

DOI: 10.3901/JME.2022.06.274

基于两阶段主动学习 Kriging 模型的广义概率区间混合可靠性分析*

余萌晨 龙湘云

(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室 长沙 410082)

摘要: 提出一种基于双阶段主动学习 Kriging 模型的广义概率区间混合可靠性分析方法(TALK-HRA)。该 TALK-HRA 方法可有效处理包含概率与区间模型、区间概率模型及其组合在内的多种混合模型。首先, 建立第一阶段主动学习 Kriging 模型以选择有可能跨越极限状态面的高风险点, 从而准确预测功能函数符号, 并为给定区间参数下的失效概率计算奠定基础。其次, 构造第二阶段的 Kriging 模型以学习最大或最小失效概率附近的区域, 从而寻找失效概率的边界。再次, 提出的 TALK-HRA 方法被应用到随机-模糊混合可靠性分析中。最后, 通过五个算例验证该方法的有效性。结果表明, 该方法不仅可以准确高效地计算多种概率区间混合模型下的可靠度, 而且能应用于具有高非线性 and 多峰极限状态面的“黑箱”问题的可靠性分析。

关键词: 主动学习 Kriging 模型; 概率和区间不确定性; 混合可靠性分析; 模糊随机可靠性

中图分类号: TG156

Generalized Probability and Interval Hybrid Reliability Analysis Based on Two-stage Active Learning Kriging Model

YU Mengchen LONG Xiangyun

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body,
Hunan University, Changsha 410082)

Abstract: A generalized hybrid reliability analysis(HRA) method under probability and interval uncertainties by a two-stage active learning Kriging (TALK) model is proposed. The proposed TALK-HRA method can effectively deal with the probability and interval model, interval-probability model, as well as their combination. A first-stage active learning Kriging model is first established to locally select the high-risk points that may cross the limit state surface so as to predict the separator determining sign of performance functions accurately, and it lays the foundation for the calculation of the failure probability under the given interval. Then, a second-stage Kriging model is further constructed by approximating the region of interest around the maximal or minimal failure probability to calculate the upper and lower bounds of the failure probability. The possible application to random-fuzzy reliability analysis is also discussed. Finally, five numerical examples are investigated to demonstrate the validity of the proposed method. The results show that the proposed method can not only calculate the reliability of multiple types of probability interval hybrid models accurately and efficiently, but also be well applicable to the HRA of 'black box' problems with high nonlinearity as well as multi-peak limit state surface.

Key words: active learning Kriging; probability and interval uncertainties; hybrid reliability analysis; random-fuzzy reliability

0 前言

基于概率模型的概率可靠性分析(Probability

reliability analysis, PRA)方法已经得到很好的发展^[1-3], 概率模型需要不确定参数的精确概率分布^[4-5]。然而, 由于缺乏足够的信息, 可能无法得到参数精确的概率分布。而对概率模型进行不合理的假设可能会导致 PRA 求解出错误的结果^[6]。因此, 非概率区间模型得到了发展以处理样本量不充足的信息^[7]。与概率模型相比, 区间模型只需要知道其

* 国家自然科学基金(11802088, 52175134)、国家自然科学基金创新研究群体(51621004)和基础科研(JCKY2020110C105)资助项目。20210602 收到初稿, 20211105 收到修改稿

上下边界, 而不需要精确的概率分布, 其上下边界值一般容易根据专家的经验或有限的实验数据得到。在过去的几十年里, 许多学者对基于区间模型的非概率方法进行了大量的研究^[6-11]。

在实际工程中, 同时经常会遇到一些不确定参数的信息充足而另一些不确定参数的信息不充足的情况。在不忽略重要信息且又不引入假设的情况下, 使用概率或区间模型来度量所有不确定参数是非常困难的。因此, 许多研究者将概率模型和区间模型结合在一个统一的框架内, 发展了概率区间混合可靠性分析(Hybrid reliability analysis, HRA)方法^[12-16]。蒙特卡洛仿真(Monte Carlo simulation, MCS)是 HRA 中最易于实现的一种著名方法。但是, 由于其计算量过大, MCS 往往只能作为检验其他方法准确性的一种参考方法。基于一次二阶矩方法(FORM)的混合可靠性分析方法(FORM-HRA)通常涉及可靠性分析和区间优化的迭代计算^[19]。在 FORM-HRA 中, 需要采用区间优化来搜索内循环中关于区间变量的响应极值, 需要可靠性分析来估计外循环中关于随机变量的失效概率。在 FORM-HRA 的基础上, GUO 等^[20]进一步对随机变量和区间变量混合可靠性进行了灵敏度分析。QIU 等^[21]开发了一个用于系统可靠性分析的的概率和区间模型。JIANG 等^[22]提出了一种含有区间参数的随机变量的混合可靠性分析方法。FORM-HRA 相比 MCS 效率高, 然而对于高度非线性或有多个峰值点的功能函数, 用 FORM-HRA 可能会产生不稳定的结果^[23]。为了提高有高度非线性和多峰值点问题功能函数的计算效率和准确性, YANG 等^[24]最近提出了一种基于主动学习 Kriging(ALK)模型的的概率和区间混合可靠性分析方法。在 ALK-HRA 中, 用一种名为期望风险函数(ERF)的学习函数来搜索极限状态面附近的可更新样本点, 从而使 Kriging 模型迭代为一个能够精确预测功能函数符号的局部代理模型。在此基础上, YANG 等^[25]进一步将其扩展到概率与凸模型的混合分析以及概率与证据理论的应用上^[26]。最近, BREVAULT 等^[27]提出了一种基于 ALK 模型和子集模拟的方法, 在存在概率和区间不确定性的情况下估计复杂系统小概率的边界值。ZHANG 等^[26-27]研究了一种基于轮廓投影的 HRA 主动学习的新方法。该方法仅近似极限状态面上的轮廓投影, 因此构建出高质量的代理模型所需的设计试验较少。

尽管上述的 ALK-HRA 方法取得了很大的进展, 但仍存在一些具有挑战性的问题。首先, 现有的 ALK-HRA 方法大都集中于概率和区间混合模

型, 其中概率和区间变量同时存在于一个问题中, 且它们代表不同的物理量, 相互独立。而对于另一种混合模型, 即区间概率模型, ALK-HRA 方法依然缺乏有效的处理方式; 该模型中所有的变量都用概率度量, 而概率变量的一些分布参数在一定区间范围内变动。其次, 现有的 ALK-HRA 方法未能处理当两种概率-区间混合模型同时出现在不确定问题中的情况。例如, 当某些变量的分布类型已知但缺乏概率分布参数信息, 而某些变量只能给出其区间界限时, 这种混合情况即将出现。第三, 现有的 ALK-HRA 方法一般都涉及大量的优化, 针对任意一个随机样本点均需要进行一次上下边界的搜索。虽然后来引入 KKT^[26]来提高计算效率, 但这可能会导致局部优化, 且仍然需要大量次数的优化。因此, 现有的 ALK-HRA 方法无论在通用性还是在效率上都还需要改进。在这种情况下, 需要研究一种功能更强大、适用范围更广泛的概率和区间分析方法, 扩大 HRA 方法在可靠性分析研究领域特别是对于隐式黑箱问题的适用性。

文中提出了一种基于两阶段主动学习 Kriging 模型(TALK-HRA)的广义概率区间混合可靠性分析方法。TALK-HRA 方法研究了一种广义不确定混合可靠性模型及其求解策略。该广义不确定混合模型是指包含概率和区间混合、区间概率混合及其组合的多种混合模型。该方法能够考虑功能函数非线性和多峰性的黑箱问题, 有效地估计具有概率和区间混合不确定性的可靠度边界。文中的安排如下: 第 1 节总结了广义概率-区间混合模型的基本理论; 第 2 节介绍了基于 MCS 的 HRA 的公式; 第 3 节介绍了 TALK-HRA 的方法论; 第 4 节介绍了该方法的拓展应用; 第 5 节分析了五个数值算例验证方法的有效性。

1 概率-区间混合模型

针对只有概率变量的传统可靠性分析, 失效概率 P_f 定义为

$$P_f = \Pr\{G(\mathbf{X}) < 0\} = \int_{G(\mathbf{X}) < 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (1)$$

式中, \Pr 表示概率; \mathbf{X} 表示 n 维随机矢量; G 是功能函数, 如果 $G(\mathbf{X}) < 0$, 则系统失效; $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ 是 \mathbf{X} 的联合概率密度函数。与经典的可靠性分析相比, 概率-区间混合可靠性分析将概率和区间模型集成在一个统一的框架内。概率-区间混合可靠性模型根据其不确定性度量的方法可分为以下三种不同类型。

(1) I型混合模型。所有不确定参数均采用概率。模型进行度量,但由于信息的缺乏,部分分布参数只能给出变化区间。这种混合模型是由 Elishakoff 等^[30]首先提出的,又称为区间概率混合模型。在这种情况下,功能函数可以写为 $G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}))$, 其中 \mathbf{Y} 是 m 维的区间向量,表示概率分布参数的上下界。在 I 型混合模型中,失效概率可以表示为

$$P_f = \Pr\{G(\mathbf{X}(\mathbf{Y})) < 0\} \quad (2)$$

(2) II型混合模型。用概率模型处理不确定性信息充足的变量,用区间模型处理不确定性信息不充足的变量。这种混合模型已经经过了广泛的研究^[17, 22, 29-30],它也被称为概率和区间混合模型。在这种情况下,功能函数可以被重写为

$$P_f = \Pr\{G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) < 0\} \quad (3)$$

(3) III型混合模型。如果在一个不确定问题中同时涉及到上述两种混合模型,在这种情况下,功能函数可以表示为 $G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$, 其中 \mathbf{Y}_1 是表示概率分布参数的区间向量, \mathbf{Y}_2 是表示区间变量的区间向量。在 III 型混合模型中,失效概率可表示为

$$P_f = \Pr\{G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2) < 0\} \quad (4)$$

III型混合模型是一种更为广义的概率区间混合模型,可以退化为 I 型和 II 型混合模型。文中首次对 III 型混合模型进行了研究。由于区间向量 \mathbf{Y}_1 或 \mathbf{Y}_2 的存在,失效概率不再是一个确定值,而是属于一个区间。失效概率的上下界可表示为

$$P_f^L = P\left\{\max_{\mathbf{Y}'} G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2) < 0\right\} \quad (5)$$

$$P_f^R = P\left\{\min_{\mathbf{Y}'} G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2) < 0\right\} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{Y}' = \{\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2\}$, $\max_{\mathbf{Y}'} G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$ 和 $\min_{\mathbf{Y}'} G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$ 是响应的极值。广义概率区间混合可靠性分析的目的即是估计式(5)、(6)中的失效概率上下界。

2 基于蒙特卡洛的混合可靠性分析

为了求解如式(5)、(6)中的失效概率上下界,首先提出了一种适用于求解广义概率区间混合模型的 MCS-HRA 方法。式(4)中的失效概率可重写为

$$P_f = \int \cdots \int I_F(\mathbf{X}) f(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (7)$$

式中, $I_F(\mathbf{X})$ 是功能函数响应的失效指示函数^[21],

可以表示为

$$I_F(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1 & G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2) \leq 0 \\ 0 & G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2) > 0 \end{cases} \quad (8)$$

假设 P_f^j 表示第 j 个区间样本下的失效概率。失效概率 P_f^j 可用式(9)来估计得出

$$P_f^j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_F\left(\left(\mathbf{X}^i | \mathbf{Y}_1^j\right), \mathbf{Y}_2^j\right) \quad j=1, 2, \cdots, M \quad (9)$$

式中, \mathbf{X}^i 为随机矢量 \mathbf{X} 的第 i 个样本; $(\mathbf{Y}_1^j, \mathbf{Y}_2^j)$ 为区间矢量 $(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2)$ 的第 j 个样本; N 为随机样本总数; M 为 $(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2)$ 的区间样本总数。

失效概率的上下界可通过蒙特卡洛模拟进行估计。首先,根据采样方法生成随机和区间样本点。然后,通过式(9)计算给定的区间样本点下的失效概率值,其中失效指示函数值可通过式(8)进行获取。最后,通过计算所有区间样本点下的失效概率 P_f^j ,并搜索 P_f^j 的最小值和最大值,可以分别得到失效概率的下界 P_f^L 和上界 P_f^R

$$P_f^L = \min_{j=1, \cdots, M} \{P_f^j\} \quad (10)$$

$$P_f^R = \max_{j=1, \cdots, M} \{P_f^j\} \quad (11)$$

MCS-HRA 的步骤可总结如下。

(1) 使用拉丁超立方采样为区间矢量 $(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2)$ 生成 M 个模拟样本点。

(2) 选择区间矢量 $(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2)$ 中的一个样本点 $(\mathbf{Y}_1^j, \mathbf{Y}_2^j)$, $j=1, 2, \cdots, M$, 然后在分布参数为 \mathbf{Y}_1^j 时生成随机向量 \mathbf{X} 的 N 个模拟样本点。

(3) 求解式(8),得到失效指示函数 $I_F\left(\left(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1^j)\right)^i, \mathbf{Y}_2^j\right)$, $i=1, 2, \cdots, N$ 。

(4) 通过式(9)估计失效概率 P_f^j , $j=1, 2, \cdots, M$ 。

(5) 根据式(10)、(11)分别求出失效概率的上下界。

需要说明的是,虽然上述程序是针对 III 型混合可靠性模型给出的,但 III 型模型可以退化成 I 型和 II 型,因此上述步骤也适用于 I 型和 II 型混合可靠性模型的求解。如果混合模型是 I 型,即 \mathbf{Y}_2 不存在,可在步骤(1)~(3)中去除 \mathbf{Y}_2 。如果模型是 II 型,即 \mathbf{Y}_1 是确定性的,则可在步骤(1)~(3)中将 \mathbf{Y}_1 设置为确定值。上述 MCS-HRA 可为下文提出的方法提供参考。

3 两阶段主动学习 Kriging 模型的混合可靠性分析

本节提出了一种具有随机不确定性和区间不确定性的广义混合可靠性分析方法,并提出了一种两阶段主动学习 Kriging 模型(TALK-HRA)。首先,简要介绍了 Kriging 模型;然后,建立了第一阶段主动学习 Kriging 模型以局部高精近似模拟极限状态面 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)=0$;最后,在第一阶段主动学习 Kriging 模型的基础上,进一步提出了第二阶段主动学习 Kriging 模型以学习表示最大和最小失效概率所在的局部区域,求得失效概率的上界和下界。

3.1 Kriging 模型

Kriging 模型最初是开发并用于采矿工程和地统计学的预测^[31-32],最近慢慢迁移到机械工程领域的应用中^[35]。通常可以用 Kriging 模型把功能函数近似表示为^[36]

$$G(\mathbf{X}) = \beta + z(\mathbf{X}) \quad (12)$$

式(12)右边的第一项给出了平均响应的估计值,是一个确定的值; β 为未知常数,表示 $G(\mathbf{X})$ 的数学期望; $z(\mathbf{X})$ 是一个服从正态分布的随机过程,其均值为零,方差为 σ_z^2 ,它的协方差可以定义为

$$\text{cov}\left(z(\mathbf{X}^{(i)}), z(\mathbf{X}^{(j)})\right) = \sigma_z^2 R_\theta(\mathbf{X}^{(i)}, \mathbf{X}^{(j)}) \quad (13)$$

式中, $\mathbf{X}^{(i)} = (x_1^{(i)}, \dots, x_L^{(i)})$ 和 $\mathbf{X}^{(j)} = (x_1^{(j)}, \dots, x_L^{(j)})$ 是两个不同的采样点, R_θ 是具有未知参数向量 θ 的相关函数,可以由式(14)表示

$$R_\theta(\mathbf{X}^{(i)}, \mathbf{X}^{(j)}) = \prod_{l=1}^L \exp\left[-\theta_l \left(x_l^{(i)} - x_l^{(j)}\right)^2\right] \quad (14)$$

式中, $x_l^{(i)}$ 和 $x_l^{(j)}$ 分别是 $\mathbf{X}^{(i)}$ 和 $\mathbf{X}^{(j)}$ 中的第 l 个元素, θ_l 是与维数 L 有关的相关参数,与变量的数量相对应。

Kriging 模型提供了未知样本点处的无偏估计。基于给定的训练样本点 $(\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)}, \dots, \mathbf{X}^{(k)})^T$, 未知样本点处对应的响应 \hat{G} 为

$$\hat{G}(\mathbf{X}) = \hat{\beta} + \mathbf{r}(\mathbf{X})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{G} - \hat{\beta} \mathbf{I}) \quad (15)$$

式中, \mathbf{G} 表示训练样本点处真实响应值的矢量; \mathbf{I} 为长度为 k , 元素全为 1 的矢量; $\hat{\beta}$ 是 β 的最小二乘估计值; $\mathbf{r}(\mathbf{X}) = [R_\theta(\mathbf{X}, \mathbf{X}^{(1)}), \dots, R_\theta(\mathbf{X}, \mathbf{X}^{(k)})]^T$ 是未知点与每个已知训练点之间的相关矢量; \mathbf{R} 是相关矩阵

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_\theta(\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(1)}) & R_\theta(\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)}) & \dots & R_\theta(\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(k)}) \\ R_\theta(\mathbf{X}^{(2)}, \mathbf{X}^{(1)}) & R_\theta(\mathbf{X}^{(2)}, \mathbf{X}^{(2)}) & \dots & R_\theta(\mathbf{X}^{(2)}, \mathbf{X}^{(k)}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_\theta(\mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{X}^{(1)}) & R_\theta(\mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{X}^{(2)}) & \dots & R_\theta(\mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{X}^{(k)}) \end{pmatrix} \quad (16)$$

回归系数 $\hat{\beta}$ 和随机过程方差 $\hat{\sigma}^2$ 可近似如下

$$\hat{\beta} = (\mathbf{I}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{I}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G} \quad (17)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k} (\mathbf{G} - \hat{\beta} \mathbf{I})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{G} - \hat{\beta} \mathbf{I}) \quad (18)$$

在未知样本点 \mathbf{X} 处, 目标函数的预测值服从满足以下条件的正态分布^[36]

$$\mu_{\hat{G}}(\mathbf{X}) = \hat{\beta} + \mathbf{r}_0(\mathbf{X}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{G} - \hat{\beta} \mathbf{I}) \quad (19)$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{G}}^2(\mathbf{X}) = \hat{\sigma}^2 \left(1 + \frac{(\mathbf{I}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} - 1)^2}{\mathbf{I}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{I}} - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} \right) \quad (20)$$

式中, $\mu_{\hat{G}}(\mathbf{X})$ 是期望算子, $\hat{\sigma}_{\hat{G}}^2(\mathbf{X})$ 是用 Kriging 模型估算出的目标函数预测值的方差。Kriging 模型的方差通常用于评估未知点处预测值的误差。在本文的后续内容中, 将用到 Kriging 模型来估计功能函数的均值和方差。

3.2 第一阶段主动学习的 Kriging 模型

主动学习方法的基本原理是通过学习函数选择最优的样本点, 然后将该样本点添加到初始的实验设计域中, 以更新 Kriging 模型。在每次迭代中, 在某个特定的区域内选出新的样本点, 因此仅需较少的样本点即可构建关于该特定区域的局部高精 Kriging 模型。事实上, 在蒙特卡洛模拟进行可靠性分析时, 重要的是确定功能函数的符号。这启发我们专注于构建一个能正确预测 $G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$ 符号的 Kriging 模型, 通过学习函数来选择有可能跨越极限状态面^[37]的高风险点。

根据式(8), 将确定功能函数符号的极限状态面选为 $G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2) = 0$ 。值得注意的是: \mathbf{Y}_1 仅决定 \mathbf{X} 的不确定域, 但并不影响 $G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$ 的符号。因此, 将 \mathbf{Y}_1 固定在其中点位置, 极限状态面可被简化为 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2) = 0$ 。为了构造能够正确预测 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)$ 的符号而不是其真实值的 Kriging 模型, 必须将潜在的越过 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)$ 的高风险点加入到试验设计域中去。实际上, 这些高风险点的不确定性可能会导致它们对应的预测值从正值变为负值(或从负值变

为正值),从而导致失效概率的改变。这些潜在的“危险”点是接近极限状态面的点,或者 Kriging 模型标准差较大的点,或者两者都存在的点。选用 U 函数来选择有可能跨越极限状态面的高风险点加入到试验设计域中,为了识别这些高风险的点,学习函数 $U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)$ 表示为

$$U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2) = \frac{|\mu_{\hat{G}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)|}{\sigma_{\hat{G}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)} \quad (21)$$

式中, U 值最小时对应的样本点 $(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*)$ 为最佳样本点,其将被加入到试验设计域中更新 Kriging 模型。由式(21)可知,当 $\mu_{\hat{G}}(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*)$ 很小或 $\sigma_{\hat{G}}(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*)$ 很大时,最佳样本点 $(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*)$ 处的 U 值才会最小。

因此,最佳样本点 $(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*)$ 通常为极限状态面附近的点或者标准差大的点。上式中在每个样本点处的均值 $\mu_{\hat{G}}$ 和标准差 $\sigma_{\hat{G}}$ 能够通过建立的 Kriging 模型来获得。基于蒙特卡洛样本点计算学习函数 U ,可以方便地获得相应的最优样本点。将最优样本点添加到初始 DoE 中,并更新 Kriging 模型,直到满足迭代停止条件 $\min U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2) \geq 2$ 为止^[37]。 U 函数的迭代停止条件取 2,含义为样本 $(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)$ 处函数值 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)$ 的正负情况判断正确的概率为 $\Phi(2) = 0.977$ ^[37]。学习函数能够在极限状态面附近以及 Kriging 偏差较大的区域中找到最佳采样点。极限状态面是基于学习函数 U 构建起来的,该主动学习 Kriging 模型构造如下。

(1) 在设计空间中生成蒙特卡洛样本群。根据概率变量的分布生成随机样本,通过拉丁超立方采样技术生成区间样本点。

(2) 定义初始的实验设计域(DoE),并基于初始 DoE 构造 Kriging 模型。

(3) 使用 DACE 工具箱计算每个样本处的 $U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2)$ 值,并找出其中最小值,对应的样本点记为最佳样本点 $(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*)$ 。

(4) 如果 $\min U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2) < 2$, 计算最佳样本点 $(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*)$ 处的功能函数的值 G^* , 并将新样本 $((\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}_2^*), G^*)$ 添加到初始 DoE 中去。

(5) 重复步骤(3)、(4),直到满足停止条件 $\min U(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2) \geq 2$ 为止,迭代停止。

以上过程也适用于 I 型和 II 型混合可靠性模型。对于 I 型可靠性模型, \mathbf{Y}_2 不存在。对应的极限状态面变成 $G(\mathbf{X}) = 0$, 学习函数变为 $U(\mathbf{X}) =$

$|\mu_{\hat{G}}(\mathbf{X})|/\sigma_{\hat{G}}(\mathbf{X})$ 。对于 II 型可靠性模型,上述过程保持不变。一旦建立好代表极限状态面 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_2) = 0$ 的主动学习 Kriging 模型后,不确定域 $(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$ 中任意给定点处 $G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$ 的符号都可以根据已经构造好的第一阶段主动学习 Kriging 模型进行求解。

3.3 第二阶段主动学习的 Kriging 模型

将上述第一阶段的主动学习 Kriging 模型与 MCS 相结合,当给定 \mathbf{Y}_1 和 \mathbf{Y}_2 的值时,可得到对应的失效概率。理论上,通过第 3 节中提到的 MCS-HRA,可以近似得到失效概率的上界和下界。但这将涉及到 Kriging 模型的双循环 MCS 过程。如式(10)、(11)所示,对于任意 \mathbf{Y}_1 和 \mathbf{Y}_2 的组合,采用 MCS 计算失效概率。即使在 MCS 的计算中只是需要不断调用第一阶段 Kriging 模型,双循环也是一个非常耗时的过程。与此相反, YANG 等^[22-24]提出了一个只需要进行一次 MCS 的好方法,但在 \mathbf{X} 的每个点处均需进行极值搜索,带来大量的优化计算问题。此外,这种方式并不能适用于当 \mathbf{Y}_1 存在的情况,即 I 型和 III 型混合问题。因此,为解决上述问题,文中首次构建了第二阶段 Kriging 模型来局部表示失效概率与区间之间的关系,其中利用第一阶段 Kriging 模型进行一次 MCS 计算可求得在特定区间值下的失效概率。

第一阶段的 Kriging 模型专注于为 $G(\mathbf{X}(\mathbf{Y}_1), \mathbf{Y}_2)$ 的符号建立正确的预测,而第二阶段 Kriging 模型旨在为失效概率的极值区域附近进行高精预测。在该模型中,引入了一种被称为 EGO^[35]的主动学习方法来选择新添加的样本点。采用预期改进函数(EI)在 P_f 最小值附近和 Kriging 模型方差较大的区域中寻找最佳采样点。每个模拟样本点都按照 EI 原则进行评估,并将预期改进函数最大值的点添加到 DoE 中进行下一次迭代,直到满足停止条件为止。

对于 M^* 个初始 DoE 中的区间样本点 $\mathbf{Y}^{(1)}, \dots, \mathbf{Y}^{(M^*)}$, 其中 $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2)$, 相应的失效概率 $P_f^{(1)}, \dots, P_f^{(M^*)}$ 可以基于第一阶段的 Kriging 模型进行计算。基于这些初始的 DoE,可以初步建立起区间变量 \mathbf{Y} 与失效概率 P_f 之间的第二阶段 Kriging 模型。假设 \mathbf{Y} 一共有 M 个样本点,那么每个样本点的失效概率 P_f 都可以用第二阶段的模型进行预测。 $\hat{P}_{f_{\min}} = \min(\hat{P}_f^{(1)}, \dots, \hat{P}_f^{(M)})$ 为当前最小的失效概率,样本点 \mathbf{Y} 处的 EI 值定义为 $I(\mathbf{Y}) = \max(\hat{P}_{f_{\min}} - \hat{P}_f(\mathbf{Y}), 0)$ 的期望值,则预期改进函数可以重写成

$$E[I(Y)] = \left(\hat{P}_{f_{\min}} - \mu_{\hat{P}_f}(Y) \right) \Phi \left(\frac{\hat{P}_{f_{\min}} - \mu_{\hat{P}_f}(Y)}{\sigma_{\hat{P}_f}(Y)} \right) + \sigma_{\hat{P}_f}(Y) \phi \left(\frac{\hat{P}_{f_{\min}} - \mu_{\hat{P}_f}(Y)}{\sigma_{\hat{P}_f}(Y)} \right) \quad (22)$$

式中, $\Phi(\bullet)$ 和 $\phi(\bullet)$ 分别表示标准正态概率分布函数和概率密度函数, $\mu_{\hat{P}_f}$ 和 $\sigma_{\hat{P}_f}$ 分别表示 Y 的每个样本点处的均值 μ 和标准差 σ 。其中最优样本 Y^* 是具有最大 EI 指数的样本点。计算最优样本点 Y^* 处的失效概率 P_f^* 的值, 并将 (Y^*, P_f^*) 添加到 DoE 中以更新第二阶段 Kriging 模型。再在更新后的模型中重新计算每一个样本点的 EI 指数, 重复选点更新的步骤直到满足迭代停止条件 $\max(E(I(Y))) \geq 0.0001$ 为止^[35]。第二阶段 Kriging 模型的优点在于它不需要大量的优化计算, 且可以通过获得全局最优解以保证近似估计的失效概率边界的精度。

3.4 TALK-HRA 的总结

在工程实践中, 失效概率的下边界问题越来越受到重视。因此, 以失效概率的最小值 P_f^{\min} 为例进行说明。如图 1 所示 TALK-HRA 方法主要包括以下步骤。

(1) 根据随机变量的分布和区间变量的边界在设计空间 (X, Y_2) 中生成一个由 N^* 个点组成的样本群 S 。根据 X 的分布产生随机样本, 其中分布参数 Y_1 取其中点值; 通过拉丁超立方抽样, 根据 Y_2 的边界产生区间样本。在该阶段, 这些点仅代表在主动学习中可被选中的候选点, 暂不计算其功能函数值。

(2) 确定初始 DoE。选择 S 中的 12 个点来构建 Kriging 模型^[37], 计算这些样本点的功能函数值, 作为 Kriging 模型的初始试验设计点。

(3) 根据上述 DoE 构造第一阶段的初始 Kriging 模型。利用 DACE 工具箱建立初始 Kriging 模型, 计算 S 中每个候选样本点的期望和标准差, 详见第 3.1、3.2 节。

(4) 通过第一阶段 Kriging 模型预测功能函数。基于 Kriging 模型通过式(19)估算 N^* 个点的 Kriging 预测值 $\hat{G}(X, Y_2)$ 。

(5) 通过学习函数 U 识别最优的样本点 (X^*, Y_2^*) 。对 S 中的每个点都用 U 函数进行计算, 每一个点的平均值和标准差都可通过 DACE 工具箱由第一阶段 Kriging 计算得到。

(6) 学习函数 U 的迭代停止条件。在确定迭代

中的下一个最佳点之后, 将其对应的学习函数值与临界值进行比较。如果未能满足停止条件, 到步骤(7)继续进行学习; 如果满足停止条件, 则完成第一阶段 Kriging 模型, 跳到步骤(8)。

(7) 用最优点更新之前的 DoE。计算最佳点 (X^*, Y_2^*) 真实的功能函数值, 并将此点添加到 DoE 中: $N_{i+1}^* = N_i^* + 1$ 。然后返回步骤(3), 用 N_{i+1}^* 个点组成的更新后 DoE 建立新的 Kriging 模型。

(8) 根据区间变量 $Y = (Y_1, Y_2)$ 的边界生成另外一个有 M^* 个区间样本点的样本群 S_1 。

(9) 确定区间变量的初始 DoE, 利用第一阶段 Kriging 模型计算对应的 P_f 。初始 DoE 选取了 12 个区间点, 对于这中的每一个区间点, 对所有随机变量点执行第一阶段 Kriging 模型, 得到 N^* 个 Kriging 预测值。据此可以得到 12 个区间变量 Y 和其相对应的 12 个失效概率 P_f 。

(10) 构建第二阶段 Kriging 模型, 根据 DoE 对区间变量 Y 的失效概率 P_f 进行估算。此步骤在第 3.1 节的理论基础上进行计算。

(11) 计算 S_1 中所有样本点的 Kriging 预测值 \hat{P}_f 。基于 DACE, 可以获得 S_1 中样本点的 Kriging 预测值。

(12) 通过学习函数 EI 确定下一个最优样本点 (Y^*, P_f^*) 。针对 S_1 中的每个点都用学习函数 EI 进行计算, 通过在学习函数 EI 上搜索 S_1 中的所有点来确定下一个最佳点 Y^* 。详见第 3.3 节。

(13) 学习函数 EI 的停止条件。在确定迭代中的下一个最佳点后, 将其对应的 EI 值与临界值进行比较。如果无法满足停止条件, 则执行步骤(14), 继续学习; 如果满足停止条件, 则完成第二阶段 Kriging 模型的构建, 进入步骤(15)。

(14) 用最佳样本点更新区间变量 Y 之前的 DoE。将最佳样本点 Y^* 和相应的 P_f^* 添加到 DoE 中去: $M_{j+1}^* = M_j^* + 1$ 。然后返回到步骤(9), 用更新后的 DoE 计算新的第二阶段 Kriging 模型。

(15) 估计失效概率的最小值 P_f^{\min} 。失效概率的全局最小值 \hat{P}_f 可在第二阶段 Kriging 模型的迭代过程中获得, 这就是失效概率的下边界。

要计算失效概率的上边界, 可在步骤(9)中建立第二阶段模型时, 在失效概率前添加一个负号, 建立区间变量 Y 和负的失效概率 $-P_f$ 的 Kriging 模型。负的全局最小值 \hat{P}_f 即为失效概率的上边界 P_f^{\max} 。

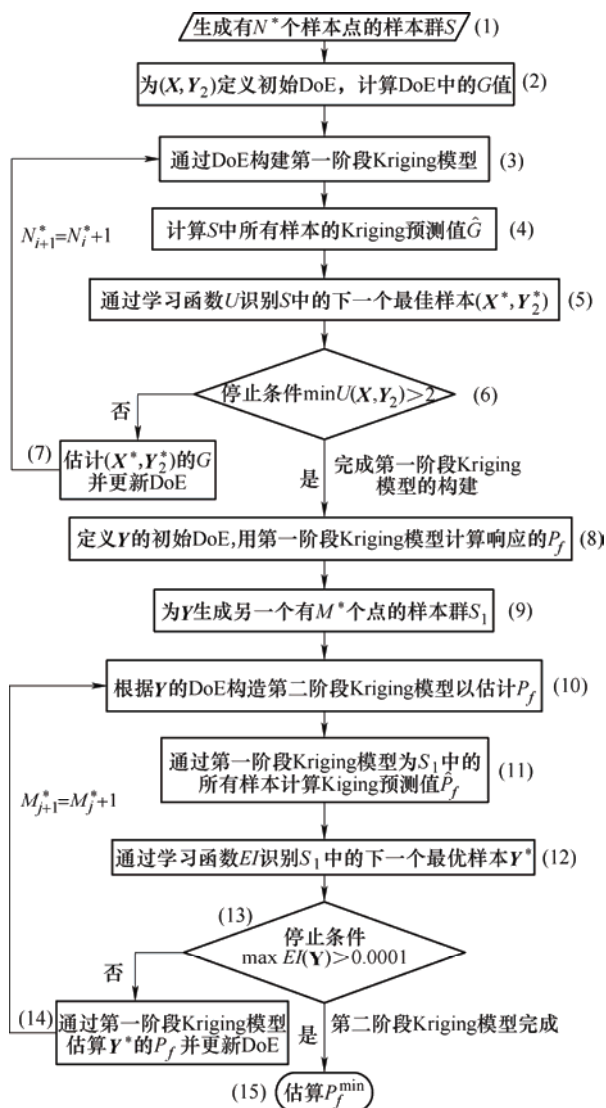


图1 两阶段主动学习 Kriging 模型的可靠度分析流程图

4 讨论

在本节中, 将讨论 TALK-HRA 的应用拓展。文中提出的两阶段主动学习 Kriging 模型是概率区间混合可靠性分析的广义模型, 对于这种广义模型, 当所有不确定性都用有区间分布参数的概率变量度量时, 它将简化为 I 型混合模型; 当区间变量与概率变量相互独立, 且同时存在于一个混合模型时, 它简化为 II 型混合模型。与经典的 FORM-HRA 方法相比, TALK-HRA 能够高效准确地解决具有高度非线性, 不可微的或非凸失效域的问题。然而, 由于 Kriging 模型的局限性, 对于高维问题仍然需要进一步的研究来提高其效率^[38]。

需要注意的是, 实际上区间变量是证据变量或模糊变量的特例。通过在区间上划分不同的基本可信度分配(Basic probability assignment, BPA)函数,

可以将证据变量简化为一系列区间变量的集合。通过 α -cut 技术可以将模糊变量简化为一系列区间变量的集合^[39]。因此, 区间与概率混合的可靠度计算方法可以用于计算证据变量或模糊变量与概率变量混合的不确定性分析中^[38-40]。即文中所提出的模型也可以应用于有随机-模糊混合或随机-证据混合不确定性的可靠性分析中。

在本节中, 以随机-模糊可靠性分析为例进行简单阐明。随机-模糊不确定性包括两类不确定性模型: 第一类是随机和模糊模型, 在该模型中, 概率变量和模糊变量相互独立且同时存在; 第二类是随机模糊模型, 其中不确定性参数都用随机变量度量, 而其分布参数则表示为模糊数。基于模糊集理论和 α -cut 技术^[39], 模糊变量可分为几个具有不同隶属度的离散区间。因此, 可以将随机-模糊混合模型视为一组随机-区间混合模型的集合。对每个 α -cut 水平, 都可以通过 TALK-HRA 方法进行一次随机-区间可靠性分析, 得到不同隶属度下的失效概率区间。因此, 在文中 TALK-HRA 方法的基础上可以解决随机-模糊混合可靠性分析问题。同样, 可以对证据变量的整体焦元重复使用 TALK-HRA 方法进行随机-证据可靠性分析。

5 算例分析

本节通过几个实例很好地说明了 TALK-HRA 有效性。首先, 通过数值算例证明, TALK-HRA 能够精确地预测高度非线性混合模型的可靠度区间。其次, 研究了三个工程实例, 包括悬臂梁、屋顶结构和汽车碰撞的混合可靠性分析。最后, 为进一步说明该方法的拓展应用, 将其用于分析具有随机-模糊不确定性的可靠性分析中。

5.1 数学算例

BICHON 等^[43]分析了一个具有“高度非线性和多模态响应”的数学问题。本例的功能函数表示为

$$G = \sin\left(\frac{5x_1}{2}\right) - \frac{(x_1^2 + 4)(x_2 - 1)}{20} + y_1 \quad (23)$$

式中, x_1 和 x_2 是服从正态分布且相互独立的随机变量, y_1 是区间变量。随机变量和区间变量的分布如表 1 所示。首先, 生成由 10^5 个样本点 $\{x_1, x_2, y_1\}$ 组成的样本空间 S , 具体操作如第 3.4 节步骤(1)所示。然后, 选取其中的 12 个样本点和其对应的响应值作为初始 DoE 构建初始 Kriging 模型。最后, 通过学习函数 U 从样本空间 S 中选取最优点添加到 DoE 中, 再用新的 DoE 去更新 Kriging 模型, 重复

该过程直到满足停止条件 $U \geq 2$ 为止。图 2 中的曲面为极限状态面 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 0$ ，空心点和实心点为迭代过程中添加到模型的最佳样本点，其中空心点为 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) > 0$ 的安全点，实心点为 $G(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) < 0$ 的失效点，在添加了 69 个最优样本点进行更新后，构建的第一阶段主动学习 Kriging 模型最终趋于收敛，该模型能够局部地对表示功能函数符号的区域进行精准预测。基于第一阶段 Kriging 模型，结合 MCS，对于任意给定的 y_1 样本点，考虑 $\{x_1, x_2\}$ 的随机性，可以得到一个相应的失效概率。首先，选取 y_1 的 12 个样本点作为初始 DoE，构造一个初步的第二阶段主动学习 Kriging 模型，用来表示区间变量 y_1 与失效概率 P_f 之间的关系。然后，通过式(22)中的学习函数 El 选取最优样本点添加到 DoE 中以更新第二阶段的 Kriging 模型，直到满足收敛条件 ($El \leq 0.0001$)。最后，基于构建好的第二阶段 Kriging 模型搜索 P_f 的全局最小值。如图 3 所示，经过 7 次迭代和更新后，最终得到最小的失效概率 P_f^{\min} 。

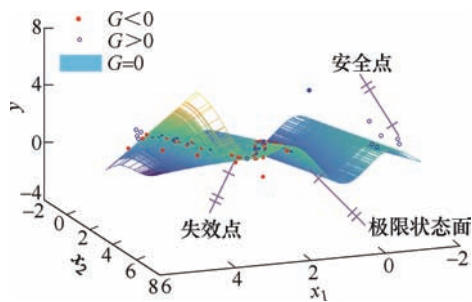


图 2 每个样本点处响应符号的预测

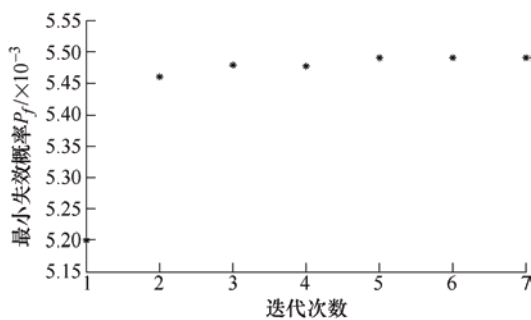


图 3 最小 P_f 随着迭代次数的变化

表 2 比较了文中提出的方法和 FORM-HRA 方法的计算结果。MCS 在“内循环”和“外循环”中各需要 10^5 个样本点，总计算成本为 $10^5 \times 10^5$ ，以 $10^5 \times 10^5$ 次函数调用的 MCS 计算得到的失效概率区间作为参考解，通过 TALK-HRA 仅需要回调 69 次函数，得到的失效概率区间为 $[0.00550, 0.03120]$ ；而 FORM-HRA 需要回调 193 次原函数，计算的失

效概率区间为 $[0.00587, 0.11780]$ 。由于极限状态面的非线性和多模态，通过 FORM-HRA 计算得到的 P_f^{\max} 的相对误差高达 277.3%，而 TALK-HRA 结果的最大相对误差不超过 3%。原理上，ALK-HRA 和 TALK-HRA 调用原函数的次数相当，其调用次数上的小差异可能是由于采用了不同的学习函数引起的。然而，ALK-HRA 在代理模型的基础上，在每一个随机样本点处均需进行一次上下边界的极值搜索^[24]，即需要进行 2×10^5 次优化，需要花费大量计算成本；而 TALK-HRA 在第二阶段中直接构建了失效概率和区间变量的 Kriging 模型，省去了优化的过程。除此之外，ALK-HRA 局限在计算 II 型混合模型，即 x_1 和 x_2 是随机变量， y_1 是区间变量，且 x_1 、 x_2 和 y_1 相互独立，而对于 I 型和 III 型混合模型无法计算。结果表明，与现有的 ALK-HRA、FORM-HRA 以及 MCS 相比，该方法在不损失精度的前提下有更高的效率和更广泛的通用性。

表 1 概率-区间混合不确定性下的不确定信息

参数	变量的类型	期望	标准差	区间值
x_1	概率	1.5	1	—
x_2	概率	2.5	1	—
y_1	区间	—	—	$[2, 2.5]$

表 2 用不同方法得到概率-区间混合模型的计算结果

方法	P_f^{\min}	P_f^{\max}	函数回调次数	误差(下边界/上边界)(%)
TALK-HRA	0.00550	0.03120	69	3/0.06
ALK-HRA	0.00573	0.03117	51	0.16/0.18
FORM-HRA	0.00587	0.11780	193	2.58/277.3
MCS	0.00572	0.03122	$10^5 \times 10^5$	—

现有的研究都集中于解决上述的 II 型概率和区间混合模型，而 TALK-HRA 能够用于求解另外两个概率和区间混合模型，即 I 型和 III 型混合模型中。在 I 类混合模型中，假定 x_1 和 x_2 是具有区间分布参数的随机变量， y_1 是确定性的值；在 III 型混合模型中，仍然假设 x_1 和 x_2 是具有区间分布参数的随机变量，但是 y_1 是区间变量。对于每个模型，均考虑 \mathbf{X} 的两种典型情况：仅将均值表示为区间变量，或将均值和标准差都视为区间变量。表 3 给出了不确定变量的详细信息；表 4 列出了 TALK-HRA 和 MCS 的计算结果。表 4 表明，TALK-HRA 得到的失效概率区间与用 MCS 得到的失效概率区间很接近；而由于响应面的高度非线性和多模态性，FORM 得到的失效概率区间与 MCS 相差甚远。TALK-HRA 结果的相对误差小于 3%，而 FORM-HRA 结果的相对

误差高达 148%。此外,从表 4 中的函数调用次数一栏可以看出,TALK-HRA 不仅具有较高的精度,而且在三种方法中求解效率最高。

表 3 I 型和 III 型概率-区间混合模型的不确定信息

I 型混合模型		III 型混合模型	
情形 1	情形 2	情形 1	情形 2
x_1 :正态分布	x_1 :正态分布	x_1 :正态分布	x_1 :正态分布
x_2 :正态分布	x_2 :正态分布	x_2 :正态分布	x_2 :正态分布
$\mu_{x_1} \in [1,2]$	$\mu_{x_1} \in [1,2]$	$\mu_{x_1} \in [1,2]$	$\mu_{x_1} \in [1,2]$
$\mu_{x_2} \in [2,3]$	$\mu_{x_2} = 2.5$	$\mu_{x_2} \in [2,3]$	$\mu_{x_2} = 2.5$
$\sigma_{x_1} = 1$	$\sigma_{x_1} = 1$	$\sigma_{x_1} = 1$	$\sigma_{x_1} = 1$
$\sigma_{x_2} = 1$	$\sigma_{x_2} \in [0.5,1.5]$	$\sigma_{x_2} = 1$	$\sigma_{x_2} \in [0.5,1.5]$
$y_1 = 2$	$y_1 = 2$	$y_1 \in [2,2.5]$	$y_1 \in [2,2.5]$

表 4 I 型和 III 型概率-区间混合模型的计算结果

模型	案例	方法	P_f^{\min}	P_f^{\max}	误差 (下边界/ 上边界)(%)	功能函数 回调次数
I 型混合模型	情形 1	TALK-HRA	0.007 3	0.096 7	2.82/1.79	35
		FORM-HRA	0.031 8	0.310 7	347/227	53
		MCS	0.007 1	0.095 0	—	$10^5 \times 10^5$
	情形 2	TALK-HRA	0.002 4	0.092 1	0/1.60	38
		FORM-HRA	0.008 6	0.232 5	258/148	52
		MCS	0.002 4	0.093 6	—	$10^5 \times 10^5$
III 型混合模型	情形 1	TALK-HRA	0.000 79	0.093 6	0.97/0.32	80
		FORM-HRA	0.001 20	0.310 7	53.8/233	332
		MCS	0.000 78	0.093 3	—	$10^5 \times 10^5$
	情形 2	TALK-HRA	0.000 70	0.088 6	2.39/0.23	74
		FORM-HRA	0.004 50	0.232 5	552/161	382
		MCS	0.000 69	0.088 8	—	$10^5 \times 10^5$

5.2 悬臂梁

本例是由一个悬臂梁组成,如图 4 所示^[44],悬臂梁受外力 P_x 和 P_y 作用。由于悬臂梁固定端的最大应力不应超过屈服强度,因此功能函数定义为

$$g(b, h, P_x, P_y) = S - \frac{6P_x L}{b^2 h} - \frac{6P_y L}{bh^2} \quad (24)$$

式中, L 、 b 和 h 分别表示截面的长度、宽度和厚度,其中 $L=1\text{ m}$, P_x 和 P_y 分别代表水平力和垂直力, $S=370\text{ MPa}$ 为该结构的屈服强度。针对该实例,分析了三种概率-区间混合模型: I 型混合模型, b , h , P_x 和 P_y 是有区间分布参数的随机变量; II 型混合模型, b 和 h 为随机变量, P_x 和 P_y 定义为区间变量; III 型混合模型, b 和 h 是有区间参数的随机变量,而 P_x 和 P_y 是区间变量。三种混合模型中不确定参数的具体值如表 5 所示。

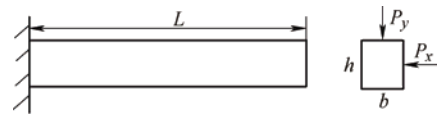


图 4 悬臂梁

表 5 悬臂梁在三种混合模型下的不确定信息

模型	参数	变量类型	期望	标准差	区间值
I 型混合模型	$b(\text{m})$	区间-概率	[0.095,0.105]	0.015	—
	$h(\text{m})$	区间-概率	[0.195,0.205]	0.020	—
	$P_x(\text{N})$	区间-概率	5×10^4	$[5,7.5] \times 10^3$	—
	$P_y(\text{N})$	区间-概率	2.5×10^4	$[1,2] \times 10^3$	—
II 型混合模型	$b(\text{m})$	概率	0.1	0.015	—
	$h(\text{m})$	概率	0.2	0.020	—
	$P_x(\text{N})$	区间	—	—	$[4.7,5.3] \times 10^4$
	$P_y(\text{N})$	区间	—	—	$[2.3,2.7] \times 10^4$
III 型混合模型	$b(\text{m})$	区间-概率	[0.095,0.105]	0.015	—
	$h(\text{m})$	区间-概率	[0.195,0.205]	0.020	—
	$P_x(\text{N})$	区间	—	—	$[4.7,5.3] \times 10^4$
	$P_y(\text{N})$	区间	—	—	$[2.3,2.7] \times 10^4$

基于 TALK-HRA 和 MCS 计算失效概率区间,结果如表 6 所示。表 6 表明, TALK-HRA 和 MCS 预测的失效概率是一致的。与 MCS 相比, TALK-HRA 的准确性很高,相对误差小于 2%,而函数调用次数却更少。I、II 和 III 型混合模型中 TALK-HRA 功能函数仅在建立第一阶段主动学习 Kriging 模型期间才需要回调,调用次数分别为 104、127 和 123,均比 MCS 中所需的少得多。在已建立的第一阶段 Kriging 模型的基础上,进一步构建第二阶段 Kriging 模型以寻找失效概率的上下边界。如图 5 所示, I、II 和 III 型混合模型的 P_f 边界均可在 20 次迭代中获得。TALK-HRA 的高效性表现为它无需回调大量次数的功能函数,同时也不需要大量的优化计算。

表 6 用不同的方法计算悬臂梁的结果

模型	方法	P_f^{\min}	P_f^{\max}	误差(下边界/ 上边界)(%)	功能函数 回调次数
I 型	TALK-HRA	0.010 4	0.066 1	0.97/1.92	104
	MCS	0.010 3	0.067 4	—	$10^5 \times 10^5$
II 型	TALK-HRA	0.017 2	0.036 0	1.71/0.82	127
	MCS	0.017 5	0.036 3	—	$10^5 \times 10^5$
III 型	TALK-HRA	0.006 2	0.076 7	0/0.13	123
	MCS	0.006 2	0.076 6	—	$10^5 \times 10^5$

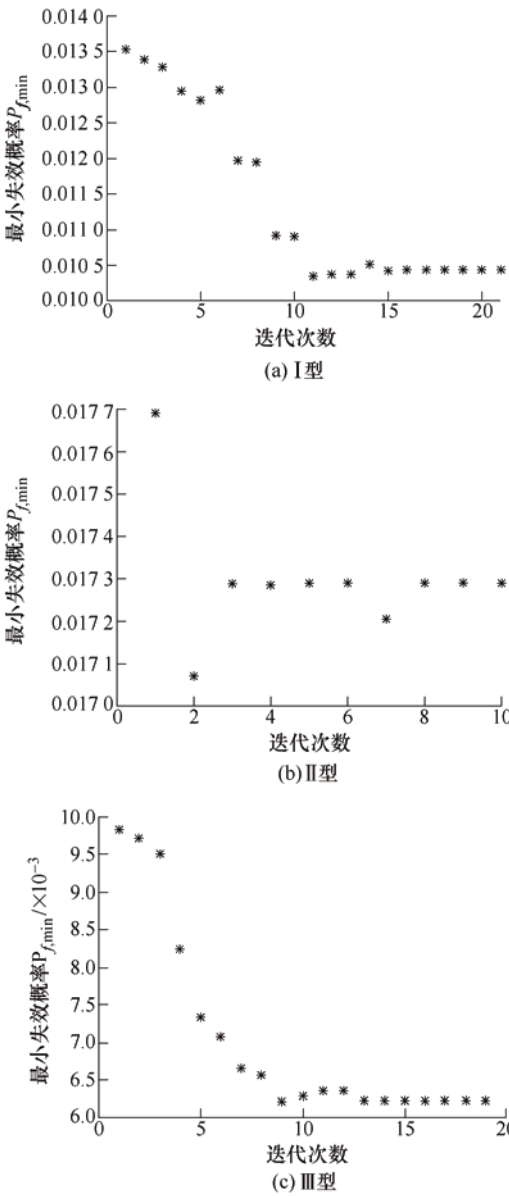


图 5 最小 P_f 随着迭代次数的变化

5.3 屋顶结构

屋顶结构如图 6 所示^[26]，其顶部吊臂和压杆由混凝土加固，而底部吊臂和拉杆由钢制成。施加在屋顶上的载荷 q 可以等效地转换为节点载荷 $p = ql/4$ 。节点 C 的垂直挠度应小于 2.5 cm。因此，功能函数可以建立为

$$G(X,Y)=0.025-A_c \tag{25}$$

式中， A_c 是节点 C 的垂直挠度

$$A_c=\frac{ql^2}{2}\left(\frac{3.81}{A_cE_c}+\frac{1.13}{A_sE_s}\right) \tag{26}$$

式中， A_c 、 A_s 、 E_c 、 E_s 和 l 分别为混凝土和钢筋的截面面积、弹性模量和长度，随机输入变量 q 、 l 、 E_c 和 E_s 是相互独立的正态变量。假设 A_c 和 A_s 为区间变量，随机变量和区间变量的分布如表 7 所示。

表 8 列出了 TALK-HRA、ALK-HRA 和 MCS 得出的失效概率的上界和下界。表 8 表明，该高度非线性的算例，TALK-HRA 的计算结果能够与 MCS 很好地吻合。MCS 在“内循环”和“外循环”中各需要 10^5 个样本点，总计算成本为 $10^5 \times 10^5$ ；而 TALK-HRA 只需要从 10^5 个样本中选出 530 个点来构建 Kriging 模型。这验证了两阶段主动学习 Kriging 模型的高效率。

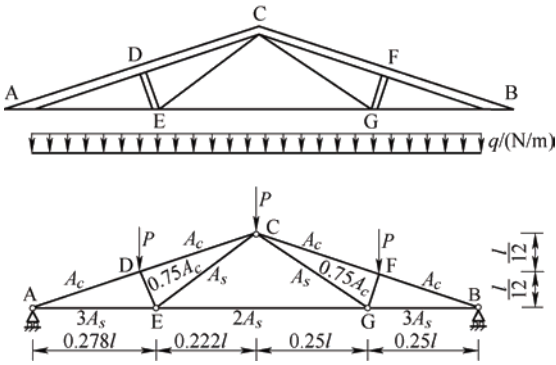


图 6 屋顶结构

表 7 屋顶结构在 II 型混合模型下的不确定性信息

参数	变量类型	期望	标准差	区间值
$q(\text{N/m})$	概率	20 000	1 600	—
$l(\text{m})$	概率	12	0.24	—
$E_s(\text{N/m}^2)$	概率	1.2×10^{11}	8.4×10^9	—
$E_c(\text{N/m}^2)$	概率	3×10^{10}	2.4×10^9	—
$A_s(\text{N/m}^2)$	区间	—	—	$[9.3, 9.5] \times 10^{-4}$
$A_c(\text{N/m}^2)$	区间	—	—	$[3.3, 3.5] \times 10^{-2}$

表 8 用不同的方法计算屋顶结构的结果

方法	P_f^{\min}	P_f^{\max}	误差(下边界/上边界)(%)	功能函数 回调次数
TALK-HRA	0.007 9	0.018 1	2.47/0.56	530
MCS	0.008 1	0.018 0	—	$10^5 \times 10^5$

5.4 汽车耐撞性分析

汽车碰撞安全分析关系到车内驾驶员和乘客的生命安全，因此，耐撞性能是汽车设计和制造的一个重要考虑因素。在汽车碰撞中，有高速正面碰撞和低速碰撞等多种形式，该算例考虑的是低速碰撞形式。前纵梁吸收的总能量 E 是评价其耐撞性能的关键指标，当总能量 E 超过前纵梁的能够吸收的最大能量 E_0 时，驾驶员的生命安全将受到威胁。因此，汽车耐撞性的功能函数可以定义为

$$G=E_0-E \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
E = & 1\,094.281x_1 + 4\,468.162x_2 + \\
& 2\,921.606x_3 - 7\,831.190x_4 - \\
& 14\,550.227x_5 - 789.12x_1x_2 - \\
& 1\,798.221x_1x_3 + 557.348x_1x_4 + \\
& 689.273x_2x_3 + 975.459x_1x_5 - \\
& 990.46x_2x_4 - 884.136x_2x_5 - \\
& 354.607x_3x_4 + 522.592x_3x_5 + \\
& 1857.173x_4x_5 + 148.5x_2^2 + \\
& 1\,349.944x_4^2 + 2\,753.084x_5^2 + \\
& 12\,579.336
\end{aligned} \quad (28)$$

式(28)参考文献[45]。如图 7 所示^[46], 不确定参数 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 分别表示保险杠的厚度, 吸收箱内外板厚度、前纵梁内外板厚度。表 9 中列出了不确定变量的具体值。通过 TALK-HRA 可获得失效概率的上界和下界, 以 $10^5 \times 10^5$ 次 MCS 的计算结果作为参考解。表 10 显示了 TALK-HRA 和 MCS 计算的结果, TALK-HRA 和 MCS 结果之间的相对误差很小, 而 TALK-HRA 的计算成本显著降低。

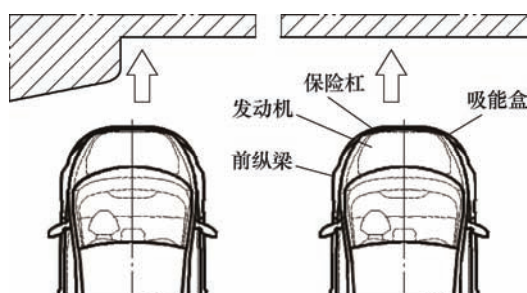


图 7 汽车正面碰撞形式

表 9 汽车耐撞性分析中的不确定参数信息

参数	变量类型	期望	标准差
x_1/mm	概率-区间	[2.00, 2.01]	0.05
x_2/mm	概率-区间	[1.43, 1.44]	0.05
x_3/mm	概率-区间	[1.00, 1.01]	0.05
x_4/mm	概率-区间	[1.50, 1.51]	0.05
x_5/mm	概率-区间	[1.50, 1.51]	0.05

表 10 不同方法对汽车碰撞进行分析的结果

方法	P_f^{\min}	P_f^{\max}	误差(下边界/上边界)(%)	功能函数回调次数
TALK-HRA	0.174 4	0.267 8	1.24/1.36	638
MCS	0.176 6	0.271 5	—	$10^5 \times 10^5$

5.5 制动系统

图 8^[47]所示的车辆盘式制动系统由制动盘、后板和两个由摩擦材料制成的刹车片组成。在汽车制

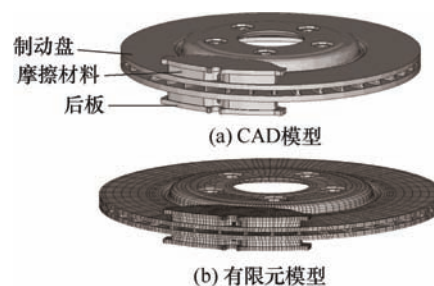


图 8 车辆盘式制动器系统

动过程中, 可能会产生由摩擦引起的振动和不良的刺耳噪声, 因此, 分析汽车盘式制动系统的振动阻尼比对噪声不稳定性评估具有重要意义。图 8 的有限元模型包含 26 125 个单元和 37 043 个节点。在工程中, 数值分析需要大量的有限元分析, 因此, 可以建立阻尼比的二次多项式响应面模型为^[47]

$$\begin{aligned}
\xi(\mu, p, h_1, h_2, h_3) = & 0.046\,287 + 0.204\,58\mu - \\
& 0.059\,821p - 0.000\,365\,49h_1 - \\
& 0.010\,037h_2 + 0.013\,836h_3 + \\
& 0.243\,08\mu p - 0.003\,788\,4\mu h_1 + \\
& 0.002\,335\,8\mu h_2 - 0.016\,918\mu h_3 + \\
& 0.029\,287ph_1 - 0.015\,872ph_2 - \\
& 0.002\,833\,3ph_3 + 0.000\,717\,50h_1h_2 - \\
& 0.000\,461\,58h_1h_3 - 0.000\,364\,86h_2h_3 - \\
& 0.390\,76\mu^2 - 0.015\,968p^2 - \\
& 0.001\,193\,6h_1^2 + 0.000\,269\,00h_2^2 + \\
& 0.000\,626\,38h_3^2
\end{aligned} \quad (29)$$

式中, μ 为制动盘与垫片之间的摩擦因数, p 为制动压力, h_1, h_2 和 h_3 分别为摩擦材料的厚度, 制动盘的厚度和后板的厚度。根据进行的刹车测试, 如果 ξ 的绝对值不超过目标值 ξ_t , 则认为制动器是稳定的, 表达式写为 $|\xi| = -\xi < \xi_t$ 或 $-\xi - \xi_t < 0$ 。

本节对具有两种随机-模糊不确定性的盘式制动器进行了研究: 在第一种类型中, 随机变量和模糊变量是独立存在的; 而在第二种类型中, 不确定性是随机变量, 其分布参数用模糊数表示。基于模糊集理论和 α -cut 技术, 将模糊变量在不同 α -cut 水平下划分为若干个区间。因此, 随机-模糊混合模型在一定程度上可以看作是几个随机-区间模型的合集。一个模糊随机集 \tilde{A} 定义为 $\tilde{A} = \{(x, y), \mu_{\tilde{A}}(x, y) | x \in X, y \in Y\}$, $\mu_{\tilde{A}}(x, y) \in [0, 1]$, 其中 X 是随机变量的矢量, Y 是模糊集域, \sim 表示模糊性, $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ 是随机模糊集的隶属度函数。

α -cut 定义为: $F_{\alpha} = \{(x, y) | \mu_{\tilde{F}}(x, y) \geq \alpha, x \in X, y \in Y, 0 \leq \alpha \leq 1\}$ 。每个 α -cut 水平下的区间可

以定义为: $F_\alpha = [E_\alpha, \bar{F}_\alpha]$, 其中 \bar{F}_α 和 E_α 表示区间 F_α 的上界和下界。本节中提到的三角模糊数意味着 $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ 的形状是三角形(图 9^[48]), 可以表示为 $\tilde{F} = (a, b, c)$ 。其中 a 和 c 是不确定参数 x 的上下边界, 而 b 是 x 在 $\mu_{\tilde{A}}(x, y) = 1$ 时的值。

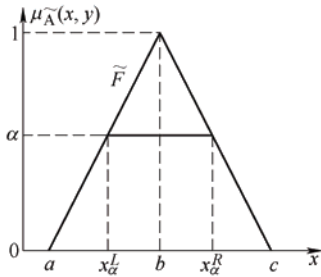


图9 三角模糊数

在第一种随机-模糊模型下, μ 和 p 是遵循正态分布的随机参数, h_1 和 h_2 是表示为三角形模糊数的模糊变量, h_3 是确定性值, $h_3 = 14.62$ mm。假设研究的变量是相互独立的, 具体参数分布列在表 11 中。根据工程要求, ξ_i 可确定为 0.000 5, 即功能函数被表示为 $G = -\xi - 0.000\ 5$ 。对于每个模糊数, 考虑 11 个 α -cut 水平: $\alpha = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ 和 1.0, 并分别进行了可靠度计算。

表 11 第一类随机模糊情况下不确定参数的详细值

参数	变量的类型	期望	标准差	模糊值(三角模糊数)
u	概率	0.35	0.01	—
p/MPa	概率	0.5	0.02	—
h_1/mm	模糊	—	—	(15, 15.25, 15.5)
h_2/mm	模糊	—	—	(19.5, 20, 20.5)

将文中提出的 TALK-HRA 用于评估刹车噪声的不稳定性, 通过 MCS 验证了该方法的准确性。在 MCS 中, 假设区间变量采用 10^5 个样本, 在每一个 α -cut 水平下, 模糊变量采用 10^5 个样本, 重复整个过程 $10^5 \times 10^5$ 次后, 可以得出失效概率的上限和下限。MCS 计算过程耗时巨大, 它的结果作为参考解以证明 TALK-HRA 的效率和准确性。TALK-HRA 和 MCS 的分析结果如图 10 所示, 从图中可以看出, TALK-HRA 得到的失效概率区间与 MCS 所获得的失效概率区间非常接近, 下限和上限的计算结果的最大误差分别为 1% 和 0.092%。结果表明, 所得曲线与参考曲线基本吻合, 表明了该算法 TALK-HRA 的准确性, 以及对随机-模糊混合可靠性分析的良好适用性。

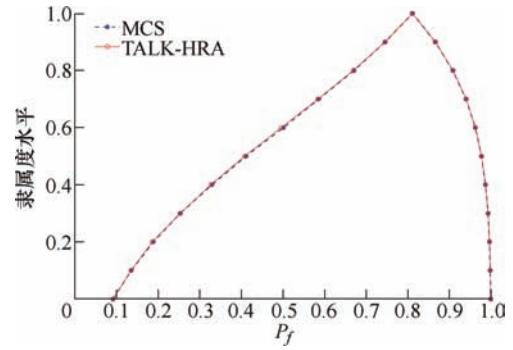


图 10 第一类随机-模糊模型中 TALK-HRA 和 MCS 的结果

在第二类随机-模糊模型中, h_1 , h_2 和 h_3 是确定性值, 分别设置为 15.5、19.5 和 14.62。 μ 和 p 是遵循正态分布的随机变量, 而它们的期望都定义为三角模糊数。假设 $\xi_i = 0.003$, 算例中的参数都是相互独立的, 详细值在表 12 中列出。用 TALK-HRA 方法评估该情况下制动噪声的不稳定性, 用 $10^5 \times 10^5$ 次 MCS 分析的结果来检验提出的 TALK-HRA 的准确性。TALK-HRA 和 MCS 计算得出的分析结果如图 11 所示。

表 12 第二类随机模糊情况下不确定参数的详细值

参数	变量类型	期望(三角模糊数)	标准差
u	概率-模糊	(0.332 5, 0.35, 0.367 5)	0.01
p/MPa	概率-模糊	(0.475, 0.5, 0.525)	0.02

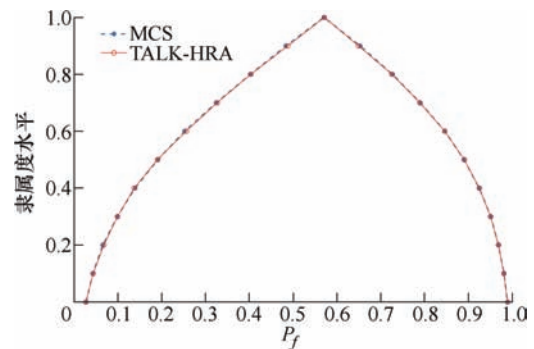


图 11 第二类随机-模糊模型中 TALK-HRA 和 MCS 的结果

6 结论

文中提出了一种基于两阶段主动学习 Kriging 模型的概率-区间混合可靠性分析方法。文中提出的 TALK-HRA 方法是一种处理概率和区间不确定性、区间概率不确定性及其组合的广义混合可靠性分析方法, 该方法总结如下。

(1) 通过依次建立第一阶段和第二阶段主动学习 Kriging 模型, 分别模拟确定功能函数符号的极限状态面和局部最大或最小失效概率在的目标

区域。

(2) 与 MCS-HRA 相比, TALK-HRA 在不牺牲精度的同时在计算效率上具有显著优势; 与 FORM-HRA 相比, TALK-HRA 可以克服混合可靠性分析中功能函数可能存在的高度非线性和多模态问题。

(3) TALK-HRA 不需要像现有的 ALK-HRA 分析需进行大量优化计算。

(4) TALK-HRA 还能够成功地解决随机-模糊混合可靠性分析问题。将来, 它也可以推广应用于解决随机-凸模型或随机-证据混合可靠性分析问题。

参 考 文 献

- [1] FELLER W. An introduction to probability theory and its applications[M]. New York: John Wiley & Sons, 2008.
- [2] DU X, GUO J, BEERAM H. Sequential optimization and reliability assessment for multidisciplinary systems design[J]. Structural Multidisciplinary Optimization, 2008, 35(2): 117-130.
- [3] LEE I, CHOI K, GORSICH D. Sensitivity analyses of FORM-based and DRM - based performance measure approach (PMA) for reliability-based design optimization (RBDO)[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, 82(1): 26-46.
- [4] 白鑫, 谢里阳, 钱文学. 基于样本集聚原理的疲劳可靠性评估方法及其在零部件上的应用[J]. 机械工程学报, 2016, 52(6): 206-212.
BAI Xin, XIE Liyang, QIAN Wenxue. Fatigue probability evaluation method based on the principle of sample-polymerization[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(6): 206-212.
- [5] 魏莎, 韩勤锴, 褚福磊. 考虑不确定性因素的齿轮系统动力学研究综述[J]. 机械工程学报, 2016, 52(1): 1-19.
WEI Sha, HAN Qinkai, CHU Fulei. Review on research of uncertain dynamics for gear system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1): 1-19.
- [6] BEN-HAIM Y, ELISHAKOFF I. Convex models of uncertainty in applied mechanics[M]. Amsterdam: Elsevier, 2013.
- [7] MOORE R. Methods and applications of interval analysis[M]. New York: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1979.
- [8] QIU Z, ELISHAKOFF I. Antioptimization of structures with large uncertain-but-non-random parameters via interval analysis[J]. Computer methods in applied mechanics engineering Fracture Mechanics, 1998, 152(3-4): 361-372.
- [9] GAO W, SONG C, TIN-LOI F. Probabilistic interval analysis for structures with uncertainty[J]. Structural Safety, 2010, 32(3): 191-199.
- [10] WANG Chong, QIU Zhiping, WANG Xiaojun, et al. Interval finite element analysis and reliability-based optimization of coupled structural-acoustic system with uncertain parameters[J]. Finite Elements in Analysis Design, 2014, 91(1): 108-114.
- [11] LONG Xiangyun, JIANG Chao, HAN Xu, et al. An enhanced subinterval analysis method for uncertain structural problems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 54(1): 580-593.
- [12] LONG Xiangyun, JIANG Chao, LIU Kai, et al. An interval analysis method for fatigue crack growth life prediction with uncertainty[J]. Computers Structures, 2018, 210(1): 1-11.
- [13] WANG Lei, XIONG Chuang, WANG Xiaojun, et al. A dimension-wise method and its improvement for multidisciplinary interval uncertainty analysis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 59: 680-695.
- [14] GAO W, SONG C, TIN-LOI F, et al. Probabilistic interval response and reliability analysis of structures with a mixture of random and interval properties[J]. Computer Modeling in Engineering, 2009, 46(2): 151.
- [15] JIANG Chao, LONG Xiangyun, HAN Xu, et al. Probability-interval hybrid reliability analysis for cracked structures existing epistemic uncertainty[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2013, 111(1): 148-164.
- [16] JIANG Chao, ZHENG Jing, HAN Xu. Probability-interval hybrid uncertainty analysis for structures with both aleatory and epistemic uncertainties: A review[J]. Structural Multidisciplinary Optimization, 2018, 57(6): 2485-2502.
- [17] KANG Zhan, LUO Yangjun. Reliability-based structural optimization with probability and convex set hybrid models[J]. Structural Multidisciplinary Optimization, 2010, 42(1): 89-102.
- [18] WU Di, GAO Wei, SONG Chongmin, et al. Probabilistic interval stability assessment for structures with mixed uncertainty[J]. Structural Safety, 2016, 58(1): 105-118.
- [19] DU Xiaoping. Interval reliability analysis[C/CD]// Proceedings of the ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and information in Engineering Conference, September 4-7, 2007, Las Vegas, Nevada, USA.
- [20] GUO Jia, DU Xiaoping. Sensitivity analysis with mixture of epistemic and aleatory uncertainties[J]. AIAA Journal, 2007, 45(9): 2337-2349.
- [21] QIU Zhiping, WANG Jun. The interval estimation of reliability for probabilistic and non-probabilistic hybrid

- structural system[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2010, 17(5): 1142-1154.
- [22] JIANG Chao, HAN Xu, LI Wenxue, et al. A hybrid reliability approach based on probability and interval for uncertain structures[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2012, 134(3): 310-311.
- [23] QIN Quan, LIN Daojin, MEI Gang, et al. Effects of variable transformations on errors in FORM results[J]. *Reliability Engineering System Safety*, 2006, 91(1): 112-118.
- [24] YANG Xuefeng, LIU Yongshou, GAO Yi, et al. An active learning kriging model for hybrid reliability analysis with both random and interval variables[J]. *Structural Multidisciplinary Optimization*, 2015, 51(5): 1003-1016.
- [25] YANG Xuefeng, LIU Yongshou, ZHANG Yishang, et al. Probability and convex set hybrid reliability analysis based on active learning Kriging model[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39(14): 3954-3971.
- [26] YANG Xuefeng, LIU Yongshou, GAO Yi. Unified reliability analysis by active learning Kriging model combining with random - set based Monte Carlo simulation method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2016, 108(11): 1343-1361.
- [27] BREVAULT L, LACAZE S, BALESDENT M, et al. Reliability analysis in the presence of aleatory and epistemic uncertainties, application to the prediction of a launch vehicle fallout zone[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2016, 138(11): 111401.
- [28] ZHANG Jinhao, XIAO Mi, GAO Liang, et al. A combined projection-outline-based active learning Kriging and adaptive importance sampling method for hybrid reliability analysis with small failure probabilities[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering Failure Analysis*, 2018, 344(1): 13-33.
- [29] ZHANG Jinhao, XIAO Mi, GAO Liang, et al. A novel projection outline based active learning method and its combination with Kriging metamodel for hybrid reliability analysis with random and interval variables[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering Failure Analysis*, 2018, 341(1): 32-52.
- [30] ELISHAKOFF I, COLOMBI P. Combination of probabilistic and convex models of uncertainty when scarce knowledge is present on acoustic excitation parameters[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering Failure Analysis*, 1993, 104(2): 187-209.
- [31] HAN Xu, JIANG Chao, LIU Lixin, et al. Response-surface-based structural reliability analysis with random and interval mixed uncertainties[J]. *Science China Technological Sciences*, 2014, 57(7): 1322-1334.
- [32] WANG Mingjie, HUANG Qibai. A new hybrid uncertain analysis method for structural-acoustic systems with random and interval parameters[J]. *Computers Structures*, 2016, 175(175): 15-28.
- [33] CRESSIE N. The origins of kriging[J]. *Mathematical Geology*, 1990, 22(3): 239-252.
- [34] OLIVER M, WEBSTER R. Kriging: a method of interpolation for geographical information systems[J]. *International Journal of Geographical Information System*, 1990, 4(3): 313-332.
- [35] JONES D, SCHONLAU M, WELCH W. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. *Journal of Global optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [36] SACKS J, WELCH W, MITCHELL T, et al. Design and analysis of computer experiments[J]. *Statistical Science*, 1989, 4(4): 409-423.
- [37] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. *Structural Safety*, 2011, 33(2): 145-154.
- [38] SADOUGHI M, LI M, HU C, et al. High-dimensional reliability analysis of engineered systems involving computationally expensive black-box simulations[C/CD]// *Proceedings of the ASME 2017 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and information in Engineering Conference*.
- [39] ZADEH L. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility[J]. *Fuzzy sets systems*, 1978, 1(1): 3-28.
- [40] BAI Yingchun, JIANG Chao, HAN Xu, et al. Evidence-theory-based structural static and dynamic response analysis under epistemic uncertainties[J]. *Finite Elements in Analysis Design*, 2013, 68: 52-62.
- [41] WANG Chong, QIU Zhiping. Subinterval perturbation methods for uncertain temperature field prediction with large fuzzy parameters[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2016, 100: 381-390.
- [42] LONG Xiangyun, MAO Donglin, JIANG Chao, et al. Unified uncertainty analysis under probabilistic, evidence, fuzzy and interval uncertainties[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, 355(1): 1-26.
- [43] BICHON B, ELDRED M, SWILER L, et al. Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions[J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(10): 2459-2468.
- [44] WU Y T, SHIN Y, SUES R, et al. Safety-factor based approach for probability-based design optimization[C/CD]// *Proceedings of the 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2001.

- [45] 姜潮, 邓善良. 考虑车辆高速和低速耐撞性的多目标优化设计[J]. 计算力学学报, 2014, 31(4): 474-9.
JIANG Chao , DENG Shanliang. Multi-objective optimization and design considering automotive high-speed and low-speed crashworthiness[J]. Journal of Computational Mechanics, 2014, 31(4): 474-479.
- [46] 刘海波, 姜潮, 郑静. 含概率-区间混合不确定性的系统可靠性分析方法[J]. 力学学报, 2017, 49(2): 456-466.
LIU Haibo , JIANG Chao , ZHENG Jing. A systemreliability analysis method for structures with probability and interval mixed uncertainty[J]. Acta Mechanica Sinica, 2017, 49(2): 456-466.
- [47] XIA Baizhan, LÜ Hui, YU Dejie, et al. Reliability-based design optimization of structural systems under hybrid probabilistic and interval model[J]. Computers & Structures, 2015, 160: 126-34.
- [48] LÜ H, SHANGGUAN W-B, YU D. A unified approach for squeal instability analysis of disc brakes with two types of random-fuzzy uncertainties[J]. Mechanical Systems Signal Processing, 2017, 93: 281-298.
-
- 作者简介: 余萌晨, 女, 1996 年出生。主要研究方向为结构不确定性分析。
龙湘云(通信作者), 男, 1988 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为智能损伤评估, 可靠性分析。
E-mail: longxy@hnu.edu.cn