

DOI: 10.3901/JME.2022.10.222

润滑机制下基于最小作用量原理的 CVT 传动安全裕度优化研究^{*}

韩玲 赵伟 曹越 王金武
(长春工业大学机电工程学院 长春 130012)

摘要: 针对现有金属带式无级变速器(Continuously variable transmission, CVT)滑摩传动过程中润滑机制影响金属带传递安全性与效率的问题。以某国产自主研发 CVT 为研究对象,对 CVT 从动带轮与金属带摩擦片之间作用力和应力分布趋势的分析,建立金属带轮运动下的热弹流润滑模型。由于 CVT 运行过程中油膜状态在多变约束空间下具有临界极值的特性,提出润滑特性符合最小作用量原理的假设,构建符合最小作用量原理的 CVT 润滑特性 Lagrange 函数及最小作用量原理模型,推导出 CVT 润滑过程中实际作用量和理论最小作用量的数值,厘清变温环境下膜厚作用量的变化趋势,验证假设的合理性。求得金属带轮与摩擦片间宏观摩擦因数与微观油膜剪切力的函数表达式,结合 CVT 传动综合试验,分别测试摩擦因数、温度、传动效率与转矩比的工作关系,计算金属带最佳传递转矩数值。将运行特定工况参数范围得到的结果进行插值处理,确定 CVT 滑摩传动安全裕度,分析变速机构不同速比、输入转矩与转速在确定安全裕度下传动效率的变化特性。结果表明,基于最小作用量原理优化下的 CVT 传动效率可有效提升 2.62%~3.76%。为解决 CVT 传递安全性及效率问题提供了一种新的优化思路。

关键词: 无级变速器; 最小作用量原理; 油膜特性; 安全裕度; 传动效率

中图分类号: TG156

Research on Safety Margin Optimization of CVT Transmission Based on Principle of Least Action under Lubrication Mechanism

HAN Ling ZHAO Wei CAO Yue WANG Jinwu

(School of Mechatronic Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012)

Abstract: Aiming at the problem that the lubrication mechanism of the existing metal belt type continuously variable transmission (continuously variable transmission, CVT) sliding friction transmission process affects the safety and efficiency of metal belt transmission. Taking a domestically-developed CVT as the research object, the distribution trend of force and stress between CVT driven pulley and metal belt friction plate was analyzed, and the thermal elastohydrodynamic lubrication model of metal belt pulley was established. Due to the critical extreme value of oil film state in the process of CVT operation, the assumption that the lubrication characteristics conform to the principle of least action is put forward. The Lagrange function and principle of least action model of CVT lubrication characteristics are constructed, and the values of actual action and theoretical minimum action in CVT lubrication process are deduced, and the film under variable temperature environment is clarified. The change trend of thick action amount verifies the rationality of the hypothesis. The function expressions of macro friction coefficient and micro oil film shear force between metal belt pulley and metal friction plate are obtained. Combined with CVT transmission comprehensive test, the working relations of friction coefficient, temperature, transmission efficiency and torque ratio are tested respectively, and the optimal transmission torque value of metal belt is calculated. The safety margin of CVT sliding friction transmission is determined by interpolating the results obtained from specific operating conditions. The variation characteristics of transmission efficiency under different speed ratios, input torque and speed of the transmission mechanism are analyzed. The results show that the transmission efficiency of CVT can be effectively increased by 2.62%-3.76% based on the principle of least action. It provides a new optimization idea to solve the problem of CVT transmission safety and efficiency.

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51905044)。20211205 收到初稿, 20220205 收到修改稿

Key words: continuously variable transmission; principle of least action; oil film characteristics; safety margin; transmission efficiency

0 前言

金属带式无级变速器(Continuously variable transmission, CVT), 它作为规模化应用的自动变速器之一, 其核心元件是金属带组件, 由摩擦片和两组金属钢环组成, 摩擦片的厚度一般不超过 2 mm 数量根据金属带长度需求而定, 金属钢环的厚度在 0.15~0.18 mm, 层数也根据转矩传递容量不同而不同, 金属带在主、从动两副锥盘的夹持下产生摩擦传递能量和转矩^[1], 有效克服了有级变速器换挡时动力中断传输的弊端, 具有重量轻、体积小和结构简单等优点, 高效兼顾了传统汽车与混合动力汽车的动力性与燃油经济性^[2]。然而 CVT 是由金属带组件、轴承及壳体构成的耦合力学系统, 因此, 金属带也存在功率损失较大、承载能力受限及动力系统易失效的缺点, 尤其是 CVT 在极限或达到变速器参数范围上限的工况下运行时, 金属带轮与摩擦片之间的相对速度极易引起其间热稳定性发生变化, 将直接影响金属带的极限承载能力^[3]。同时, 温度变化会影响润滑油的黏度, 导致油膜内部衍生储能达到临界值, 造成油膜失稳, 承载力下降^[4]。因此, 油膜的稳定性将成为影响金属带动力传递可靠性的重要因素。基于上述 CVT 系统运动环境与特点, 为了维持 CVT 力学系统热稳定性, 其中的膜厚、温度、压力会产生不同的极值现象, 这与最小作用量原理中的极值理论相符。因此, 本文提出 CVT 运行时油膜的润滑特性遵循最小作用量原理的假设。

最小作用量原理是物理学中的基础原理, 它是莫培督在 1744 基于费马的光传播最短时间原理提出的, 莫培督曾用这样几句话阐明该原理: “自然界总是通过最简单的方法产生起作用的。如果一个物体必须没有任何阻碍地从这一点到另一点, 自然界就利用最短的途径和最快的速度来引导它^[5-6]。”其意义为对于自然界任意一力学系统, 都存在作用量的积分 S , 对于此积分的实际运动具有最小值, 即它的变分 δS 为零。在蚂蚁觅食寻优路径优化的问题中, 运用最小作用量原理解释蚂蚁觅食过程中不同路径距离的作用量, 求解得到最优的路径即最小的作用量^[7]。王建强等^[8]研究驾驶人驾驶决策机制时, 发现车辆行驶过程中能够反映人决策行为的主要运动特征参数存在极值现象, 驾驶人遵循“趋利避害”的基本决策机制, 提出驾驶人决策机制遵循最小作

用量原理的假设, 并开展试验验证所提出假设的合理性, 为行车过程中车辆安全性和高效性做出贡献。最小作用量原理也应用在解决涉及约束和任务目标的问题上, 运用最小化曲率及最直路径的原理加以解释, 利用最少的动作解释操作空间方法, 并将该方法应用于成本最小化问题^[9]。目前, 一切物理规律都可以由它表示, 机械运行过程中, 接触体表面间油膜受到外力作用会出现压力极值、临界膜厚等现象, 该现象符合最小作用量原理中所提及的极值理论。作者受到最小作用量原理的极值理论的启发, 以金属带式 CVT 为研究对象, 在外界环境存在较大干扰时服役, 核心零部件接触体接触表面受润滑油的流变特性影响, 接触体接触时间大于润滑油液体的弛豫时间时, 弹流油膜将丧失润滑能力, 摩擦易发生在边界膜中。因此, 拟采用最小作用量原理, 揭示 CVT 运行时油膜的安全裕度。

近年来, 机械系统服役下润滑状态的研究引起科研领域的广泛关注, 学者们就润滑油膜特性的影响因素^[10-11], 如转矩^[12]、滑动率^[13]、摩擦因数^[14-15]等开展研究^[16]。其中, CARBONE 等^[17]和 MATSUNMOTO 等^[18]基于等温弹流润滑的理论, 计算 CVT 摩擦副间膜厚、压力等参数, 获得摩擦副运行时的油膜状态, 通过试验证明 CVT 运行过程处于弹流润滑状态。WANG 等^[19]建立斜齿轮粘着磨损模型, 根据 Hertz 接触理论及载荷分配求解凹凸接触压力, 通过分数膜缺陷估计混合弹性流体动力润滑的磨损率, 获得斜齿轮各参数对磨损深度的影响规律。格拉纳达大学^[20]利用双重牛顿 Carreau-Yasuda 粘度模型, 揭示润滑油黏度和剪切速率之间的关系, 提出膜厚与摩擦因数的回归公式。KHANIKI 等^[21]研究 CVT 带轮角度、带轮长度等几何参数对系统的影响, 采用粒子群优化(PSO)方法对系统进行优化, 获得符合 CVT 传动优化目标的结果。综上所述, 国内外学者应用众多方法与手段, 就机械传动系统润滑特性进行研究, 然而, 机械系统在役工作复杂多变, 润滑油临界膜厚数值难以精准测量, 温度对动力系统内部的影响考虑较少。因此, 本文以金属带式 CVT 为研究对象, 利用最小作用量原理的极值理论, 确定系统的工作安全裕度, 为推进润滑机制下机械运行的可靠性与提高传动效率奠定理论基础。

本文创新性的将最小作用量原理引入到 CVT 运行时油膜特性的研究当中, 基于该原理建立符合 CVT 运行下润滑机制的 Lagrange 函数及最小作用

量原理模型,验证了油膜特性符合最小作用量原理,并求解得到 CVT 运行过程油膜的安全裕度。主要研究内容具体如下:首先,分析了金属带轮与摩擦片之间的受力情况,建立符合 CVT 运行的热弹流润滑模型。其次,引入最小作用量原理建立符合润滑机制的 Lagrange 函数及最小作用量原理模型,验证金属带轮与摩擦片之间油膜特性符合最小作用量原理,并且通过仿真获得膜厚、压力和温升的分布情况,并应用最小作用量的极值理论求解了油膜的临界膜厚。第三,探明金属带轮与摩擦片之间的摩擦因数与油膜剪切力之间的内在联系,即宏观摩擦副传动与微观流体润滑之间的关系;利用 CVT 传动综合试验,获得转矩、速比、转速的基本参数,通过分析摩擦因数、温升、传动效率与转矩比的关系,获得所选 CVT 的最佳传递转矩。最后,运用最小作用量原理求解安全裕度公式计算得到 CVT 运行时油膜的最佳安全裕度,基于最小作用量的优化效果使 CVT 传动效率得到提升,确保 CVT 运行时油膜状态处于安全范围下能获得最高的传动效率。

1 CVT 摩擦副建模

CVT 的金属带、带轮轴总成、轴承之间是一个具有耦合效应的非单向性运动学系统,主动带轮与动力系统直接相连传输较为稳定,从动带轮接受控制系统主动调节,其发生轴向滑移的时间较主动带轮提前,在动载润滑下能量传递过程中受外界扰动较大时,造成变速系统内部温升,此时,系统在高温、高压、高转速的“三高”环境下,零部件间多处于边界润滑易产生干摩擦进而出现烧蚀现象(如图 1 所示),该现象的发生可致使 CVT 动力瞬间中断传输对车辆的行驶安全造成极大影响^[22-23]。

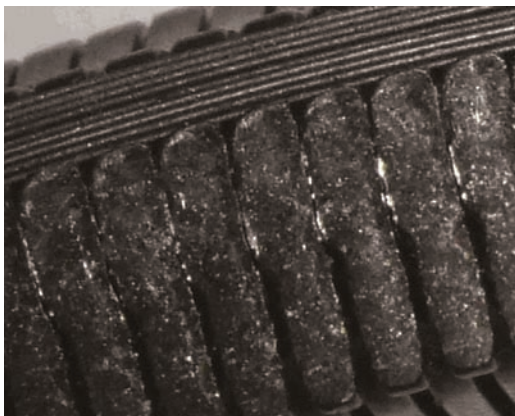


图 1 金属带与摩擦片的烧蚀外貌

因此,为避免发生上述风险,确保变速机构在多工况下的热稳定运行,以 CVT 变速机构研究对象,构建系统力学模型,基于最小作用量原理,求解润滑机制下的油膜特性,获取 CVT 运行下的安全裕度。

1.1 力学模型

本文选取国产某 RD150 型 CVT 为研究对象,具体结构与工作参数,如表 1 所示。

表 1 RD150 型 CVT 结构与工作参数

| 参数 | 数值 |
|------------------------------------|-----------|
| 摩擦片侧面高度 H/mm | 6.4 |
| 摩擦片宽度 M/mm | 2 |
| 摩擦因数 μ | 0.08 |
| 带轮锥角 $\theta/^\circ$ | 11 |
| 带轮中心距 L_0/mm | 146 |
| 摩擦片弹性模量 E_1/GPa | 208 |
| 摩擦片泊松比 ν_1 | 0.31 |
| 带轮弹性模量 E_2/GPa | 192 |
| 带轮泊松比 ν_2 | 0.30 |
| 输入转矩 $T_p/(\text{N}\cdot\text{m})$ | 30~150 |
| 滑动率 $\varepsilon(\%)$ | 1~3 |
| 主动轮转速 $n_p/(\text{r}/\text{min})$ | 750~5 500 |
| 速比 i | 0.5~2.5 |
| 输出转矩 $T_s/(\text{N}\cdot\text{m})$ | 25~375 |

对于油膜牵引机械系统, CVT 润滑油 (Continuously variable transmission fluid, CVTF) 应能在最短的滑动距离得到较高的传递效率, CVTF 具有一定特殊性,它是通过整套 CVT 标定后的专业用油,除具备润滑冷却与液压油作用外,还应具有适当的摩擦力, CVTF 具体参数如表 2 所示。

表 2 RD150 型 CVTF 具体参数

| 参数 | 数值 | 备注 | 数值 |
|---|---------------------|-----------|---------|
| 标准大气压黏度 $\eta_0/(\text{Pa}\cdot\text{s})$ | 0.072 | 标准大气压/kPa | 1.132 5 |
| 标准大气压密度 $\rho_0/(\text{kg}/\text{m}^3)$ | 862 | 标准大气压/kPa | 1.132 5 |
| 黏温系数 $\beta/(\text{K}^{-1})$ | 0.04 | | |
| 黏压系 $\alpha/(\text{m}^2/\text{N})$ | 2.3×10^{-8} | | |
| 比热容 $C/[\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$ | 1 880 | | |
| 初始温度 T_0/K | 303 | | |

金属带轮与摩擦片接触处产生弹性变形,由于摩擦片侧面存在大量横向的半圆柱体,如图 2 所示。

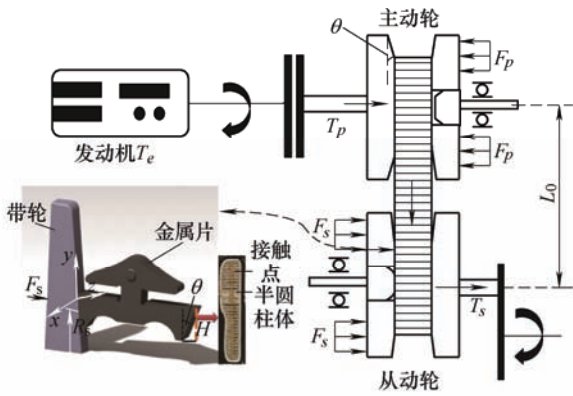


图2 金属带轮与摩擦片接触示意图

半圆柱体与金属带轮锥面的接触处产生圆形接触面，因此，将二者接触形式等效为点接触构建润滑模型坐标系，如图3所示，其中摩擦副相对运动方向为 x 轴，接触线方向为 y 轴，接触区法线方向为 z 轴， R_{x1} 和 R_{x2} 为 XOZ 平面内摩擦副接触点的当量曲率半径， R_{y1} 和 R_{y2} 为 YOZ 平面内摩擦副接触点的当量曲率半径， W 为法向力。

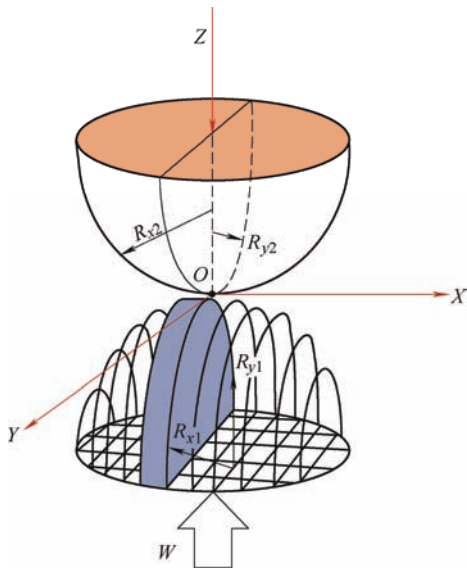


图3 摩擦副点接触等效润滑模型

CVT滑摩传动过程中，金属带轮与摩擦片间存在相对滑动速度 u_s ，以便润滑油被带入以达到润滑目的，形成油膜分隔摩擦副间的接触表面。金属带受到轴向夹紧力 F_s 的作用。

$$F_s = \frac{T_s \cos \theta}{2\mu R_s} \quad (1)$$

$$u_s = \frac{\pi}{30} R_p n_p \varepsilon \quad (2)$$

式中， T_s 为输出转矩， θ 为带轮锥角， μ 为摩擦副之间的摩擦因数， R_s 为从动轮的工作半径， R_p 为主动带轮的工作半径， n_p 为主动带轮转速， ε 为金

属带的滑动率。

R_s 与速比 i 存在对应关系如下

$$R_s = \frac{-\pi(i+1)}{2(1-i)^2/L_0} + \frac{\sqrt{\pi^2(i+1)^2 - 4(2L_0 - L_1)(1-i)^2/L_0}}{2(1-i)^2/L_0} \quad (3)$$

式中， L_1 为金属带长度， L_0 为带轮中心距。

其中，作用在单个摩擦片的受力如图4所示。

$$F_z = \frac{F_s}{\cos \theta} \frac{M}{R_s(\pi - 2\zeta)} \quad (4)$$

$$\zeta = \arcsin \frac{|R_p - R_s|}{L_0} \quad (5)$$

$$W = \frac{F_z}{H} = \frac{T_s M}{2\mu R_s^2 H \left(\pi - 2 \arcsin \frac{|R_p - R_s|}{L_0} \right)} \quad (6)$$

式中， M 为摩擦片的厚度， ζ 为主从动带轮工作圆公切线与连心线之间的夹角， H 为摩擦片侧面高度。

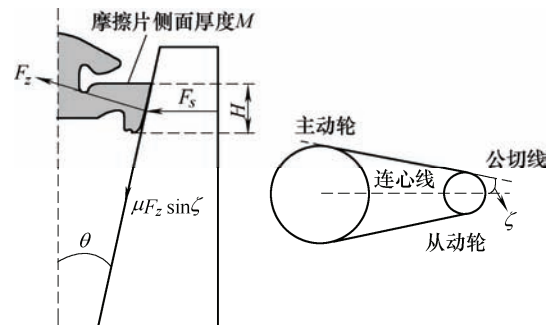


图4 摩擦片受力分析

1.2 弹流润滑模型

金属带通过推力与摩擦力传递转矩，摩擦副间的润滑作用符合热弹流点接触的形式，其中Reynolds方程如式(7)所示

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6u_s \rho \frac{\partial h}{\partial x} + 6u_s h \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

式中， x 、 y 为坐标系方向， h 为油膜厚度， ρ 、 η 分别为考虑温度影响润滑油密度及润滑油黏度，可根据密温密压方程和黏温黏压方程求得^[24]。

当出口、入口区压力均为0，出口区压力变化率为0时，方程的边界条件如下。

入口处： $p(x_1, y) = 0$ 。

出口处: $p(x_2, y) = 0$, $\frac{\partial p(x_2, y)}{\partial x} = 0$ 。

式中, x_1 为入口处 x 坐标, x_2 为出口处 x 坐标。

润滑油膜厚度是由自身厚度、金属带轮和摩擦片间的挤压弹性变形两部分组成^[25], 如式(8)所示。

载荷与油膜压力的关系可表示为式(11)

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + h(x, y) \quad (8)$$

$$h(x, y) = \frac{2}{\pi E} \iint_{\Omega} \frac{p(s, g)}{\sqrt{(x-s)^2 + (y-g)^2}} ds dt \quad (9)$$

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \quad (10)$$

$$w = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy \quad (11)$$

式中, h_0 为中心膜厚, R_x , R_y 分别为沿 x, y 方向上的当量曲率半径, $h(x, y)$ 为由压力产生的弹性变形位移, E 为综合弹性模量, s, g 分别为压力点在 x, y 方向上的坐标。 E_1 和 ν_1 分别代表摩擦片的弹性模量和泊松比, E_2 和 ν_2 分别代表带轮的弹性模量和泊松比。油膜压力由润滑油膜受到的载荷决定, 式(11)为油膜压力与载荷之间的关系式。

润滑油膜的传热方式以对流散热为主, 沿膜厚方向的热传导可忽略不计, 所需能量方程

$$\left(\frac{u_s}{2} - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x} - \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\eta u_s^2}{Jpc_p h} + \frac{h^3}{12\eta Jpc_p} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (12)$$

式中, c_p 为润滑油等压比热容, T 为润滑油温度, J 为热功当量。

温度求解是沿油膜运动方向从入口处到出口处, x 方向设定为润滑油流动方向, T_0 为无量纲化后的初始温度, 边界条件设置如下。

x 方向上: $T(x_1, y) = T_0$ 。

y 方向上: $\frac{\partial T}{\partial y}|_{z=0} = 0$ 。

2 基于最小作用量原理的 CVT 建模与仿真验证

2.1 CVT 润滑机制下的极值特性

CVT 润滑作用下, 在接触中心及油膜进出口位置, 均会出现符合最小作用量原理的极值压力和极

值膜厚。在不同工况条件下, 润滑油膜厚度随压力、润滑油黏度以及工作参数等变化而发生变化, 特别是在温度的影响下, 膜厚变化会更加明显。因此, 利用能量方程和 Barus 黏温方程, 获得热流体本构方程^[26]

$$\tau = \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{1 + \alpha \dot{\gamma}^2} \quad (13)$$

式中, $\alpha = \sqrt{\frac{2\beta\eta_0 x}{\rho c u_s}}$, $\dot{\gamma} \approx u_s h^{-1}$, α 与润滑油膜的位置有关, β 为润滑油黏温系数, c 为润滑油比热容。

$$h_c = \sqrt{\frac{2\beta\eta_0 u_s x}{\rho c}} \quad (14)$$

求解式(13)的极值, 获得不同油膜位置下剪切力达到极限值时所对应的临界膜厚。

如图 5 所示, 描述了牛顿流体和热流体的本构曲线, 纵坐标为剪切力, 当剪切力达到极限剪应力时, 油膜热稳定性将由稳定区过渡到不稳定区。

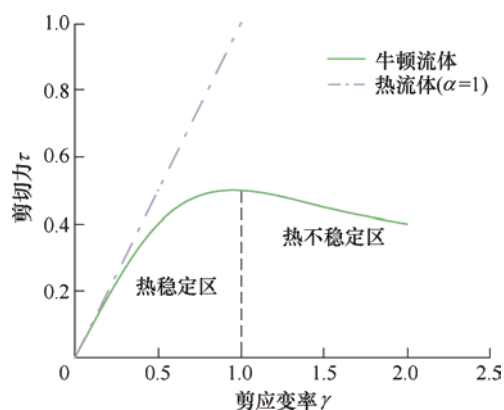


图 5 牛顿流体与热流体本构曲线

图 6 为 CVT 正常运行下油膜厚度及压力关系图, 进出口位置油膜压力为零, 接触中心位置受到弹性变形的影响, 油膜压力出现极值。在出口位置受到较大的压缩功作用, 油膜厚度趋于理论最小。

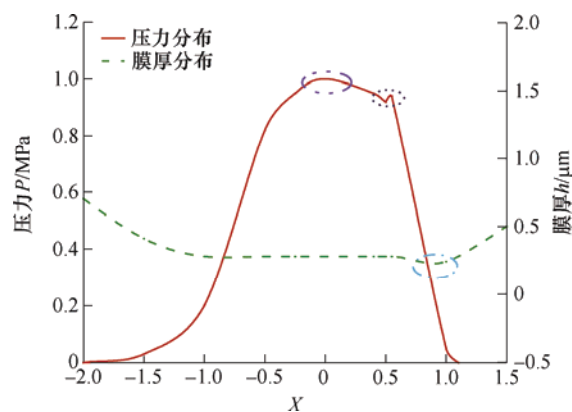


图 6 膜厚与压力极值示意图

综上所述, CVT 润滑机制下极值特性均符合最小作用量原理的极值理论。因此, 本文提出 CVT 润滑过程油膜特性变化符合最小作用量原理的假设。

2.2 最小作用量原理模型

基于自然界众多物理现象遵循最小作用量原理的启发, 第 2.1 节中提出了 CVT 润滑过程油膜特性变化符合最小作用量原理的假设, 基于最小作用量原理, 构建满足 CVT 接触体间润滑油膜特性的最小作用量原理模型, 具体建模流程如图 7 所示, 其中, \mathbf{x} 是位矢, \mathbf{v} 为速度矢, t 为时间, L 函数对时间的积分值即为该质点系的作用量 S 。

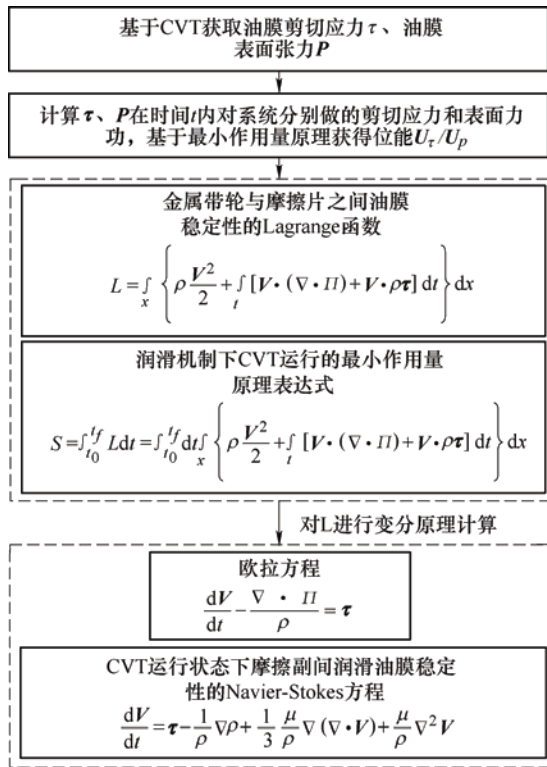


图 7 基于最小作用量原理的 CVT 建模流程图

将油膜特性变化作为研究的作用量

$$S = \int_{t_0}^{t_f} L dt \quad (15)$$

式中, t_0 和 t_f 为起始和结束位置的时刻, L 为实际的拉格朗日量。

将 S 的极值 S^* 作为 CVT 运行过程中理论最小作用量

$$S^* = \int_{t_0}^{t_f} L^* dt \quad (16)$$

油膜的剪切应力 $\tau(\mathbf{x}, t)$ 和表面张力 $P(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t)$ 是影响油膜特性的主要因素。 $\tau(\mathbf{x}, t)$ 在 t 时间段内对系统做的剪切应力功, 该功量的负值即为有力学意义的位能 U_τ 。

$$-\iint_t \tau \cdot \mathbf{v} \rho d\mathbf{x} dt = U_\tau \quad (17)$$

利用两阶对称应力张量 Π 表示表面张力 P 与法线 \mathbf{z} , 表面应力在 t 时间段内所做总应力功

$$\iint_t \nabla \cdot (\Pi \cdot \mathbf{v}) d\mathbf{x} dt \quad (18)$$

$\nabla \cdot (\Pi \cdot \mathbf{v})$ 为单位时间完成的应力功, 张量记法如下

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\Pi \cdot \mathbf{v}) = v_i \frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial x_j} + \Pi_{ij} S_{ij} = \\ \mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \Pi) + \Pi : S \end{cases} \quad (19)$$

$\Pi : S$ 称为变形能量为单位时间应力功的分解式, 右端第一项为应力做功项, 后一项为应力张量做功项, 为进一步了解变形能量 $\Pi : S$, 引入适应于流体的广义 Newton 黏性定律, 黏性定律可证明为

$$\Pi = 2\mu S - \left(P + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{v} \right) I + \mu \nabla \cdot \mathbf{v} I \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Pi : S &= -P \nabla \cdot \mathbf{v} + \Phi + \mu' (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 = \\ &= -P I_1(S) + \frac{4}{3} \mu I_1^2(S) - 4\mu I_1(S) + \mu' I_1^2(S) \end{aligned} \quad (21)$$

一般情况下, 令 $\mu' = 0$, $I_1(S)$ 为形变率张量的第一个不变量; Φ 为耗散函数, 恒大于零。通过式(21)可知, 变形能量 $\Pi : S$ 可分为不同实质的两部分

(1) 油膜因黏性导致的不可逆耗功项, 其值恒大于零, 恒转换为热能。

(2) 油膜运动过程可逆过程的膨胀功项, 其值正负不定, 与润滑油黏度无关, 用 $-P \nabla \cdot \mathbf{v}$ 表示, 与热能相互转化。

所以, 变形能量在 CVT 润滑油膜的热量传递与转换过程中是重要的功热转换项。

油膜表面张力功而至的位能

$$U_p = \iint_t \mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \Pi) d\mathbf{x} dt \quad (22)$$

总动能 G 的表达式

$$G = \int_x \frac{\mathbf{v}^2}{2} \rho d\mathbf{x} \quad (23)$$

金属带轮与摩擦片之间油膜稳定性的 Lagrange 函数和最小作用量原理表达式

$$L = \int_x \left\{ \rho \frac{V^2}{2} + \int_t [\mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \Pi) + \mathbf{v} \cdot \rho \tau] dt \right\} dx \quad (24)$$

$$S = \int_{t_0}^{t_f} L dt = \int_{t_0}^{t_f} dt \int_x \left\{ \rho \frac{v^2}{2} + \int_t [\mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \Pi) + \mathbf{v} \cdot \rho \boldsymbol{\tau}] dt \right\} dx \quad (25)$$

由式(25)已知, 作用量 S 为 $\mathbf{x}(t)$ 的泛函, 被积函数 L 应用变分法得其欧拉方程

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}}} = 0 \quad (26)$$

由于被积函数 L 与 \mathbf{v} 无关, 式(26)中的后两项去掉, 可得

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{\nabla \cdot \Pi}{\rho} = \boldsymbol{\tau} \quad (28)$$

将式(20)中的 Π 值(设 $\mu' = 0$)代入式(28), 可得

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \boldsymbol{\tau} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (29)$$

式(29)即为满足 CVT 润滑作用下金属带轮与摩擦片之间的润滑油膜稳定性 Navier-Stokes 方程。

2.3 计算油膜参数

由能量方程式(12)可知, 求解油膜温度变化需要考虑油膜压力的变化, 因此, 研究油膜的热稳定性时需要将雷诺方程与能量方程相结合。本文求解油膜压力将采用考虑温度效应的多重网格法, 通过逐列扫描计算温度分布, 具体步骤如下。

(1) 利用初始压力 p_0 、初始温度 T_0 和中心膜厚 h_0 , 求解油膜厚度、润滑油黏度以及润滑油密度。

(2) 通过雷诺方程与能量方程求解新的压力及温度数值分布, 将结果作为下一次计算的初始值。

(3) 重复上述步骤(1)、(2)进行迭代计算, 直至压力、温度全部趋于收敛, 即无量纲压力、载荷、温度相对误差值均小于 10^{-4} 。

(4) 设置程序中转矩 T_e 、速比 i 、滑动率 ε 等参数成手动输入, 方便对多工况下的油膜参数计算。

2.4 仿真验证

选取 CVT 运行下工作参数进行计算: 输入转矩 $T_p = 150 \text{ N} \cdot \text{m}$, 主动轮转速 $n_p = 5500 \text{ r/min}$, 滑动率 $\varepsilon = 3\%$, 速比 $i = 2.5$ 的变速器参数范围上限工况下运行, 金属带轮与摩擦片之间的膜厚、压力、温升变化分布的量纲化, 如图 8 所示, X 为摩擦片移动方向, Y 为带轮法线方向的无量纲坐标。

图 8a 为膜厚特征符合弹流润滑理论的示意图, 当润滑油从入口处进入, 油膜压力迅速上升直至接触中心位置, 由于油膜两侧受到摩擦副施加的压力导致其发生弹性变形, 油膜出现第一次压力极值。润滑油经过接触中心后油膜压力有所下降, 当润滑油到达出口处附近出现颈缩现象, 油膜压力会再次出现压力极值, 此时, 油膜厚度也会出现极值, 上述现象符合弹流润滑理论的重要特征, 见图 8b。图 8c 为油膜温升变化分布图, 油膜温升与压力变化类似, 均出现两次极值现象。由于接触中心和出口处的油膜厚度变小, 润滑油内部剪应变率增大导致剪切应力也增大, 油膜获得较多剪切功致使温度上升, 且出口处润滑油需要承受更大的压缩功, 因此, 出口处的温升现象相较接触中心处明显。在此工况下的仿真结果可得: 各油膜特性的变化过程均符合弹流润滑理论的变化。

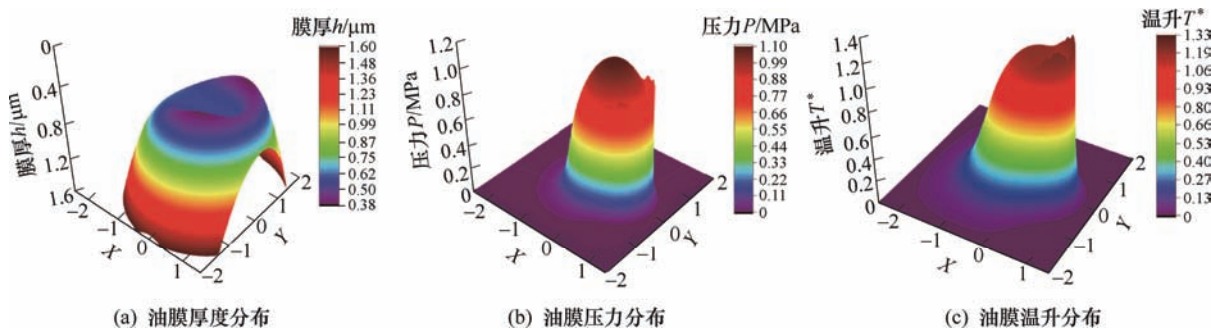


图 8 CVT 油膜特性仿真

2.5 最小作用量原理验证

将运行中金属带摩擦片 x 方向无量纲距离划分

为十组, 分别对实际作用量的结果进行计算, 获取相关 10 组数据, 如图 9 所示, 实际作用量与理论最

小作用量 S^* 的分布图。

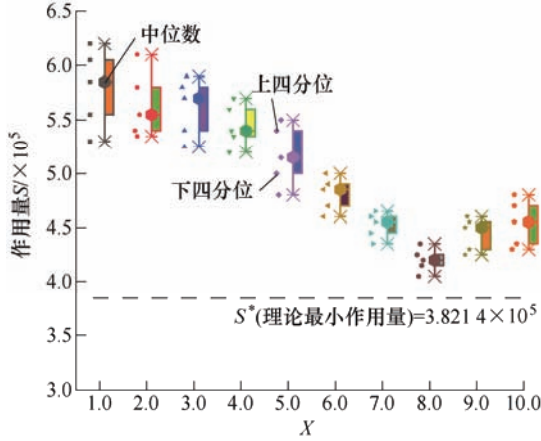


图 9 实际作用量与理论最小作用量对比

由图 9 可得, CVT 运行时油膜参数的实际作用量均大于理论最小作用量, 证明润滑过程中的各阶段均趋于维持油膜的稳定性。由于接触中心位置油膜压力较大, 油膜厚度减小导致膜内剪应变率增大, 油温升高热稳定性下降, 实际作用量趋于理论最小作用量, 然而, 各做用量的中位数均位于上四分位数与下四分位数之间, 并无异常值, 初步判断 CVT 运行时润滑油膜特性遵循最小作用量原理。

图 10 中, $P=0.05$ 为 Kruskal-Wallis 秩和检验的检验水准值, 文中: 由于初步验证的样本较少, 为进一步验证所提假设符合最小作用量原理, 利用 Kruskal-Wallis 秩和检验的方法进行对比。图 10 选取的 10 个过程的油膜特性值 P -value 均大于 0.05 (检验水准), 证明润滑过程中油膜的实际作用量与理论最小作用量并无明显差异。因此, 基于上述试验验证本文所提假设成立, CVT 传动过程中的油膜特性遵循最小作用量原理。

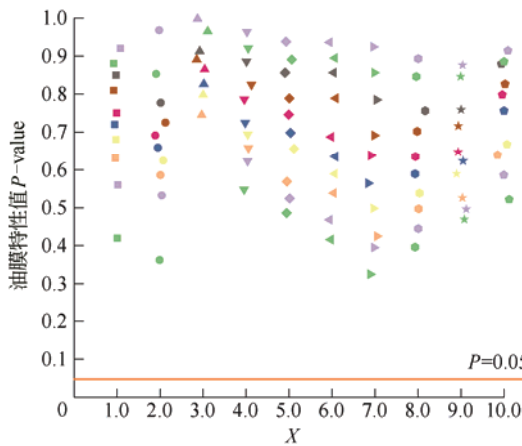


图 10 Kruskal-Wallis 秩和检验

2.6 基于最小作用量原理的临界膜厚计算

由于接触体接触表面间的油膜稳定性取决于油膜厚度, 因此, 选取从动带轮摩擦副润滑油出口处

最小油膜厚度(临界膜厚)作为判定油膜稳定性的安全阈值。① 当接触表面任意一点 x 处所求得膜厚大于临界膜厚, 该点油膜处于稳定状态, 且膜厚差值越大稳定性越强; ② 当接触表面任意一点 x 处所求得膜厚小于临界膜厚, 该点油膜处于不稳定状态, 且膜厚差值越大稳定性越差。

因此, 采用第 2.3 节构建的最小作用量模型作为润滑油进出口约束条件, 求解油膜温度, 获取油温量纲分布, 如图 11 所示, 曲线 B 为接触体接触表面的温度变化, 曲线 A 、 C 分别为约束前和约束后接触中心处的温度变化, 曲线 D 、 E 分别为约束前和约束后润滑油出口处的温度变化, 基于最小作用量原理的约束下, 油膜热稳定性范围更加精确, 其量纲精确值均为 0.12。

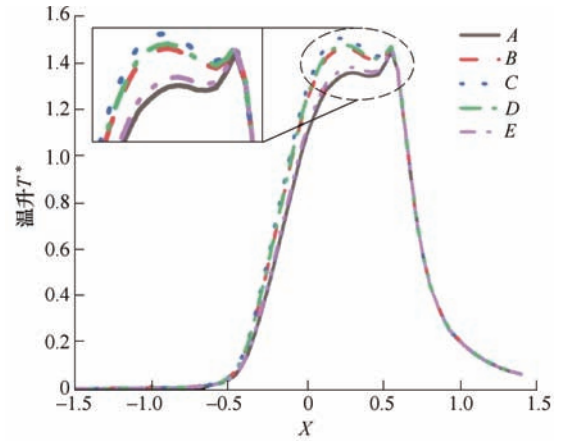


图 11 最小作用量原理影响下温升分布图

确保润滑油膜的热稳定性, 润滑油最佳温度应保持在 $95 \sim 110 \text{ }^{\circ}\text{C}$, 令 $x=M$ 可得出出口处临界膜厚值, 将此温度范围转化为热力学温度 $368.15 \sim 383.15 \text{ K}$, 并将两级温度、初始黏度、初始压力、初始密度以及初始温度代入式(30)、(31)

$$\eta = \eta_0 \left\{ (\ln \eta_0 + 9.67) \times \left[(1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^{0.68} \times \left(\frac{T - 138}{T_0 - 138} \right)^{-1.1} \right] - 1 \right\} \quad (30)$$

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{0.6p}{1 + 1.7p} - C_1(T - T_0) \right] \quad (31)$$

式中, $C_1 = -0.000 \ 65 \text{ K}^{-1}$, T_0 为赋予的初始温度为 303 K 。

由于油膜顶部速度与金属带的线速度相同, 油膜底部的速度与金属带轮线速度相同, 可得

$$u_s = u_1 - u_2 = \omega_s R_s \varepsilon$$

式中, u_1 为油膜顶部速度与金属带线速度相同, u_2 为油膜底部速度与带轮线速度相同。

根据 MATSUMOTO 等^[27]通过带轮表面植入传感

器并使用物理气相沉积(Physical vapor deposition, PVD)进行保护的试验,测得峰值接触压力下金属带轮与摩擦片之间的最小膜厚在 $0.3 \sim 0.4 \mu\text{m}$, 本文将计算结果代入临界膜厚公式,求解不同工况下临界膜厚 h_c 取值范围在 $0.314 \sim 0.327 \mu\text{m}$, 满足文献[27]的膜厚测量范围,因此,为使变速器安全运行本文设置膜厚的安全阈值范围为 $0.314 \sim 0.327 \mu\text{m}$ 。

3 CVT 传动验证

3.1 试验原理

摩擦片在从动带轮入口处,若两摩擦副的接触时间过长且大于润滑油的弛豫时间,油膜将破裂,这与油膜的极限剪切应力紧密相连^[28],且金属带润滑作用主要由润滑油膜的剪切应力产生,剪切力沿摩擦片 x 方向的大小为

$$\tau = \eta \frac{u_1 - u_2}{h} = \eta \frac{\omega_s R_s \varepsilon}{h} \quad (32)$$

剪切力即为润滑油膜单位面积上润滑油的阻力,金属带轮与摩擦片之间的摩擦因数将直接影响着润滑油膜的剪切力。Misharin 通过进行大量的试验提出了计算摩擦因数的近似公式

$$\mu = \frac{0.325 \times 10^6}{[\eta(u_1 + u_2)(u_1 - u_2)]^{1/4}} \quad (33)$$

式(34)适用于矿物润滑油的钢制接触体,摩擦因数 μ 取值范围在 $0.02 \sim 0.08$, 超出范围的按 0.08 计算,因此,剪切力与当量摩擦因数之间的关系如下

$$\tau = \frac{3.25 \times 10^9}{(u_1 + u_2) \mu^4 h} \quad (34)$$

由式(35)可知,当 CVT 转速逐渐提升时摩擦因数也不断变大,考虑温度影响,润滑油将出现固塑性现象,油膜温度进入热不稳定区域,实际作用量会逐渐变小且趋向于理论最小作用量。

3.2 金属带传动试验及结果

CVT 运行过程中,带轮锥面与摩擦片之间的摩擦因数是决定其传动能力的关键指标,复杂的工程实际中摩擦因数和传动效率都是难于直接测量的,然而,摩擦因数和传动效率相关的因素主要是输入转速、传动比和传动转矩,考虑到试验的可操作性,拟定试验在给定的条件下,逐级加载进行。

如图 12 所示,为 CVT 传动综合试验台,试验装置包括驱动电机作为驱动源模拟发动机;负载电机对变速机构进行转矩加载;金属带主、从动带轮上方及侧面分别安装转矩转速传感器;传感器与测量仪连

接,利用非接触式红外温度计测量油膜的温度变化和测量节圆半径的油标卡尺等,试验设定三种工况。

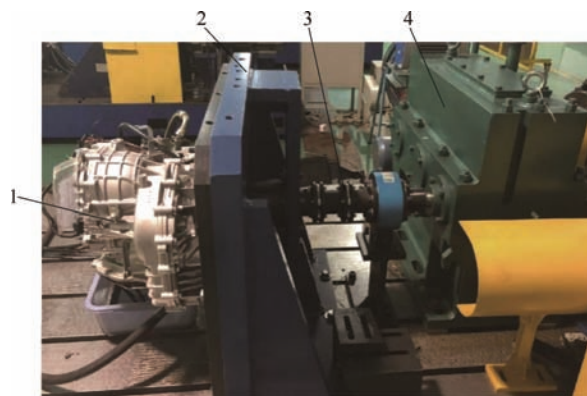


图 12 CVT 传动综合试验台

1. CVT(内含传感器) 2. 固定板 3. 负载传动轴 4. 电动机

试验工况 1 速比 $i=1.0$, 输入转速 $n_p=1400 \text{ r/min}$ 。

试验工况 2: 速比 $i=2.5$, 输入转速 $n_p=1400 \text{ r/min}$ 。

试验工况 3: 速比 $i=2.5$, 输入转速 $n_p=2800 \text{ r/min}$ 。

处理各试验工况下的数据,为便于分析当量摩擦因数、温度、传动效率与传动转矩的关系,将其与转矩比对应(转矩比等于传递转矩与最大能传递转矩之比),得到当量摩擦因数、温度、传动效率与转矩比的关系,如图 13~15 所示。

由于金属带能量传递是靠摩擦力实现的,随着传递能量的增加,参与滑动的摩擦片增多,能量增强,图 13 中,摩擦因数随传递转矩的增加而增大,符合上述理论规律。随着转矩的不断增大,在润滑油黏压效用的作用下,油膜的压缩功及剪切力也随之增加,导致油膜温度上升,在试验工况 3 条件下温度上升达到 50°C 左右,如图 14 所示。图 15 表明,在转矩比小于 0.4 时,传动效率较低,随载荷的增加传动效率迅速增加,在转矩比为 $0.4 \sim 0.9$ 区间,传动效率高,且比较稳定。当传动效率达到峰值 $\varphi=0.92$, 计算可得最佳传递转矩为 $135 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

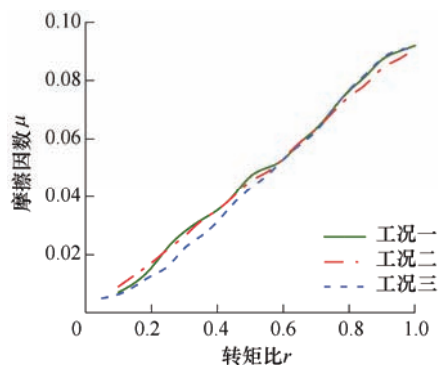


图 13 摩擦因数与转矩比的关系

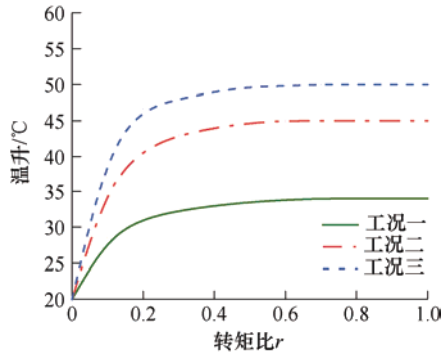


图 14 温升分布与转矩比的关系

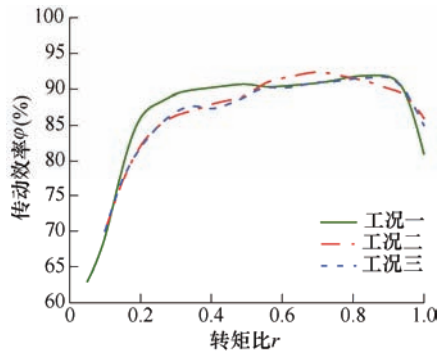


图 15 传动效率与转矩比的关系

根据第 2.3 节提出的求解油膜参数过程, 变换输入转矩计算各试验工况下的试验数据, 获取油膜厚度并绘制不同转矩下膜厚分布图(图 16), 当传递转矩为 $135 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 最小油膜厚度处于所设置的安全阈值内, 即油膜厚度大于 $0.314 \mu\text{m}$, 运行过程所对应的实际作用量 S 大于理论最小作用量 S^* , 证明该转矩传递下的油膜处于稳定状态。

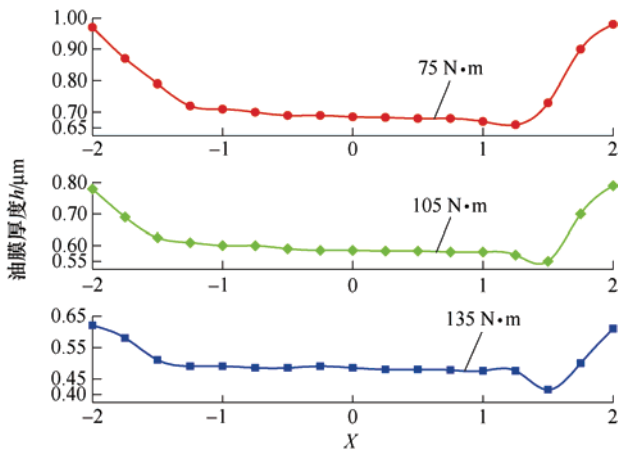


图 16 不同转矩下膜厚分布图

4 最小作用量原理下的安全裕度优化

4.1 最小作用量原理下安全裕度求解

将摩擦片 x 方向油膜黏度和剪切力的乘积作为

安全裕度 S 的表达式

$$S = \frac{\tau\eta}{x} = \frac{3.25 \times 10^9 \eta}{(u_1 + u_2) \mu^4 h x} \quad (35)$$

首先, 设置 CVT 工作参数范围的最小值为初始值, 主动轮转速的步长选取为 50 r/min , 滑动率的步长选取为 0.05% , 速比步长选取为 0.1 , 转矩步长选取为 $5 \text{ N} \cdot \text{m}$; 其次, 结合金属带传动过程的温度变化, 计算每个工作点的安全裕度值, 并进行插值处理; 最后, 获得转矩、温度变化相对应的安全裕度曲面图和梯度图, 如图 17、18 所示。

图 17 已知, 左下方浅色的区域代表摩擦副油膜的安全裕度小于预设阈值范围, 弹流油膜丧失润滑能力。随转矩增加油膜安全裕度降低, 当转矩不大于 $135 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时, 油膜处于安全阈值内。当转矩增加油膜温度升至 100°C 左右, 润滑状态进入热不稳定区域, 安全裕度迅速下降。

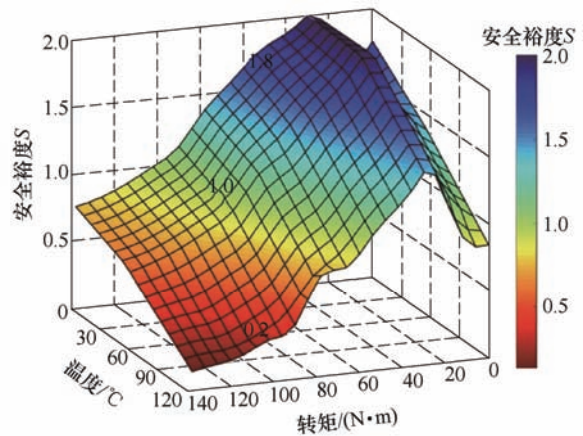


图 17 油膜安全裕度曲面图

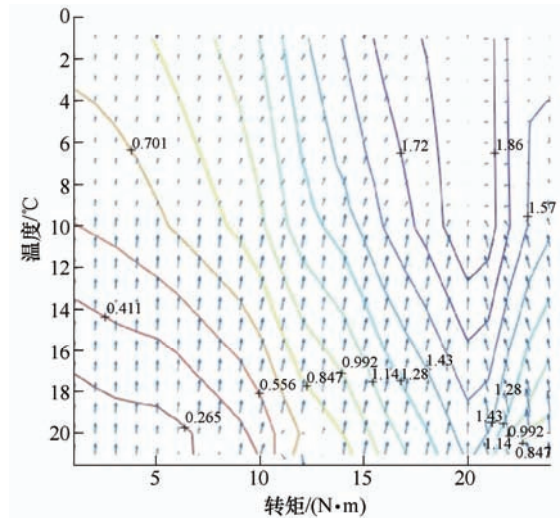


图 18 油膜安全裕度梯度图

将图 18 横坐标转矩、纵坐标温度划分为 20

等份梯度,通过图 17 获知梯度图右上部分温度与转矩值较低,油膜处于弹流润滑状态,随温度与转矩增加,梯度图趋于左下部分油膜将丧失润滑能力。

4.2 最小作用量原理优化下的传动效率

传动效率是变速器的一项重要性能指标,为验证最小作用量原理的优化效果,确保油膜状态处于 4.1 节的安全裕度,在图 12 所示的 CVT 传动综合试验台中,将速比、转矩、转速使用最小作用量原理进行优化限制,选取一组参数作为特定工况进行计算:速比控制在 0.5~2.5,转矩控制在 30~150 N·m,转速控制在 1 000~3 000 r/min,将速比分别设置为 0.5、1.0、1.5、2.0、2.5 进行传动效率测试,输入转矩设置为 30 N·m、60 N·m、90 N·m、120 N·m、150 N·m 进行效率试验,输入转速分别设置为 1 000 r/min、1 500 r/min、2 000 r/min、

1 500 r/min、3 000 r/min 进行效率试验,如表 3 所示。

表 3 测试工况

| 试验工况 | 输入转矩 $T_p/(N \cdot m)$ | 输入转速 $n_p/(r/min)$ | 速比 i | 油温/ $^{\circ}C$ |
|------|---------------------------|---------------------------------------|-------------------------|-----------------|
| 不同转矩 | 30/60/90/ 120/150 | 2 500 | 0.5 | 90±5 |
| 不同转速 | 90 | 1 000/1 500/ 2 000/2 500/ 3 000 | 0.5 | 90±5 |
| 不同速比 | 90 | 2 500 | 0.5/1.0/1.5/ 2.0/2.5 | 90±5 |

CVT 传动效率对比图,如图 19 所示。图 19a 为传统控制下 CVT 的传动效率,图 19b 通过最小作用量原理优化后,控制范围约束在安全裕度内,速比 $i=1$,转矩 135 N·m 时传动效率达到峰值。通过传统控制约束与最小作用量原理优化后的约束, CVT 传动效率有效提升 2.62%~3.76%,如图 19c 所示。

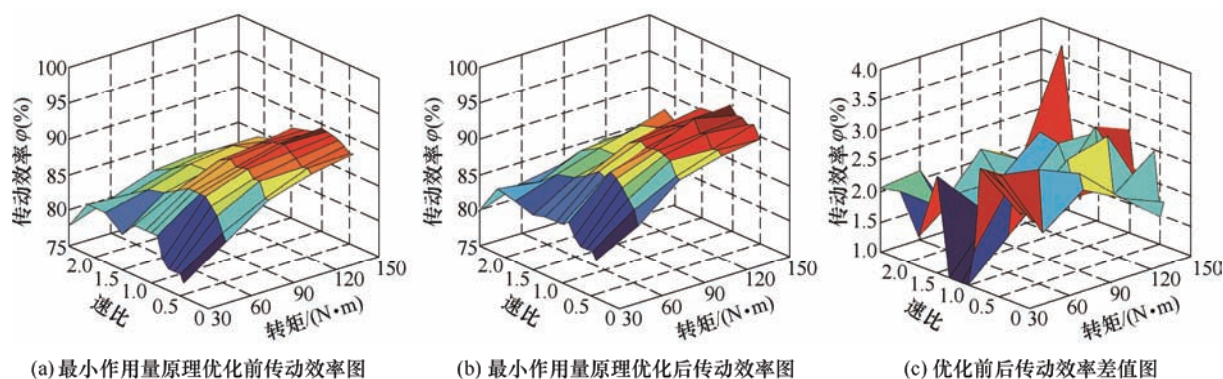


图 19 CVT 传动效率

5 结论

(1) 分析 CVT 金属带轮与摩擦片二者接触体间的力学系统,构建接触体间油膜特性的热弹流润滑模型,仿真油膜特性的变化趋势,验证模型的可靠性。

(2) 根据变速器运行过程中油膜的极值特性提出最小作用量原理假设,建立最小作用量原理模型,验证模型的合理性,证明假设成立。

(3) 结合 CVT 传动综合试验,分别测试摩擦因数、温度、传动效率与转矩比的工作关系,获得金属带最佳传递转矩为 135 N·m。

(4) 确定 CVT 传动下油膜安全裕度,分析变速器机构在不同速比、输入转矩与转速下传动效率的变化特性。结果表明,基于最小作用量原理优化下的传动效率较现有水平提升 2.62%~3.76%。

参 考 文 献

- [1] OVIDIU A. Metal pushing V-belt continuously variable transmissions (CVT) used in motor vehicles[J]. Applied Mechanics and Materials, 2016, 4138: 229-234.
- [2] CHEN K, ZHAO F, LIU Z, et al. Fuel economy regulations and technology roadmaps of china and the US : comparison and outlook[C]// International Powertrains, Fuels & Lubricants Meeting, SAE Technical Paper, 2018-01-1826.
- [3] 傅兵,周云山,胡晓岚,等. 金属带式无级变速器钢环摩擦损失[J]. 机械工程学报, 2018, 54(14): 169-178. FU Bing, ZHOU Yunshan, HU Xiaolan, et al. Friction loss of steel ring in metal belt CVT [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(14): 169-178.
- [4] SANO, TOSHINARI. Temperature prediction technology of traction contact area for traction drive type CVT[J]. Agu Fall Meeting Abstracts, 2014, 59: 701-707.

- [5] GRAY C G. The lazy universe: An introduction to the principle of least action[J]. American Journal of Physics, 2018, 86(5): 395-398.
- [6] LANDAU L D, LIFSHITZ E M. Course of theoretical physics[M]. Holand: Academic Press, Elsevier, 2013.
- [7] HOIIDOBLER B, WILSON E O, et al. The ants[M]. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press, 1990.
- [8] 王建强, 郑讯佳, 黄荷叶. 驾驶人驾驶决策机制遵循最小作用量原理[J]. 中国公路学报, 2020, 33(4): 155-168. WANG Jianqiang, ZHENG Xunjia, HUANG Heye. Driver's driving decision mechanism follows the principle of minimum action[J]. Acta Sinica Sinica, 2020, 33(4): 155-168.
- [9] DESAPIO V, KHATIB O, DELP S. Least action principles and their application to constrained and task-level problems in robotics and biomechanics[J]. Multibody System Dynamics, 2008, 19(3): 303-322.
- [10] LIU Heli, LIU Huaiju, ZHU Caichao, et al. Study on contact fatigue of a wind turbine gear pair considering surface roughness[J]. Friction, 2020, 8(3): 553-567.
- [11] ARMANDO F Q, GUILLERMO E M E. Theoretical analysis of a rolling-sliding elastohydrodynamic lubrication line contact with a subsurface inclusion[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2019, 233(8): 1197-1207.
- [12] ZHOU Changjiang, XIAO Zeliang. Stiffness and damping models for the oil film in line contact elastohydrodynamic lubrication and applications in the gear drive[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 61: 634-649.
- [13] 刘金刚, 王宁, 范坚, 等. 基于弹流润滑的无级变速器滑移控制安全区域分析[J]. 中国机械工程, 2019, 30(13): 1552-1557. LIU Jingang, WANG Ning, FAN Jian, et al. Analysis of slip control safety zone of continuously variable transmission based on elastohydrodynamic lubrication[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30 (13): 1552-1557.
- [14] 魏冰阳, 王振, 杨建军, 等. Ease-off 拓扑修形齿面拟赫兹接触与摩擦特性分析[J]. 机械工程学报, 2021, 57(1): 61-67. WEI Bingyang, WANG Zhen, YANG Jianjun, et al. Analysis of quasi hertzian contact and friction characteristics of ease off topology modified tooth surface[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(1): 61-67.
- [15] 张飞铁, 周云山, 薛殿伦, 等. 无级变速器金属带滑移特性试验研究[J]. 机械工程学报, 2015, 51(2): 90-95. ZHANG Feitie, ZHOU Yunshan, XUE Dianlun, et al. Experimental study on sliding characteristics of metal belt of continuously variable transmission[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51 (2): 90-95.
- [16] WANG Bingqing, PENG Xudong, MENG Xiangkai. A thermo-elastohydrodynamic lubrication model for hydraulic rod O-ring seals under mixed lubrication conditions[J]. Tribology International, 2019, 129: 442-458.
- [17] CAEBONE G, SCARAGGI M, SORIA L. The lubrication regime at pin-pulley interface in chain CVTs[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(1): 0110031-0110039.
- [18] MATSUMOTO K, KOGA H, SUZUKI S, et al. Measurement of oil film pressure on running continuously variable transmission pulley Part 1: measurement using micro data logger system and thin-film sensor[J]. SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems, 2014, 7(1): 307-311.
- [19] WANG H, ZHOU C, LEI Y, et al. An adhesive wear model for helical gears in line-contact mixed elastohydrodynamic lubrication[J]. Wear, 2019, 426-427(Pt A): 896-909.
- [20] SHAHRIVA K R, ORTIGOSA-MOYA E M, HIDALGO-ALVAREZ R, et al. Isoviscous elastohydrodynamic lubrication of inelastic Non-Newtonian fluids[J]. Tribology International, 2019, 140(1): 105-112.
- [21] KHANIKI H B, ZOHOOR H, SOHRABPOUR S. Performance analysis and geometry optimization of metal belt-based continuously variable transmission systems using multi-objective particle swarm optimization[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2017, 39 (11): 4289-4303.
- [22] CHOY F K, POLYSHCHUK V, ZAKRAJSEK J J, et al. Analysis of the effects of surface pitting and wear on the vibration of a gear transmission system[J]. Tribology International, 1996, 29(1): 77-83.
- [23] BAKHSHI KHANIKI H, ZOHOOR H, SOHRABPOUR S. Performance analysis and geometry optimization of metal belt-based continuously variable transmission systems using multi-objective particle swarm optimization[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2017, 39(11): 4289-4303.
- [24] ZHANG Binbin, WANG Jing, MILAN O, et al. Variation of surface dimple in point contact thermal EHL under ZEV condition[J]. Tribology International, 2016, 94: 383-394.
- [25] HBCHI W, VERGNE P. On the compressive heating/cooling mechanism in thermal elastohydrodynamic

- lubricated contacts[J]. Tribology International, 2015, 88: 143-152.
- [26] 黄平, 陈扬枝, 雒建斌, 等. 止推轴承流体动压润滑失效分析[J]. 机械工程学报, 2000(1): 96-100.
- HUANG Ping, CHEN Yangzhi, LUO Jianbin, et al. Failure analysis of hydrodynamic lubrication of thrust bearing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2000(1): 96-100.
- [27] MATSUMOTO K, ONO Y, KOJIMA Y. Measurement of oil film pressure on running continuously variable transmission pulley Part 2: Oil film thickness calculation based on EHL theory[J]. Memoirs of Institute of Agriculture & Forestry the University of Tsukuba Agricultural & Forestry Science, 2014, 7(2): 897-901.
- [28] ZHANG Yongbin. Contact-fluid interfacial slippage in hydrodynamic lubricated contacts[J]. Journal of Molecular Liquids, 2006, 128(1): 99-104.
-
- 作者简介: 韩玲, 女, 1984 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为变速机构传动理论与控制研究。
E-mail: hanling@ccut.edu.cn
- 赵伟, 男, 1997 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为变速机构传动及控制。
E-mail: zw656488556@126.com
- 曹越, 女, 1990 年出生, 硕士, 讲师。主要研究方向为汽车理论与控制、汽车造型设计。
E-mail: caoyue@ccut.edu.cn
- 王金武(通信作者), 男, 1981 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为板材冲压成形缺陷控制理论与应用研究。
E-mail: wangjinwu@ccut.edu.cn