两种典型方法外,基于部分可观

测的马尔可夫模型的方法理论上也可用于多机器人主动 SLAM<sup>[180-181]</sup>,但是由于该方法计算非常困难,因此鲜有与之相关的研究工作<sup>[144]</sup>。

## 6 结论与展望

本文概述了 MR-VSLAM 技术的发展现状,着重围绕三个重点科学问题进行了全面综述,并针对相应的解决方法及存在问题进行了分析与总结,预测未来该技术的热点问题及发展趋势主要集中在以下几个方面。

(1) 全局关联技术异常值的抑制机制。场景辨识方法要保证特征的可描述性、唯一性(辨识度)及一致性(可重复性),但在高度结构化、具有重复及相似外观的环境中,容易产生感知混淆,而由此造成的错误回环检测会严重扭曲全局地图。因此,设计提高特征描述性、可靠性的鲁棒算法,添加全局关联结果的有效验证方法及异常值抑制机制将会得到进一步持续研究。

(2) 全局关联技术克服视点差异的鲁棒性。在许多应用场景中,MRS 工作的视点差异会比较明显,例如,异构、随机及自主探索状态下的 MRS。

但基于外观特征的关联方法在视点变化较大的情况下往往会失败, 语义信息被用来解决视点变化问题会存在分类模糊问题且比较耗时。因此, 结合视觉外观、三维空间几何及语义信息等多源、多模态信息, 使得全局关联针对机器人视点差异具有强鲁棒性的同时又能高效(近实时甚至实时)进行将会是一个值得重点发展的研究方向。

(3) 动态自适应的协作建图策略。目前在未知复杂环境下, MRS 协作建图技术的任务分配方法仍存在不足, MRS 的空间分布性较差, 优化目标较为固定且单一, 鲜有方法综合考量多个优化指标, 根据不同时期动态增量地图产生可调整、自适应的协作策略。在不同的优化准则下, 最佳建图策略的选择取决于具体应用场景、环境地图变化及机器人数量等多种因素。从这个意义上说, 能够综合权衡各个优化指标, 根据不同时期的动态变化因素, 构建用于 MRS 协作建图系统的动态自适应框架是非常重要的。

(4) 主动 SLAM 最佳性能与计算复杂度的有效权衡。对于预测 MRS 未来行动对状态估计影响的信息度量, 提高其精度势必要增加计算复杂度。例如, 协方差矩阵的对数行列式维度高且较为稠密, 难以在低成本 MRS 上实时运行。因此需要针对应用场合在两方面进行权衡取舍, 由于精确求解最优信息度量是一个难以解决的问题, 一个重要途径是寻找能够保证主动 SLAM 性能接近最优的策略, 通过明确性能边界构建近似算法来降低计算复杂度。

(5) 快速、准确的主动 SLAM 最佳轨迹生成。该问题旨在让 MRS 在复杂环境下高效寻找路径, 快速、准确地预测未来行动效用, 生成状态估计性能最佳的运动轨迹和控制策略。在主动 SLAM 中, 机器人的每一个动作都可能有助于减少状态估计不确定性, 提高定位与建图精度。特别地, 机器人成员之间的观测回环对于提高状态估计性能具有重要作用。为此, 机器人必须能够准确预测未来行动对定位与建图的影响, 并且相应的轨迹生成及效用预测方法必须满足低延迟和高准确性的性能, 才能有效地支持决策过程。目前多机器人主动 SLAM 方法仍存在不足, 快速、准确地预测未来 MRS 行动效用并生成最佳移动轨迹的有效、实用方法仍有待研究。

(6) 面向任务驱动的 MR-VSLAM 技术。协调特定任务和主动 SLAM 的决策非常关键, 在实际应用中, 主动 SLAM 只是为了帮助 MRS 鲁棒、准确地完成预定任务, 而目前多数主动 SLAM 研究工作仅

专注于如何提高机器人在随机、自由运动状态下的状态估计性能。当 MRS 有特定任务执行时, 频繁的主动 SLAM 决策及控制不仅会对机器人原始任务轨迹造成过多干预, 并且高昂的主动 SLAM 计算成本会对 MRS 的正常工作产生较大的计算压力。其次, 过多的信息增益不仅会导致效用递减, 而且在信息相互矛盾的情况下, 还会导致状态不可逆, 例如错误的回环检测。因此随之而来的问题是何时无需主动 SLAM, 而将主要资源用在其他特定的原始任务上。目前仍缺乏一套较为系统的面向特定任务与主动 SLAM 决策的协调机制及系统架构。

## 参 考 文 献

- [1] 关英姿, 刘文旭, 焉宁, 等. 空间多机器人协同运动规划研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(12): 37-43.  
GUAN Yingzi, LIU Wenxu, YAN Ning, et al. Research on cooperative motion planning of space multi-robots[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(12): 37-43.
- [2] ARAI T, PAGELLO E, PARKER L E. Advances in multi-robot systems[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2002, 18(5): 655-661.
- [3] RIZK Y, AWAD M, TUNSTEL E W. Cooperative heterogeneous multi-robot systems: A survey[J]. ACM Computing Surveys (CSUR), 2019, 52(2): 1-31.
- [4] FARINELLI A, ZANOTTO E, PAGELLO E. Advanced approaches for multi-robot coordination in logistic scenarios[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 90: 34-44.
- [5] KRUIJFF-KORBAYOVÁ I, COLAS F, GIANNI M, et al. Tradr project: Long-term human-robot teaming for robot assisted disaster response[J]. KI-Künstliche Intelligenz, 2015, 29(2): 193-201.
- [6] AL-HUSSAINI S, GREGORY J M, GUAN Y, et al. Generating alerts to assist with task assignments in human-supervised multi-robot teams operating in challenging environments[C]// Proceedings of the 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Las Vegas: IEEE, 2020: 11245-11252.
- [7] SCHUSTER M J, MÜLLER M G, BRUNNER S G, et al. The ARCHES space-analogue demonstration mission: Towards heterogeneous teams of autonomous robots for collaborative scientific sampling in planetary exploration[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(4): 5315-5322.



- [8] OLSON E, STROM J, MORTON R, et al. Progress toward multi-robot reconnaissance and the MAGIC 2010 competition[J]. *Journal of Field Robotics*, 2012, 29(5): 762-792.
- [9] SAEEDI S, TRENTINI M, SETO M, et al. Multiple - robot simultaneous localization and mapping: A review[J]. *Journal of Field Robotics*, 2016, 33(1): 3-46.
- [10] TAKETOMI T, UCHIYAMA H, IKEDA S. Visual SLAM algorithms : A survey from 2010 to 2016[J]. *IPSI Transactions on Computer Vision and Applications*, 2017, 9(1): 1-11.
- [11] KHAIRUDDIN A R, TALIB M S, HARON H. Review on simultaneous localization and mapping (SLAM)[C]// *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Control System , Computing and Engineering (ICCSCE)*, George Town, Malaysia: IEEE, 2015: 85-90.
- [12] 高翔, 张涛, 颜沁睿, 等. 视觉 SLAM 十四讲: 从理论到实践 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2017.
- GAO Xiang, ZHANG Tao, YAN Qinru, et al. Fourteen lectures on visual SLAM: From theory to practice [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017.
- [13] MUEGLER E, REBEQ H, GALLEGGO G, et al. The event-camera dataset and simulator: Event-based data for pose estimation, visual odometry, and SLAM[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2017, 36(2): 142-149.
- [14] ENDRES F, HESS J, ENGELHARD N, et al. An evaluation of the RGB-D SLAM system[C]// *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Bielefeld: IEEE, 2012: 1691-1696.
- [15] CHO Y, KIM A. Visibility enhancement for underwater visual SLAM based on underwater light scattering model[C]// *Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Singapore: IEEE, 2017: 710-717.
- [16] NIKOLIC J, REHDER J, BURRI M, et al. A synchronized visual-inertial sensor system with FPGA pre-processing for accurate real-time SLAM[C]// *Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Hong Kong: IEEE, 2014: 431-437.
- [17] SHIN Y-S, PARK Y S, KIM A. Direct visual slam using sparse depth for camera-lidar system[C]// *Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Brisbane: IEEE, 2018: 5144-5151.
- [18] KROMBACH N, DROESCHEL D, HOUBEN S, et al. Feature-based visual odometry prior for real-time semi-dense stereo SLAM[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2018, 109: 38-58.
- [19] LOWE D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 60(2): 91-110.
- [20] BAY H, TUYTELAARS T, VAN GOOL L. Surf: Speeded up robust features[C]// *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, Graz, Austria: Springer, 2006: 404-417.
- [21] RUBLEE E, RABAU D V, KONOLIGE K, et al. ORB: An efficient alternative to SIFT or SURF[C]// *Proceedings of the 2011 International Conference on Computer Vision*, Barcelona, Spain: IEEE, 2011: 2564-2571.
- [22] DOHERTY K J, BAXTER D P, SCHNEEWEISS E, et al. Probabilistic data association via mixture models for robust semantic SLAM[C]// *Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Paris: IEEE, 2020: 1098-1104.
- [23] CADENA C, CARLONE L, CARRILLO H, et al. Past, present, and future of simultaneous localization and mapping: Toward the robust-perception age[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2016, 32(6): 1309-1332.
- [24] NEWCOMBE R A, LOVEGROVE S J, DAVISON A J. DTAM: Dense tracking and mapping in real-time[C]// *Proceedings of the 2011 International Conference on Computer Vision*, Barcelona, Spain: IEEE, 2011: 2320-2327.
- [25] ENGEL J, SCHÖPS T, CREMERS D. LSD-SLAM: Large-scale direct monocular SLAM[C]// *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, Zurich, Switzerland: Springer, 2014: 834-849.
- [26] WANG R, SCHWÖRER M, CREMERS D. Stereo DSO: Large-scale direct sparse visual odometry with stereo cameras[C]// *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, Venice: IEEE, 2017: 3903-3911.
- [27] FORSTER C, ZHANG Z, GASSNER M, et al. SVO: Semidirect visual odometry for monocular and multicamera systems[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2016, 33(2): 249-265.
- [28] GREENE W N, ROY N. Metrically-scaled monocular slam using learned scale factors[C]// *Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Paris: IEEE, 2020: 43-50.
- [29] LI S, XU C, XIE M. A robust O (n) solution to the perspective-n-point problem[J]. *IEEE Transactions on*

- Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(7): 1444-1450.
- [30] GAO X S, HOU X R, TANG J, et al. Complete solution classification for the perspective-three-point problem[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(8): 930-943.
- [31] ABDEL-AZIZ Y I, KARARA H, HAUCK M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry[J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2015, 81(2): 103-107.
- [32] LEPETIT V, MORENO-NOGUER F, FUA P. EpnP: An accurate  $O(n)$  solution to the pnp problem[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(2): 155-166.
- [33] TRIGGS B, MCLAUCHLAN P F, HARTLEY R I, et al. Bundle adjustment—a modern synthesis[C]// Proceedings of the International Workshop on Vision Algorithms, Corfu, Greece: Springer, 1999: 298-372.
- [34] LI S, LEE D. Fast visual odometry using intensity-assisted iterative closest point[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2016, 1(2): 992-999.
- [35] CHETVERIKOV D, SVIRKO D, STEPANOV D, et al. The trimmed iterative closest point algorithm[C]// Proceedings of the Object Recognition Supported by User Interaction for Service Robots, 2002. IEEE: 545-548.
- [36] CAMPOS C, ELVIRA R, RODRÍGUEZ J J G, et al. ORB-SLAM3: An accurate open-source library for visual, visual-inertial, and multimap SLAM[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2021, 37(6): 1874-1890.
- [37] STRASDAT H, MONTIEL J M, DAVISON A J. Visual SLAM: why filter?[J]. Image and Vision Computing, 2012, 30(2): 65-77.
- [38] GRISETTI G, KÜMMERLE R, STACHNISS C, et al. A tutorial on graph-based SLAM[J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2010, 2(4): 31-43.
- [39] RIBEIRO M I. Kalman and extended kalman filters: Concept, derivation and properties[J]. Institute for Systems and Robotics, 2004, 43: 46.
- [40] SÄRKKÄ S, VEHTARI A, LAMPINEN J. Rao-Blackwellized particle filter for multiple target tracking[J]. Information Fusion, 2007, 8(1): 2-15.
- [41] CADENA C, NEIRA J. SLAM in  $O(\log n)$  with the Combined Kalman-Information Filter[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2010, 58(11): 1207-1219.
- [42] DISSANAYAKE G, HUANG S, WANG Z, et al. A review of recent developments in simultaneous localization and mapping[C]// Proceedings of the 2011 6th International Conference on Industrial and Information Systems, IEEE, 2011: 477-482.
- [43] SÜNDERHAUF N, PROTZEL P. Switchable constraints for robust pose graph SLAM[C]// Proceedings of the 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vilamoura: IEEE, 2012: 1879-1884.
- [44] INDELMAN V, WILLIAMS S, KAESSE M, et al. Information fusion in navigation systems via factor graph based incremental smoothing[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61(8): 721-738.
- [45] ANGELI A, FILLIAT D, DONCIEUX S, et al. Fast and incremental method for loop-closure detection using bags of visual words[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(5): 1027-1037.
- [46] SIAM S M, ZHANG H. Fast-SeqSLAM: A fast appearance based place recognition algorithm[C]// Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Singapore: IEEE, 2017: 5702-5708.
- [47] TSINTOTAS K A, BAMPIS L, GASTERATOS A. Probabilistic appearance-based place recognition through bag of tracked words[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(2): 1737-1744.
- [48] WANG C, MA H, CHEN W, et al. Efficient autonomous exploration with incrementally built topological map in 3-D environments[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(12): 9853-9865.
- [49] MUR-ARTAL R, MONTIEL J M M, TARDOS J D. ORB-SLAM: A versatile and accurate monocular SLAM system[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5): 1147-1163.
- [50] MUR-ARTAL R, TARDOS J D. Orb-slam2: An open-source slam system for monocular, stereo, and rgb-d cameras[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(5): 1255-1262.
- [51] PIZZOLI M, FORSTER C, SCARAMUZZA D. REMODE: Probabilistic, monocular dense reconstruction in real time[C]// Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hong Kong: IEEE, 2014: 2609-2616.
- [52] WHELAN T, KAESSE M, JOHANSSON H, et al. Real-time large-scale dense RGB-D SLAM with volumetric fusion[J]. The International Journal of Robotics Research, 2015, 34(4-5): 598-626.

- [53] XU Y, JOHN V, MITA S, et al. 3D point cloud map based vehicle localization using stereo camera[C]// Proceedings of the 2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Los Angeles: IEEE, 2017: 487-492.
- [54] WHELAN T, KAEISS M, FALLON M, et al. Kintinuous: Spatially extended kinectfusion[EB/OL]. [2021-10-19]. <http://hdl.handle.net/1721.1/71756>.
- [55] STÜCKLER J, BEHNKE S. Multi-resolution surfel maps for efficient dense 3D modeling and tracking[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2014, 25(1): 137-147.
- [56] FEHR M, FURRER F, DRYANOVSKI I, et al. TSDF-based change detection for consistent long-term dense reconstruction and dynamic object discovery[C]// Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Singapore: IEEE, 2017: 5237-5244.
- [57] NEWCOMBE R A, IZADI S, HILLIGES O, et al. Kinectfusion: Real-time dense surface mapping and tracking[C]// Proceedings of the 2011 10th IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality, IEEE, 2011: 127-136.
- [58] WHELAN T, LEUTENEGGER S, SALAS-MORENO R, et al. ElasticFusion: Dense SLAM without a pose graph[C]// Robotics: Science and Systems, Rome, Italy, 2015. doi: 10.15607/RSS.2015.XI.001.
- [59] NEWCOMBE R A, FOX D, SEITZ S M. Dynamicfusion: Reconstruction and tracking of non-rigid scenes in real-time[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Boston, Massachusetts: IEEE, 2015: 343-352.
- [60] VESPA E, NIKOLOV N, GRIMM M, et al. Efficient octree-based volumetric SLAM supporting signed-distance and occupancy mapping[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3(2): 1144-1151.
- [61] WURM K M, HORNUNG A, BENNEWITZ M, et al. OctoMap: A probabilistic, flexible, and compact 3D map representation for robotic systems[C]// Proceedings of the ICRA 2010 Workshop on Best Practice in 3D Perception and Modeling for Mobile Manipulation, 2010: 2.
- [62] HORNUNG A, WURM K M, BENNEWITZ M, et al. OctoMap: An efficient probabilistic 3D mapping framework based on octrees[J]. Autonomous Robots, 2013, 34(3): 189-206.
- [63] SALAS-MORENO R F, NEWCOMBE R A, STRASDAT H, et al. Slam++: Simultaneous localisation and mapping at the level of objects[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Portland, Oregon: IEEE, 2013: 1352-1359.
- [64] LAI K, BO L, FOX D. Unsupervised feature learning for 3d scene labeling[C]// Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hong Kong: IEEE, 2014: 3050-3057.
- [65] MCCORMAC J, HANDA A, DAVISON A, et al. Semanticfusion: Dense 3d semantic mapping with convolutional neural networks[C]// Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Singapore: IEEE, 2017: 4628-4635.
- [66] MA X, GUO R, LI Y, et al. Adaptive genetic algorithm for occupancy grid maps merging[C]// Proceedings of the 2008 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, Chongqing: IEEE, 2008: 5716-5720.
- [67] 马昕, 宋锐, 郭睿, 等. 基于免疫自适应遗传算法的机器人栅格地图融合[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(009): 1004-1008.
- MA Xin, SONG Rui, GUO Rui, et al. Immune adaptive genetic algorithm for occupancy grid maps merging[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(009): 1004-1008.
- [68] SCHMUCK P, CHLI M. CCM - SLAM: Robust and efficient centralized collaborative monocular simultaneous localization and mapping for robotic teams[J]. Journal of Field Robotics, 2019, 36(4): 763-781.
- [69] SCARAMUZZA D, FRAUNDORFER F. Tutorial: visual odometry[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 2011, 18(4): 80-92.
- [70] SÜNDERHAUF N, SHIRAZI S, DAYOUB F, et al. On the performance of convnet features for place recognition[C]// Proceedings of the 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Hamburg, Germany: IEEE, 2015: 4297-4304.
- [71] ARANDJELOVIC R, GRONAT P, TORII A, et al. NetVLAD: CNN architecture for weakly supervised place recognition[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Las Vegas: IEEE, 2016: 5297-5307.
- [72] LAJOIE P-Y, RAMTOULA B, CHANG Y, et al. DOOR-SLAM: Distributed, online, and outlier resilient SLAM for robotic teams[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 1656-1663.
- [73] GEIGER A, LENZ P, STILLER C, et al. Vision meets



- robotics: The kitti dataset[J]. The International Journal of Robotics Research, 2013, 32(11): 1231-1237.
- [74] SIPIRAN I, BUSTOS B. Harris 3D: A robust extension of the Harris operator for interest point detection on 3D meshes[J]. The Visual Computer, 2011, 27(11): 963-976.
- [75] MIAN A, BENNAMOUN M, OWENS R. On the repeatability and quality of keypoints for local feature-based 3d object retrieval from cluttered scenes[J]. International Journal of Computer Vision, 2010, 89(2-3): 348-361.
- [76] ZHONG Y. Intrinsic shape signatures: A shape descriptor for 3d object recognition[C]// Proceedings of the 2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops, ICCV Workshops, IEEE, 2009: 689-696.
- [77] BOROSON E R, AYANIAN N. 3D Keypoint Repeatability for Heterogeneous Multi-Robot SLAM[C]// Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Montreal, Canada: IEEE, 2019: 6337-6343.
- [78] JOHNSON A E, HEBERT M. Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3D scenes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(5): 433-449.
- [79] RUSU R B, BLODOW N, BEETZ M. Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration[C]// Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida: IEEE, 2009: 3212-3217.
- [80] TOMBARI F, SALT I S, DI STEFANO L. Unique signatures of histograms for local surface description[C]// Proceedings of the European Conference on Computer Vision, Crete, Greece: Springer, 2010: 356-369.
- [81] GIUBILATO R, VAYUGUNDLAM, SCHUSTER M J, et al. Relocalization with submaps: Multi-session mapping for planetary rovers equipped with stereo cameras[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 580-587.
- [82] AHONEN T, HADID A, PIETIKAINEN M. Face description with local binary patterns: Application to face recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(12): 2037-2041.
- [83] GORISSE D, CORD M, JORDAN M, et al. 3d content-based retrieval in artwork databases[C]// Proceedings of the 2007 3DTV Conference, Kos, Greece: IEEE, 2007: 1-4.
- [84] ZAHARIA T, PRÊTEUX F. Shape-based retrieval of 3D mesh models[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Multimedia and Expo, Lausanne, Switzerland: IEEE, 2002: 437-440.
- [85] SCHUSTER M J, SCHMID K, BRAND C, et al. Distributed stereo vision - based 6D localization and mapping for multi - robot teams[J]. Journal of Field Robotics, 2019, 36(2): 305-332.
- [86] SCHMID K, RUESS F, BURSCHKA D. Local reference filter for life-long vision aided inertial navigation[C]// Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion (FUSION), Salamanca, Spain: IEEE, 2014: 1-8.
- [87] SCHUSTER M J, BRAND C, HIRSCHMÜLLER H, et al. Multi-robot 6D graph SLAM connecting decoupled local reference filters[C]// Proceedings of the 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Hamburg, Germany: IEEE, 2015: 5093-5100.
- [88] TOMBARI F, SALT I S, DI STEFANO L. A combined texture-shape descriptor for enhanced 3D feature matching[C]// Proceedings of the 2011 18th IEEE International Conference on Image Processing, Brussels, Belgium: IEEE, 2011: 809-812.
- [89] BOWMAN S L, ATANASOV N, DANIILIDIS K, et al. Probabilistic data association for semantic slam[C]// Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Singapore: IEEE, 2017: 1722-1729.
- [90] JAMIESON S, FATHIAN K, KHOSOUSSI K, et al. Multi-Robot distributed semantic mapping in unfamiliar environments through online matching of learned representations[C]// Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Xian, China: IEEE, 2021: 8587-8593.
- [91] FATHIAN K, KHOSOUSSI K, TIAN Y, et al. Clear: A consistent lifting, embedding, and alignment rectification algorithm for multiview data association[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2020, 36(6): 1686-1703.
- [92] ZHANG Z, SHI Q, MCAULEY J, et al. Pairwise matching through max-weight bipartite belief propagation[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Las Vegas: IEEE, 2016: 1202-1210.
- [93] TCHUIEV V, INDELMAN V. Distributed consistent multi-robot semantic localization and mapping[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(3): 4649-4656.
- [94] GUO X, HU J, CHEN J, et al. Semantic histogram based

- graph matching for real-Time multi-robot global localization in large scale environment[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 8349-8356.
- [95] YAMAUCHI B. Frontier-based exploration using multiple robots[C]// Proceedings of the Second International Conference on Autonomous Agents, New York: Association for Computing Machinery, 1998: 47-53.
- [96] SILPA-ANAN C, HARTLEY R. Optimised KD-trees for fast image descriptor matching[C]// Proceedings of the 2008 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, New York, USA: IEEE, 2008: 1-8.
- [97] FAIGL J, SIMONIN O, CHARPILLET F. Comparison of task-allocation algorithms in frontier-based multi-robot exploration[C]// Proceedings of the European Conference on Multi-Agent Systems, Prague, Czech Republic: Springer, 2014: 101-110.
- [98] YAMAUCHI B. A frontier-based approach for autonomous exploration[C]// Proceedings of the 1997 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation CIRA'97'Towards New Computational Principles for Robotics and Automation', Monterey, USA: IEEE, 1997: 146-151.
- [99] JULIÁ M, GIL A, REINOSO O. A comparison of path planning strategies for autonomous exploration and mapping of unknown environments[J]. Autonomous Robots, 2012, 33(4): 427-444.
- [100] BURGARD W, MOORS M, STACHNISS C, et al. Coordinated multi-robot exploration[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(3): 376-386.
- [101] BAUTIN A, SIMONIN O, CHARPILLET F. MinPos : A novel frontier allocation algorithm for multi-robot exploration[C]// Proceedings of the International Conference on Intelligent Robotics and Applications, Berlin, Heidelberg: Springer, 2012: 496-508.
- [102] LAVALLE S M. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning[EB/OL]. Ames, USA: Iowa State University, 1998 [2021-10-21]. <http://janowiec.cs.iastate.edu/~laval/papers/rrt.ps>.
- [103] BAUTIN A, SIMONIN O, CHARPILLET F. Minpos: A novel frontier allocation algorithm for multi-robot exploration[C]// Proceedings of the International Conference on Intelligent Robotics and Applications, Berlin, Heidelberg: Springer, 2012: 496-508.
- [104] UMARI H, MUKHOPADHYAY S. Autonomous robotic exploration based on multiple rapidly-exploring randomized trees[C]// Proceedings of the 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Vancouver, Canada: IEEE, 2017: 1396-1402.
- [105] STRÖM D P, BOGOSLAVSKIY I, STACHNISS C. Robust exploration and homing for autonomous robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 90: 125-135.
- [106] COLARES R G, CHAIMOWICZ L. The next frontier: Combining information gain and distance cost for decentralized multi-robot exploration[C]// Proceedings of the 31st Annual ACM Symposium on Applied Computing, New York, USA: Association for Computing Machinery, 2016: 268-274.
- [107] SMITH A J, HOLLINGER G A. Distributed inference-based multi-robot exploration[J]. Autonomous Robots, 2018, 42(8): 1651-1668.
- [108] ZHANG L, LIN Z, WANG J, et al. Rapidly-exploring Random Trees multi-robot map exploration under optimization framework[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2020, 131: 103565.
- [109] SHI T, GU W, CHHAJED D, et al. Effects of remanufacturable product design on market segmentation and the environment[J]. Decision Sciences, 2016, 47(2): 298-332.
- [110] WURM K M, STACHNISS C, BURGARD W. Coordinated multi-robot exploration using a segmentation of the environment[C]// Proceedings of the 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Nice, France: IEEE, 2008: 1160-1165.
- [111] YANG J, KANG Z, ZENG L, et al. Semantics-guided reconstruction of indoor navigation elements from 3D colorized points[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2021, 173: 238-261.
- [112] ZIVKOVIC Z, BAKKER B, KROSE B. Hierarchical map building and planning based on graph partitioning[C]// Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, USA: IEEE, 2006: 803-809.
- [113] BLOCHLIGER F, FEHR M, DYMCZYK M, et al. Topomap: Topological mapping and navigation based on visual slam maps[C]// Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Brisbane: IEEE, 2018: 3818-3825.
- [114] CHOPRA S, NOTARSTEFANO G, RICE M, et al. A

- distributed version of the hungarian method for multirobot assignment[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 33(4): 932-947.
- [115] PUIG D, GARCIA M A, WU L. A new global optimization strategy for coordinated multi-robot exploration: Development and comparative evaluation [M]. *Robotics & Autonomous Systems*. 2011.
- [116] KWON B C, EYSENBAACH B, VERMA J, et al. Clustervision: Visual supervision of unsupervised clustering[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2017, 24(1): 142-151.
- [117] LEI T, JIA X, ZHANG Y, et al. Superpixel-based fast fuzzy C-means clustering for color image segmentation[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 27(9): 1753-1766.
- [118] BENKRID A, BENALLEGUE A, ACHOUR N. Multi-robot coordination for energy-efficient exploration[J]. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 2019, 30(6): 911-920.
- [119] CHEN Y, HUANG S, ZHAO L, et al. Cramér-rao bounds and optimal design metrics for pose-graph SLAM[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2021, 37(2): 627-641.
- [120] Mei Y, Lu Y H, Lee C S G, et al. Energy-efficient mobile robot exploration[C]// *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Orlando, USA: IEEE, 2006: 505-511.
- [121] DONG S, XU K, ZHOU Q, et al. Multi-robot collaborative dense scene reconstruction[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2019, 38(4): 1-16.
- [122] 周强. 基于最优质量传输理论的多机器人协作扫描系统设计 [D]. 济南: 山东大学, 2020.
- ZHOU Qiang. Design of optimal mass transport based multi-robot collaborative scanning system [D]. Jinan: Shandong University, 2020.
- [123] HAKER S, ZHU L, TANNENBAUM A, et al. Optimal mass transport for registration and warping[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 60(3): 225-240.
- [124] KABIR R H, LEE K. Efficient, decentralized, and collaborative multi-robot exploration using optimal transport theory[C]// *Proceedings of the 2021 American Control Conference (ACC)*, New York: IEEE, 2021: 4203-4208.
- [125] VILLANI C. Optimal transport: old and new [M]. Springer, 2009.
- [126] NGUYEN T T, NGUYEN N D, NAHAVANDI S. Deep reinforcement learning for multiagent systems: A review of challenges, solutions, and applications[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(9): 3826-3839.
- [127] VISERAS A, GARCIA R. DeepIG: Multi-robot information gathering with deep reinforcement learning[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(3): 3059-3066.
- [128] DINNISSEN P, GIVIGI S N, SCHWARTZ H M. Map merging of multi-robot slam using reinforcement learning[C]// *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, San Antonio, USA: IEEE, 2012: 53-60.
- [129] WANG Y, LIANG A, GUAN H. Frontier-based multi-robot map exploration using particle swarm optimization[C]// *Proceedings of the 2011 IEEE Symposium on Swarm Intelligence*, Paris, France: IEEE, 2011: 1-6.
- [130] MENDONÇA M, PALÁCIO R H, PAPAGEORGIOU E I, et al. Multi-robot exploration using Dynamic Fuzzy Cognitive Maps and Ant Colony Optimization[C]// *Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, Glasgow, UK: IEEE, 2020: 1-8.
- [131] MENDONÇA M, KONDO H S, DE SOUZA L B, et al. Semi-unknown environments exploration inspired by swarm robotics using fuzzy cognitive maps[C]// *Proceedings of the 2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, New Orleans, USA: IEEE, 2019: 1-8.
- [132] SOLANAS A, GARCIA M A. Coordinated multi-robot exploration through unsupervised clustering of unknown space[C]// *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Sendai, Japan: IEEE, 2004: 717-721.
- [133] FRIEDMAN S, PASULA H, FOX D. Voronoi random fields: extracting topological structure of indoor environments via place labeling[C]// *Proceedings of the IJCAI*, Hyderabad, India: AAAI Press/The MIT Press, 2007: 2109-2114.
- [134] SOUSA P, ARAÚJO R, NUNES U. Real-time labeling of places using support vector machines[C]// *Proceedings of the 2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Vigo, Spain: IEEE, 2007: 2022-2027.
- [135] RODRIGUEZ-NIEVA J F, SCHEURER M S.



- Identifying topological order through unsupervised machine learning[J]. *Nature Physics*, 2019, 15(8): 790-795.
- [136] LUPERTO M, AMIGONI F. Predicting the global structure of indoor environments: A constructive machine learning approach[J]. *Autonomous Robots*, 2019, 43(4): 813-835.
- [137] NIETO-GRANDA C, ROGERS III J G, CHRISTENSEN H I. Coordination strategies for multi-robot exploration and mapping[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2014, 33(4): 519-533.
- [138] CHEN Y, HUANG S, FITCH R, et al. On-line 3D active pose-graph SLAM based on key poses using graph topology and sub-maps[C]// *Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Montreal, Canada: IEEE, 2019: 169-175.
- [139] CARRILLO H, REID I, CASTELLANOS J A. On the comparison of uncertainty criteria for active SLAM[C]// *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Bielefeld: IEEE, 2012: 2080-2087.
- [140] RODRÍGUEZ-ARÉVALO M L, NEIRA J, CASTELLANOS J A. On the importance of uncertainty representation in active SLAM[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, 34(3): 829-834.
- [141] CARRILLO H, LATIF Y, RODRIGUEZ-AREVALO M L, et al. On the monotonicity of optimality criteria during exploration in active SLAM[C]// *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Santiago, Chile: IEEE, 2015: 1476-1483.
- [142] CHEN Y, HUANG S, FITCH R. Active SLAM for mobile robots with area coverage and obstacle avoidance[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020, 25(3): 1182-1192.
- [143] TZOUMANIKAS D, LI W, GRIMM M, et al. Fully autonomous micro air vehicle flight and landing on a moving target using visual-inertial estimation and model-predictive control[J]. *Journal of Field Robotics*, 2019, 36(1): 49-77.
- [144] INDELMAN V. Cooperative multi-robot belief space planning for autonomous navigation in unknown environments[J]. *Autonomous Robots*, 2018, 42(2): 353-373.
- [145] REGEV T, INDELMAN V. Multi-robot decentralized belief space planning in unknown environments via efficient re-evaluation of impacted paths[C]// *Proceedings of the 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Daejeon, Korea: IEEE, 2016: 5591-5598.
- [146] PáZMAN A. Foundations of optimum experimental design [M]. Springer, 1986.
- [147] ZHANG Z, SCARAMUZZA D. Beyond point clouds: Fisher information field for active visual localization[C]// *Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Montreal, Canada: IEEE, 2019: 5986-5992.
- [148] CHARROW B, KUMAR V, MICHAEL N. Approximate representations for multi-robot control policies that maximize mutual information[J]. *Autonomous Robots*, 2014, 37(4): 383-400.
- [149] ATANASOV N A, LE NY J, PAPPAS G J. Distributed algorithms for stochastic source seeking with mobile robot networks[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2015, 137(3): 031011.
- [150] MEYER F, WYMEERSCH H, FRÖHLE M, et al. Distributed estimation with information-seeking control in agent networks[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2015, 33(11): 2439-2456.
- [151] ZHANG Z, SCARAMUZZA D. Perception-aware receding horizon navigation for MAVs[C]// *Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Brisbane, Australia: IEEE, 2018: 2534-2541.
- [152] MORBIDI F, MARIOTTINI G L. Active target tracking and cooperative localization for teams of aerial vehicles[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 21(5): 1694-1707.
- [153] KOLLAR T, ROY N. Trajectory optimization using reinforcement learning for map exploration[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2008, 27(2): 175-196.
- [154] KHOSOUSI K, HUANG S, DISSANAYAKE G. Novel insights into the impact of graph structure on SLAM[C]// *Proceedings of the 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Chicago (IL), USA: IEEE, 2014: 2707-2714.
- [155] KIM A, EUSTICE R M. Active visual SLAM for robotic area coverage: Theory and experiment[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2015, 34(4-5): 457-475.

- [156] MAUROVIĆ I, SEDER M, LENAC K, et al. Path planning for active SLAM based on the D\* algorithm with negative edge weights[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 48(8): 1321-1331.
- [157] CHEN L, SHAN Y, TIAN W, et al. A fast and efficient double-tree RRT\*-like sampling-based planner applying on mobile robotic systems[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, 23(6): 2568-2578.
- [158] CHEN Y, ZHAO L, LEE K M B, et al. Broadcast your weaknesses: cooperative active pose-graph SLAM for multiple robots[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(2): 2200-2207.
- [159] KANTAROS Y, SCHLOTFELDT B, ATANASOV N, et al. Asymptotically optimal planning for non-myopic multi-robot information gathering[C]// *Proceedings of the Robotics: Science and Systems*, Freiburg im Breisgau, Germany, 2019: 22-26.
- [160] HOLLINGER G A, SUKHATME G S. Sampling-based robotic information gathering algorithms[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2014, 33(9): 1271-1287.
- [161] BRY A, ROY N. Rapidly-exploring random belief trees for motion planning under uncertainty[C]// *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Shanghai, China: IEEE, 2011: 723-730.
- [162] CHAVES S M, WALLS J M, GALCERAN E, et al. Risk aversion in belief-space planning under measurement acquisition uncertainty[C]// *Proceedings of the 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Hamburg, Germany: IEEE, 2015: 2079-2086.
- [163] KAVRAKI L E, SVESTKA P, LATOMBE J-C, et al. Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1996, 12(4): 566-580.
- [164] KITANOV A, INDELMAN V. Topological multi-robot belief space planning in unknown environments[C]// *Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Brisbane, Australia: IEEE, 2018: 5726-5732.
- [165] MOWSHOWITZ A, DEHMER M. Entropy and the complexity of graphs revisited[J]. *Entropy*, 2012, 14(3): 559-570.
- [166] PASSERINI F, SEVERINI S. Quantifying complexity in networks: the von Neumann entropy[J]. *International Journal of Agent Technologies and Systems (IJATS)*, 2009, 1(4): 58-67.
- [167] KHODAYI-MEHR R, KANTAROS Y, ZAVLANOS M M. Distributed state estimation using intermittently connected robot networks[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2019, 35(3): 709-724.
- [168] INDELMAN V, CARLONE L, DELLAERT F. Planning in the continuous domain: A generalized belief space approach for autonomous navigation in unknown environments[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2015, 34(7): 849-882.
- [169] VAN DEN BERG J, PATIL S, ALTEROVITZ R. Motion planning under uncertainty using iterative local optimization in belief space[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2012, 31(11): 1263-1278.
- [170] VAN DEN BERG J, ABBEEL P, GOLDBERG K. LQG-MP: Optimized path planning for robots with motion uncertainty and imperfect state information[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(7): 895-913.
- [171] LAURI M, HEINÄNEN E, FRINTROP S. Multi-robot active information gathering with periodic communication[C]// *Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Singapore: IEEE, 2017: 851-856.
- [172] KONTITSIS M, THEODOROU E A, TODOROV E. Multi-robot active slam with relative entropy optimization[C]// *Proceedings of the 2013 American Control Conference*, American: IEEE, 2013: 2757-2764.
- [173] ATANASOV N, LE NY J, DANIILIDIS K, et al. Decentralized active information acquisition: Theory and application to multi-robot SLAM[C]// *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Santiago, Chile: IEEE, 2015: 4775-4782.
- [174] LEUNG C, HUANG S, DISSANAYAKE G. Active SLAM using model predictive control and attractor based exploration[C]// *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing: IEEE, 2006: 5026-5031.
- [175] KHOSOUSI K, GIAMOU M, SUKHATME G S, et al. Reliable graphs for SLAM[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2019, 38(2-3): 260-298.
- [176] LORENTZ G G. Bernstein polynomials [M]. *American Mathematical Soc.*, 2013.

- [177] 王贺彬, 葛泉波, 刘华平, 等. 面向观测融合和吸引因子的多机器人主动 SLAM[J]. 智能系统学报, 2021, 16(2): 371-377.  
WANG Hebin, GE Quanbo, LIU Huaping, et al. Multi-robot active SLAM for observation fusion and attractor[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2021, 16(2): 371-377.
- [178] MARTINEZ-CANTIN R, DE FREITAS N, BROCHU E, et al. A Bayesian exploration-exploitation approach for optimal online sensing and planning with a visually guided mobile robot[J]. Autonomous Robots, 2009, 27(2): 93-103.
- [179] PLATT JR R, TEDRAKE R, KAEHLING L, et al. Belief space planning assuming maximum likelihood observations[C]// Proceedings of the Robotics: Science and Systems, Zaragoza, Spain: The MIT Press, 2010: 587-593.
- [180] ROSS S, PINEAU J, PAQUET S, et al. Online planning algorithms for POMDPs[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2008, 32(2): 663-704.
- [181] KAEHLING L P, LITTMAN M L, CASSANDRA A R. Planning and acting in partially observable stochastic domains[J]. Artificial Intelligence, 1998, 101(1-2): 99-134.
- 
- 作者简介: 阴贺生, 男, 1992 年出生, 博士研究生。主要研究方向为多机器人视觉 SLAM、多传感器融合 SLAM 技术。  
E-mail: yhs\_hit@163.com
- 裴硕, 男, 1994 年出生, 博士研究生。主要研究方向为四肢康复机器人、运动规划。  
E-mail: pluntzz@163.com
- 徐磊, 男, 1999 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机器人视觉 SLAM 及导航技术。  
E-mail: xulei3shi@163.com
- 黄博(通信作者), 男, 1974 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为数字化智能装备及机器人 SLAM 技术。  
E-mail: huangboweihai@hit.edu.cn